

Al 合金 2017-T4 におけるモード I と III およびモード I
～III の混合モード疲労き裂伝ばに関して*真壁 朝敏^{*1}, 玉寄 博道^{*2}, 兼城 英夫^{*1}Fatigue Crack Propagation of Al Alloy 2017-T4 under Mixed Mode
of Modes I and III and Modes I, II and III

Chobin MAKABE, Hiromichi TAMAYOSE and Hideo KANESHIRO

Fatigue crack propagation behavior under the mixed-mode condition which combined modes I and III and modes I, II and III was investigated in a push-pull fatigue test of notched specimen. The notch inclined in the thickness direction was cut at the center of the specimen. Four values were selected for the notch length $2b$, that is, $2b=9, 15, 25, 35$ mm. In the present study, the crack propagation behavior under the mixed modes is assumed to be dominated by the maximum principal stress criterion. The stress intensity factor K_I of mode I was calculated with the projected crack length along the load direction and the crack propagation rate da/dN under the mixed modes was evaluated using it. This stress intensity factor K_I can approximate relatively well the stress intensity factor determined on the basis of the maximum principal stress criterion in the case of the specimen used in the present experiment. The crack propagation rate da/dN can reasonably be evaluated with the effective stress intensity factor range of K_I independent of the applied mean stress.

Key Words: Fatigue, Crack Propagation, Mixed Modes, Projected Crack Length, Maximum Principal Stress, Effective Stress Intensity Factor Range

1. 緒 言

荷重方向に対して傾斜した疲労き裂は混合モードで伝ばする。金属材料の混合モード疲労き裂伝ばに関しては、これまでに多くの研究がなされてきている⁽¹⁾⁻⁽¹⁰⁾。しかしながら、これらの研究はモード I と II の混合モードに関したものが多く⁽¹⁾⁻⁽¹²⁾、モード I と III⁽¹³⁾あるいはモード I ～III⁽¹⁴⁾⁻⁽¹⁶⁾の混合モードに関連した研究は比較的少ないようである。多くの金属材料において、板平面内で傾斜しているき裂は、初期にはモード I と II の混合モードで伝ばする。しかし、き裂はいったん伝ばしはじめると次第にモード I のみで伝ばするようになる。そして、モード I と II の混合モードき裂伝ばが荷重方向への投影き裂長さをを用いたモード I の応力拡大係数 K_I によって簡便に評価できることが Iida と Kobayashi⁽¹¹⁾ や北川ら⁽¹²⁾ によって示され、そのことが一般的になっている。また、著者ら⁽¹⁰⁾ は前報においてこのような投影き裂長さをを用いた簡便手法によるき裂伝ばの評価がモード I ～III の混合モー

ドにおいても適用できる場合があることを示した(ただし前報では投影き裂長さによるモード I の有効応力拡大係数範囲による簡便評価の妥当性を検討した)。したがって、混合モードき裂伝ばは厳密には応力拡大係数 K_I , K_{II} , K_{III} 等の破壊力学パラメータによって評価しなければならないが、実用上は投影き裂長さで算出した K_I をパラメータとして直線き裂(荷重軸に垂直方向)と同様な伝ば則で簡便に評価できる場合があることになる。

前報⁽¹⁰⁾では、板厚方向に対し傾斜した切欠きから発生したき裂の伝ばを検討した。しかし、前報では、溶接用鋼板を用い、切欠長さが一定の場合についての検討しか行っていない。大塚ら⁽¹³⁾によると、疲労き裂伝ばモードは実験条件、試験片形状そして材料によって異なることが示されている。したがって、前報の結果のみからは、板厚方向に傾斜したき裂の伝ばがモード I と II の混合モードの場合と同様に一般的に投影き裂長さをを用いた K_I をパラメータとして簡便評価できるかどうかは明らかでない。そこで、本研究では、前報とは異なる材料、Al 合金 2017-T4 を用いて、傾斜した切欠きの長さや平均応力によって疲労き裂伝ばモードがどのように変化するのかを検討した。そして、前報同様荷重方向への投影き裂長さをを用いたモード I の有

* 平成5年11月20日 九州支部・中国四国支部合同企画鹿児島地方講演会において講演、原稿受付 平成6年8月17日。

^{*1} 正員、琉球大学工学部 (〒903 01 沖縄県中頭郡西原町千原1)。

^{*2} 那覇市役所 (〒900 那覇市泉崎1-1-1)。

効応力拡大係数範囲 $\Delta K_{p,0.1}$ によって混合モードのき裂伝ば則が簡便評価できるのかどうかについて検討した。さらに、本研究では混合モードき裂伝ばが K_I をパラメータとして整理できる場合、その一つの根拠が最大主応力説に基づきき裂が伝ばすることであると仮定し、それが適応できるき裂の傾斜角の範囲についても若干の検討を行った。

2. 試験片および実験方法

素材は Al 合金 2017-T4 である。その化学成分と機械的性質をそれぞれ表 1 と表 2 に示す。試験片形状を図 1 に示す。試験片は荷重方向と圧延方向が一致するように加工してある。試験片中央付近には図 2 に示すような貫通切欠きを放電加工した。この形状は前報⁽¹⁰⁾と同様な形状であるので、詳細な説明は省略するが、切欠きの傾斜角 β_0 は左右で直交しており、 $\pm 45^\circ$ である。この切欠きはモード I と III あるいはモード I~III の混合モード疲労き裂伝ばを強制的に実現させる目的で加工した。また、切欠長さ $2b$ と破壊モードとの関係を調べるため、その長さは 9, 15, 25, 35 mm の四とおりにした。板幅 $2W$ に対する無次元量 b/W はそれぞれ、0.18, 0.3, 0.5, 0.7 である。切欠先端半径はいずれも約 0.15 mm である。大路ら⁽¹⁷⁾や西谷ら⁽¹⁸⁾の研究によれば、モード I の場合、切欠先端半径程度の長さなき裂が伝ばすると、き裂先端付近の応力分布に及ぼす切欠形状の影響が小さくなることが示されている。その場合は等価き裂として切欠長さを含めて近似的なき裂長さが評価できる。本研究でも同様なことが成立すると仮定し、き裂が切欠底から約 0.3~0.4 mm 程度に伝ばした後なき裂長さを測定した。き裂は貫通き裂として近似し、荷重方向への投影長さを表面から直接測定した。そして、切欠底からのき裂長さを c 、等価き裂長さを $2a$ として定義した。

疲労試験は一定応力振幅の引張・圧縮方式で行った。繰返し最小応力と最大応力の比で定義される応力比 R は -2, -1, 0 である。前報⁽¹⁰⁾では、平均応力が圧

縮側であるほど、混合モードき裂伝ばが実現しやすかった。本報でも $R \leq 0$ とした。繰返し最大応力 σ_{max} は各実験において小規模降伏条件を満たすように 36.79 MPa に固定した。有効応力拡大係数範囲を算出するためのき裂開口点応力の測定にはひずみ干渉法⁽¹⁹⁾を用いた。

3. 実験結果および考察

3.1 き裂伝ば形態について 図 3 に応力比 R が -2 の場合の破面例を示す。これらは 2 方向から観察したものであり、図 3 (a) は切欠長さ $2b$ が 15 mm ($b/W=0.3$) の場合、(b) は $2b$ が 9 mm ($b/W=0.18$) の場合である。図中の矢印の位置は切欠先端を示している。これらからわかるように、切欠長さによって破面形態が異なっている。図 3 (a) の場合には、き裂伝ばとともに、き裂先端の傾斜角が次第に変化することがわかる。すなわち、荷重方向に対し垂直な方向からのき裂先端の傾斜角は板厚方向、板平面内でもき裂伝ば初期では約 45° であるが、その角度は次第に 0° に漸近している。図 3 (b) の場合には、複数のき裂が干渉した様子が破面から伺える。この場合、き裂伝ば初期には表面上では図 3 (a) の場合と同様な傾向でき裂が伝ばするが、切欠底の中央部付近から水平方向にもき裂が発生・伝ばし、それが優先的に伝ばするため、最終的な疲労破面はほぼ全体的に水平な破面すなわちモード I 形の破面となっている。表面観察結果によると、き裂伝ば過程の途中において、突然、切欠きから伸びたき裂とは別のき裂が表面に現れ、それが切欠方向および切欠きと逆方向にほぼ水平に伝ばして

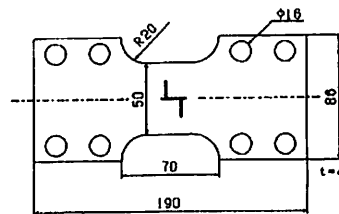


図 1 試験片形状と寸法 [mm]

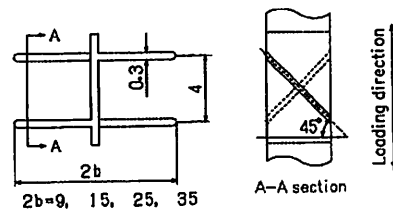


図 2 切欠形状と寸法 [mm]

表 1 化学成分 [wt.%]

Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Zr+Hf
0.6	0.25	4.3	0.7	0.7	0.02	0.15	0.02	0.03

表 2 機械的性質

Proof strength	Ultimate tensile strength	Elongation
$\sigma_{0.2}$ (MPa)	σ_B (MPa)	ϕ (%)
274	440	21

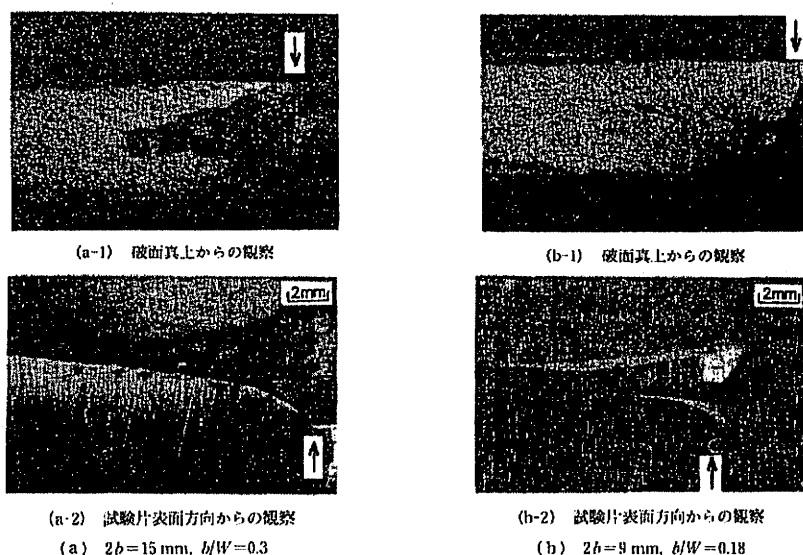
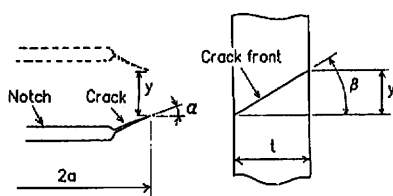
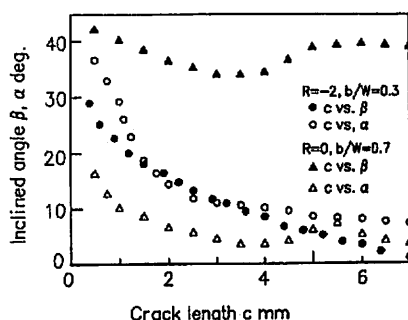
図 3 破断面の観察による破壊形態の比較 ($R=-2$ の場合)

図 4 き裂傾斜角の定義

いき試験片が破断した。

モード I と II の疲労き裂伝ばについて検討した大塚らの研究⁽³⁾によれば、Al 合金においてはき裂の初期角度や応力条件によって異なったモードでき裂が伝ばする。また、モード I と II の混合モードではき裂伝ば初期の傾斜角が次第にあるいは急に変化することも知られている^{(11)~(13)}。本研究の板厚方向に傾斜したき裂の伝ばにおいても図 3 に観察されるようにモード I と II の混合モードの場合と同様な傾向がみられる。そこで、図 4 に示すようなき裂の傾斜角(絶対値)を測定し、き裂伝ばモードについて検討した。板厚方向の角度 β は図 4 に示すように試験片両面のき裂先端の高さの差 y と板厚 t から近似的に求めた。その場合き裂前線は直線近似している。また、板平面内(表面)の角度 α は写真から直接測定した。図 5 に混合モードでき裂が伝ばする場合において、角度 α , β が変化する場合の典型例を示す。応力比 R が零で切欠長さ $2b$ が 35 mm ($b/W=0.7$) の場合は、全き裂伝ば過程で β はほぼ

図 5 き裂傾斜角の測定例(切欠先端から測定したき裂長さ c に対する傾斜角の変化)

40° と一定であり、 α は初期の 45° から急速に 0° に漸近している。また、 $R=-2$, $2b=15\text{ mm}$ ($b/W=0.3$) の場合は α , β ともに初期の角度からゆるやかに 0° に漸近している。したがって、前者の場合のき裂伝ばはほぼモード I と III の混合モードであるとみなせる。また、後者では、き裂伝ばの初期において、モード I ～III の混合モードき裂伝ばが実現している。

図 5 からわかるように切欠長さや応力比 R によってき裂伝ばモードに違いが現れる。そこで、本実験範囲内におけるき裂伝ばモードと応力比、切欠長さの関係について図 6 のような整理を行った。●印の条件では、ほぼモード I と III の混合モード、○印ではき裂伝ば初期にモード I ～III の混合モードでき裂が伝ばし

た。○印では図 3 (b) のような破壊が生じ、最終破断面はモード I に近いものになったので、この場合は仮にモード I と判定してある。また、△印の条件ではき裂は発生したが、停留試験片は破断しなかった。図 6 から判断すると、一定応力振幅で行った本実験の範囲では、切欠長さが長いほど、混合モードき裂伝ばが実現しやすく、また混合モードき裂伝ばが実現するための切欠長さは、平均応力が圧縮側になるほど、短くなっている。

3・2 投影き裂長さによるき裂伝ば速度の評価

本実験条件では切欠長さや応力比によって、き裂伝ばモードが異なり、条件によってはき裂は混合モードで伝ばする。混合モードでき裂が伝ばする場合においてもモード I と II の混合モードでは荷重方向への投影き裂長さをを用いた ΔK_I で簡便にき裂伝ば則が評価できることが示されている⁽¹⁾⁽²⁾。また、前報⁽¹⁶⁾ に示したように溶接用鋼板ではモード I ～ III の混合モードでもそのような投影き裂長さをを用いた有効応力拡大係数範囲

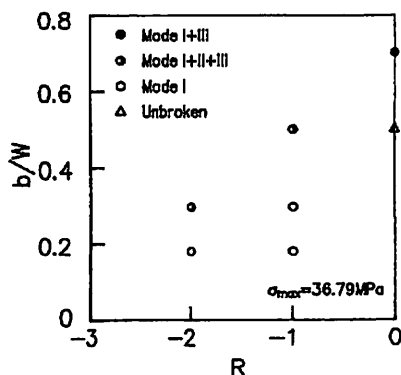


図 6 き裂伝ばモードの分類

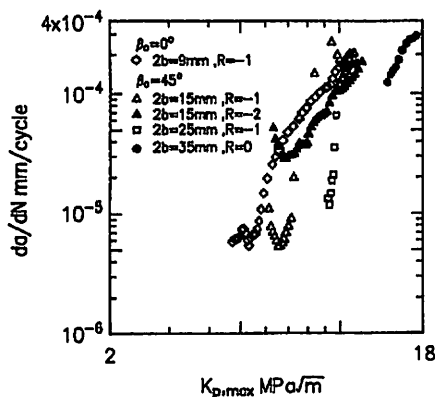


図 7 da/dN と $K_{p,max}$ の関係

$\Delta K_{p,eff}$ によるき裂伝ば則の簡便評価ができる。そこで、3・2 節では Al 合金 2017-T4 でもモード I と III、モード I ～ III の疲労き裂伝ばが投影き裂長さによって簡便に評価できるかどうか検討した。応力拡大係数はモード I の場合の次式⁽²⁰⁾⁽²¹⁾によって算出した。

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a_0} F_1, \quad \xi = a_0/W$$

$$F_1 = (1 - 0.025\xi^2 + 0.06\xi^4) \sqrt{\sec(\pi\xi/2)}$$

..... (1)

ここで、 $2a_0$ はき裂長さ、 $2W$ は板幅、 σ は負荷応力である。

図 7 に式 (1) を用いて荷重方向への投影き裂長さ ($2a_0 = 2a$) で算出した応力拡大係数の最大値 $K_{p,max}$ とき裂伝ば速度 da/dN の関係、図 8 に同じ投影き裂長さによる有効応力拡大係数範囲 $\Delta K_{p,eff}$ とき裂伝ば速度 da/dN の関係を示す。モード I のき裂伝ばでは応力比 R によって、応力拡大係数の最大値とき裂伝ば速度 da/dN の関係がばらつくが、有効応力拡大係数範囲と da/dN の関係には良好な関係があることが知られている⁽²²⁾。このことと同様に、本実験の混合モードの場合においても、 $K_{p,max}$ と da/dN の関係には応力比 R によるばらつきがみられるが、 $\Delta K_{p,eff}$ と da/dN の関係のばらつきは少ない。また、切欠きの板厚方向の傾き β_0 が 45° のデータと 0° のデータの差もたいして大きくないことがわかる。したがって、図 8 から Al 合金 2017-T4 の場合も前報⁽¹⁶⁾ の溶接用鋼と同様に荷重軸方向への投影き裂長さをを用いた有効応力拡大係数範囲 $\Delta K_{p,eff}$ によって簡便にモード I と III およびモード I ～ III の混合モードき裂伝ばが評価できることが期待できる。

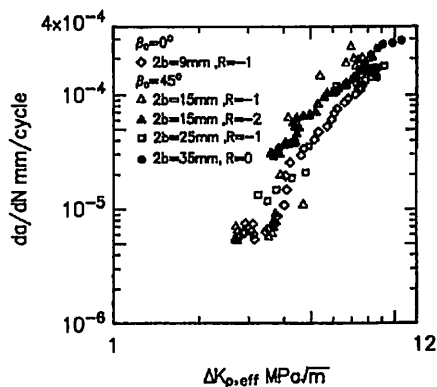
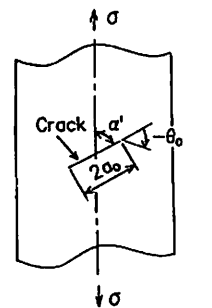
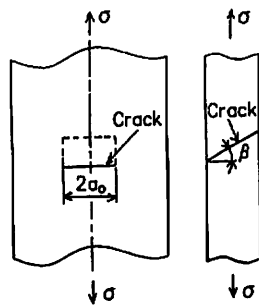


図 8 da/dN と $\Delta K_{p,eff}$ の関係

3.3 投影き裂長さによる混合モードき裂伝ばの簡便評価の妥当性の検討 詳細は省略するが、前報⁽¹⁰⁾ではモード I ～ III の混合モードき裂伝ば則の投影き裂長さによる簡便評価の妥当性を、吉岡ら⁽¹²⁾の研究や村上・榮⁽²⁰⁾の解析結果を基にして検討した。そして、最大主応力説に基づきき裂が伝ばすることが、その根拠であると考察した。しかしながら、前報⁽¹⁰⁾では吉岡ら⁽¹²⁾の提案した式をパラメータとした場合と投影き裂長さによる K_I をパラメータとした場合のき裂伝ば則を比較し、実際に実施した実験結果のみについての検証しか行っていない。3.3 節では、さらに、任意の初期き裂長さの場合について、最大主応力説的な観点に立つ応力拡大係数 K と荷重方向への投影き裂長さを用いた簡便法による K_I を比較し、そのことによって、最大主応力説に基づいてき裂が伝ばするために図 8 のような結果が得られたことを考察する。また、3.3 節では、図 9 に示したような単純な貫通き裂について検討した。図 9 (a) ではき裂は板平面で傾き、その荷重軸に対する傾斜角を α' 、き裂進展開始角を θ_0 とした (角度 α' と θ_0 の表示は Erdogan と Sih⁽²⁴⁾ にならった)。図 9 (b) では板厚方向にき裂は傾斜し、その水平面からの傾斜角を β とした。



(a) 板平面で傾斜したき裂



(b) 板厚方向に傾斜したき裂

図 9 帯板に存在する傾斜き裂の模式図

ところで、帯板中央き裂の引張りにおけるモード I の応力拡大係数 K_I は 3.2 節の式 (1) のように表せる。平板中央き裂のモード II に対する K_{II} は次式のように表せる⁽²⁵⁾⁽²⁶⁾。

$$\begin{aligned} K_{II} &= \tau \sqrt{\pi a_0} F_{II}, \quad \xi = a_0/W \\ F_{II} &= 1.50 + 0.569\xi - 6.282\xi^2 + 25.01\xi^3 \\ &\quad - 38.157\xi^4 + 21.013\xi^5 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

帯板中央き裂のモード III に対する K_{III} は次式のように表せる⁽²⁷⁾⁽²⁸⁾。

$$\begin{aligned} K_{III} &= \tau \sqrt{\pi a_0} F_{III}, \quad \xi = a_0/W \\ F_{III} &= \sqrt{2/(\pi \xi^2)} \tan(\pi \xi/2) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

式 (2)、(3) の τ はそれぞれのモードが実現するように加わるせん断応力である。

図 9 (a) の場合の荷重方向への投影き裂長さは

$$2a = 2a_0 \sin \alpha'$$

であるので、この場合の投影き裂長さを用いたモード I の応力拡大係数 K_{PI} は

$$K_{PI} = K_I \sqrt{\sin \alpha'} \quad \dots\dots\dots (4)$$

とおける。図 9 (a) に相当するモード I と II の混合モードの場合、Erdogan と Sih⁽²⁴⁾ による解析によれば、き裂先端でせん断応力が零になるときの角度 θ_0 と応力拡大係数間の関係は

$$K_{I\theta} \sin \theta_0 + K_{II\theta} (3 \cos \theta_0) = 0$$

ただし、

$$K_{I\theta} = K_I \sin^2 \alpha', \quad K_{II\theta} = K_{II} \sin \alpha' \cos \alpha'$$

そのときのき裂先端を原点とした極座標 (r, θ) における σ_θ の最大値は

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta \max} &= (1/\sqrt{2\pi r}) \cdot \cos(\theta_0/2) \\ &\quad \times [K_{I\theta} \cos^2(\theta_0/2) - 1.5 K_{II\theta} \sin \theta_0] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

この応力に対する応力拡大係数 K_σ は

$$\begin{aligned} K_\sigma &= \cos(\theta_0/2) [K_{I\theta} \cos^2(\theta_0/2) \\ &\quad - 1.5 K_{II\theta} \sin \theta_0] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6)$$

また、この場合、 K_{II} は式 (2) において $\tau = \sigma$ として計算した。

図 9 (b) の場合の投影き裂長さ $2a$ は $2a_0$ であるので、この場合の投影き裂長さを用いたモード I の応力拡大係数 K_{PI} は

$$K_{PI} = K_I \quad \dots\dots\dots (7)$$

吉岡ら⁽¹²⁾によれば、図 9 (b) の場合に相当するモード I と III の混合モードの場合の最大主応力説に基づく応力拡大係数 K_β は

$$K_{\beta} = 0.5 \cdot (1 + 2\nu) \cdot K_{I\beta} + \sqrt{0.25 \cdot (1 - 2\nu)^2 \cdot K_{II\beta}^2 + K_{III\beta}^2} \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 ν はポアソン比であり、 $K_{I\beta}$ 、 $K_{III\beta}$ は

$$K_{I\beta} = K_I \cos^2 \beta, K_{III\beta} = K_{III} \cos \beta \sin \beta$$

また、この場合、 K_{III} は式(3)において $\tau = \sigma$ として計算した。

投影き裂長さをを用いた K_{p1} や K_{p2} が、それぞれの場合に対応する最大主応力説に基づく K_{σ} や K_{β} をどの程度の精度で近似できるのかどうかを検討するために、それぞれの比 K_{p1}/K_{σ} と K_{p2}/K_{β} の無次元初期き裂長さ a/W に対する変動幅を調べた。図 10、11 にそれらの結果を示す。図 10 の結果によれば、板平面内の荷重方向からの角度 α' が約 60° 以上すなわち水平方向からの傾斜角 α が約 30° 以内であれば、全般的に最大 2 割程度の誤差で K_{p1} によって K_{σ} が近似できる。また、その範囲では初期き裂長さが長いほど、近似度は良くなっている。図 11 の結果からは、板厚方向の傾斜角 β が 40° 以内であれば、全般的に最大でも 1 割程度の誤差で K_{p2} によって K_{β} が近似できることになる。また、この場合にはき裂長さが短いほうが近似度が良い。

図 5 から、本実験でほぼモード I と III の混合モードでき裂が伝ばする場合には、板厚方向の傾斜角はほぼ 40° となる。また、モード II が介在し、モード I ～ III の混合モードでき裂が伝ばする場合には、き裂の水平方向からの傾きは α 、 β とともに初期の 45° から次第に 0° に漸近する。前報¹⁰⁾と同様に本実験の切欠きから混合モードでき裂が伝ばする場合、試験片の両面でのき裂の傾斜角は大きさが等しく符号は互いに逆になっている。したがって、板厚中央における板表面と平行な面でのき裂傾斜角 α はすべての試験片において近似的に零である。これらのことから、切欠き長さが 35 mm の

試験片のほぼ全断面と混合モードでき裂が伝ばする他の試験片の板厚中央付近では、き裂伝ばモードがほぼモード I と III の混合モードであると思われる。そして、図 11 の結果から、この場合は主に最大主応力に支配されてき裂が伝ばすることが考えられる。また、モード I ～ III におけるき裂伝ばについては本報では十分な考察ができてないが上述した図 5 の説明や図 10、11 の結果から、この場合においても、主に最大主応力に支配されてき裂が伝ばすることが期待される。なお、村上・柴²⁹⁾によれば、板平面内で三次元的に傾斜したき裂の K_{σ} の最大値が、荷重方向への投影き裂面積を用いた応力拡大係数で近似できる場合がある。このようなことから、最大主応力説に基づきき裂が伝ばするために、図 8 の結果が得られたことが示唆される。実用上の精度で混合モードき裂伝ばが荷重方向の投影き裂長さをを用いたモード I の応力拡大係数をパラメータとして簡便に評価できれば有意義なことであると思われる。また、Al 合金等では、組織的な因子や実験条件、環境によってき裂伝ば形態が変化することがある^{(29)～(31)}ので、どのような場合に投影き裂長さによるき裂伝ば則の整理ができるのか調べることは実用上興味深いことであると思われる。

最後に実験を手伝っていただいた中川峰寛氏〔新日本非破壊検査(株)〕に感謝する。

4. 結 言

板厚方向に傾斜した切欠きからき裂を発生させ、モード I と III およびモード I ～ III の混合モード疲労き裂伝ばについて検討した。得られた主な結果は次のとおりである。

(1) 切欠き長さや応力比 R によってき裂伝ばモードが異なった。一定応力振幅での疲労試験を行った本研究範囲では、切欠き長さが短いと混合モードき裂伝ば

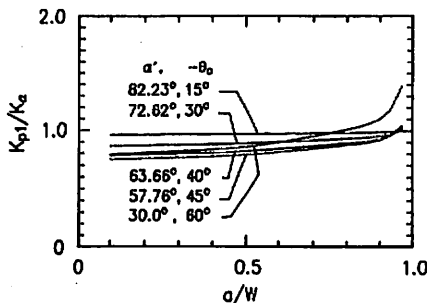


図 10 応力拡大係数比 K_{p1}/K_{σ} と無次元き裂長さ a/W の関係

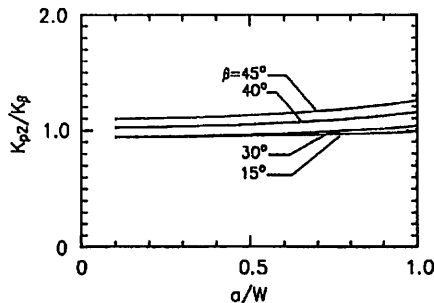


図 11 応力拡大係数比 K_{p2}/K_{β} と無次元き裂長さ a/W の関係

が実現し難かった。そして、切欠長さが長いほど、平均応力が圧縮側になるほど、混合モードき裂伝ばが実現しやすかった。

(2) 応力比 R が異なる場合でも、荷重方向への投影き裂長さを川いたモードⅠの有効応力拡大係数範囲を用いれば、モードⅠとⅢおよびモードⅠ～Ⅲの混合モード疲労き裂伝ばがモードⅠのみの場合とほぼ同様な伝ば則で簡便に評価できた。

(3) 本実験の結言(2)のような簡便評価ができる根拠の一つには、き裂が最大主応力に支配されて伝ばすることが考えられる。

(4) 貫通き裂の場合について、投影き裂長さで評価した応力拡大係数によって最大主応力説に基づく応力拡大係数を実用上の精度で近似できる範囲を検討した。その範囲は、任意の初期き裂長さに対し、板厚方向に傾斜したき裂では水平面から約 40° 以内、板平面で傾斜したき裂では水平面から約 30° 以内の傾斜角であることがわかった。

文 献

- (1) Iida, S. and Kobayashi, A. S., *Trans. ASME*, Ser. D, 91 (1969), 764.
- (2) 北川・結城・東郷, 機論, 47-424, A(1981), 1283.
- (3) 大塚・東郷・松山, 材料, 36-405(1987), 570.
- (4) Otsuka, A., Mori, K. and Miyata, T., *Eng. Fract. Mech.*, 7(1975), 429.
- (5) 横堀(寿)・横堀(武)・佐藤・庄司, 材料, 33-368(1984), 572.
- (6) 横堀(寿)・横堀(武)・石井・佐藤・庄司, 材料, 35-395(1986), 930.
- (7) 橋本・伊藤・宮田・宇佐美, 圧力技術, 13-6(1975), 231.
- (8) Tanaka, K., *Eng. Fract. Mech.*, 6(1974), 493.
- (9) Hoshide, T. and Tanaka, K., *Fatigue Eng. Mater. Struct.*, 4-4(1981), 355.
- (10) 島居・本田, 材料, 42-476(1993), 568.
- (11) 北岡・陳・清家, 機論, 52-480, A(1986), 1733.
- (12) Jono, M. and Sugeta, S., *Asian Pacific Conference on Fracture and Strength*, '93-/SME, (1993), 419.
- (13) 吉岡・渡辺・北川・井上・熊沢, 機論, 50-454, A(1984) 1267.
- (14) 大塚・東郷・吉田, 機論, 54-505, A(1988), 1735.
- (15) 東郷・大塚・結城, 機論, 52-476, A(1986), 909.
- (16) 真壁・兼城・玉寄・屋富祖・屋良, 機論, 59-562, A(1993), 1421.
- (17) 大路・中井・落・武良, 機論, 51-469, A(1985), 2067.
- (18) 西谷, 疲労強度学, (1985), 41, オーム社.
- (19) 真壁・西田・兼城, 機論, 57-537, A(1991), 1035.
- (20) Tada, H., *Eng. Fract. Mech.*, 3(1971), 345.
- (21) Murakami, Y. (editor-in-chief), *Stress Intensity Factors Handbook*, (1987), 3, Pergamon Press, 日本材料学会.
- (22) 菊川・城野・田中・高谷, 材料, 25-276(1976), 899.
- (23) 村上・栄, 材料, 41-467(1992), 1214.
- (24) Ercoogan, F. and Sih, G. C., *Trans. ASME*, Ser. D, 85 (1963), 519.
- (25) 市川・高松, 機論, 51-464, A(1985), 1115.
- (26) 文献(21)の931ページ.
- (27) Irwin, G. R., *Trans. ASME*, Ser. E, 24(1957), 361.
- (28) 文献(21)の985ページ.
- (29) 小林・中沢・小峰, 機論, 41-341(1975), 9.
- (30) 皮龍石・西谷, 機論, 53-496, A(1987), 2248.
- (31) 戸堀・小川・加藤, 材料, 39-439(1990), 400.