

532.59 : 533.6.011.5

擬似衝撃波の振動現象*

生井武文**, 松尾一泰**, 永井 實***, 本城正信****

1. ま え が き

著者らは別報⁽¹⁾において、擬似衝撃波の構造に関する拡散モデルを提案し、擬似衝撃波を管路中心部の高速流と壁面近傍の低速流の拡散現象として説明した。実際の擬似衝撃波は定常ではなく管内でその平均位置の前後にはげしく振動し、内部の流れを解析的に扱うことは困難であるが、擬似衝撃波の長さおよびその区間の時間的平均静圧分布は拡散モデルによる計算結果とかなり良く一致した。

ところで衝撃波の振動現象のうち、超音速流中におかれた翼面上に発生する衝撃波の振動⁽²⁾⁽³⁾やインレットディフューザにおけるインテイクバズ⁽⁴⁾⁽⁵⁾などについては従来より注目され、かなりの実験結果が報告されているが、管内流の振動現象については、工学的に重要である⁽⁶⁾にもかかわらず、全く報告されていない。

本論文では、擬似衝撃波の振動現象および壁面静圧の変動に関する実験結果を報告し、振動の原因および周波数について簡単な考察を行った。

記 号

a : 音速

c_p : 定圧比熱

D : 管の等価直径 (60 mm)

f : 周波数

M_1 : 擬似衝撃波直前の気流マッハ数

P_0 : 集合胴圧力

p : 静圧

$R_{e,D}$: 管の等価直径を基準にした気流レイノルズ数

$R_{i,j}$: ξ_i と ξ_j の相関関数

$r_{i,j}$: 同上の相関係数

S : スペクトル密度関数

s : 修正したスペクトル密度関数

T : 温度

t : 時間

w : 無次元速度 $= u/\sqrt{2c_p T_0}$

X : 管軸方向の距離

x : 無次元距離 $= X/D$

ξ : 偏差 $= x - \bar{x}$

γ : 比熱比

添字

1, 2, ... : 先頭衝撃波, 第2衝撃波, ...

1, 2 : 擬似衝撃波の直前, 直後

0, i, E : 集合胴, 管路入口, 管路出口の状態

H : ヘルムホルツの共振

O : 気柱振動

2. 実験装置

実験装置および作動条件は別報⁽¹⁾のものと同様で、装置の概略を図1に示す。高圧空気源の乾燥空気は、集合胴でいったんよどみ点状態に回復したのち、ラバール管で超音速に加速され、 $60 \times 60 \text{ mm}^2$ の正方形断面の測定部へ流入し、擬似衝撃波によって再び亜音速へ減速される。擬似衝撃波を通過した気流は測定部後方に設置された後部集合胴によって十分減速された後、消音塔を経て大気へ放出される。

擬似衝撃波の振動状況は高速度カメラを用いたシュリーレン写真撮影によって観察された。撮影速度は2000~8000コマ/秒で、光

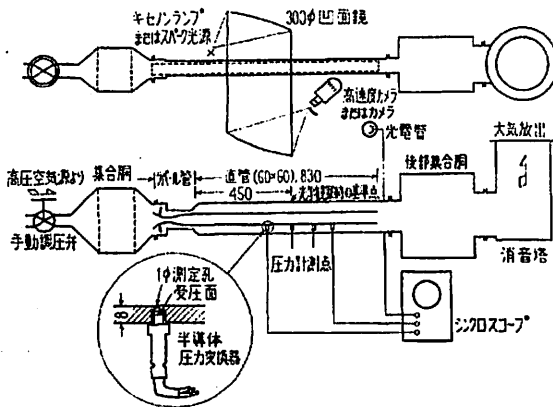
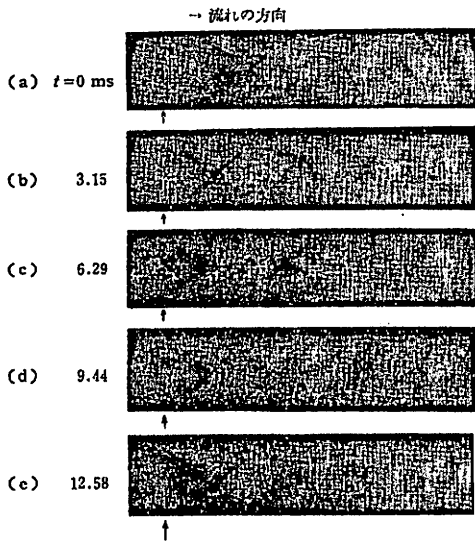


図1 実験装置の概要

* 昭和47年10月12日 倉敷地方講演会において論文講演として講演、原稿受付昭和47年6月3日。
 ** 正員、九州大学工学部。
 *** 正員、琉球大学工学部(那覇市首里)。
 **** 正員、三菱重工業会社神戸研究所。



源にはキセノンランプを使用した。また擬似衝撃波の振動に伴う壁面静圧の変動を、図 1 に示す壁面上の 2~7 点において、半導体圧力計(感度 67.6 mV/kg/cm², 固有振動数約 20 kHz)により測定した。

3. 実験結果

3-1 擬似衝撃波の振動 高速度カメラで観察した擬似衝撃波の振動の代表例を図 2 に示す。擬似衝撃波直前の気流マッハ数 M_1 は 2.79 で、図は高速度カメラのフィルムの一部を 24 こまごと (3.15 ms 間隔) に示したものである。図 (a) より、擬似衝撃波は多くの斜め衝撃波から構成されているが、いくつかの顕著な衝撃波の交錯により、X 形

の先頭衝撃波、第 2 衝撃波、第 3 衝撃波および第 4 衝撃波などが形成されることがわかる。図

図 2 擬似衝撃波の振動の光学的観察

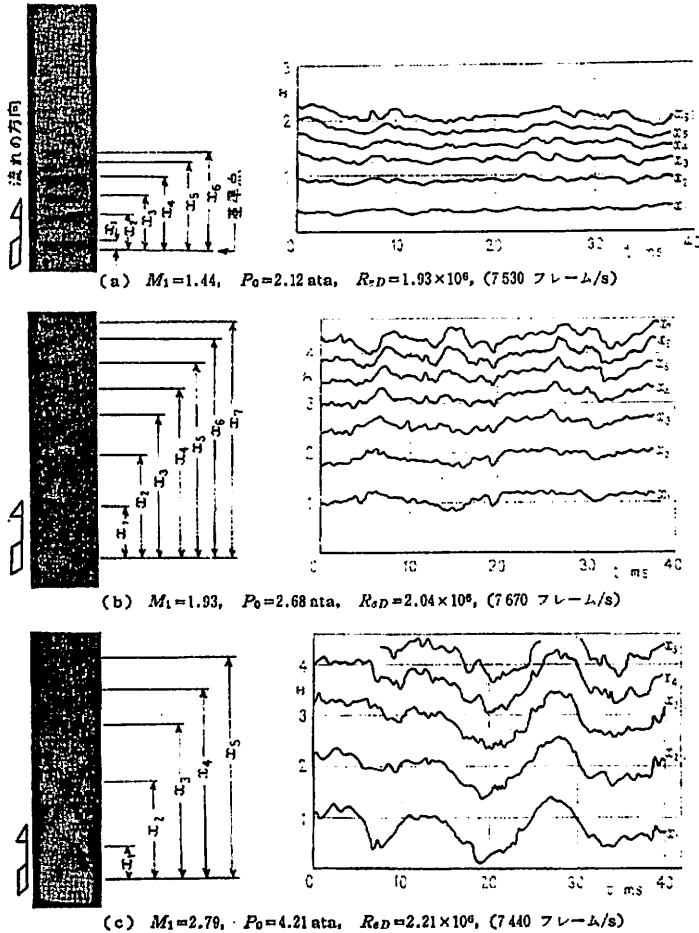


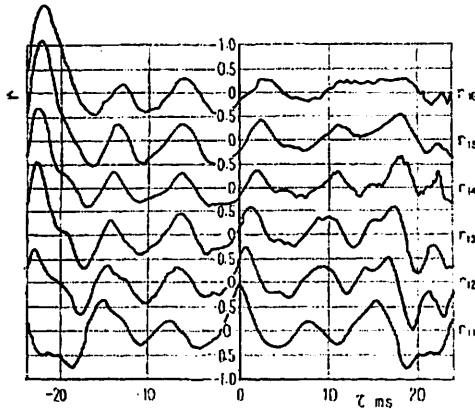
図 3 擬似衝撃波の振動

(a)~(e) を比較すると、これらの X 形衝撃波が時間とともに前後運動していることがわかる。図中の矢印で示す基準点から、先頭衝撃波 (X 形の交点) までの距離を X_1 、第 2 衝撃波までの距離を X_2 、... とし、これらを管の等価直径 D で無次元化した値を縦軸にとって時間 t に対してプロットすれば、擬似衝撃波の前後運動が表示できる。

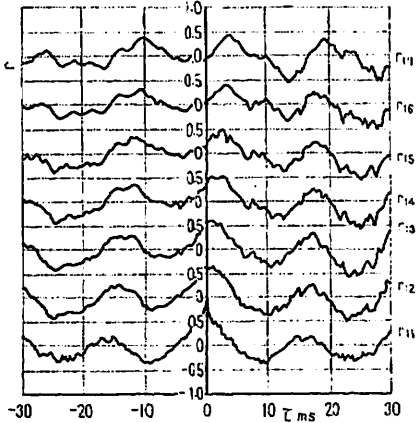
図 3 (a)~(c) はこのようにして得られた各衝撃波の振動状態である。図 (a) の $M_1=1.44$ の場合、衝撃波を構成している先頭衝撃波から第 6 衝撃波までの各衝撃波はほぼ管軸に垂直で、時間とともに前後運動をするがその振幅は小さい。図 (b) では $M_1=1.93$ で、いくつかの X 形衝撃波から構成されており、振動の振幅は図 (a) の場合よりかなり大きい。図 (c) は図 2 と同じく $M_1=2.79$ で、X 形の衝撃波から構成されており、振幅は管径の 1 倍以上にも達し、かなり規則的な振動をしている。また、図 (a)~(c) のいずれの M_1 の場合に

も先頭衝撃波より下流の衝撃波ほど振幅が大きい。

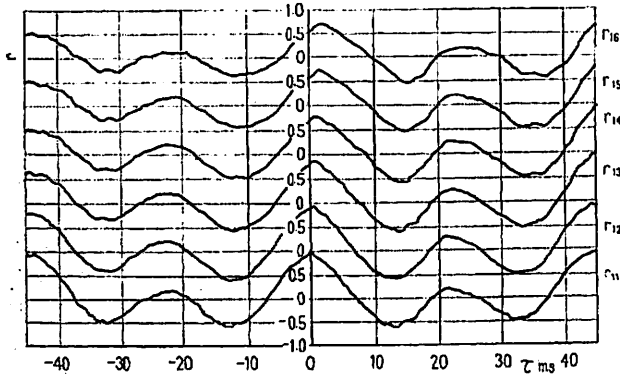
3-2 振動の相関関数 一つの擬似衝撃波を構成す



(a) $M_1=1.44, P_0=2.12 \text{ ata}, R_{eD}=1.93 \times 10^6$



(b) $M_1=1.93, P_0=2.68 \text{ ata}, R_{eD}=2.04 \times 10^6$



(c) $M_1=2.79, P_0=4.21 \text{ ata}, R_{eD}=2.21 \times 10^6$

図4 擬似衝撃波の振動の相関係数

る各衝撃波の時間的相関の度合を明らかにするため、 i 番目の衝撃波の位置 x_i の時間的平均値 \bar{x}_i からの偏差

$$\xi_i(t) = x_i(t) - \bar{x}_i \quad (i=1, 2, \dots) \dots\dots(1)$$

を求め、次式によって相関関数 $R_{ij}(\tau)$ を計算した。

$$R_{ij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \xi_i(t) \xi_j(t+\tau) dt$$

$$\approx \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \xi_i(n\Delta t) \xi_j(n\Delta t + k\Delta t)$$

($k=0, 1, 2, \dots$) \dots\dots(2)

ここで Δt は高速撮影のこま間隔、 N は計算に用いたデータ点数で $N=100 \sim 250$ である。上式は $i=j$ の場合は自己相関関数、 $i \neq j$ の場合には相互相関関数を与える。こうして得られた $R_{ij}(\tau)$ と、 x_i と x_j の標準偏差の積との比をとり、相関係数 $r_{ij}(\tau)$ を求めた。すなわち

$$r_{ij}(\tau) = \frac{R_{ij}(\tau)}{\sqrt{R_{ii}(0)R_{jj}(0)}} \dots\dots(3)$$

図4は、先頭衝撃波 ($i=1$) の振動を基準にした $r_{ij}(\tau)$ の計算結果で、図(a)~(c)はそれぞれ図3(a)~(c)に対応する。計算に用いたこま数 N が有限であるため、各 r_{ij} は $\tau=0$ の近傍で精度が高く、 $|\tau|$ が大きくなるほど誤差が大きい。例えば $N=\infty$ の場合、理論的には $|r_{ij}| \leq 1$ であるが図4(a)で $|\tau|$ が大きい場合に $|r_{ij}| > 1$ となるのはこのためである。

先頭衝撃波の自己相関係数 $r_{11}(\tau)$ をみると、いずれの M_1 の場合にも、衝撃波の振動は、規則的な周期振動成分と広範囲の周波数をもつランダム成分からなっていることがわかる⁽⁷⁾。周期振動成分は、 $\tau=10 \sim 20 \text{ ms}$ ごとにくり返される高い相関係数によって知ることができ、ランダム成分は、 $\tau=0$ から τ が増加するに伴い相関係数が急速に減衰することによって知

れる。図(a)および図(c)の r_{11} 曲線がかなり滑らかで、めいりょうな周期振動成分を示しているのに対し、図(b)の r_{11} 曲線は、 1 ms 程度ごとにくり返されるおとつがはげしく、周期性がややふめいりょうで、 $\tau=0$ 近傍の減衰がかなり早い。このことは、 $M_1=1.93$ の場合の先頭衝撃波が、 $M_1=1.44$ および 2.79 の場合の先頭衝撃波にくらべて、よりランダムに振動することを意味し、擬似衝撃波の構造を比較すれば、 λ 形衝撃波が、垂直形およびX形衝撃波にくらべてよりランダム振動することを示唆して興味深い、第2衝撃波以下の衝撃波の、

先頭衝撃波に対する相関係数 $r_{12} \sim r_{17}$ の曲線を見ると、 M_1 が比較的小さい場合 [図 (a)] 下流の衝撃波の振動ほど先頭衝撃波との相関が小さいが、 M_1 が比較的大きい $M_1=2.79$ の場合 [図 (c)] には、下流側の衝撃波の相関係数もその極大値が 1 に近く、各衝撃波はほとんど一様に振動していることがわかる。つぎに、いずれの M_1 の場合にも、 r_{11} は $\tau=0$ におい

て極大値 1 をとるが、 r_{1j} においては、その極大点は j が大きいほど時間軸の正の方向 ($\tau=0$ より右側) にずれる。これは先頭衝撃波の振動が、時間間隔をおいて、つぎつぎに下流の衝撃波の振動に影響を及ぼすことを示している。さらに、図 3 において下流側の衝撃波ほど振動振幅が大きいことを合わせ考えると、先頭衝撃波の振動は増幅されつつ下流の衝撃波に伝ばするものと思われる。

3.3 振動のスペクトル密度関数 振動の自己相関係数の 2 倍をフーリエ変換すると、スペクトル密度関数 $S(f)$ を得る。すなわち

$$S_i(f) = \int_{-\infty}^{\infty} 2r_{ii}(\tau)e^{-i2\pi f\tau}d\tau \dots\dots\dots (4)$$

r_{ii} は偶関数だから

$$S_i(f) = 4 \int_0^{\infty} r_{ii}(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau \dots\dots\dots (5)$$

となり近似的に

$$S_i(f) \approx 4 \sum_{k=0}^N r_{ii}(k\Delta t) \cos(2\pi f_n k\Delta t) \Delta t \dots\dots\dots (6)$$

で計算できる。ここで周波数 f_n は計算に用いるデータ点数 N より小さい適当な値 M をとると

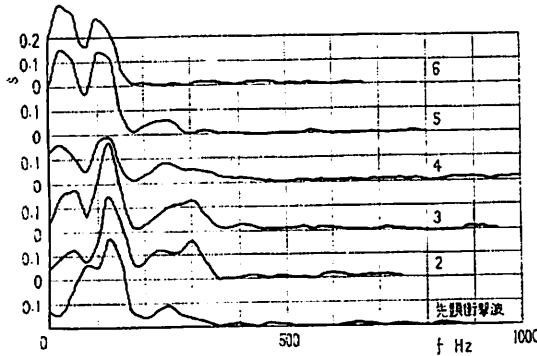
$$f_n = \frac{n}{2M\Delta t} \quad (n=0, 1, 2, \dots) \dots\dots\dots (7)$$

で与えられる。データ点数が有限のために生じる $S_i(f_n)$ の誤差を補正するため、次式によって S_i を s_i に変換する⁽⁸⁾。

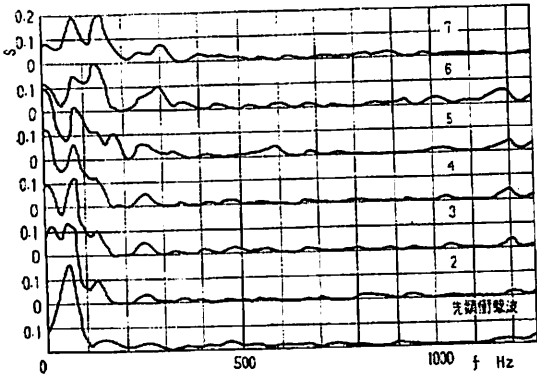
$$\left. \begin{aligned} s_i(f_0) &= \frac{1}{2} (S_i(f_0) + S_i(f_1)) \\ s_i(f_k) &= \frac{1}{4} (S_i(f_{k-1}) + 2S_i(f_k) + S_i(f_{k+1})) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

図 5 は上式によって得られた各衝撃波のスペクトル密度関数 $s_i(f)$ の代表的な例である。図 (a)~(c) はそれぞれ図 3 および図 4 の (a)~(c) に対応する。スペクトル密度関数は、振動現象においてある周波数成分が、全振動に寄与する比率を示すもので、ここでは無次元量である。

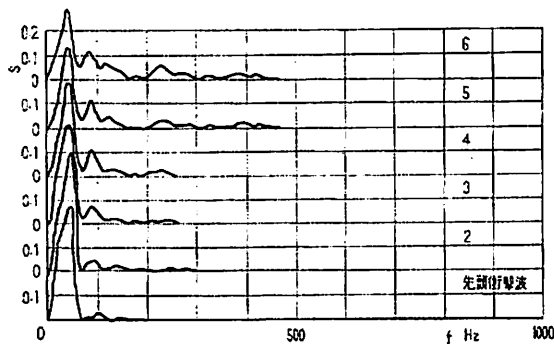
図より、いずれの M_1 においても、各衝撃波は低周波数領域にかなり大きな振動成分をもつことがわかる。 $M_1=1.44$ [図 (a)] では 100 Hz 以下と 100~200 Hz の領域にめいりょうなピークが存在するが、先頭衝撃波に近いほど 100~200 Hz 間のピークのほうが顕著である。 $M_1=1.93$ の場合 [図 (b)], 第 7 衝撃波には



(a) $M_1=1.44, P_0=2.12 \text{ ata}, R_{eD}=1.93 \times 10^6$



(b) $M_1=1.93, P_0=2.68 \text{ ata}, R_{eD}=2.04 \times 10^6$



(c) $M_1=2.79, P_0=4.21 \text{ ata}, R_{eD}=2.21 \times 10^6$

図 5 擬似衝撃波の振動のスペクトル密度関数

同様に 100 Hz 以下と 100~200 Hz の領域にめいりょうなピークが存在するが, 先頭衝撃波に近いほど 100 Hz 以下のピークが顕著になる. さらに $M_1=2.79$ [図(c)] では, いずれの衝撃波においても 100 Hz 以上には顕著な周波数成分はなく, 40 Hz 程度のピークが顕著である. 一方, 400 Hz 以上の高周波数の振動成分は, $M_1=1.44$ と 2.79 の場合にはほとんど存在しないのに対して, $M_1=1.93$ の場合には広い領域にわたって存在しているが, これは図4において $M_1=1.93$ の場合の振動が $M_1=1.44$ と 2.79 の場合にくらべてよりランダム成分が多いことと一致する.

3.4 壁面静圧の変動 壁面静圧の測定結果の一例を図6に示す. 上図は流れの場のシュリーレン写真で, 管路の中ほどに擬似衝撃波の先頭部が観察される. 下図のオシログラムの光電管出力のパルス信号がこの写真の撮影瞬間である. 壁面静圧の測定位置は, 上図の先頭衝撃波の足の位置(測定点 I)とこれより $5D$ だけ下流の位置(測定点 II)の2点で, 点 II は擬似衝撃波の終了部近傍に位置する. オシログラムから, 擬似衝撃波の内部にかなり強い圧力変動があることが観察され, とくに擬似衝撃波先頭部における変動は 0.2 kg/cm^2 にも達することがわかる. このような大きい圧力変動は, 先頭衝撃波の振動によって生じるものである.

図7(a)~(d)は, オシログラムのスケッチから得られた壁面静圧の変動で, 各図の上部に, シュリーレン写真のスケッチと壁面静圧の測定位置を 1, 2, a, ... e の記号で示してある. $p_1, p_2, p_a, \dots, p_e$ はそれぞれ上記の測定点の圧力を示す. これらより擬似衝撃波の直前, 直後および内部の静圧変動を知ることができ

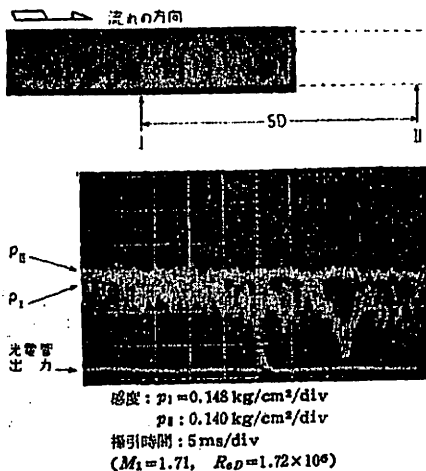


図6 壁面静圧変動の測定例

る. ただし, $p_1, p_2, p_a, \dots, p_e$ は必ずしも同時計測によるものではない.

各図の p_i 曲線から明らかなように, 擬似衝撃波の上流には微少な静圧変動が存在する. このことは, 擬似衝撃波の上流側の超音速気流が必ずしも一様流でな

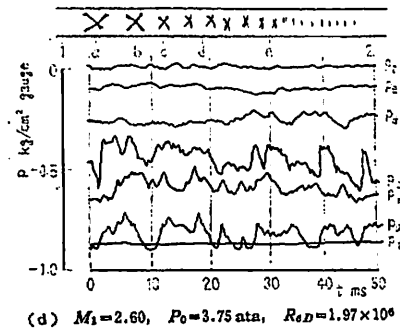
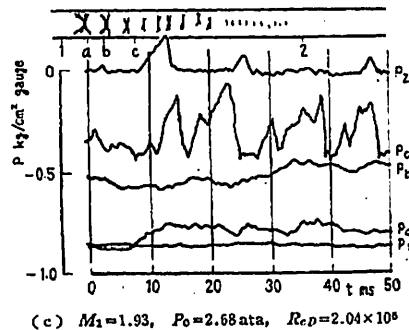
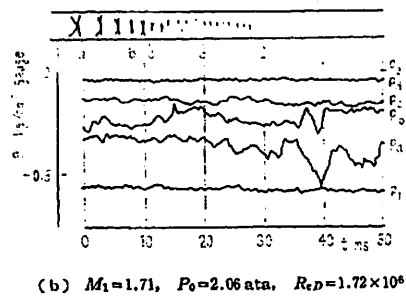
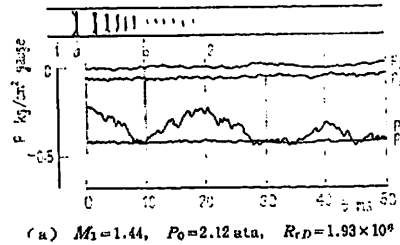


図7 擬似衝撃波の発生区間における壁面静圧変動

いことを示すが、後述のように、この微小静圧変動が衝撃波の振動を誘起する原因ではないと思われる。

つぎに擬似衝撃波内部の各点における静圧変動を観察すると、図 7 (a) から明らかなように、 M_1 が小さい、垂直形の擬似衝撃波では、先頭衝撃波近傍 a における静圧 p_a の変動が、他の測定位置の変動にくらべてもっとも大きい。 $M_1=1.71$ [図 (b)] の λ 形擬似衝撃波では、測定点 a 以外に b, c にも顕著な静圧変動が観察される。さらに M_1 が大きい X 形の擬似衝撃波 [図 (d)] では、擬似衝撃波内部の各点ではほぼ同程度の静圧変動が観察される。以上のことは、別報⁽¹⁾ で明らかにしたように、擬似衝撃波内部の管軸方向の静圧分布が、 M_1 が小さいと擬似衝撃波先頭部のこう配が大きい、 M_1 が大きい場合にはそれがゆるやかであるために、擬似衝撃波の振動に伴う壁面静圧変動が、 M_1 が小さいと先頭部で顕著で、 M_1 が大きい場合には先頭部以外の点でも同程度に顕著になるものと考えられる。

なお $M_1=1.93$ [図 (c)] の場合には、 p_a および p_b に特異な大振幅の変動が観察される (同様の現象は図にはないが $M_1=2.01$ の場合にも確認された)。これは擬似衝撃波の下流側の管内の気柱が共鳴状態にあることを示すものと思われるが、詳細については現在のところ明らかでない。

図 8 は、圧力変動の実験結果をまとめたもので、擬似衝撃波の直前と直後の静圧変動の最大振幅 δp_1 と δp_2 、擬似衝撃波内部の最大振幅 δp_{max} 、および p_1 と p_2 の時間的平均値の差 $\bar{p}_2 - \bar{p}_1$ を M_1 に対して示したものである。ただし δp_{max} の実験点はかなり分散するので、斜線によってその範囲を示した。これよりつぎのことがわかる。すなわち (1) δp_1 は M_1 とともにわずかに減少する。(2) δp_2 は M_1 が比較的小さい

と、 δp_1 にはほぼ等しいが、 $M_1=2.0$ 近傍の共鳴状態を除いて、 M_1 とともに増加する。(3) δp_{max} は $M_1=1.5$ では 0.2 kg/cm^2 程度で、 M_1 の増加とともに大きくなり、 $M_1=2.0 \sim 2.79$ の範囲でほぼ一定となる。(4) δp_{max} の最大値は $M_1=2.01$ において 0.5 kg/cm^2 となるが、これは擬似衝撃波前後の静圧差 $\bar{p}_2 - \bar{p}_1$ の 60% 程度にもなる。これらのことは、擬似衝撃波を含む管路が局所的に大きな圧力変動を受けることを意味し、実際の管路の設計の場合に、看過できない現象である⁽⁶⁾。

4. 考 察

擬似衝撃波が前後に振動すると、その発生区間の局所的壁面静圧が変動するのは自明のことであろう。したがって、ここでは擬似衝撃波内部の静圧変動にはふれず、上流の静圧変動と擬似衝撃波の前後運動との関係、および振動の周波数について簡単な考察を行う。以下の考察では、擬似衝撃波の内部構造は考えず、一つの不連続面として取扱ひ、その前後の気流を一次元流動と仮定する。さらに簡単のため、管路の熱伝達を無視し、管路の摩擦抵抗は軸方向に一定であるとする。

気流の無次元速度を $w = u / \sqrt{2c_p T_0}$ 、管路の平均摩擦係数を λ とすると、管路入口 i から衝撃波直前 1 にいたる流れに対して次式が成立する⁽⁹⁾。

運動量の式：

$$\frac{\gamma+1}{\gamma} \ln \frac{w}{w_i} + \frac{\gamma-1}{2\gamma} \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{w_i^2} \right) = -\lambda(x-x_i) \dots\dots\dots(9)$$

連続の式：

$$\frac{pw}{1-w^2} = \frac{p_i w_i}{1-w_i^2} \dots\dots\dots(10)$$

衝撃波の前後では

プラントルの式：

$$w_1 w_2 = \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \dots\dots\dots(11)$$

連続の式：

$$\frac{p_2 w_2}{1-w_2^2} = \frac{p_1 w_1}{1-w_1^2} \dots\dots\dots(12)$$

さらに衝撃波の直後 2 から管路の出口 E にいたる流れについては、

運動量の式：

$$\frac{\gamma+1}{\gamma} \ln \frac{w}{w_2} + \frac{\gamma-1}{2\gamma} \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{w_2^2} \right) = -\lambda(x-x_2) \dots\dots\dots(13)$$

連続の式：

$$\frac{pw}{1-w^2} = \frac{p_2 w_2}{1-w_2^2} \dots\dots\dots(14)$$

式 (9)~(14) から管路の入口における p_i, w_i の値と

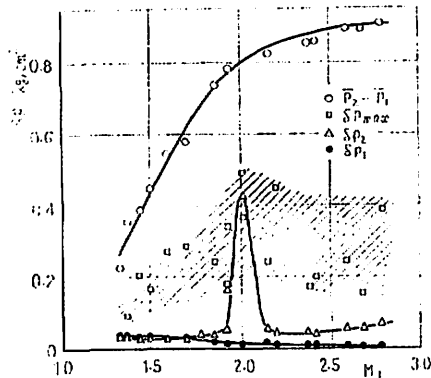


図 8 壁面静圧変動の振幅

出口の圧力 p_E を与えれば, 流れの場は決定される。

図9は計算結果の一例で, 入口条件 p_i, w_i を固定し, 出口圧力 p_E を変化させた場合の管軸方向の静圧分布である。 p_E が減少すると衝撃波は下流側へ移動し, それに伴い衝撃波前後の圧力比が減少することがわかる。

つぎに本実験結果をもとにして, 管路出口圧 p_E が一定で, 衝撃波の上流に微小な静圧変動がある場合を考えよう。図10の(a)は $p-x$ 線図, (b)は $t-x$ 線図である。衝撃波直前の静圧 p_1 がわずかのじょう乱によって変動し, $p_1 + \delta p_1$ になると, 図(b)に示すように, 衝撃波はその強さが変化し静止座標系に対して運動しはじめる。その際, 衝撃波の下流に圧力波とエントロピの不連続波が伝ばするが, 圧力波の強さ δp_2 と δp_1 の比は

$$\frac{\delta p_2}{\delta p_1} = \frac{M_1 + 1}{M_2 + 1} \times \left\{ \frac{2(\gamma - 1)M_1 M_2^2 (M_1^2 - 1)}{-(M_1 + 1)[(\gamma - 1)M_1^2 + 2]} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

与えられる⁽¹⁰⁾。この圧力波は管出口端で等圧反射し, 上流へ伝ばし, 再び衝撃波と干渉して衝撃波の速度を変化させる。一方, 図9から明らかなように, 衝撃波は移動するに伴い, その強さを変化させる。このような相互干渉が一定期間くり返された後, 衝撃波は再び前後の静圧比に適合する安定な位置に静止すると思われる。この位置と干渉前の衝撃波の静止位置 x との差を, 図(a)に示すように δx とし, δp_1 との関係をもとめてみよう。干渉の前後で, 流量は変化しないものとすれば, 式(10)から $p_1 w_1 / (1 - w_1^2) = \text{const.}$ で, これを微分して

$$\frac{\delta w_1}{w_1} = -\frac{1 - w_1^2}{1 + w_1^2} \frac{\delta p_1}{p_1} \dots\dots\dots (16)$$

また式(11)から

$$\frac{\delta w_2}{w_2} = -\frac{\delta w_1}{w_1} \dots\dots\dots (17)$$

衝撃波の直後から管路出口Eにいたる流れは, 遷移期間を除いて干渉の前後で一致し, 式(13), (14)で表される。したがって, 衝撃波直後の速度の変化 δw_2 に対する移動距離 δx は式(13)を微分して次式で表される。

$$\delta x = -\frac{2}{\lambda} \left(1 - \frac{\gamma - 1}{2\gamma} \left(1 + \frac{1}{w_2^2} \right) \right) \frac{\delta w_2}{w_2} \dots\dots\dots (18)$$

式(16), (17)を式(18)に代入すれば,

$$\delta x = -\frac{2}{\lambda} \left(1 - \frac{\gamma - 1}{2\gamma} \left(1 + \frac{1}{w_2^2} \right) \right) \frac{1 - w_1^2}{1 + w_1^2} \frac{\delta p_1}{p_1} \dots\dots\dots (19)$$

上式は衝撃波を含む一定流量の管内断熱摩擦流れにおいて, 衝撃波直前の圧力がわずかに変化した場合の衝撃波の移動距離を与える式である。

図11は, 図8から得られる擬似衝撃波前後の静圧

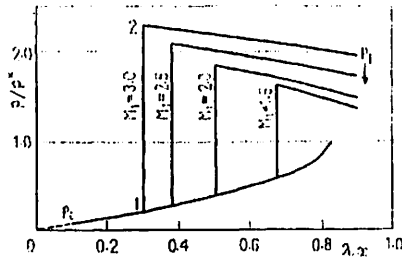
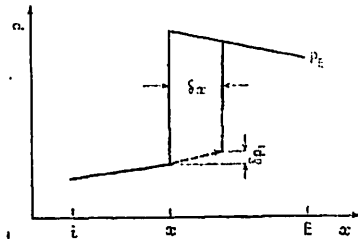
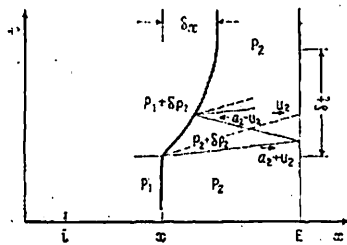


図9 衝撃波を含む管内流の静圧分布



(a) $p-x$ 線図



(b) $t-x$ 線図

太実線は衝撃波, 細線は圧力波
破線はエントロピ不連続波

図10 超音速流中の微小じょう乱と衝撃波の干渉

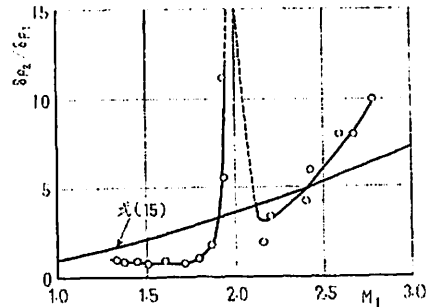


図11 擬似衝撃波前後の静圧変動の振幅比

変動の振幅比 $\delta p_2/\delta p_1$ を、式 (15) による理論値と比較したものである。理論値は、 $M_1=2.0$ 近傍の共鳴状態を除いて、定性的に実験結果の傾向をほぼ説明しているといつてよいであろう。

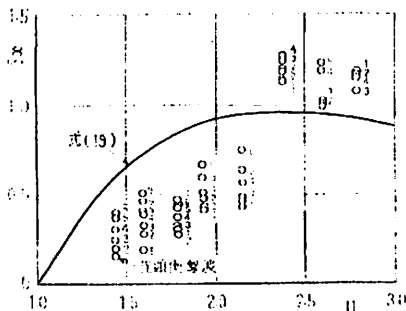
図 12 は、擬似衝撃波を構成する各衝撃波の最大振幅 δx を M_1 について示したもので、実線は、 $\lambda=0.012$, $\delta p_1/p_1=0.01$ として式 (19) より計算した結果である。式 (19) は、多く仮定を含んでいるにもかかわらず実験結果と傾向的によく一致する。

以上のことから、擬似衝撃波を含む管内流の振動現象は、衝撃波と、その上流の超音速流における微少じょう乱との干渉にもつづくものとして説明できるように思われる。この考察では、簡単に一次元流れの垂直衝撃波に微少じょう乱が入射すると仮定してあるが、流れの二次元性、擬似衝撃波の構造、 δp_1 の時間的变化が明らかになれば、管内の各点における刻々の状態変化を求め、計算精度を改善できるであろう。

つぎに振動の周波数について考えよう。擬似衝撃波の上流の微少じょう乱は白色じょう乱に近いと思われるが、図 5 から明らかなように、擬似衝撃波の振動にはいくつかの顕著な周波数成分が観察される。これらの周波数は、つぎにのべるように管路の形状によるものと思われる。本実験では図 1 に示したように、直管部の後方に大容量の後部集合胴があり、この管路形状からヘルムホルツの共鳴が考えられる。先頭衝撃波の下流側の直管部の長さを L 、断面積を S 、後部集合胴の容積を V とすれば、共鳴周波数は次式で与えられる⁽⁴⁾⁽¹¹⁾。

$$f_H = \frac{a_2}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{LV}} \dots \dots \dots (20)$$

a_2 は衝撃波下流の音速である。つぎに図 10 で示したように、衝撃波と直管出口端の間を a_2+u_2 , a_2-u_2 の速度で伝ばする二つの特性曲線から、直管内気柱の



[式 (19) : $\lambda=0.012$, $\delta p_1/p_1=0.01$]

図 12 擬似衝撃波の振動振幅

固有振動数がきめられるが、その基本周波数は次式で与えられる。

$$f_0 = \frac{a_2^2 - u_2^2}{2a_2 L} \dots \dots \dots (21)$$

いま集合胴温度を 283°K とし、垂直衝撃波の理論から a_2 , u_2 を求め、 $S=(0.06)^2\text{m}^2$, $L=0.5\text{m}$, $V=0.19\text{m}^3$ の値を式 (20), (21) に代入すると、図 13 が得られる。これより、 f_H は M_1 に対しほぼ一定で約 10Hz であることがわかる。 f_0 は M_1 の増加関数であるが、本実験の範囲 ($M_1=1.44\sim 2.79$) ではほぼ 200Hz 程度である。実際の流れでは、擬似衝撃波の内部で軸方向に u_2 および a_2 が変化すること、先頭衝撃波の後方に複数の衝撃波が存在するため、 L が明確には定められないこと、などを考慮すると、図 5 で観察された数 10Hz および $100\sim 200\text{Hz}$ の顕著な周波数成分は、それぞれ上記の f_H と f_0 に相当すると考えてよいであろう。

なお、上記の管路の形状から定まる周波数のほかに、分枝した衝撃波の足と境界層との干渉によって生ずる高周波数の静圧変動⁽¹²⁾も存在するが、一般に高周波数領域の振動エネルギーは低周波数領域のそれに比して小さく、擬似衝撃波の振動現象では、重要でないと思われる。

5. 結 論

直管内に発生した擬似衝撃波の振動現象の実験結果から、つぎの結論が得られた。

- (1) 擬似衝撃波の振動振幅は、擬似衝撃波直前の気流マッハ数とともに増加し、 M_1 が 3 に近くなると管径の 1 倍以上になる。
- (2) 擬似衝撃波の振動に伴って、管壁静圧も変動し、擬似衝撃波の内部ではその最大振幅は、擬似衝撃波前後の圧力差の 60% 程度にも達する。
- (3) 直管内の垂直衝撃波を含む一次元断熱摩擦流れに対し、衝撃波の上流に微少な静圧変動を与え、理

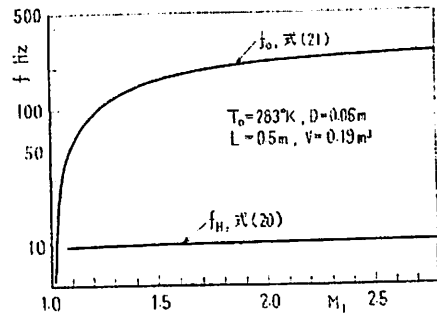


図 13 管路形状による固有振動数

論的に衝撃波の移動距離および衝撃波前後の静圧変動の振幅比を求めると, その計算値は, 実験における擬似衝撃波の振動の振幅およびその前後の静圧変動の振幅比と定性的傾向が一致する。このことから擬似衝撃波の振動は, その上流の超音速流中に存在する微小じょう乱と衝撃波の干渉によって説明できるように思われる。

(4) 擬似衝撃波の振動の周波数は, 管路系の形状によって大きく影響されると考えられる。本実験の大部分において擬似衝撃波の振動のスペクトル密度関数は数 10 Hz と 100~200 Hz の領域に顕著なピークを示したが, これらの周波数はヘルムホルツの共鳴および気柱振動の周波数とだいたい一致する。

擬似衝撃波の振動現象はきわめて複雑で, 現在のところ不明な点が多い。これは主として擬似衝撃波内部の流れが詳細には明らかにされていないことに起因するが, 内部の流れはまた擬似衝撃波前後の流れの状態に影響される。したがって今後さらに振動現象を明ら

かにするには, 管路の形状および超音速気流中の乱れや境界層の状態などが, 振動に及ぼす影響を細かく研究しなければならない。

最後に, 実験に協力された北島光比古, 南正晴, 前山克彦, 有村貫, 中村志郎の諸氏に感謝の意を表する。

文 献

- (1) 生井, ほか2名, 機論, 39-326 (昭 48-10), 3054.
- (2) Liepmann, H.W., *J. Aeron. Sci.*, 13-12 (1946), 623.
- (3) Moulden, T.H., ほか2名, *A.R.C.*, c.p. 964 (1966).
- (4) Sterbentz, W.H. and Evvard, J.C., *NACA TN* 3506 (1952).
- (5) 長島・ほか2名, 機論, No. 710-8 (昭 46-8), 157.
- (6) 白木, 機誌, 75-639 (昭 47-4), 507.
- (7) 泉川, ランダム変動の解析, (昭 44), 131, 共立出版.
- (8) Blackman, R.B. and Tukey, T.W., *The Measurement of Power Spectra*, (1958), 171, Dover.
- (9) Crocco, L., *Fundamentals of Gas Dynamics*, B (1958), 192, Princeton.
- (10) Landau, L.D. and Lifshitz, E.M., *Fluid Mechanics*, (1954), 332, Addison-Wesley.
- (11) 小橋, 音と音波, (昭 44), 107, 裳華房.
- (12) Trilling, L., *J. Aeron. Sci.*, 25-5 (1958), 301.

討 論

〔質問〕 神元五郎 (京都大学工学部)

(1) 図3 擬似衝撃波の振動における先頭衝撃波に続く各衝撃波の位置の時間的変化について質問したい。

- (a) これは流路の中心で求めたものか。
- (b) 各衝撃波の位置の決め方はどうされたか。
- (c) フィルムの各コマにおける, 対応する各衝撃波の位置を300枚以上のフィルムにわたって描いておられるが, いかなる方法でそれを描かれたか。

(2) $M_1=1.93, 2.01$ の間において特異な気柱の共鳴状態を確認されているが, これについて見解を明らかにしていただきたい。

(3) 図12の擬似衝撃波の振動振幅において, $M_1=2.2\sim 2.4$ の間に不連続な変化を示しているが, その理由は何か。

〔回答〕 (1) (a) 図1に示すように, 直管の入口から450mmの位置を光学観測時の基準点($x=0$)とし, それよりわずかに下流で求めた。

(b) 垂直形およびX形の衝撃波については垂直部分, X形の衝撃波についてはX形の交点をその衝撃波の位置とした。

(c) 市販のフィルム解析装置 (Bell & Howell製, F-106形)を用い, 図3に示すようにフィルムの1コマごとに X_1, X_2, \dots を計測した。

(2) 本文にも述べたように, この特異現象の詳細については現在のところ明らかになっていない。

(3) 本実験は, 直管内に発生する擬似衝撃波が激しく振動することを明らかにしたもので, 現段階では流入気流の状態や管路の形状などを制御し, より精密に振動の線相を明らかにするには至っていない。したがってご指摘の $M_1=2.2\sim 2.4$ の不連続が有意か否か現状では判定できない。

〔質問〕 高野 暉 (東京大学工学部)

(1) 境界層を無視すると, 断面積変化のない直管部では衝撃波の位置は決まらないが, 実験では特に先頭衝撃波の位置をどうやって定めたか。さらに, 圧力測定位置に対して衝撃波の足元が前後すると, 振動ではない大きな圧力変化が測定される。例えば, 図7で上流静圧 p_1 と最初の壺圧 p_0 とが交錯しており, また同図(c)の p_0 が大きく振動しているのは, そのために現れたのではないか。また, 451ページで静圧分布のこう配について触れているが, 上の理由からこう配を正しく判定することは困難であると思う。

(2) 衝撃波は境界層と干渉し, その足元の下流に, はく離領域を伴い, 特にいまの場合それらが重なって境界層は著しく厚くなり, その中に多くのうずを含んでいる。したがって衝撃波の振動の原因として上流の静圧の微小変動を挙げているが, 境界層内(亜音

速である)を通して伝ばしてくる下流のうずの影響,つまり下流の圧力変動の影響のほうが著しいのではないか。

(3) 理論的考察において, 直立衝撃波関係を使っているが, λ 形や X 形の衝撃波に適用するのは無理ではないだろうか。したがって図 11 と 12 の結果について, 実験結果と理論とが定性的に, あるいは傾向的に一致していると述べているのはいいすぎであると思う。

(4) 粘性の効きを λ を導入して表しており, さらにそれを定数としているので粘性の影響は距離 x に比例している。粘性の効きは, 表面摩擦としてとらえることもできるが, 境界層の成長の影響も著しい。いずれにしても, 普通の境界層理論によると, これらは距離の平方根に比例する。この点についてどうお考えであろうか。また質問(2)にも関連して, 境界層の厚さの分布や, 衝撃波との干渉の模様を調べられたらよいと思う。

【回答】 (1) 境界層を無視すれば, 衝撃波の位置は定まらない。しかし実際には境界層に働く壁面摩擦によって図 9 のように衝撃波の静止位置が決まる。本実験では集合圧力を慎重に制御することにより擬似衝撃波の平均的位置を直管内に定めることができた。装置の運転時間(持続時間)は約 30 秒で, そのうち擬似衝撃波の平均位置を静止させ高速度カメラで撮影するに要する時間は約 3 秒である。

圧力測定位置に対し, 衝撃波の足元が前後することにより引きおこされる圧力変動も含めて, 壁面静圧変動とした。ご指摘のように p_0 と p_1 が交錯するのはそのためと思われる。図 7(c) の p_0 の大きい変動もなんらかの圧力波が計測点を通過したことを示しているが, 現状では擬似衝撃波後端部付近の, このような大振幅変動をうまく説明することができない。擬似衝撃波内部の静圧は図 7 に示すように時間的にはげしく振動し, 非定常であるが, 擬似衝撃波の区間における時間的平均静圧分布は滑らかで, そのこう配についてはすでに文献(1)に報告してある。

(2) 衝撃波の下流には大きなく離領域やうずが存在しており, これらはいくらかの圧力変動を伴っていると考えられる。また理論的にも衝撃波の下流に圧力変動が存在すれば, 衝撃波の位置は変動する。しかし下流側のうずや圧力変動は, もともと衝撃波と境界層の干渉の結果生じたもので, 仮に上流側の気流が一樣流であれば圧力変動は生じ得ない。このように衝撃波の振動と下流側の圧力変動には因果関係があり, めいりょうに区別できない。著者らは本文中にも述べて

いるように, 図 4 から先頭衝撃波の振動が時間間隔をおいてつぎつぎに下流の衝撃波の振動に影響を及ぼすと認められることから, 振動現象に対する重要な入力外乱として上流側の微小静圧変動を指摘し, この変動は衝撃波によって増幅されること, および直管内の衝撃波の静止位置は圧力の微小変動に対し敏感であることを示した。

(3) 本文にも述べたように, λ 形や X 形の衝撃波を含む擬似衝撃波の内部の静圧変動は, 現状では理論的に扱うことができない。しかし擬似衝撃波の区間をブラックボックスと考えれば, その前後の静圧変動の振幅比や擬似衝撃波の平均的な振幅 ($\delta x_1, \delta x_2, \dots$ の平均で示される) については垂直衝撃波の関係式が使えると考えた。その理由は, もともと直立衝撃波の関係式自体が, 衝撃波内部をブラックボックスとし, 保存則から導かれたもので, 擬似衝撃波に対しても摩擦損失や乱れの影響を除けば, 基本的に適用し得る関係式と思われるからである。もちろん本文の考察では擬似衝撃波の形状の効果を含ませることができないので定性的あるいは傾向的という表現をした。

(4) 層流境界層の場合, 境界層の厚さ δ は \sqrt{x} に比例して増加し, 局所せん断応力は \sqrt{x} に反比例して減少することが知られている。著者らは十分発達した乱流の管内流を考え, 管摩擦を一定と仮定したのであって, x に比例して増大するとしたわけではない。 λ を一定とすれば運動量の式から明らかなように, 圧力分布は λx なる無次元量で整理され, 図 9 に示すようになる。このような図示方法は文献(9)および(付1)にも採用されている。

本考察では λ を一定とした一次元理論を用いたが, ご指摘のように境界層や流れ場を詳細に観察することは今後の課題と考えている。

【質問】 富田 幸雄・山根隆一郎(東京工業大学)

(1) 4章では擬似衝撃波の振動を不連続面の前後振動のみに置き換えて計算してあるが, 擬似衝撃波の構造から考えると, 一体としての前後振動だけでなく, 伸縮の振動がかなりあるのではないかとと思われる。この点いかがか。

(2) 擬似衝撃波の振動の原因を上流の微小なじょう乱であるとされているが, 図 7 からみてこの振動数は擬似衝撃波の振動数に比べてかなり高いため, 動的な応答を考えるべきで, 4章のような静的な扱いは結果がかなり違ってくるのではないかと。

(付 1) Shapiro, A.H., *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*, (1953), Chapter 6, Fig. 6, 7, Ronald.

(3) 擬似衝撃波による静圧上昇は垂直衝撃波によるものより小さくなるから, δp_2 も小さくなるのが考えられ, 図 11 で直接実験結果と比較するのは無理なのではないか.

(4) 擬似衝撃波の振動には前後の圧力こう配, すなわち流路の開き角が大きな影響をもつと思われる. 本実験では直管を使用されているので, 境界層が実質的な流路形状を決めることになると思われる. 境界層の状態はどのようにになっているか. また, 擬似衝撃波前後の静圧分布の実測値は図 9 に示されているものとの程度一致するか.

【回答】 (1) 擬似衝撃波を構成している各衝撃波の振幅や位相が異なるために伸縮運動が生じている. しかし図 3 から明らかのように振動成分のうち重要と思われる低周波数, 大振幅の振動について見れば, 位相差がかなり小さくほぼ一体運動と見なしてよいように思われる. 4 章の考察では擬似衝撃波の内部はブラックボックスと考えているから得られた結果は $\delta x_1, \delta x_2, \dots$ の平均値と比較すべきものと思う.

(2) 現状では, 上流側微小じょう乱が不規則で, $p_1(t)$ が定まらないこと, および摩擦に基づく圧力こう配のある管内を運動する衝撃波については, 数学的解析が困難であるという理由で準静的な扱いにとどめた. 動的な応答を考えれば同一の δp_1 に対し, δx はいくらか減少すると思われる.

(3) たしかに δp_2 は理論値よりいくらか小さくなる予想されるが, $\delta p_2/\delta p_1$ の M_1 に対する傾向は, 擬似衝撃波の場合も式 (11), (12) が成立すると考えれば垂直衝撃波の場合と大差は無いと考えられる.

(4) 境界層を直接測定していないが, シュリーレン写真とレイノルズ数から判断し, 本実験の範囲では厚さ約 5 mm の乱流境界層が形成されている. 図 9 は擬似衝撃波を垂直衝撃波とした場合の概念図で, 実際には状態 1 から 2 への飛びは管径の数倍にわたる圧力上昇⁽⁹⁾である. またこれと関連して擬似衝撃波前後の静圧分布は, 測定部が短いため, 図 9 と比較できるほど正確にこう配を定めることはできない (たとえば図 9 の横軸 λx で 0.2 の範囲を比較するには $\lambda = 0.012$ として $x = 17$ となり, 管径の 17 倍の距離を要する). 長い直管で実験を行えば静圧分布は図 9 のようになることが確かめられる⁽⁹⁾.

【質問】 和田 勇 (航空宇宙技術研究所)

(1) 図 12 で擬似衝撃波前の静圧変動 $\delta p_1/p_1 = 0.01$, 管路の平均摩擦係数 $\lambda = 0.012$ を選んだ理由は何か.

(2) ヘルムホルツの共鳴周波数と直管内気柱の固有

振動数が支配的因子であることは理解できるが, 長さが無限大の直管では, この現象をどのように理解したらよいか.

【回答】 (1) $\delta p_1/p_1$ は実測値のオーダーより, また $\lambda = 0.012$ は $R_{e,D}$ より選んだ. なお $\delta p_1/p_1$ は 0.01 の数倍になることもあるが, δp と δx の動的な応答を考えれば, δx は式 (19) より小さくなると予想されるので定性的には 0.01 で妥当と思われる.

(2) 長さが無限大であれば, 管路系によっては支配的因子は定まらないと思われる. ただし現実問題として, 直管の長さが一定値以上になると摩擦による閉そく現象により, 超音速気流自体の実現が不可能となる.

【質問】 和田 勇

回答 (2) に関し, ヘルムホルツの共鳴現象は幾何学的諸元 (L など) に比して, 波長 λ が小さい範囲で起こるので, L が長くなると直管の気柱振動が支配的となり, その振動は無数のスペクトルをもつようになって閉そく現象を起こすと考えてよいか.

【回答】 先述の摩擦による閉そくとは, たとえば直管入口で $w_i = 1.0$ ($M_i = \infty$) の超音速気流を考えても, 式 (9) より ($\lambda = 0.012$ として) $x - x_i = 68.5$ すなわち管長 L が等価直径 D の 68.5 倍の距離で, $w = w^*$ になるという意味である. つまり $L = 68.5D$ 以上の長い管路では, 前後の圧力比をいかに大きくしても管路前方のラバール管が始動する前に管路の出口端が閉そくし, 管内の気流は亜音速に保たれ, もはや管内では超音速気流とそれに伴う衝撃波の問題は無いと考えられる.

【質問】 玉木 貞一 (石川島播磨重工業会社)

(1) 貴論文では擬似衝撃波の振動の原因を上流の気流の静圧変動に求め, その振幅を定常状態の管内流れの仮定より求める一方, 周波数はヘルムホルツ共鳴など管路系の共振を考えておられるように見え, この間のつながりが無いように思うが, すなわち, もし振動を振幅を出す場合のように定常的に考えるなら, 周波数は上流の静圧変動の周波数と一致する一方, もし管路系の共振と考えるならば, 振幅は定常の仮定の場合より大きくなると思えるがいかがか.

(2) (1) に関連して, 上流の流れの静圧変動の周波数スペクトルが問題となると思うが, 本文中に述べられているように白色じょう乱と考えていいのか. 上流の管路系より, 特有の周波数の乱れが発生すると考えられるが.

(3) 擬似衝撃波の振動の周波数を気柱振動によると考えた場合, 図 13 で示されるように上流のマッハ

数の増加と共に共振周波数も増加しているが、図 5 の実験では逆の傾向が出ているように見える。図 5 の a, b, c では L が違うことも考えられるが、それを考えた場合、マッハ数の変化に対し、この結果を説明することができるか。

(4) この実験のように、流入、流出のある管路系において、ヘルムホルツの共振周波数を式 (20) のように考えていいのか、流れの存在により、管路の振動系が変わるとも考えられるか。

[回答] (1) ご指摘のように δp と δx の関係は、厳密には動的応答を考えるべきと思う。しかし動的応答を考慮に入れても、周波数に対しては管路の固有振動数が支配的因子となるはずである。またそのような衝撃波の振動振幅は入力外乱である δp_0 の大きさに強く依存すると考えられる。このように考えれば、準静的な取扱いはあるが、考察に矛盾はないと思われる。

(2) 上流側の静圧変動には、シンクロスコープで観察する限り特有の周波数の乱れは見出し得ない。直管の上流には図 1 に示すように集合胴とラバール管が存在するだけであるが、本実験のような高速管内流動では 1% 程度の静圧変動は避けられないものと思われる。なお上流側に意識的に一定周波数の振動を発生させ、衝撃波の動的応答を調べることは今後の興味ある課題と考える。

(3) 図 13 の f_0 は T_0 , L などを一定としたきわめて簡単なモデルによる計算値で、その値は図 5 の顕著な周波数とだいたい一致する。しかし擬似衝撃波の振動の周波数分布はかなり複雑で、図 5 から振動の周波数とマッハ数の関係について一般的な結論を得ることが困難であり、図 13 において本実験範囲 ($M_1 = 1.44 \sim 2.79$) の M_1 に対する f_0 のわずかな増加の傾向が正しいかどうか本実験結果のみからでは決めかねる。

(4) 後部集合胴の断面積は直管断面積の約 100 倍で流れは十分に減速されるから、この部分の流速は音速に比し、無視できると思われる。また直管部分の流速の効果は、式 (21) の u_2 の効果と同様に示されるが、図 13 から明らかなように、本実験の範囲内ではその影響は小さいと思われる。このように考え式 (20) を採用した。同種の問題でラムジェット燃焼室内の圧力変動を解析した文献 (4) の式 (15) があるので参照されたい。

[質問] 東野文男 (東京大学工学部)

(1) λ 形衝撃波のほうが X 形衝撃波にくらべてよりランダムな振動をすることは衝撃波の強さを考え

れば理解できる。そこで著者らは「先頭衝撃波の振動は増幅されつつ下流の衝撃波に伝ばする」と述べておられるがこの現象は先頭衝撃波が λ 形でも X 形でも共通に一般的なのか。図 3 の (c) では余り顕著ではないようである。質問者の意見では流れが減速され X 形から λ 形に衝撃波が変わって行き、流速が亜音速になりじょう乱が広域に影響するのではないかと考える (449 ページ)。

(2) 別報において著者らは擬似衝撃波の構造を拡散モデルで説明しておられるが、式 (10) および式 (14) で準一次元的な考えをすると計算は困難であろうか。図 2 から流れは圧縮と膨張を繰返しているから、そのほうが現実的なモデルではないか。

(3) 振動の周波数は管路の形状から説明できるようだが、図 11 の静圧変動の振幅比で $M_1 = 2.0$ の近傍で起こる現象には応用できないか。なお質問者の意見では壁面静圧は境界層を通して測定されるので衝撃波の足と境界層の干渉は重要であると考えられるか。

[回答] (1) 擬似衝撃波を構成する各衝撃波の振動振幅は図 12 に示してあるが、ご指摘の図 3 (c) に対応する $M_1 = 2.79$ の場合を除き、ほとんどの場合、下流側の衝撃波ほど振幅が増大しているから、これは一般的傾向と思われる。その原因として、下流側の衝撃波の足元には大きなく離領域が存在し、じょう乱も大きいことなどが考えられる。

(2) 本論文の結果を考慮に入れて拡散モデルを、よりいっそう実際の流れに近づけるために、本文で述べたように、境界層や微小じょう乱を制御して精密な観察をすることが前提だと考える。

(3) 特異現象の大振幅変動の周波数は管路形状の周波数とは一致せず、きわめて不規則であるため、現状では説明できない。

ご指摘のように圧力計は衝撃波の前後運動の伴う大振幅低周波数変動と、衝撃波の足と境界層の干渉による小振幅高周波数変動を同時に記録している。著者らが前者を強調したのは管路の破壊など工学的問題⁽⁶⁾に留意したもので、後者の物理的重要性を無視したわけではない。

[質問] 西岡通男 (大阪府立大学工学部)

(1) 図 4 によると、擬似衝撃波の振動の周期振動成分の周波数は気流マッハ数の増加にともない減少しているが、これは本実験特有の傾向か、それとも普遍的な傾向とみるべきか。

(2) 図 12 の実験値 δx は peak to peak の値、実効値のいずれか。

(3) 上流の静圧変動は何に原因するのか。貯気その圧の変動が原因とすれば、流量も同時に変動する可能性がある。4章の解析はこのような場合には適用できないと思うがいかがか。

(4) 式(15)は衝撃波の変位速度が考慮された保存式から導かれているのに対し、式(16)~(19)に基づく解析はこれを考慮しない準静的な扱いであるが、両者の間には本質的な違いはないのか。また、式(16)~(19)における増分は、例えば δp_1 でいうと、次のどの形を意味するのか。

(a) $\delta p_1 = (\partial p / \partial x)_{x_1} \Delta x$

(b) $\delta p_1 = (\partial p / \partial t)_{x_1} \Delta t$

(c) $\delta p_1 = (\partial p / \partial x)_{x_1} \Delta x + (\partial p / \partial t)_{x_1} \Delta t$

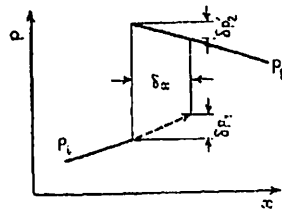
(5) λ と $\delta p_1 / p_1$ の値 0.012, 0.01 はどのようにして決定されたか。

[回答] (1) 現段階では、ご指摘の傾向を普遍的とすることはできない。

(2) peak to peak の値である。

(3) 静圧変動には、境界層よりのじょう乱、マッハ波と境界層の干渉によるじょう乱などが含まれていると考えられるが、本実験のような高速管内流動では、流量を一定としても1%程度の静圧変動は避けられない。もちろん流量が変動している可能性もあるが、本考察では簡単のためこれを無視した。

(4) ご指摘のように式(15)は変位速度を考慮した保存則より導かれ、一方式(16)~(19)は摩擦損失を考慮した保存則で、変位の過程は考えない準静的な扱いとなっているが、両者を併用することについて矛盾は無いと思う。摩擦損失と変位速度を同時に考慮し、管内を移動しつつある衝撃波の関係式を求めることは、現在では不可能と思われる。式(16)~(19)の δp_1 の意味はご提示の式(c)に対応する。一方式(15)や圧力計で計測された δp_1 および δp_2 はご提示



付図 1

の式(b)に対応する。

(5) λ は R_n より、 $\delta p_1 / p_1$ は実測値のオーダーより決定した〔和田氏への回答(1)を参照されたい〕。

[質問] 西岡通男

流量一定の仮定より、式(16)と同様にして、

$$\frac{\delta w_2}{w_2} = - \frac{1-w_2^2}{1+w_2^2} \frac{\delta p_2}{p_2} \dots\dots\dots(i)$$

が導かれるが、式(i)、(16)、(17)より

$$\frac{\delta p_2}{\delta p_1} = - \frac{p_2}{p_1} \frac{(1+w_2^2)(1-w_1^2)}{(1+w_1^2)(1-w_2^2)} \dots\dots\dots(ii)$$

が得られる。式(15)と式(ii)を比較すると、 $\Delta \delta p_2 / \Delta p_1$ の絶対値がかなり異なり、符号も違っていることがわかる。また、式(ii)は実験値ともかなり異なっている。これらの事実は式(15)~(19)に基づく考察の矛盾を指摘しているように思えるがいかがか。

[回答] 式(16)~(19)は干渉の前と干渉の後の定常状態(衝撃波が静止した状態)に対して導かれたもので、ご質問の式(i)、(ii)もそのようになっていた。したがって式(ii)の δp_2 (以下区別のため $\delta p_2'$ と書く)は本文中の δp_2 とは異なり、図10(a)を使って示せば付図1の $\delta p_2'$ のようになる。同図から明らかのように $\delta p_2' / \delta p_1$ の符号は負で、絶対値も非常過程に適用して得られた式(15)の $\delta p_2 / \delta p_1$ と異なるのは当然で、この間に矛盾は無いと考えられる。