

ランダム荷重下における疲労き裂発生を検知について*

真壁 朝敏*¹, 西田 新一*²
浦島 親行*³, 兼城 英夫*¹

Detection of Fatigue Crack Initiation under a Random Load

Chobin MAKABE, Shin-ichi NISHIDA,
Chikayuki URASHIMA and Hideo KANESHIRO

A method of detecting fatigue crack initiation in some weak section of a machine element is examined using a holed specimen under random load conditions. Waveforms of two strain functions, that is $h1 = \epsilon_{p1} / \lambda \epsilon_{p2}$ and $h2 = \epsilon_{p1} - \lambda \epsilon_{p2}$, are successively observed. ϵ_{p1} and ϵ_{p2} are the strains in the vicinity of the hole and λ is the strain range ratio $\Delta \epsilon_{p1} / \Delta \epsilon_{p2}$. The function $h1$ can be used to substitute for the load parameter and the waveform of $h2$ changes its shape after the crack initiation due to the crack closure behavior. Therefore, we can detect the fatigue crack initiation at the hole by comparison of these two waveforms. Also, these waveforms are analyzed with FFT (Fast Fourier Transformation) to allow for a more effective detection of crack initiation. Power spectrum density of the waveform $h2$ varies immediately when the crack length measured from hole edge reaches about 0.5 mm. The figures showing the coherence of two waveforms $h1$ and $h2$ clearly vary at the same length 0.5 mm. Thus, the crack initiation of its length of 0.5 mm can be easily detected with the analysis of the strain waveform.

Key Words: Fatigue, Detection of Crack Initiation, Strain Interference Method, Strain Waveform, FFT, Power Spectrum

1. 緒 言

機器の安全性の観点から、その構成部材に発生したき裂の検出が種々の非破壊的手法によって行われている⁽¹⁾。しかし、機器の稼働中にその機器に発生したき裂の検知に関して検討した研究は少ないと思われる。そこで、著者らは前報⁽²⁾⁻⁽⁶⁾において、ひずみ波形を用いて疲労き裂の発生を検知する手法(ひずみ干渉法)を提案した。機器のすべての部分をくまなく検査するのは困難であること、機器の多くの疲労破壊は切欠部を起点としている⁽⁷⁾ことから、本手法では切欠部付近をき裂発生を検知箇所として選定した。設計段階あるいは経験的に疲労き裂の発生箇所が特定できれば、本手法の応用が可能であると考えられる。

前報⁽²⁾⁻⁽⁶⁾においては一定応力振幅条件下や2種類の応力波形の組合せられた変動荷重下での実験を行った。ひずみ干渉法の有効性の検討を行った。しかしながら、実際の機器に加わる応力はランダムな場合が多

いと思われる。そこで、本研究では前報のき裂発生を検知手法がランダム荷重の場合にも適応できるかどうか検討した。検査箇所となる切欠きとしては非貫通穴を試験片に加工した。試験機の制御およびひずみ波形の検出はパーソナル・コンピュータを用いて行った。また、本研究ではひずみ関数によるき裂長さの見積もりについても検討した。

2. 材料および実験方法

素材はS15CK丸棒材(直径25mm)である。それを900°Cで1時間焼なました後、試験片を作製した。素材の化学成分および機械的性質をそれぞれ表1および表2に示す。試験片形状は図1に示す平板部を有するものであり、試験部中央には直径2.15mm、深さ1.4mmの円柱状の穴を放電加工してある。試験部はエメリー紙と金属研磨剤を用いて表面仕上げした後、600°Cで1時間焼なました後、実験に供した。

疲労試験は引張・圧縮形式で行った。試験片に加わる応力の波形はパーソナル・コンピュータ(NEC, PC9801RX)から発する乱数を用いて作成し、式(1)で示すランダムなものとした。

$$\sigma = 2\sigma_{\max}(RND - 0.5) \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 σ_{\max} は繰返す最大応力(=185MPa)であり、

* 原稿受付 平成5年8月12日。
¹ 正員、琉球大学工学部 (〒903-01 沖縄県中頭郡西原町千原1)。
² 正員、佐賀大学理工学部 (〒840 佐賀市本庄町1)。
³ 正員、新日本製鐵(株)八幡技研 (〒804 北九州市戸畑区飛橋町1-1)。

RND は 0 から 1 まで変動する乱数である。同じ最高応力の場合、き裂の発生に要する応力繰返しは片振りの場合よりも両振りの場合が短いので、本実験では式(1)に示すように荷重が引張りと圧縮の両方に変動するようにした。また、式(1)で示す符号がパーソナル・コンピュータから発せられる間隔 Δt は、0.1 秒であり、プログラムの都合上、1024 点(102.4 秒)を一周期として変動するランダムな応力とした。図2はパーソナル・コンピュータを用いてサンプリングした応力(無次元量 σ/σ_{max})の波形を示したものである。横軸は時間を示しており、左右でスケールが異なる。本実験でのデータのサンプリングは0.1秒間隔(乱数の発する間隔と一致させた)で行っている。そのため、データ間を単に結んだ波形は時間軸のスケールを引き伸ばした図2の右側に示すように三角波で形成されているように見える(実際には矩形波で形成されている)。

非貫通穴からのき裂の発生は金属顕微鏡を用いて表面において直接観察した。発生したき裂の長さは向側の穴縁から測定した長さの平均値を c 、穴径を含めたき裂先端間の長さを $2a$ として定義した。き裂の発生を検知する目的で図3に示すように穴軸上に二軸形ひずみゲージ(長さ 1 mm, 抵抗 120 Ω)を貼り付けた。図3において、 ϵ_{y1} , ϵ_x はそれぞれ荷重方向のひずみおよびそれに垂直方向のひずみである。また添字 1, 2 は測定位置を示している。荷重波形やひずみ波形は前報⁽²⁾⁻⁽⁴⁾に示した手法によって解析した。

表 1 化学成分 [wt.%]

C	Si	Mn	P	S	Mt	Cr	Cu
0.15	0.30	0.50	0.013	0.013	0.05	0.19	0.14

表 2 機械的性質

Lower yield point σ_{y1} (MPa)	Ultimate tensile strength σ_B (MPa)	True fracture stress σ_F (MPa)	Reduction of area ϕ (%)
293	449	956	68.8

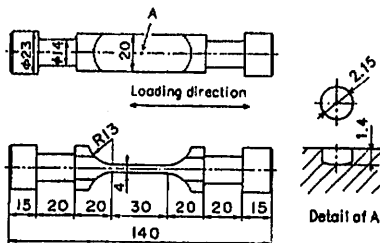


図 1 試験片形状と寸法 [mm]

3. ひずみ干渉法による疲労き裂発生を検知

疲労き裂発生後はき裂開口挙動が生じ、その現象に起因して部材のコンプライアンスに変化が生じる。その変化は穴部や切欠部の近くの局所ひずみにも影響を及ぼすので、ひずみ波形を解析することによってき裂が発生しているか否かが判断できる。前報⁽²⁾においては、き裂長さ $2a$ が 1 mm 程度に達した時点で、半径約 0.08 mm の半球状の微小穴からの疲労き裂の発生がひずみ干渉法によって検知できることがわかった。本研究ではランダム荷重下において、同様な検討を行った。ただし、本報では穴寸法が前報より大きめの図1の場合の結果について示した。なお、穴寸法が前報と同じ場合にはランダム荷重下 [式(1)の場合] でも前報同様に $2a$ が 1 mm 程度に達した時点でき裂の発生が検知できた。

ひずみ波形を用いて、疲労き裂の発生を検知するため次式のようにひずみ関数 $h1$, $h2$ を定義した。

$$h1 = \epsilon_{y1} + \lambda \epsilon_{y2} \dots\dots\dots (2)$$

$$h2 = \epsilon_{y1} - \lambda \epsilon_{y2} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 λ は係数であり、その値はひずみ幅比

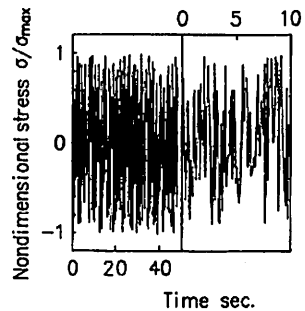
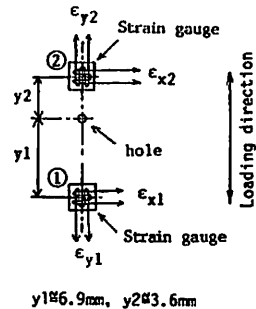


図 2 繰返し応力の波形(無次元応力 σ/σ_{max} の変化)



$y1 \approx 6.9 \text{ mm}$, $y2 \approx 3.6 \text{ mm}$

図 3 ひずみゲージの貼り付け方法

$\Delta\epsilon_{y1}/\Delta\epsilon_{y2}$ 程度に選んだ。具体的にはき裂長さ c が $0 \sim 2$ mm の範囲で $\Delta\epsilon_{y1}/\Delta\epsilon_{y2}$ の値が $1.1 \sim 1.3$ 程度に変化したので $\lambda=1.0$ とした。図 4 は前報⁽⁴⁾⁽⁵⁾ に基づいて作成したき裂発生後における二つの関数 $h1$, $h2$ の波形変化の模式図である。一定応力振幅の場合、 $h1$ の波形は長さ 1 mm 程度のき裂発生後もひずみ ϵ_{y1} と ϵ_{y2} の波形から大きく変化しない。それに比べ、 $h2$ の波形には明らかな変化が現れる。本研究では、その現

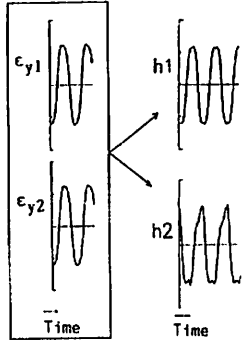


図 4 き裂発生後のひずみ関数の波形を示す模式図 (正弦波の一定応力振幅の場合)

象に基づきひずみ波形解析を行うことによって、ランダム荷重下における疲労き裂の発生を検知の可能性について検討した。

3.1 ひずみ関数の波形観察によるき裂発生を検知
ひずみ関数 $h1$ の波形は前報⁽⁵⁾ で述べたように荷重波形の代用として扱える。図 5 はひずみ関数 $h1$ と $h2$ の関係である。サンプリングした結果をプロットし、き裂発生前(穴縁からの長さ $c=0$ mm)とき裂発生後($c=0.62$ mm)を比較した。図 5 からわかるように、き裂

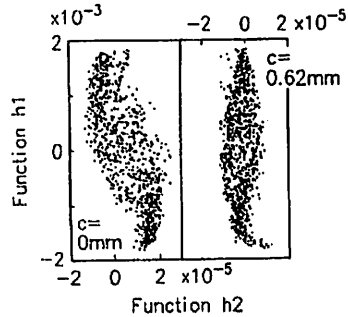
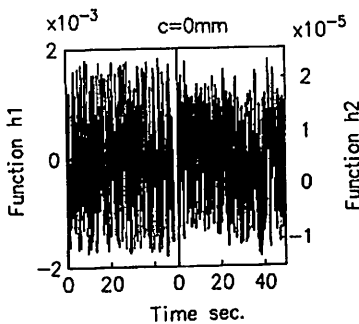
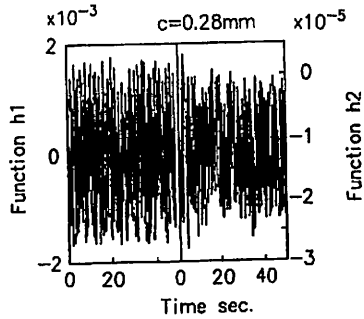


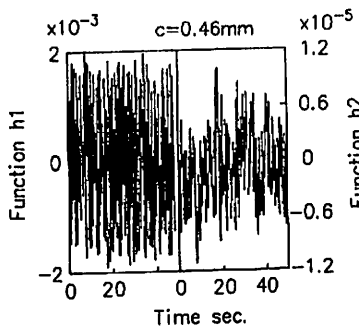
図 5 ひずみ関数 $h1$ と $h2$ の関係のき裂発生による変化



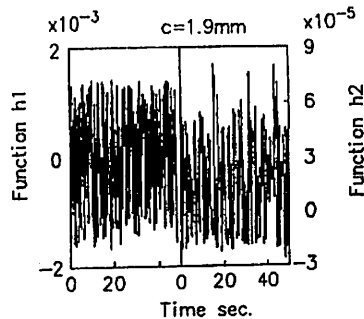
(a) 穴縁からのき裂長さ c が 0 mm の場合



(b) $c=0.28$ mm の場合



(c) $c=0.46$ mm の場合



(d) $c=1.9$ mm の場合

図 6 ひずみ関数 $h1$, $h2$ の波形変化

発生前は太いS字形であり、き裂発生後は $h2$ の幅が細くなり、下端部が右に折れ曲がっている。き裂発生後の折れ曲がり、除荷弾性コンプライアンス法¹⁷⁾で得られる応力と引き算した変位との関係の折れ曲がり、と類似するものである。したがって、荷重が未知でも、き裂発生による部材のコンプライアンスの変化が二つのひずみ関数によって検出できることがわかる。

次に、き裂発生によるコンプライアンスの変化がひずみ関数の変動に現れることを根拠として、ひずみ関数の波形の変化によってランダム荷重下において疲労き裂発生を検知できるかどうか検討した。図6はき裂長さの変化とひずみ関数 $h1$, $h2$ の波形変化との関連を検討したものである(図の左側が $h1$, 右側が $h2$ の波形である)。図6(a)が穴縁からのき裂長さ c が0 mm, (b)が $c=0.28$ mm, (c)が $c=0.46$ mm として(d)が $c=1.9$ mm の場合である。この図からわかるように、 $h1$ の波形の分布には定性的にき裂発生前後で変化は生じてない。それに対し、 $h2$ の波形ではき裂発生前に比べてき裂長さ c が0.46 mm に達した時点で波形に明らかな変化が生じていることが伺える(この変化はき裂閉口挙動に基づくものである)。したがって、波形の観察によって、ランダム荷重の場合でも前報¹⁷⁾¹⁸⁾の一定応力振幅等の場合と同様にあるき裂長さでき裂発生が検知できることが期待される。また、ひずみ関数 $h1$ の波形はき裂発生前の $h2$ の波形や荷重波形の代用として使える¹⁹⁾ので、 $h1$ と $h2$ を比較することはき裂発生を検知する上で有意義となる。

なお、 λ を厳密に $\Delta\varepsilon_{v1}/\Delta\varepsilon_{v2}$ の値に一致させていないため、き裂発生前においても関数 $h2$ は任意の応力に対して零となることはない。また、き裂長さ c が1 mm 以上では、 $h2$ の振幅はき裂長さに対応して大きくなる。しかし、 c が1 mm 以下では λ を厳密に $\Delta\varepsilon_{v1}/\Delta\varepsilon_{v2}$ の値に一致させていないことやき裂閉口挙

動等のため、き裂長さ c と $h2$ の振幅に明りょうな関係がない。例えば、き裂長さ $c=0.46$ mm の場合がき裂発生前よりも $h2$ の振幅が小さくなっている。これは c が1 mm 以上の場合と逆の傾向を示している。

3.2 波形解析による疲労き裂発生を検知 ひずみ関数の波形を観察することによって、ある程度の精度でき裂の発生を検知することができる。しかし、ランダム荷重の場合、波形が複雑であるので、波形観察による判断では人間の主観によってその判断にあいまいさが生じる可能性がある。そこで、ひずみ関数の波形変化をより合理的に捕えるため3.2節ではFFT手法²⁰⁾によって波形解析を行った。その手順は前報¹⁷⁾と同様であるので詳細な説明は省略するが、関数 $h1$, $h2$ のパワースペクトル密度関数 $Ph1$, $Ph2$ としてその二つの波形の相関性を示すコヒーレンスを求めて検討した。

本実験の繰返し応力の波形 [式(1)] は矩形波の集まりである。3.2節ではそれをFFT手法によって正弦波の集まりとして解析することになる。波形の変化を厳密に解析する場合にはこの置き換えには問題がある。しかし、このような置き換えによって、近似的に波形の変化が分析できる。つまり、波形全体がどのような周波数の集まりであるか、それらの個々の振幅の割合がどの程度であるのかが近似的に分析できる。また、本実験手法でデータをサンプリングし、正弦波で近似した応力とひずみの波形は0 Hz から Nyquist 周波数¹⁸⁾¹⁹⁾ 5 Hz [2点(0.2秒)で1周期となる波の周波数] までの波形で構成されている。

無次元化した繰返し応力 σ/σ_{max} とひずみ関数 $h1$ のパワースペクトル(それぞれ、 PS と $Ph1$)の例を図7に同時に示し比較した。横軸は周波数であり、0 Hz から5 Hz までの分布を調べた。図7からわかるように両者の分布状態はよく一致しており、関数 $h1$ が荷重の代用となることがわかる。図8は関数 $h1$, $h2$ のパワースペクトル $Ph1$, $Ph2$ を比較したものである。4種類のき裂長さについて検討した。図8(a)が穴縁からのき裂長さ c が0 mm, (b)が $c=0.28$ mm, (c)が $c=0.46$ mm として(d)が $c=0.62$ mm の場合である。これらの比較から明らかなように、 $Ph1$ の分布にはき裂長さにかかわらず大きな変化がない。それに対し、 $Ph2$ の分布はき裂の発生、成長とともに次第に変化していく。そして、その分布はき裂長さ c が約0.5 mm に達した時点とき裂発生前で容易に区別できる。また、 $Ph1$ と $Ph2$ の起伏状態を比較することによっても、 $c=0.5$ mm の時点でき裂が発生していることが判断できる。つまり、き裂発生前には $Ph1$ と $Ph2$ の山や谷の

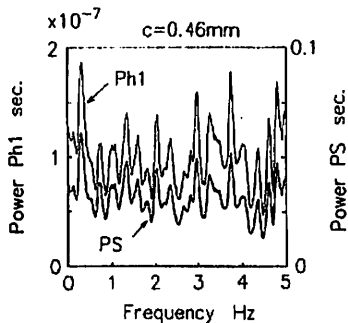
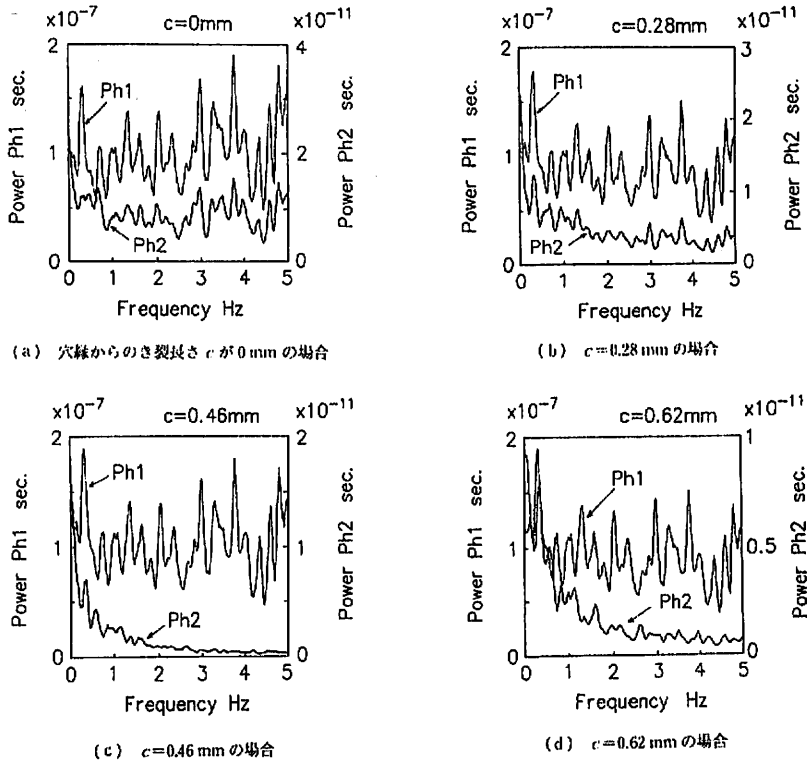
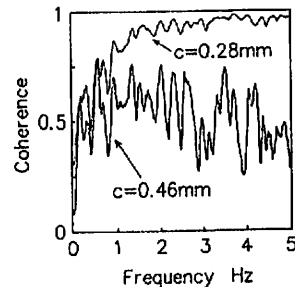


図7 繰返し応力と関数 $h1$ のパワースペクトルの比較

図 8 関数 h_1 と h_2 のパワースペクトル Ph_1 と Ph_2 の比較

位置はほぼ一致する。しかし、 $c=0.5$ mm の時点では特に高周波数側でその一致がくずれている。このことは関数 h_1 と h_2 の波形の相関性を検討すればより明らかとなる。図 9 はその両者のコヒーレンスをき裂長さ $c=0.28$ mm と $c=0.46$ mm で比較したものである。き裂発生前のコヒーレンスの分布は前者の場合、 $c=0.46$ mm 以上のき裂長さでは後者の場合とほぼ一致する。き裂発生前と $c=0.46$ mm 以上のき裂長さの場合のコヒーレンスは特に高周波数帯で一致していないことが容易に判断できた。したがって、ひずみ波形を解析することによって、あるき裂長さに達した時点で、ランダム荷重下の場合でも、比較的容易に穴縁からき裂が発生していることが検知できることがわかった。その理由として、き裂発生によりき裂開口挙動が生じ、そのためにひずみ関数 h_2 の高周波数側の波がある程度分散したことが考えられる。

実験方法に記したようにランダム荷重は 102.4 秒 (サンプリング点数が 1024 点) を 1 周期として負荷した。実際の機器においてもある決まった周期で荷重変動が生じるものが多いと思われるので、切欠部等から

図 9 き裂発生による関数 h_1 と h_2 のコヒーレンスの変化

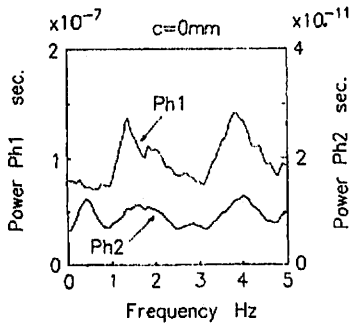
のひずみ波形が検出できれば本手法が実際の機器に応用できる可能性がある。なお、上述の波形解析の結果はサンプリング点数を 1024 点 (1 周期) として行ったものである。また、サンプリング点数を変更 (例えば 512 点や 256 点) しても、サンプリング開始点をずらしても、定性的な結果はほぼ上述の波形解析の結果と一致した。その例として、図 10, 11 にき裂長さ c が 0 mm と 0.62 mm の場合において、サンプリング点数

を256点とした場合のパワースペクトルとコヒーレンスを示す。図10, 11の場合には図8, 9に比べ起伏が激しくないが、定性的な分布はよく一致していることがわかる。したがって、荷重変動の周期性が明らかでない場合でも本研究手法が応用できる場合があることが考えられる。

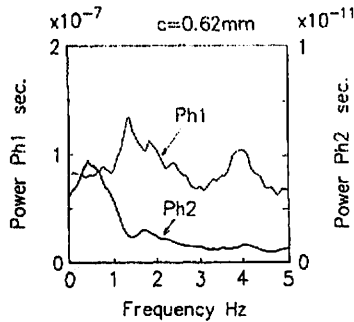
以上の結果から3・1節で検討したひずみ関数のループや波形の観察および3・2節の波形解析結果を総合的に判断することによって疲労き裂の発生が機器の稼働中に検出できる可能性がある。ただし、その検出ができる時点のき裂長さは、ひずみゲージの貼り付け位置、実験条件そして材料等で異なる可能性がある。今後、実際の機器に本手法を応用し、本手法による疲労き裂発生を検知によって安全に疲労き裂の発生した要素の交換ができるか検討する予定である。

4. ひずみ関数によるき裂長さの見積もり

局所ひずみの分布によって、き裂長さの検出ができるか否かは興味深いことであり、これまでもその試



(a) 穴縁からのき裂長さ c が0 mm の場合



(b) $c=0.62$ mm の場合

図10 サンプルング点数を256点とした場合のひずみ関数のパワースペクトル

みがなされてきている^{(10)~(12)}。本研究においては、き裂発生を検知に用いたひずみゲージを用いて、そして、入力荷重が未知な場合において、局所ひずみによってき裂長さが検出できるかについても検討を行った。そのため、次のようなひずみ関数 m を定義した。

$$m_i = \epsilon_y + \epsilon_x \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 ϵ_y, ϵ_x は図3に示したひずみ、 i は測定位置を示す添字 ($i=1, 2$) である。

この関数 m の性質を調べるため、理論的に理解しやすい二次元き裂の場合について検討を行う。前報⁽⁹⁾に示したように無限板に中央き裂(二次元き裂)が存在する場合は次式が成立する⁽¹³⁾。

$$\sigma_x + \sigma_y - \sigma_y^*(2y/r, -1) \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 σ_x, σ_y は局所応力、 σ_y^* は遠方の応力であり、 i は測定位置を示す添字である。また、 y は図12に示すようなき裂中央と測定位置間の距離であり、 r はき裂半長 a と y を用いて次のように表せる。

$$r = \sqrt{y^2 + a^2} \dots \dots \dots (6)$$

平面応力状態とするとフックの法則、式(4)および式(5)より式(7)が導ける。

$$m_i = (1 - \nu)\sigma_y^*/E(2y/r - 1) \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 ν はポアソン比、 E はヤング率である。

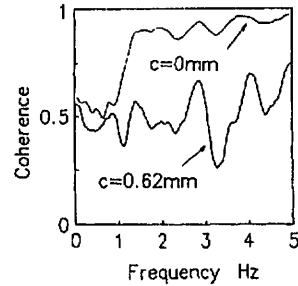


図11 サンプルング点数を256点とした場合のひずみ関数のコヒーレンス

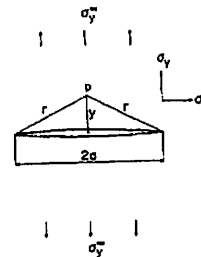


図12 二次元中央き裂の場合の定義式の記号の説明図 (p は局所応力の位置を示す)

前報¹⁾では、関数 m とき裂長さ a の対応関係について検討した。しかし、関数 m は繰返し応力によって変動するので応力が未知な場合には有効でない。そこで、本研究では次の関数について検討した。

$$\eta = m_1/m_2 \dots\dots\dots (8)$$

式(7)から

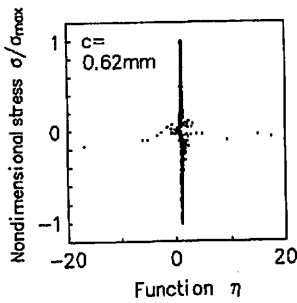
$$\eta = (2y_1/r_1 - 1)/(2y_2/r_2 - 1) \dots\dots\dots (9)$$

あるいは、式(4)から

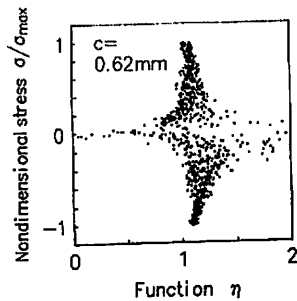
$$\eta = (\epsilon_{y1} + \epsilon_{x1})/(\epsilon_{y2} + \epsilon_{x2}) \dots\dots\dots (10)$$

ここで、添字 1, 2 は図 3 の測定位置を示す。この関数は、二次元中央き裂の場合、き裂長さ $2a$ と位置 y のみの関数となるので理論上は繰返し応力の影響を受けない。

式(10)に基づき実験的に求めた関数 η と無次元化した繰返し応力 σ/σ_{max} との関係の例を図 13 に示す。図 13(a) はサンプリングした 1 周期の結果であり、(b) は収束している部分の横軸を拡大したものである。応力が 0 MPa となる付近では式(10)の分母や分子も零に近くなるため、その付近では関数 η の値が発散ぎみである。しかし、最高荷重付近では η の変動幅は比較的に小さく、ほぼノイズによる変動幅とみなせると思われる。このことから最高荷重付近の結果に限れ



(a) サンプリング点数 1024 点の場合



(b) (a)の収束部分の横軸の拡大

図 13 繰返し応力と関数 η [式(10)] の関係

ば、ひずみ関数 η の値とき裂長さ $2a$ の間には式(9)のような対応関係があることが期待できる。また、応力の変動傾向はひずみ関数 m の変動傾向とよい相関があるので、応力が未知でも差支えがない。

図 14 は本実験の穴材において実験的に求めた関数 η [式(10)] と穴径を含めとき裂長さ $2a$ の関係である(ただし、き裂半長 a を用いて検討した)。プロットした η の値は応力 $\sigma_{max} \sim \sigma_{max}/2$ の間の平均である。図中の曲線は参考までに二次元中央き裂の場合の計算値 (y_1 と y_2 は図 3 に示した値) を示したものである。 η は穴形状や寸法の影響を受けると思われるので、穴縁に発生したき裂の結果と二次元き裂の結果は一致しないが定性的には同じ傾向があることがわかる。

本研究段階では参考程度の検討を行ったが、著者らにとって、繰返し応力が未知な場合における局所ひずみによるき裂長さの測定は興味深いことであるので、本手法の応用や有効性については今後検討したい。また、本研究の手法はすでに発生しているき裂の長さを追跡するものであるが、ひずみゲージの貼り付け位置の問題や解析結果等との対応関係についても検討する必要があると思われる。

5. 結 言

ランダム荷重下においてひずみ干渉法による疲労き裂発生を検知が可能であるか否か検討した。本研究では機械要素の弱点部である切欠部における疲労き裂の発生に着目した。切欠きとして試験片には非貫通穴(穴径 2.15 mm, 深さ 1.4 mm)を加工し、その穴からのき裂発生を局所的なひずみ波形を用いて検知できるかどうか検討した。また、ひずみによって、き裂長さを見積もることについても検討した。得られたおもな結果は次のとおりである。

- (1) 穴軸上の 2 箇所のひずみを用いた関数 m (=

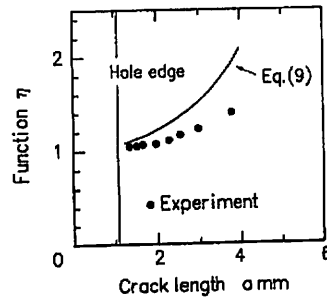


図 14 き裂長さ $2a$ (穴径を含め表面長さ) と関数 η の関係

$\varepsilon_{m1} + \lambda \varepsilon_{m2}$ の波形はき裂の発生にほとんど左右されない。したがって、その波形は入力波である荷重波形の代用として使える。それに対し、関数 $h2(= \varepsilon_{m1} + \lambda \varepsilon_{m2})$ ではき裂発生後にその波形が変化する。したがって、ひずみ関数 $h2$ の波形変化から疲労き裂が発生しているか否か検出できる。

(2) ひずみ関数の波形の観察では人間の主観によるあいまいさが生じることが考えられるため、FFTによる波形解析を行った。その結果、ひずみ関数 $h2$ のパワースペクトル $P/h2$ はき裂の発生、成長とともに変化していき、穴縁からのき裂長さ a が約 0.5 mm になった時点で、それはき裂発生前のものと容易に区別できるようになることがわかった。そして、ひずみ関数 $h1$ のパワースペクトル $P/h1$ と $P/h2$ を比較することやコヒーレンスによって合理的にき裂発生が検出できることがわかった。

(3) ひずみ関数のパワースペクトルを求める際のサンプリング点数の違い等によらず、本研究手法によって疲労き裂の発生を検知ができた。

(4) ひずみ関数 m の最高荷重付近の値を用いれば、荷重変動に影響されず、大まかにき裂長さの推定ができる可能性がある。

文 献

- (1) 例えは、大路・久保・坂井、機論、51-467、A(1985)、1818
- (2) 貞壁・兼城、機論、56-531、A(1990)、2223
- (3) 貞壁・糸数・大場・兼城、機論、58-546、A(1992)、486
- (4) 貞壁・西田・兼城・玉城、機論、58-551、A(1992)、4191
- (5) 貞壁・西田・兼城・浦島・高良、材料、42-481(1993)、1771
- (6) 例えは、西田、機械機器故障の原因と対策、(1986)、4、1111
工業新聞社。
- (7) 菊川・城野・田中・高谷、材料、25-276(1976)、899
- (8) 日野、シミュレーション、(1990)、13、4-6頁。
- (9) 南、科学計算のための波形、クオリア、(1986)、40、CQ出版
- (10) 斎藤・富岡、機論、57-539、A(1991)、1302
- (11) Otegui, J. L., Mohaupt, U. H. and Burns, D. J., *Eng. Fact. Mech.*, 40-3(1991)、549
- (12) Chen, D. H. and Nishitani, H., *Eng. Fact. Mech.*, 45-5(1993)、671
- (13) 岡田、線形破壊力学入門、(1976)、191、培風館。