

定速昇温装置のロバスト制御*

(H^∞ 制御によるアプローチ)

山口秀行^{*1}, 上里英輔^{*3}, 玉城史朗^{*3}, 山本哲彦^{*2}
金城寛^{*3}, 平良初男^{*4}, 棚原朗^{*4}

Robust Control for the Constant Heating Rate System

(H^∞ Control Approach)

Hideyuki YAMAGUCHI, Eiho UEZATO, Shiro TAMAKI, Tetsuhiko YAMAMOTO,
Hiroshi KINJO, Hatsuo TAIRA and Akira TANAHARA

Thermoluminescence dating has attracted the attention of geology and archaeology researchers as a new method. This method requires a heating device to raise the temperature of the sample continuously at an exact rate. This paper describes the design method of a control system which can accomplish this goal. This control system tends to be unstable because of the existence of parameter perturbation and lag time. In this paper the perturbation and the lag time are treated as perturbations of a generalized system regarded as a one-order system. Tracking characteristics in the low-frequency domain and robust stability in the high-frequency domain of the control system are achieved using the mixed sensitivity problem which is a kind of H^∞ control theory. Experiments verify the effectiveness of this method.

Key Words: Thermoluminescence Dating, Control Device, Constant Heating Rate Control, Stability, Mixed Sensitivity Problem, H^∞ Control, Robust Control

1. 緒言

放射線に刺激を受けた鉱物を加熱するときに観察される熱発光現象は熱蛍光 (Thermoluminescence, 以下略してTLとする) と呼ばれる。特に、天然鉱物からのTLは、地質学、考古学の年代測定法の有用な手段として近年注目されている¹⁾。ところが、TL量は試料を加熱するときの昇温速度に依存するので、安定した定速昇温を実現する制御系の構成が特に必要とされる。実際の測定では、200~400°Cの範囲で安定な測定値が得られることが重要となるが、しかし、TL研究用として市販されている特別な装置でも、この温度範囲における昇温特性が悪く、再現性に欠ける傾向がみられる¹⁾。

TL測定装置における温度制御系設計問題の困難さは、加熱体自体が抵抗体であるため、その温度特性が入力に強く依存し非線形性を持つこと、および、制御系にむだ時間が存在するため、安定した制御性能が得られにくいことなどがある。また、TL測定装置の受光部は熱外乱に弱いため測定部は開放されている。したがって空気の流れによる外乱の影響を受けやすいこと

も制御系の設計を困難なものにしている。

本論文では、このような制御系の設計における問題を解決する方法として、 H^∞ 制御²⁾の中の一つである混合感度問題³⁾を考える。すなわち、パラメータ変動に対して安定性を保持するロバスト安定性および、目標値から出力誤差までの感度関数の低減化を行う感度最小化問題を、伝達関数の周波数整形⁴⁾により同時に実現することを試みる。

本稿の構成は、2章でTL測定の原理を簡単に説明する。3章ではシステムのモデリングについて、4章で制御系の設計を行なう。さらに、5章で実験により、ここで設計した制御系の有効性を検証する。

2. TL測定の原理

TLには、被曝した放射線量に比例した発光量が得

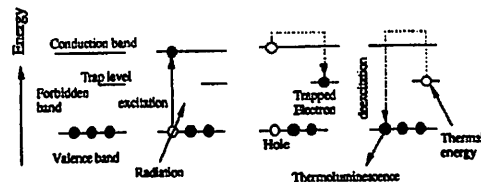


図1 TL現象の原理

* 原稿受付 平成4年2月20日。

¹⁾ 学生員、琉球大学工学研究科 (〒903-01 沖縄県西原町千原1)。

²⁾ 正員、琉球大学工学部。

³⁾ 琉球大学工学部。

⁴⁾ 琉球大学理学部。

られるという性質（発光量の線量依存性）がある。この性質を利用して、著者らは琉球石灰岩の絶対年代の測定へ応用することを試みている。TLの原理は以下のように説明できる（図1）。鉱物の場合、そのほとんどが絶縁物結晶であるため、放射線によってイオン化した電子の一部は準安定な状態で結晶のなかに保持される。その鉱物結晶を加熱すると、準安定な状態の電子は熱エネルギーにより伝導帯まで励起し、伝導帯を移動したのち、脱励起して正孔と再結合する際に光を放出する。このときの発光がTLとして観察される。このとき、電子に与える熱エネルギーは温度に依存するため、試料を定速昇温するための加熱装置が必要となる。

3. 定速昇温装置とモデリング

3-1 定速昇温装置 図2にTL測定装置の全体図を示す。試料を加熱することにより得られるTLは、光電子倍增管で受け、さらに、光電子倍增管からの光入力ともなう信号を、フォトカウンターで計数し、レコーダに記録する。図3には定速昇温装置の概略を示す。加熱体には、直径20mm、厚さ3mmの熱効率の良いセラミックヒータを使用する。さらに、セラミックヒータの表面を銀の薄板で覆い、試料台として使用する。温度測定は、熱電対を試料台にろう付けして行なう。温度制御は、直流電流制御をパーソナルコンピュータの指示により行なう。

3-2 モデリング 抵抗体の発熱量は、これに供給される電力に比例する。また、ヒータの温度は供給される電力と周囲へ放散される熱エネルギーのバランスによって決る。よって、このシステムは基本的に1次遅れ系で記述できるが、アクチュエータの動作速度とヒータの熱伝導を考慮すると、1次遅れ+むだ時間系と考えられる。

まず、システムのステップ応答から、その動特性を把握する。図4にステップ応答の測定結果を示す。図4から、時定数は約230~290秒の範囲で変化していることが分かる。すなわち、入力電圧が大きくなるにしたがって、時定数は短くなっている。また、ステップ応答の最終値は、入力電圧の2乗に比例する（図5）。図5の縦軸は入力電圧で正規化された温度を示している。すなわち、システムは

$$(\alpha + \delta)\dot{y} = -y + (34.8\delta u^2 - 10.46\dot{u}) \quad (1)$$

と記述できる。ここで、 $y(t)$ は状態変数、 α は時定数を表し、さらに式(1)の左辺の δ は時定数の変動を考慮したパラメータであり、右辺第二項は制御入力に対してシステムが非線形であることを表している。式(1)の右

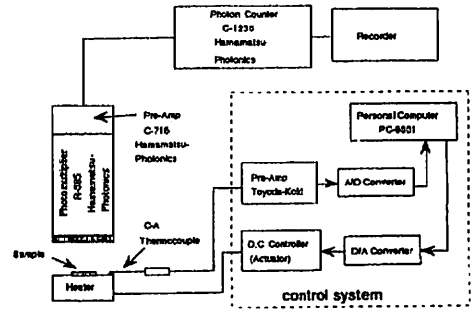


図2 TL測定装置

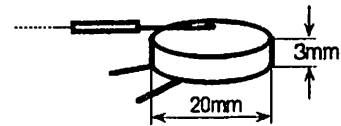


図3 定速昇温装置に用いた加熱体

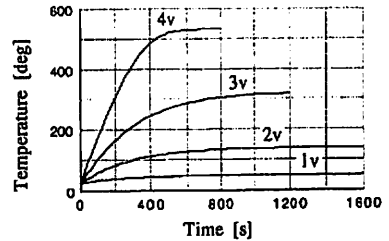


図4 ステップ応答

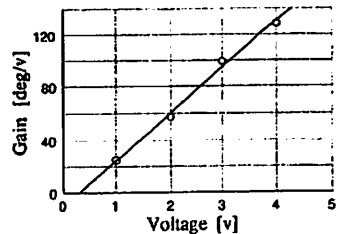


図5 正規化されたゲインと入力

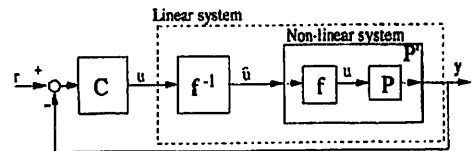


図6 非線形システムの線形化

辺第二項を、 $f(u)$ とすると、図6に示すように $F(u)$ を接続することにより線形化できる。式(1)を線形化したシステムは、

$$(\alpha + \delta) \dot{y} = -y + u \quad (2)$$

となる。さらに、時定数の変動の中間値をとることにより、一般化プラントのシステム方程式

$$260 \dot{y} = -y + u \quad (3)$$

を得る。また、 u から y までの伝達関数は

$$P(s) = \frac{1}{1 + 260s} \quad (4)$$

となる。

4. ロバスト制御系の設計

混合感度問題は制御系のロバスト安定性と目標値への追従性を定量的に取り扱うことができ、不確かさを含む線形モデルに対して安定な制御系の設計を可能としている。混合感度問題を用いて制御系を設計する場合には、システムのモデリングと周波数重み関数の選定が特に重要となる。モデリングや周波数重み関数が不適当である場合には、必ずしも良好な制御応答が得られるとはかぎらない。

本稿では H^∞ 制御問題の解法としてネハリ問題に帰着する方法を用いた。なお設計を進める上で必要となるすべての計算は、PC-MATLABを用いた。

4.1 周波数重みの設計 図7のフィードバック制御系で、目標値 r から誤差 e への閉ループ伝達関数を $S(s)$ 、 r から出力 y への伝達関数を $T(s)$ 、制御対象とコントローラの伝達関数をそれぞれ、 $P(s)$ 、 $C(s)$ とすると、 $S(s)$ および $T(s)$ はそれぞれ感度関数と相補感度関数と呼ばれ、

$$S := \frac{1}{1 + CP} \quad (5)$$

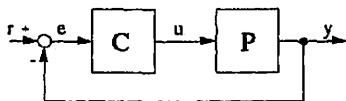


図7 フィードバック制御系のブロック線図

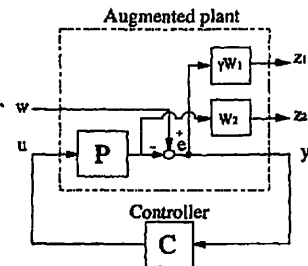


図8 混合感度問題における拡大系

$$T := \frac{CP}{1 + CP} \quad (6)$$

と定義される。感度関数 $S(s)$ のゲインを小さくすると、システムは目標値への追従特性が良くなり、これは感度最小化問題と呼ばれている。また、 $T(s)$ のゲインに制限を設けることはシステムのロバスト安定性を保証する。混合感度問題は目標値への追従特性とロバスト安定性の間の trade-off の問題を解決する。図8で $W_1(s)$ と $W_2(s)$ はそれぞれ感度関数と相補感度関数の周波数重みを表している。混合感度問題は、図8に示すシステムを安定にし、かつ不等式

$$\inf \left\| \begin{bmatrix} \gamma W_1 S \\ W_2 T \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma_1 \quad (7)$$

を満たすコントローラ $C(s)$ が存在するかどうかを判定し、存在する場合はそのようなすべての $C(s)$ を求めよという問題である。ここに、 γ は周波数重み $W_i(s)$ のゲインを調整するための正の実数である。特に、図8のシステムがロバスト安定となるためには、(7)式において $\gamma_1 < 1$ が必要十分条件である。

まず、感度関数 $S(s)$ の周波数重み $W_1(s)$ は低い周波数領域でゲインが大きくなるように、

$$W_1 = \frac{1}{s + 0.001} \quad (8)$$

を選ぶ。相補感度関数 $T(s)$ の重み関数 $W_2(s)$ はシステムに L 秒以下のむだ時間と、時定数に δ 以下の変動を考えることにより導かれる。すなわち、むだ時間に対する乗法的な摂動

$$\Delta_1 = e^{-Ls} - 1 \quad (9)$$

と、時定数の変動に対する乗法的な摂動

$$\Delta_2 = \frac{\delta s}{1 + (\alpha - \delta)s} \quad (10)$$

を考えると、式(9)および式(10)から実システムは

$$(1 + \Delta_1)(1 + \Delta_2)P = (1 + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_1\Delta_2)P \quad (11)$$

と表される。実験により得た $L = 0.17$ 、 $\delta = 30$ を式(11)へ代入すると、

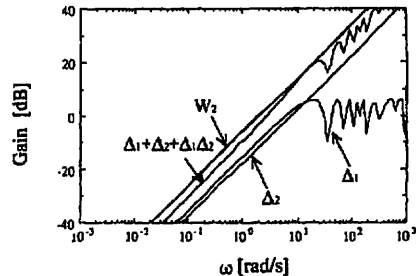


図9 システムの摂動と相補感度関数の周波数重み

$$\begin{aligned} & |\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_1 \Delta_2| \\ & < |\Delta_1| + |\Delta_2| + |\Delta_1 \Delta_2| \\ & = |e^{-0.17s} - 1| + \left| \frac{30s}{1+230s} \right| + |e^{-0.17s} - 1| \left| \frac{30s}{1+230s} \right| \quad (12) \\ & < |0.5s| \end{aligned}$$

よって、相補感度関数の周波数重みを

$$W_2(s) = 0.5s \quad (13)$$

と選ぶ。

式(12)は、システムの振動と相補感度関数の周波数重みとのゲインにおける関係を表しており、図9にそのボード線図を示す。図9から、システムは、高周波の領域で不安定になり易いことが分かる。また、制御系の設計の際、 Δ_1 、 Δ_2 のゲインが実際の振動よりも小さすぎた場合には、システムは不安定現象を起こすので、注意が必要である。

4.2 H ∞ コントローラ的设计⁽¹⁰⁾ 本稿では、制御系の設計問題をネハリ問題に帰着させて解く。

4.2.1 ユーラパラメトリゼーション プラントの伝達関数 P(s) の既約分解を

$$P = \frac{N}{D}, \quad (N, D \in RH_{\infty}) \quad (14)$$

ベズー等式を

$$XN + YD = 1, \quad (X, Y \in RH_{\infty}) \quad (15)$$

とし、式(7)をユーラパラメトリゼーションを用いて書き換えると、混合感度問題は

$$\| \| T_1 - T_2 Q \| \|_{\infty} : Q \in RH_{\infty} \| < \gamma_1 \quad (16)$$

となる。このとき、コントローラ C(s) は

$$C = \frac{X + QD}{Y - QN} \quad (17)$$

で与えられる。ただし、 $T_1(s)$ 、 $T_2(s)$ の定義を

$$T_1 := \begin{bmatrix} \gamma W_1 Y D \\ W_2 N X \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$T_2 := \begin{bmatrix} \gamma W_1 N D \\ -W_2 N D \end{bmatrix} \quad (19)$$

とする。

4.2.2 ネハリ定理 $L \in L^{\infty}$ が与えられたとき、

$$\{ \| L - Z \| \|_{\infty} : Z \in H_{\infty} \}$$

の最小値はハンケルノルム

$$J_{opt} = \| \Gamma_L \| \quad (20)$$

で与えられる。

[ネハリ問題の最適解の計算法]

Step 1. L を不安定な部分と安定な部分とに分ける。すなわち、

$$L = \{A, B, C, D\} + (\text{a function in } RH_{\infty})$$

と分解する。

Step 2. 最小実現 $\{A, B, C, D\}$ を用いて

$$A L_c + L_c A^T = B B^T, \quad A^T L_o + L_o A = C^T C$$

により、可制御グラミアンと可観測グラミアンを求める。

Step 3.

$$L_c L_o w = \lambda^2 w$$

の最大固有値の平方根 λ とそれに対応する固有ベクトル w を求める。

Step 4. ハンケルノルムは

$$\| \Gamma_L \| = \lambda$$

となる。

Step 5. 新たに、 $v = \lambda^{-1} L_o w$ を定義し、

$$p = B^T (sI + A^T)^{-1} v, \quad q = C (sI - A)^{-1} w$$

を計算する。

Step 6. 最適解は

$$Z_{opt} = L - \frac{\lambda Q}{p} \quad (21)$$

で与えられる。

4.2.3 コントローラ的设计 4.2.2の結果を用いた、コントローラ的设计計算を示す。

[H ∞ 混合感度問題の解法]

Step 1. システム P(s) の既約分解 N(s), D(s) およびベズー等式の解 X(s), Y(s) を求め、

$$T_1 := \begin{bmatrix} \gamma W_1 Y D \\ W_2 N X \end{bmatrix}, \quad T_2 := \begin{bmatrix} \gamma W_1 N D \\ -W_2 N D \end{bmatrix}$$

を計算する。 γ には任意の正の実数を初期値として与えておく。

Step 2. T_2 のインナ・アウト分解より、

$$G := (I - T_2 T_2^{-1}) T_1$$

および

$$\gamma_0 = \| G \|_{\infty}$$

を計算する。ここに、 $T^{-1}(s) = T^T(-s)$ を表す。もし $\gamma_0 > 1$ なら γ を小さくし、Step 1. から計算する。

Step 3. $\gamma_0 < \gamma < 1$ を与えて、スペクトル分解

$$\gamma_1 - G^* G = U^* U$$

を求める。

Step 4.

$$L = T_2^{-1} T_1 U^{-1}$$

とし、ハンケルノルム $\| \Gamma_L \|$ を計算する。

$\| \Gamma_L \| < 1$ かつ、 γ が最大になるように Step 1. ~ Step 4. を繰り返す。

Step 5.

$$J_{opt} = \inf \| \| L - Z \| \|_{\infty} : Z \in H_{\infty} \}$$

の最適解 Z(s) を求め、 $Z = T_2 Q U^{-1}$ から Q(s) を求める。

Step 6.

$$C = \frac{X + QD}{Y - QN}$$

から、コントローラ C(s) を求める。

4.2.3 計算例 周波数重み W_1 、 W_2 をそれぞれ式

(8), (13)で定めたとき、上述のアルゴリズムに従い、式(4)で与えられる一般化プラントに対する混合感度問題の解を求める。

Step 1. 一般化プラント $P(s)$ に対し

$$P(s) = \frac{1}{1+260s}, N(s) = \frac{1}{1+260s},$$

$$D(s) = 1, X(s) = 0, Y(s) = 1, \gamma = 2$$

とする。これより、

$$T_1 = \frac{2}{s+0.001} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \frac{1}{(260s+1)(s+0.001)} \begin{bmatrix} 2 \\ -0.5s(s+0.001) \end{bmatrix}$$

となる。

Step 2.

$$T_{21} = \frac{1}{s^2+2.8284s+4} \begin{bmatrix} 4 \\ -s(s+0.001) \end{bmatrix}$$

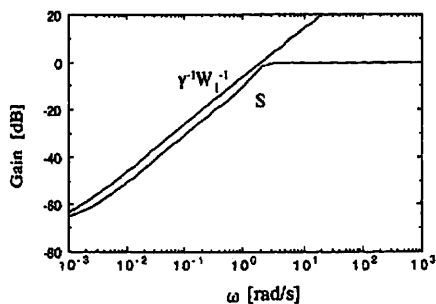
$$T_{20} = \frac{1.9231s^2+5.4393s+7.6923}{1000s^2+4.8462s+0.0038462}$$

$$G = \frac{1}{s^4-10^{-6}s^2+16} \begin{bmatrix} 2s^3-0.002s^2 \\ 8s \end{bmatrix}$$

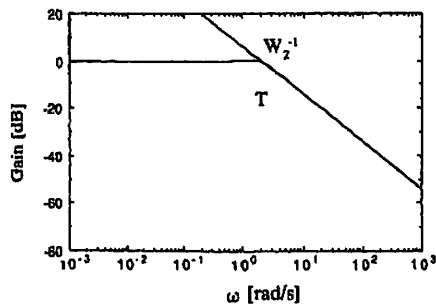
$G(s)$ の最大特異値は $\lambda_0=0.7062$.

Step 3. $\gamma=1$ とすると、

$$U = \frac{s^2+2s+4}{s^2+2.8284s+4}$$



(a) 感度関数



(b) 相補感度関数

図10 感度関数と相補感度関数

Step 4.

$$L = \frac{8s^2+22.627s+32}{s^5-0.82743s^4+2.3423s^3-3.3114s^2+15.997s+0.016}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1.3363 & -3.5961 \\ -0.55785 & 1.4921 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.23246 \\ -0.086852 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \quad 26.96]$$

$$\| \Gamma_L \| = 0.99965$$

Step 5.

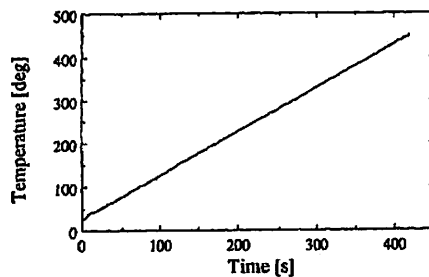
$$Z = \frac{0.9965s^4+5.6554s^3+15.996s^2+22.623s+15.996}{s^4+4.0015s^3+8.005s^2+8.01s+0.008002}$$

$$Q = \frac{519.82s^3+1472.5s^2+2085.1s+7.998}{s^3+4.0005s^2+8.001s+8.002}$$

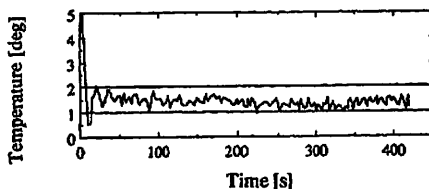
Step 6.

$$C = \frac{519.82s^3+1472.5s^2+2085.1s+7.998}{s^3+2.0012s^2+2.3451s+0.0039996}$$

このときの感度関数と相補感度関数を図10 (a), (b)に示す。図10 (a)に示した感度関数から、このフィードバック制御系は、約-88dBの目標値に対する偏差をとまることが分かる。しかし、実際の制御では、12bitの精度でA/D変換をおこなうため、約-88dBの量子化にとまなう外乱が常に存在することになる。また、感度関数および相補感度関数は、それぞれの周波数重み関数の次数をより高くすることにより、細かな周波数整形が可能であるが、増加した次数の分だけ、コントローラの次数が高くなる。

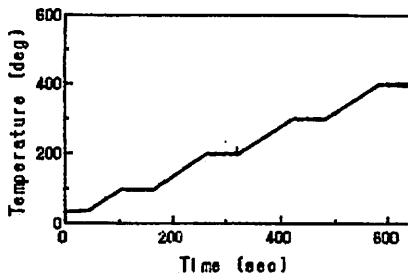


(a) 試料台の温度

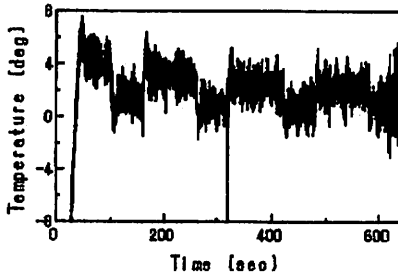


(b) 誤差温度

図11 定速昇温実験結果

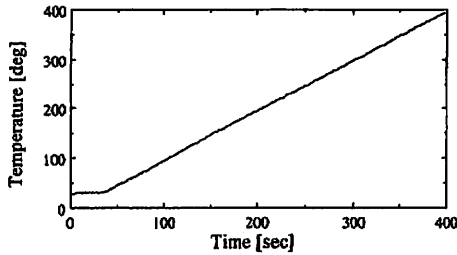


(a) 試料台の温度

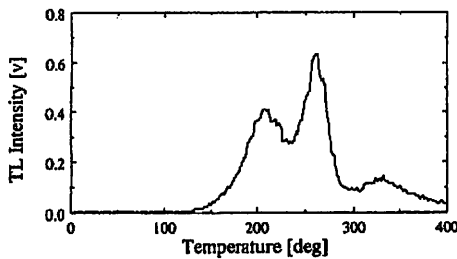


(b) 誤差温度

図12 TLの写真撮影における温度制御



(a) 試料台の温度



(b) 放射線を人工照射したカルサイトのTL量

図13 TL測定実験結果

5. 実験結果

本研究で製作した昇温装置を用いて、定速昇温実験およびTL測定の前備実験を行なった。定速昇温装置の制御結果を図11(a), (b)に示す。図11(a)は試料台の温度を測定したもので、安定した制御がなされていることが分かる。図11(b)は先の測定温度と目標温度との誤差を表しており、室温から450度に至るまで、誤差の変動幅が初期の振動を除いて 1°C 以内になっている。これはTL測定装置として、あらかじめ決められている設計仕様を満たしている。図中の2本の直線は変動幅の上限と下限を表している。また、図11(b)から分かるように本研究で設計したコントローラでは、ランプ状の目標値に対して定常偏差が存在する。しかし、TL測定装置としての本設計の仕様は、一定速度で正確に昇温させることにあるため、制御目的は達成されている。TLを写真撮影する場合、定速昇温の後一定温度に保つ必要がある。このときの制御結果を図12に示す。図12(a)は試料台の温度を、図12(b)は試料台の温度と目標値からの誤差を表しており、オーバーシュートも無く良好な追従特性が得られていることがわかる。

図13に、TL測定の結果を示す。試料には、放射線を人工照射したカルサイト(サンゴの化石)を用いた。縦軸は発光強度を電圧で表し、横軸には試料加熱温度を示す。ここでは、昇温速度 $1^{\circ}\text{C}/\text{s}$ が達成されているので、加熱温度はそのまま加熱時間に対応する。琉球石灰岩の年代測定では、約 $230\sim 280^{\circ}\text{C}$ の範囲における発光量が特に重要であり、この範囲においても安定した昇温特性が得られている。

6. 結 言

本研究では、TL測定用の昇温装置を製作し、その制御装置として、 H^{∞} 制御の手法を用いて制御系の設計を行なった。ここでは、セラミックヒータのモデリングにおける不確かさを乗法的摂動として取り扱うことで、安定な制御系が構成できることを示した。また、目標値への追従性に関しては、感度関数を低周波領域で -66dB に抑えることにより、ランプ状の目標値に対し、良好な追従特性を得ることができた。さらに、目標値がランプ状からステップ状に変化する場合でも、オーバーシュートはほとんどなかった。最後に、この研究の成果が、今後のTL研究の発展に貢献することを期待する。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、実験装置を製作していただいた、琉球大学大学院理学研究科の青木大茂氏、

琉球大学理学部の岩元和正氏、および、琉球大学工学部技官の野原幸則氏に深く感謝いたします。また、専門的立場からご教示いただいた琉球大学理学部、大森保先生に深く感謝致します。

文 献

- (1) 橋本哲夫, 熱蛍光現象を利用した新しい希土類分析法と地球化学試料の産地推定法の開発, (1989).
 - (2) B. A. Francis, *A Course In H ∞ Control Theory*, (1987), Springer.
 - (3) 前田・杉江, アドバンスト制御のためのシステム制御理論, (1990), 朝倉書店.
 - (4) 例えば, 川谷・ほか3名, H ∞ 制御に基づくアクティブサスペンションの制御計画自動制御学会論文集, Vol. 27, No. 5, (1991-5), 554/561.
-

(1) 橋本哲夫, 熱蛍光現象を利用した新しい希土類分析法と地