琉球大学学術リポジトリ

飽和粘土の降伏曲面形状に関する実験的研究

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 琉球大学工学部 公開日: 2007-08-23 キーワード (Ja): キーワード (En): Saturated clay, Stress-strain curve, Yield surface, Yield surface, Drained triaxial test 作成者: 上原, 方成, 原, 久夫, 又吉, 康之, Uehara, Hosei, Hara, Hisao, Matayoshi, Yasuyuki メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/1437

飽和粘土の降伏曲面形状に関する実験的研究

上原方成*　原　久夫**　又吉康之***

An Experimental Study on the Shape of Yield Surface of the Saturated Clay

Hosei UEHARA*　Hisao HARA**　Yasuyuki MATAYOSHI***

Abstract

The purpose of this study is to investigate the shape of yield surface of saturated clay for the decision of yield stress in stress-strain curves obtained by several drained triaxial tests.

Yield surfaces obtained experimentally in this study were compared with yield surfaces in Cam-clay model and Modified cam clay model, which are made use of elast-plastic constitutive equation of saturated clay.

Consequently, obtained Yield surfaces differ from that of Cam-clay model and Modified cam clay model.

Key Words: Saturated clay, Stress-strain curve, Yield surface, Yield surface, Drained triaxial test

1．まえがき

土質・地盤工学において取り扱う力学的問題は「変形」と「破壊」に区別して論じられてきた．例えば，圧密沈下で代表される変形問題では土を弾性体と仮定して取り扱い，斜面安定や土圧論で代表される破壊問題においては，土を剛塑性体として単純なモデル化による設計計算が行われている．しかし，実際の土は正規状態の場合は弾塑性体として，過圧密状態では弾性体として挙動する．特に，軟弱地盤などの場合には圧密現象とせん断現象は同時に進行していることが多く，変形から破壊に至るまでの変形挙動を連続的に表現しうる構成式が必要とされている．

粘土の構成式としては弾塑性構成式のCam-Clayモデル，修正Cam-Clayモデル等が挙げられるが，このCam-Clayモデル，修正Cam-Clayモデルはともに完全ではなく，以下のような問題点をかかえている．1）異方性が考慮されていない．2）応力依存性が考慮されていない．3）時間依存性が考慮されていない．[1] これらの問題に関して，現在までいろいろな研究が行われてきているが，未だ十分な成果を得るには至っておらず，現時点では土の変形挙動を完全に表現する構成式は見いだされていない．

当研究室においては過去の研究の成果により，島尻粘土に関する基礎データは揃いつつあるが，粘土の構成式を構築していく際に重要な要素となる降伏曲面の形状に関する研究はまだ行われていない．

本研究では，粘性土の弾塑性構成式を構築していくときに重要な問題となる粘性土の降伏曲面形状を実験的に調べることを目的とした．具体的な研究の概要は次のようなものである．異なる応力域で形成した大小二つの降伏曲面の形状を応力－ひずみ関係から実験的

受理：1944年11月10日

* 工学部環境建設工学科　Dept. of Civil Engineering & Architecture, Fac. of Eng.
** 工学部環境建設工学科　Dept. of Civil Engineering & Architecture, Fac. of Eng.
*** 琉球大学大学院工学研究科建設工学専攻 Graduate student, Architectural and Civil Engineering

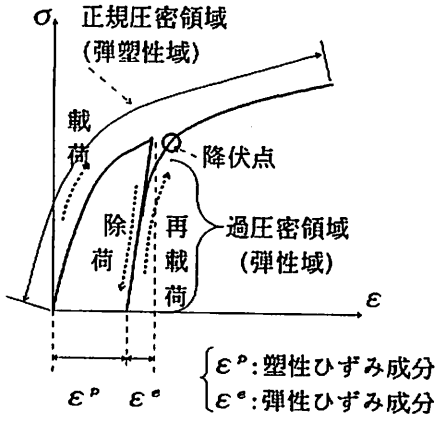
に求めて，その得られた二つの降伏曲面形状の比較をすることにより降伏曲面の拡大の様子についての考察を行った．また，その得られた降伏曲面形状とCam-Clayモデル，修正Cam-Clayモデルの降伏曲面形状との比較を行うことにより，求めた降伏曲面形状はCam-Clayモデル，修正Cam-Clayモデルの降伏曲面形状とは異なっているという結果を得た．

2．一般的な弾塑性モデルの降伏曲面の概要と降伏応力決定法

ここでは，弾塑性論についての概要を述べ，次に一般的によく知られている弾塑性モデルであるCam-clayモデル，修正Cam-clayモデルについての説明を行う．そのあとに，本研究で用いた降伏曲面を実験的に求める方法について説明する．

2－1　弾塑性論の概要

まず，正規圧密粘土の典型的な応力－ひずみ曲線を図－1に示す．この図に示すように，一般に粘性土をある応力点まで載荷し，その後除荷を行うとひずみの一部が回復する．これは粘性土が処女載荷時（正規圧密状態）にすでに弾塑性状態にあることを示している．



図－1　応力－ひずみ曲線の例

それゆえ，粘性土の変形特性を考える場合には弾塑性理論が必要となってくる．また，除荷を行って過去最大応力より低い状態（過圧密状態）にある場合には，粘性土は弾性的な変形挙動を示すので，この過圧密状態にあるときには粘性土は弾性状態にあるとされている．

この過圧密状態から再載荷を行い，過去最大応力点付近を越えて正規圧密状態に入ると再び弾塑性的挙動を示す．この弾性状態から弾塑性状態へ移行することを降伏といい，その移行が生じる点を降伏点という．降伏点は粘性土の持っている弾性・弾塑性という異なる2つの特性の境界であり，その粘性土が弾性状態にあるのか弾塑性状態にあるかを判定する基準としても重要な意味を持つ．降伏点の位置は通常応力で表され，これを降伏応力，または降伏点応力と称する．

本研究は，粘性土の変形特性と粘性土の降伏応力を実験的に求めて降伏曲面形状を調べることを目的とするので，弾塑性理論とその理論上の降伏という概念をしっかりと把握しておく必要がある．そこで，本節では粘性土における弾塑性理論の概要とその仮定について述べる．

(a)　基本曲面

弾塑性理論においては，一般に三次元の応力空間内に以下に述べる2つの曲面が存在するものと仮定する．

①　降伏曲面

弾性域と塑性域を区分するような，応力空間の原点を含む閉曲面を降伏曲面という．[2] 一般に処女荷重に対する粘土の変形過程中は，ひずみ硬化によって降伏曲面は拡大し，その応力履歴に応じて過去最大に拡大した降伏曲面が存在する．また，除荷が行われると，降伏曲面の内部に応力点が移動し，弾性状態あるいは過圧密状態となる．

②　塑性ポテンシャル曲面

塑性ひずみ増分ベクトルの方向を規定する応力空間内の閉曲面である．[2] すなわち，この曲面上の応力に対して，外向き法線方向が塑性ひずみ増分ベクトルの方向を与える．

(b)　構成法則

①　流れ則

流れ則とは，塑性変形の生じかたを記述するような原理・原則である．

仮定：塑性ひずみ速度の方向は応力状態に依存する．
　　：塑性ひずみ速度の大きさは応力増分に依存する．

流れ則を以上の仮定から関数で表わすと次のようになる．

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda}\,\mathrm{m} \qquad (1)$$

$\dot{\varepsilon}^p$：塑性ひずみ速度
$\dot{\lambda}$　：正のスカラー
m　：2次の正規化テンソル

mがスカラー関数gによって次式で与えられるとき，gが応力空間でつくる曲面を塑性ポテンシャル面という．[3]

$$m=\frac{\dfrac{\partial g}{\partial \sigma}}{\left\|\dfrac{\partial g}{\partial \sigma}\right\|} \qquad (2)$$

塑性ポテンシャル関数gと降伏関数 f^* とが応力空間内で全く同一の曲面を形成する場合，塑性ひずみの増分の方向が，降伏曲面に垂直な方向を向くことになる．これが直交則（Normality），または法線則と呼ばれる流れ則である．[4]

$$g=f^* \qquad (3)$$

$$\dot{\varepsilon}^p=\dot{\lambda}n=\dot{\lambda}m \qquad (4)$$

$$n=\frac{\dfrac{\partial f^*}{\partial \sigma}}{\left\|\dfrac{\partial f^*}{\partial \sigma}\right\|} \qquad (5)$$

n: 2次の正規化テンソル

② 硬化則

塑性ひずみ増分 $d\varepsilon^p_{ij}$ は塑性変形の進行に伴う負荷曲面および塑性ポテンシャル曲面の変化を規定することによって最終的に決定される．このような負荷曲面の変化を規定するものが硬化則である．

i）等方硬化則

降伏曲面の大きさは硬化に伴って増大するが，その形状および中心は変化しない．したがって，降伏関数 $f^*(\sigma_{ij},\ \varepsilon^p_{ij},\ \kappa)$ は塑性ひずみ ε^p_{ij} に独立となり，次式のように与えられる．

$$F=f^*(\sigma_{ij})-k(\kappa)=0 \qquad (6)$$

$k(\kappa)$: 単調増加関数

この等方硬化則は，材料をある降伏応力まで負荷した後，逆負荷を行うと，逆負荷時の降伏応力は，負荷を反転させる前と比較して小さくなるBauschinger効果を表現できないので，反転負荷には適用し難い．

ii）移動硬化則

降伏曲面の大きさおよび形状は硬化に伴って変化しないが，その中心が移動する．降伏曲面の中心を α_{ij} とすると，この場合の降伏関数は次式の形で表される．

$$F=f^*(\sigma_{ij}-\alpha_{ij})-k^*=0 \qquad (7)$$

k^*: 定数

この移動硬化則はBauschinger効果や異方性を考慮することができる．

iii）複合硬化則

降伏曲面の等方的な拡大と平行的な移動を考慮した硬化則，すなわち，上述のi)，ii)の硬化則を組み合わせたものをさすことが多い．この場合の降伏関数は次式の形で表される．後で述べるCam-clay Modelなども複合硬化則である

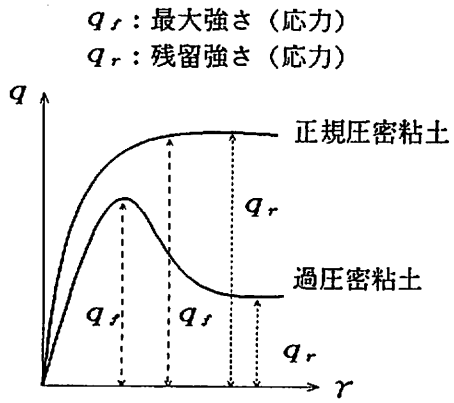
$$F=f^*(\sigma_{ij}-\alpha_{ij})-k(\kappa)=0 \qquad (8)$$

2－2 飽和粘土の弾塑性構成式

(a) 限界状態線（CSL）と状態境界面

① 限界状態線（CSL）

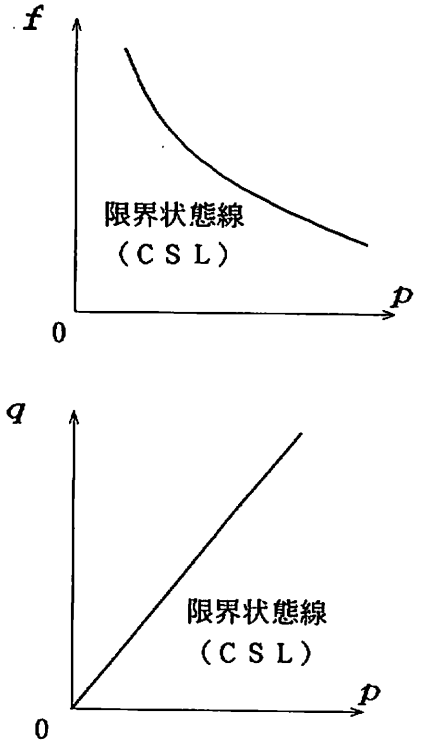
土をせん断すると，図－2のように最大応力を生じた後，応力一定および体積一定の状態のまません断変形のみ進行する．この状態を限界状態という．



図－2　偏差能力とせん断ひずみの関係

Schofield らは，各種せん断試験結果から限界状態での平均有効応力p，偏差応力q，比体積fの概略の値を読みとり，p〜f，p〜q面にプロットし，図－3

に示すような線が存在することを確かめた．この線を限界状態線(criticar state line:以下CSLと略す)と呼び，土の応力履歴，排水条件および試験方法のいかんにかかわらず，試験終期のせん断ひずみが非常に大きくなった時点の平均有効応力p，偏差応力q，間隙比 e は必ずこの線上にくると考えた．



図－3　限界状態線

Schofieldらはこれを

$$f = \gamma - \lambda \ln p \qquad (9)$$

$$q = Mp \qquad (10)$$

と表し，これを用いて土の挙動を定量的に説明することを試みた．[6]

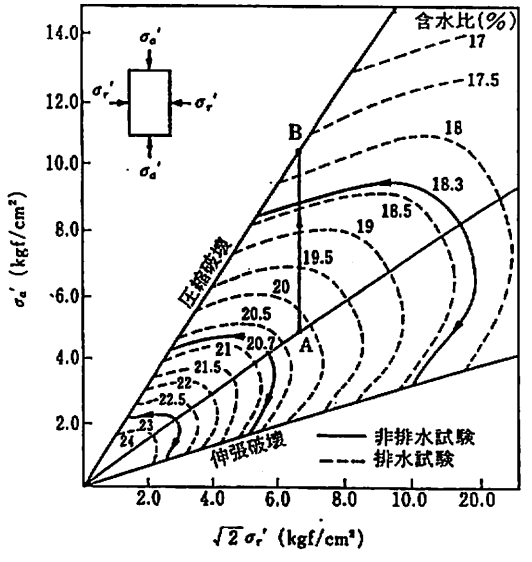
また，q，p，f空間において限界状態線を稜とし，その土が存在できる範囲と存在できない範囲の境界となる状態境界面をも定義した．[6]

なお，状態境界面は次のRoscoe面とHvorslev面の2つからなっていると考えられている．

② 状態境界面

i) Roscoe面

HenkelはWeald clayの三軸非排水試験を行い，図－4に示すような等含水比線を描いた．非排水試験



図－4　Wiald clay 三軸試験における等含水比線[6]

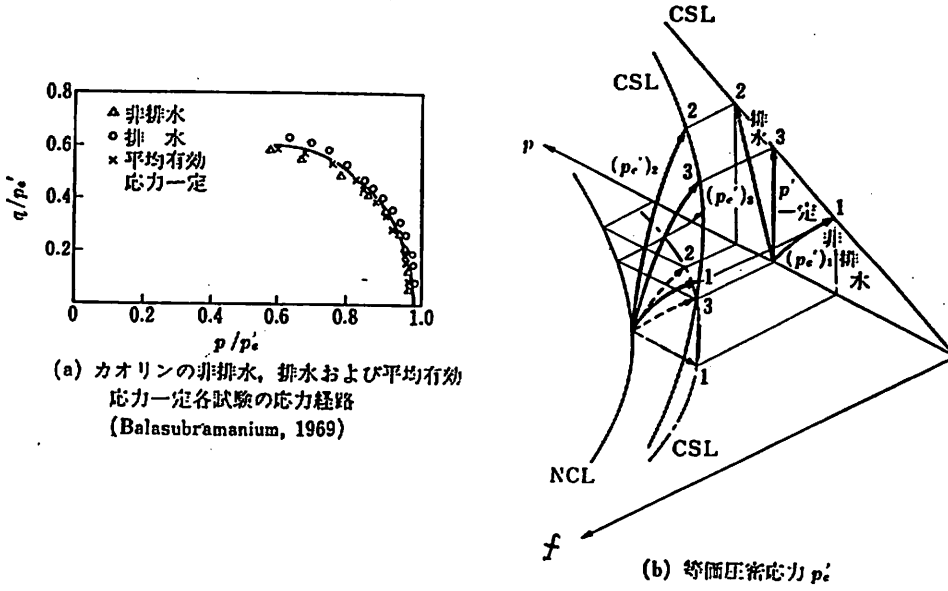
では含水比に変化がないので応力経路そのものが等含水比線になるが，排水試験では応力経路は図中のA→Bのようになるので途中の体積変化を測定して含水比を求めなければならない．正規圧密線（NCL　図－5参照）と限界状態線（CSL　図－5参照）の間にある排水試験応力経路と図－4より求まる曲面の比体積 f ＝一定の切口は非排水経路に極めてにたものであり，したがって非排水および排水経路は同一曲面上にあるものと考えてよいとした．[6] Balasubramaniamはカオリンを用いてこのことを確かめている．図－5(a)に結果を示す．

図中のp_e' は等価圧密応力と呼ばれるもので試料の状態点（p，q，f）を通る非排水面を正規圧密曲線の交点で与えられる．正規圧密線（NCL）を

$$f = N - \lambda \ln p \qquad (11)$$

と表わすと，p_e' はこの上にあるから

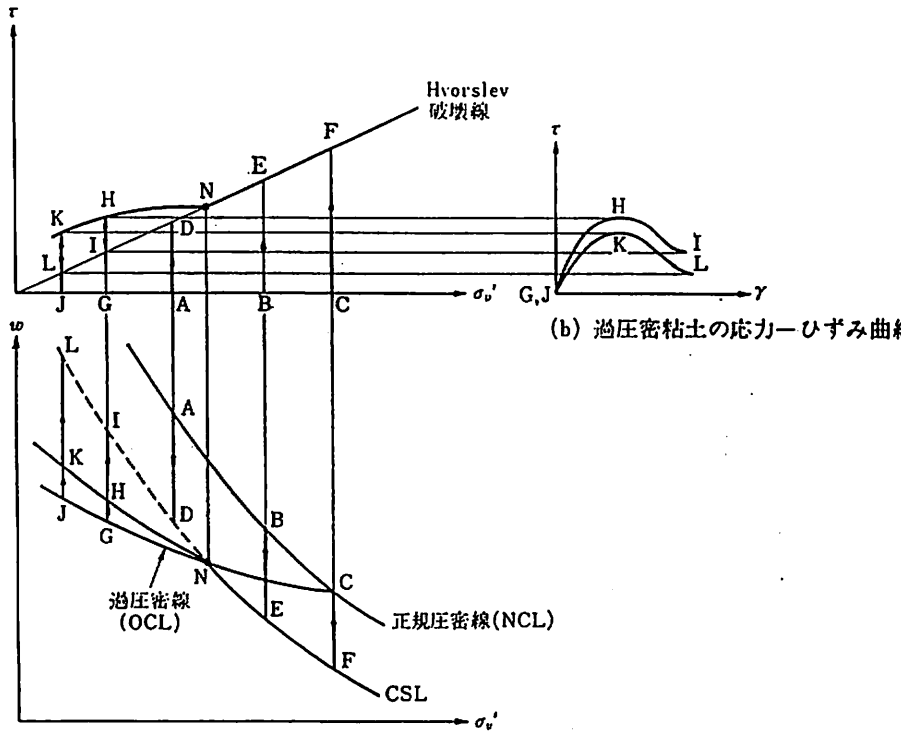
$$p_e' = \exp\left[\frac{N-f}{\lambda}\right] \qquad (12)$$



(a) カオリンの非排水，排水および平均有効応力一定各試験の応力経路 (Balasubramanium, 1969)

(b) 等価圧密応力 p_e'

図－5　等価圧密圧力で基準化した各三軸試験の応力経路 [6]



(b) 過圧密粘土の応力－ひずみ曲線

(a) せん断応力－鉛直有効応力および含水比－鉛直有効応力の関係

図－6　Hvorslev による直接排水せん断試験の結果における等含比線 [6]

となる（図－5(b)）．Nは圧密圧力pが1kgf／cmのときの比体積 f の値である．

以上の考察により，三軸試験に関する限り，正規圧密土の応力経路は一つの曲面上にあり，しかもその曲面の比体積 f ＝一定の切口は相似形であることが結論できる．この曲面をRoscoe面と称す．

ii）Hvorslev面

HvorslevはVienna clay（ヴィエナクレイ）とLittle Belt clay（リトルベルトクレイ）について直接排水せん断試験を行い，ある過圧密比のところで最大強度線が折れ曲がることに気がついた．これを図－6に模式的に示す．

ABCは正規圧密線でありCNGJが過圧密線である．ABおよびCの状態にある試料はせん断により体積を減じてそれぞれD，E，Fで最大強度線に達するが，GおよびJの試料はせん断を受けて体積を増してH，Kで最大強度を示す．正規あるいは軽い過圧密土の最大強度線はDEFであり，これは Schofield らのいうCSLに非常に近いところにあると考えてよい．過圧密度の大きい土の応力－ひずみ曲線は図－6(b)に示すように明瞭な最大強度点を有する．よってI，Lで限界状態に達すると考えてよい．

点Nで最大強度線は折れ曲がるが，折れ曲り点は，CSL(正規および軽く過圧密された粘土の最大強度線)上にある．Hvorslevはこのような実験を数多く行い，最大強度時の間隙比 e_f が等しい点を連ねた最大強度線の形は，図－7に示すような線になり，e_f の差違はこの直線を上下にシフトするに過ぎないことを見いだした．これにより規定される状態境界面をHvorslev面という．

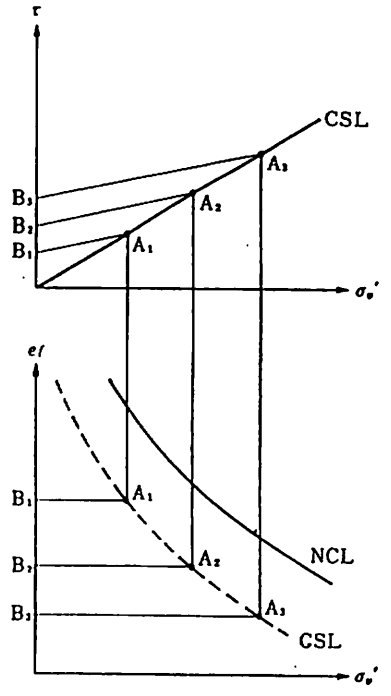
(b)　構成式と構成モデル

物体に外力が作用すると，その内部に変形とそれに対応する応力が生じる．この応答関係の数学的表現を構成式という．構成式とは，通常対象材料の応力，ひずみ，時間あるいは温度間の一般的な関係式といった意味で用いられている．フックの弾性則やニュートンの粘性則は最も単純な構成式である．ここで，一般的な関係式というのは主応力・主ひずみ関係や，ある面上の応力・ひずみ関係ではなく，任意面上で成立する．

$$\{\dot{\sigma}\} = [D] \cdot \{\dot{\varepsilon}\} \qquad (13)$$

ここで，　$\{\dot{\sigma}\}$　：応力増分ベクトル

　　$[D]$　：応力，ひずみマトリックス



図－7　Hvorslev 面[6)]

$\{\dot{\varepsilon}\}$　：ひずみ増分ベクトル

なる関係を意味している．

連続体の運動（変形）は質量保存式（連続方程式），運動量の釣り合い式（運動方程式），角運動量の釣り合い式（偶力が作用しない場合には応力の対称の式）に支配され，これらの方程式を場の方程式と呼び，これを連立させて初期値，境界値問題を解くことができる．しかし，連続体の運動（変形）を規定するためには，場の方程式だけでは不足である．この不足する方程式を補うのが対象材料の力と変形の関係を表わす構成式である．このように構成式は数学的には場の方程式の一翼をにない，物体の運動を確定するための十分条件を与え，物理的には対象材料の力学挙動，すなわち材料特性を表わす特性方程式の性格を持つものと考えられる．

1970年以降，有限要素法など電子計算機による数値解析手法の飛躍的な発達によって，土の構成式に基づいた地盤や土構造物の応力，変形解析が可能となり，土の構成式に実用的な活躍の場が与えられるようになってきた．すなわち，地盤中の1点を代表する土要素の力学挙動が正確に表現できれば，それを境界条件に合わせて地盤全体に引き延ばすことによって，地盤内の

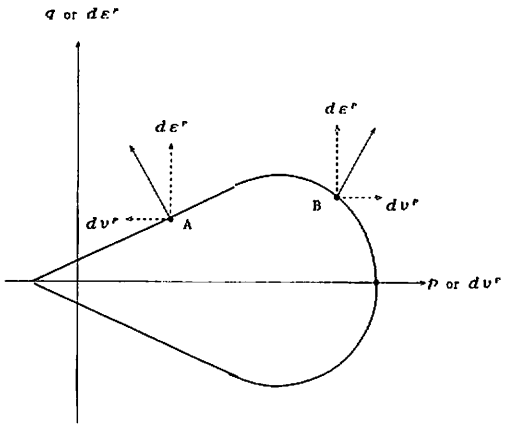
各点における応力や変位が算定可能となるわけである．したがって，土の構成式の良し悪しは，直接的に地盤の変形予測の精度に影響し，それが，地盤の変形解析のキー・ポイントとなる．

現在，土の構成式は多種多様なものが提案されている．しかし，Cam-clayモデルに代表されるほとんどの構成式は土の応力履歴依存性や時間依存性などが考慮されていない．ゆえに，顕著な応力履歴依存性や時間依存性を有する土の変形を部分的にしか表現することしかできない．また，土の複雑な挙動を忠実になぞり得る構成式ほど考慮すべきパラメーターの数が多くなるので，工学的に使いやすい構成式を選択することがこれからの課題である．

① Capモデル

Capモデルを土の挙動の説明にはじめて使ったのが，Drucker・Gibson・Henkel[5]である．土をまわりから拘束している圧力が大きい程，土の強度が大きくなる．地中深くにある土は，浅くにある土より強い．したがって，土は摩擦材料であるとするイメージが一般に強い．Coulombの破壊則などがその好例である．

破壊するまでは土は剛体であり，破壊後は完全塑性体であると考える古典的な土の理想化を受け入れてみると，Coulombの破壊条件が降伏条件にほかならないと考えてよいであろう．図－8にそのような降伏条件を示した．



図－8　Capモデル

土が降伏するのは，破壊現象だけとは限らない．圧密しても土の塑性変形が増大する．この現象を説明するためにCap型の降伏条件を付け加えてみると，B点で降伏した土は，せん断ひずみ，体積ひずみがともに正の方向に発生する．つまり体積がどんどん小さくなっていくわけである．これでせん断破壊だけでなく，圧密降伏もうまく説明できる．

② Cam-clayモデル

Schofieldらは f －ln p 曲線を力－変形曲線にみたてて，その除荷部分（膨張曲線）が弾性変形を支配するものと考え，膨張曲線（OCL）の上に立てた壁とRoscoe面との交線を降伏曲線と見なした．また，Cam-c-layモデルは粘性土を弾塑性体にみたて，降伏曲面を求める際には次の三つの仮定を用いている．[6]

- 体積ひずみ増分は弾性成分と塑性成分わけられ，せん断ひずみ増分は塑性成分のみである
- せん断中の塑性ひずみによる仕事は摩擦として消費される．
- 降伏曲面と塑性ポテンシャルが一致する．

これらの仮定を定式化すると次のようになる．

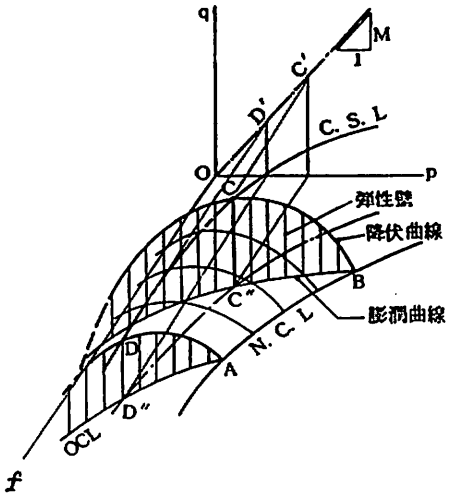
$$\delta\varepsilon_v = \delta\varepsilon_v^e + \delta\varepsilon_v^p \ : \ \delta\gamma = \delta\gamma^p \tag{14}$$

$$p\,\delta\varepsilon_v^p + q\,\delta\gamma^p = Mp\,\delta\gamma^p \tag{15}$$

$$\frac{d\gamma^p}{d\varepsilon_v^p} = \frac{-1}{\dfrac{dq}{dp}} \tag{16}$$

ここで，ε_v ：体積ひずみ
ε_v^e ：弾性体積ひずみ
ε_v^p ：塑性体積ひずみ
γ ：せん断ひずみ
γ^p ：塑性せん断ひずみ
p ：平均有効応力
q ：偏差応力
M ：限界状態線(C.S.L)の勾配
である．

図－9はp，q，f（平均有効応力，偏差応力，比体積）空間における状態曲面を模式的に描いたものである．図中のAB線は正規圧密曲線（NCL），AD″線あるいはBC″線は過圧密曲線（OCL），CD線は限界状態線（CSL）る．(14)～(16)式から降伏曲面式，状態曲面式が得られる．



図－9　状態曲面[6]

降伏曲面式

$$\ln \frac{p}{p_c} - \frac{\eta}{M} = 0 \tag{17}$$

p_c ：異方圧密終了時のp，qを含む降伏曲面と正規圧密曲線の交点のp座標での代表応力

η ：応力比（$\eta = q/p$）

状態曲面式

$$f = N - \lambda \ln p - (\lambda - \kappa) \frac{\eta}{M} \tag{18}$$

ここで，f ：比体積（$f = 1 + e$）

N ：$p = 1\mathrm{kgf/cm^2}$ の時の比体積

λ ：$\lambda =$（圧縮指数）／2.3

κ ：$\kappa =$（膨潤指数）／2.3

である．

③　修正Cam-clayモデル

修正Cam-clayモデルはBurland等によって発表された粘性土の構成式であり基本的な考え方はCam-clayモデルとほとんど変わらない．Burlandは多数の粘土の三軸圧縮試験結果について再検討し，Cam-clay モデルの(15)式で表されるエネルギー消散式を(20)式のように修正した．[6]

$$\delta\varepsilon_v = \delta\varepsilon_v^e + \delta\varepsilon_v^p \ : \ \delta\gamma = \delta\gamma^p \tag{19}$$

$$p\,\delta\varepsilon_v^p + q\,\delta\gamma^p = p\sqrt{(\delta\varepsilon_v^p)^2 + (M\,\delta\gamma^p)^2} \tag{20}$$

$$\frac{d\gamma^p}{d\varepsilon_v^p} = \frac{-1}{\dfrac{dq}{dp}} \tag{21}$$

(19)～(21)式から降伏曲面式，状態曲面式が得られる．

降伏曲面式

$$\frac{p}{p_c} - \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} = 0 \tag{22}$$

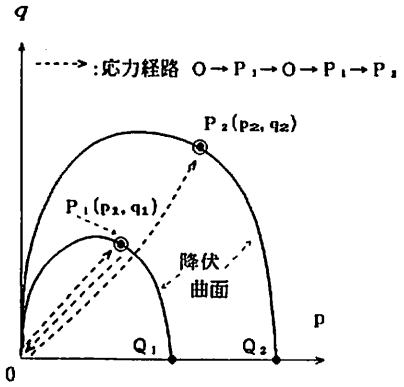
状態曲面式

$$f = N - \lambda \ln p - (\lambda - \kappa) \ln\left(1 + \frac{\eta^2}{M^2}\right) \tag{23}$$

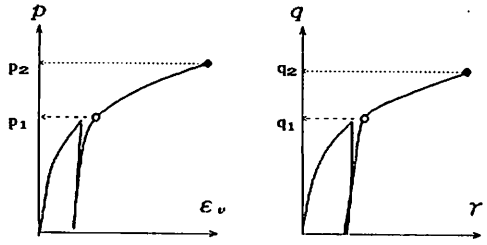
2－3　応力－ひずみ曲線と降伏応力の推定法

飽和粘土は正規圧密状態で弾塑性体として，過圧密状態では弾性体として挙動し，過圧密状態（弾性）から正規圧密状態（弾塑性）の移行の際に降伏という現象が生じることはよく知られている．圧密現象を例にとれば，繰返し載荷を行った場合の再載荷過程において $e-\log p$関係にて降伏現象が見られる．これらの圧密理論は変形も荷重も鉛直方向のみの一次元圧密理論であるので，弾性状態と弾塑性状態との境界は降伏"点"としてのみ存在し，この降伏応力を圧密降伏応力といい，弾性，弾塑性の判定に用いられる過圧密比の基準としても用いられている．この圧密降伏応力を応力－ひずみ曲線から実験的に求める方法は，この間隙比 e と平均有効応力pの関係を用いる三笠の方法[7]等が知られている．

しかし，一般の三次元応力下での粘性土の変形では，弾性状態と弾塑性状態との境界は"点"ではなく主応力空間内での"曲面"として存在し，これを降伏曲面と称している．三軸応力下での降伏曲面を$p-q$応力平面上に投影すると図－10(a)に示すようなひとつの曲線となる．図の例では応力状態点$P_1(p_1, q_1)$まで載



(a) $q-p$平面に投影した降伏曲面



(b) 応力－ひずみ曲線

図－10　降伏曲面概念図

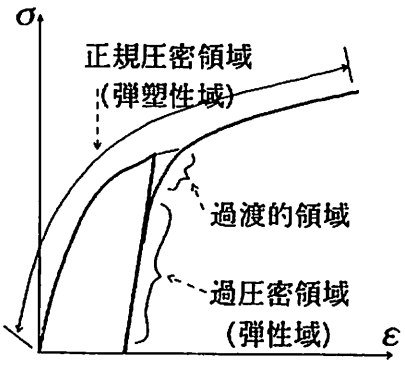
荷して次にO点まで除荷し，その後P_1を経て$P_2(p_2, q_2)$まで載荷されている．このとき降伏曲線OP_1Q_1がOP_2Q_2へと拡大する．

また，図－10(a)の応力経路での$p-\varepsilon_v$，$q-r$曲線と降伏応力は図－10(b)のようになり，平均有効応力pだけでなく偏差応力qについても降伏が生じる．それは圧密要素とせん断要素のそれぞれで降伏応力が存在することであり，本研究において求めようとする降伏応力は，まさにこのようなケースに相当する．

しかし，一次元圧密の場合と違って，このような三次元の応力変動に対応した降伏応力の推定法となるとあまり例がみられない．そこで，本節ではまず実験データから得られた応力－ひずみ関係から，降伏応力を推定する方法について概説し，どのような降伏応力の推定法を採用すればよいか検討する．

(a)　降伏応力の考え方と評価手法

飽和粘土の典型的な応力－ひずみ曲線を図－11に示す．この図に示されるように，正規圧密状態では，弾塑性挙動を示し，過圧密領域では弾性挙動を示す．そして，弾性状態と弾塑性状態との境界としての降伏点をこの曲線上で明確に決定しようとするには2，3の不都合な問題がある．その問題点とは次のようなものである．[8]

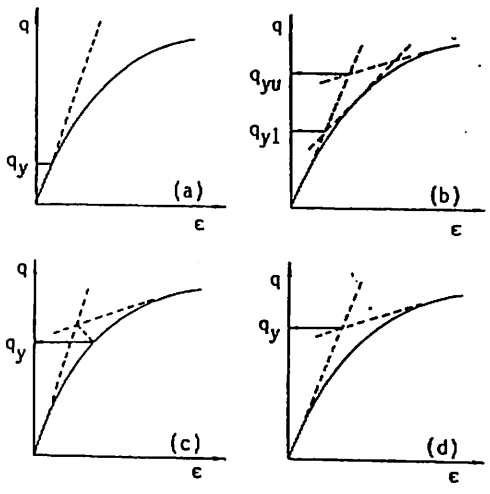


図－11　応力－ひずみ曲線概念図

1）特定の応力経路試験によっては，ある応力－ひずみ曲線上で降伏応力が明確に現れない場合があること．例えば，p一定試験での平均有効応力 p－体積ひずみ ε_v 曲線や，ηの低い状態でのη一定試験の偏差応力 q－せん断ひずみ γ曲線などの場合がそれにあたる．

2）弾性状態から弾塑性状態に移行する際には過渡的領域が存在し，その領域の範囲がそれぞれの応力経路により違うことと，その過渡的領域のどこで降伏したとみなすか，という問題がある．

三浦・山本(1982)[9]は，降伏応力を推定するための手段として，偏差応力q－せん断ひずみ γおよび平均有効応力 p－体積ひずみ ε_vの2種類の応力－ひずみ曲線について，図－12に示す4通りの方法について適否の検討を行った．その結果，算術目盛り上に描いた応力－ひずみ曲線の最大曲率点（図－12(c)）で降伏



図－12　各種の降伏応力の決定方法[8]

応力を推定する方法を用いれば，1）座標スケールの選び方の影響が小さく，比較的簡単に降伏点が求まること，2）$q-\gamma$および$p-\varepsilon_v$曲線から求めた降伏応力がよく一致すること，3）降伏曲線の特性が，明瞭に現れることなどを示し，この方法が合理的であることを明らかにしている．つまり，明確な弾性域から完全な弾塑性域に至る間にその過渡的な領域が存在することを認めた上で，降伏応力を塑性変形の十分に生じる応力点と位置づけている．また，安福[8]は，降伏という概念をこの考え方でとらえ，具体的には次に示す応力－ひずみ曲線にもとづいて，それぞれ独立して降伏応力を推定している．

① 偏差応力q－せん断ひずみγ曲線

② 平均有効応力p－体積ひずみε_v曲線

③ 応力比$\eta-k_m$曲線，または平均有効応力$p-k_m$曲線

④ 応力比$\eta-W$曲線，または平均有効応力$p-W$曲線

すなわち，上記曲線のγ，ε_v，k_mおよびWの値が急増する点をもって降伏応力と定めている．

ここにWは全仕事，k_mは諸戸，川上[10]の示した状態量であり次式で示される．

$$k_m=W/p=\int dW/p=\int d\varepsilon_v+\int \eta\cdot d\gamma \quad (24)$$

$$W=\int dW=\int p\cdot d\varepsilon_v+\int q\cdot d\gamma \quad (25)$$

$\eta-W$曲線または$p-W$曲線と$\eta-k_m$曲線または$p-k_m$曲線を用いれば，特定の応力経路試験に対し降伏応力が定まらないことはなく，また圧密とせん断の効果が連成し合って降伏が生じると考えれば，k_mから降伏応力を求めることは，利点が多いとされている．

安福の用いた推定法とは三浦・山本[9]によって用いられている経験的手法と同様な手法であり，応力－ひずみ曲線を2つの直線で近似し，その交点で降伏応力が与えられるものとした．[8]

(b) 降伏応力推定法について

前項で述べた研究を参考にして次に挙げる2つの降伏点推定法とその島尻粘土への適用例について述べる．

この2つの推定方法の共通した基本的考え方は，過渡的領域内で塑性変形を十分に生じる点としての降伏点を

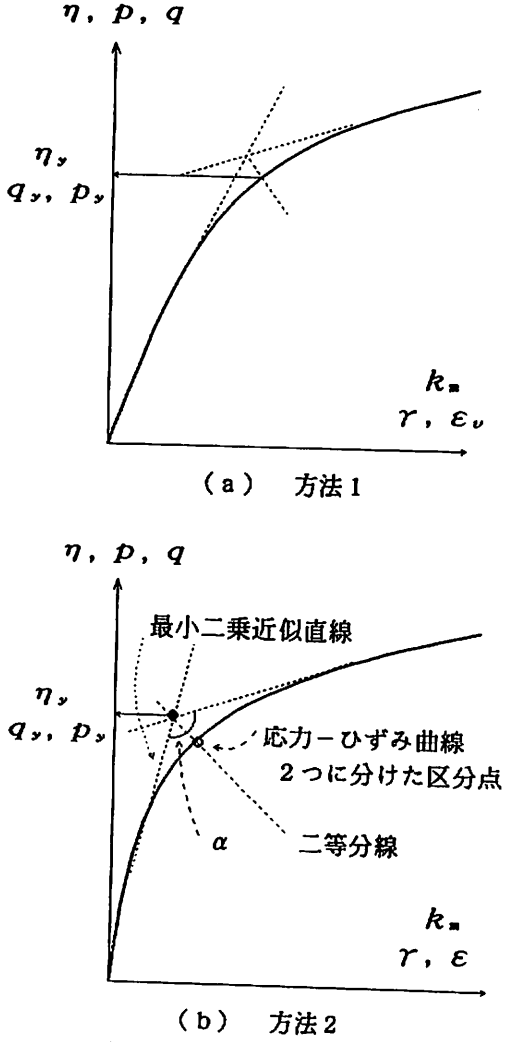
① 偏差応力 q－せん断ひずみγ曲線

② 平均有効応力 p－体積ひずみε_v曲線

③ 応力比$\eta-k_m$曲線，または平均有効応力 $p-k_m$曲線

の3つの応力－ひずみ曲線でそれぞれのひずみ増分が応力増分に対し最も急増する点であると仮定して，応力－ひずみ曲線を2直線で近似し，それを利用して弾性－弾塑性の過渡的領域を求めるというものである．その2方法とは次のようなものである．

（方法1）図－13(a)で示すような応力－ひずみ曲線を算術目盛り上の最大曲率点で降伏応力を推定する方法で，三浦・山本[9]によれば降伏点を推定するための手段として座標スケールの選び方の影響が少なく，比較的簡単に降伏応力が求まり，合理的であるとされている．



図－13　降伏点の決定方法

（方法２）図－13(b)に示すように，応力－ひずみ曲線を過渡的領域内のある区分点で弾性域，弾塑性域の２つの部分に分け，それぞれの部分を最小二乗法で直線近似し，この２直線の交角αの２等分線を求める．このような操作を過渡領域内のいくつかの区分点について繰り返して行い，区分点がこの２直線の交角αの２等分線上にあるような場合の２つの近似直線の交点を降伏点とみなす方法．この方法は数値計算のみによって降伏点を決定するので，スケールによらないという利点を持つが，十分な数の測定データを必要とする．

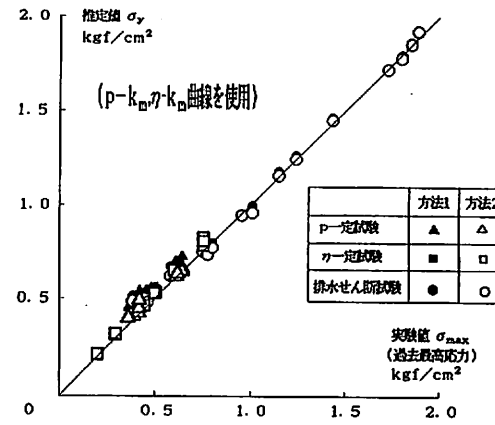
この２方法を用いて，ひとつの応力経路上で繰返し載荷を行った平均有効応力一定せん断試験，応力比一定異方圧密試験，および排水せん断試験のそれれぞれについて求めた降伏応力と過去最高応力の比較を図－14(a)，図－14(b)に示す．図－14(a)は $\eta-k_m$，または$p-k_m$曲線を用いたもので，図－14(b)は$p-\varepsilon_v$，または$q-\gamma$曲線を用いたものである．両図とも，方法１を黒印で，方法２を白印でプロットした．

この両図から分かるように方法１よりも方法２での推定値の方が過去最高応力点に近く，方法１は方法２より推定値が高くなることが分かる．また，推定値は使用する曲線によってあまり変わらないが，$p-\varepsilon_v$，または$q-r$曲線上で方法１を用いた場合，方法２より高い推定値が得られることが多かった．そして，試験種類による顕著な差はみられないが，応力レベルが低い場合には両方法とも推定値が過去最高応力よりも高くでることがわかった．これは，塑性ひずみの発生が少ないような低い応力状態で繰返し載荷を行うと，図－15に示されるように処女曲線の勾配が大きいため過渡的領域の応力が過去最高応力よりも大きくなるためだと推測される．この差は算術目盛りを用いる方法１の方が方法２よりも大きい値となった．

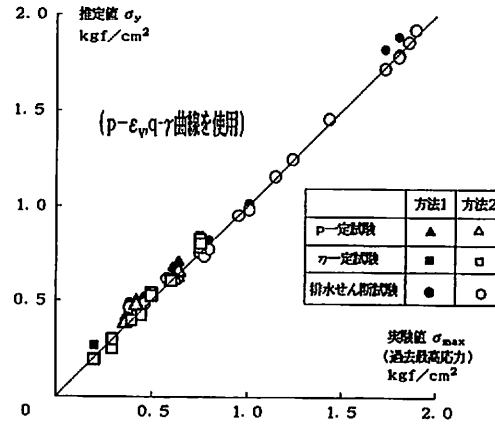
また，これらの結果からは，$p-\varepsilon_v$，$q-\gamma$曲線の場合と$\eta-k_m$，または$p-k_m$曲線の場合との違いはほとんどなく，特に方法２の場合は推定値が降伏応力の推定に使用する応力－ひずみ曲線によって変わらないといえる．

これらの結果より降伏曲面の概形を求める場合，方法１，２のいずれも十分適用できると推定されるが，特に方法２は使用する応力－ひずみ曲線による影響が少ないという点と個人差のでないという点で方法１よりも優れていると思われる．

そこで，本研究では，$\eta-k_m$，または$p-k_m$曲線と$p-\varepsilon_v$，$q-\gamma$曲線上で方法２を主として用いて降伏

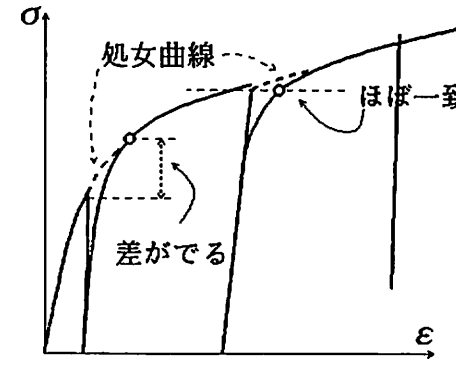


(a)



(b)

図－14　実験値（過去最高能力）と決定法による推定値の比較



図－15　処女曲線がσ_yの推定値に与える影響

点を推定し，方法1は方法2を補足する目的で使用して降伏曲面の形状を求めることにする．

3．試験方法

3－1 試料について

今回，実験に使用した試料は沖縄本島中南部，宮古島などに分布する島尻層泥岩を細かく打ち砕いたものをである．島尻層泥岩は第三紀中新世から鮮新世にかけての海成堆積物で，琉球石灰岩の下に基盤をなし，自重などによって長期間にわって圧密された半固結～固結泥岩である．沖縄本島においては具志川市天願から北谷町砂辺に抜ける天願断層以南の地域に分布する．[9]

現在の島尻層泥岩は琉球石灰岩の堆積後に地殻変動で隆起し，上層部分が風化などにより除荷（上載荷重が除荷）されたために過圧密状態にあるといわれている．[10]

島尻層泥岩は構造物基礎の良好な支持層とされているが比較的軟質であり，大気中にさらされたり自由水と接触するとスレーキングを起こし，吸水膨張により強度が著しく低下するなどの泥岩に共通にみられる性質をもっている．

また，pHは8以上でアルカリ性である．

3－2 試料作成

① 固結状態の島尻粘土を打ち砕き，2000μmふるい通過分を一昼夜水に浸す．

② 液性限界の2倍以上の含水比を保って撹拌機で十分に練り返す．

③ 15cm径モールドに練り返した試料を満たし1～2日間放置する．

④ 鉛直圧密圧力0.5kgf／cm²で圧密沈下が終了するまで（20日間）K_0－圧密する．

⑤ 圧密終了後モールドから油圧ジャッキを用いて試料を取り出し，直径5cm，高さ10cmの円柱供試体が取れるように4等分する．

⑥ 試験を行うまで含水比に変化が無いように供試体を養生箱で養生する．

表－1に島尻粘土の物理的性質を示す．

表－1　島尻粘土の物理的性質

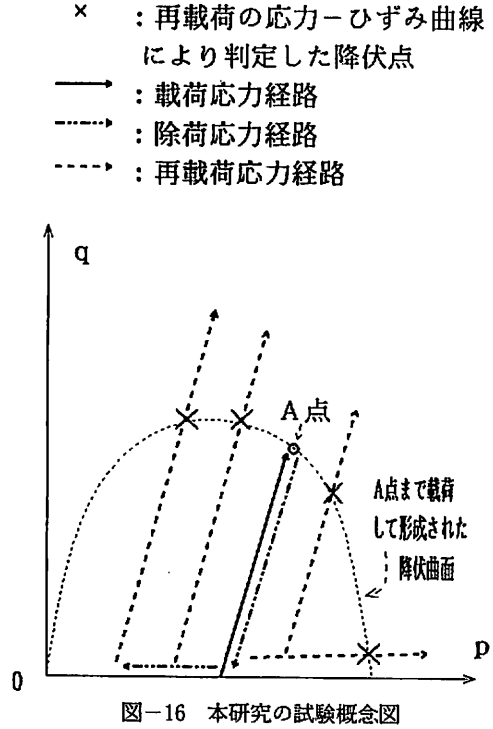
比　　重　Gs	2. 71
液 性 限 界（L.L）	53. 69
塑 性 限 界（P.L）	26. 13
塑 性 指 数（I. P）	27. 56
粘　土　分（％）	45. 2
シ　ル　ト（％）	44. 6
砂　　分（％）	10. 2

3－3 試験の概要

(a) 試験の概要

試験の概要は次のようなものである．図－16に示すように，まず平均有効応力 p－偏差応力 q空間のある点まで載荷する．それにより，その点に対応する降伏曲面が形成される．その後にいろいろな応力状態点まで除荷して，先に形成された降伏曲面を横切るようにして再載荷を行い，その再載荷の過程で得られた応力－ひずみ曲線より降伏点を判定する．

本研究で行った試験は，等方圧密繰返し排水せん断・非排水せん断試験と等方圧密排水せん断等方除荷（載荷）・非排水せん断試験と等方圧密排水せん断等方載



図－16　本研究の試験概念図

荷・非排水せん断試験の３種類に大別される．それぞれを前から順にCIRDU試験，CIDIDU試験，そしてCIDIU試験と称することにする．

CIRDU試験，CIDIDU試験，CIDIU試験ともに所定の圧密圧力で24時間等方圧密したあと間隙水圧の発生のないような載荷・除荷速度($\upsilon=\sqrt{\dot{p}^2+\dot{q}^2}=0.90$ kgf／cm²／day)で静的に排水状態で目標応力点まで載荷，除荷を行うことにより降伏曲面を形成し，その後で幾つかの排水せん断経路や等方載荷応力経路により再載荷を行って，それぞれの応力経路での降伏応力を求めるための応力－ひずみ関係を得ることを目的とする試験である．また，３試験ともに最終応力状態点まで達した後，非排水せん断試験を軸ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}=0.1$ %／minで行っている．

図－17に試験応力概念図を示す．図中の破線はその応力比 η 一定の直線（それぞれ $\eta=0.8,0.6,0.4,0.2$）を示している．次に図中の傾き（$\delta q/\delta p$）＝３の実線で示される直線群は排水せん断経路であり，それぞれ等方状態の $p=0.75\sim1.75$ kgf／cm² の間で0.25kgf／cm² ごとに計５本を試験排水せん断経路として採用した．そしてこれらの η 一定の直線群と排水せん断経路の直線群の交点を実験おける代表応力点として使用

CIRDU test

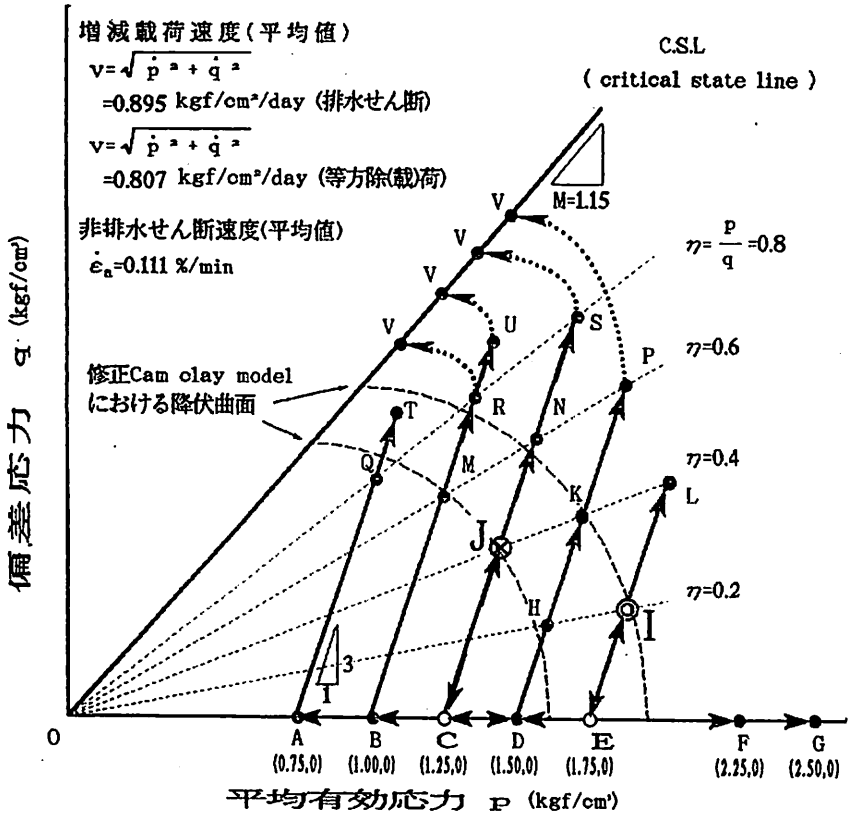
case 1 : O → E → I → E → L → V　　case 6 : O → C → J → C → N → V

CIDIDU test

case 2 : O → E → I → E → D → P → V　　case 7 : O → C → J → C → D → K → V
case 3 : O → E → I → E → C → S → V　　case 8 : O → C → J → C → B → R → V
case 4 : O → E → I → E → B → U → V　　case 9 : O → C → J → C → A → T → V

CIDIU test

case 5 : O → E → I → E → G → V　　case 10 : O → C → J → C → F → V



図－17　試験応力経路概念図

した．

今回の実験は，E点まで排水せん断してその後除荷を行い，ある試験応力経路で再載荷をする試験を5cases，C点まで排水せん断してその後除荷を行い，再載荷をする試験を同じく5cases行って，計10casesの試験での降伏応力を得るための応力－ひずみ曲線を求めることを目的とする．

非排水せん断開始点（排水せん断，または等方載荷

試験名（載荷条件）	増減載荷速度 υ kgf/cm²/day 排水せん断	増減載荷速度 υ kgf/cm²/day 等方除載荷	非排水せん断時のひずみ速度 $\dot{\varepsilon}$ %/min	試験番号	Test Case / 相似比 s	応力経路（図－17参照）
CIRDU	0.90	——	0.10	EIEL*	Case-1 / 1.103	O→E→I →E→L→V
CIDIDU	0.90	0.80	0.10	EIDP*	Case-2 / 1.278	O→E→I→E →D→P→V
				EICS*	Case-3 / 1.522	O→E→I→E →C→S→V
				EIBU*	Case-4 / 1.875	O→E→I→E →B→U→V
CIDIU	0.90	0.80	0.10	EIEG*	Case-5 / 1.071	O→E→I →E→G→V
CIRDU	0.90	——	0.10	CJCN*	Case-6 / 1.291	O→C→J →C→N→V
CIDIDU	0.90	0.80	0.10	CJDK*	Case-7 / 1.066	O→C→J→C →D→K→V
				CJBR*	Case-8 / 1.605	O→C→J→C →B→R→V
				CJAT*	Case-9 / 2.122	O→C→J→C →A→T→V
CIDIU	0.90	0.80	0.10	CJCF*	Case-10 / 1.244	O→C→J →C→F→V

表－2　試験条件一覧表

終了点）の決定は一回目の排水せん断により形成されたと推測される修正 Cam clayモデルの降伏曲線を十分にこえるようなそれぞれの排水せん断経路と応力比 η 一定の直線の交点，または等方応力状態点としている.修正 Cam clayモデルの降伏曲線の式は次式のように表される.

$$\frac{p}{p_c} - \frac{M^2}{\eta^2+M^2} = 0 \qquad (26)$$

p_c は修正 Cam-clayモデルにおける降伏曲面と p 軸との交点の p 座標での代表応力である．また，図－17にはこの式より求めた実験で，I点，J点まで載荷したときにできたと推測される修正 Cam cl-ayモデルによる曲線を示している.

(b) 試験種類

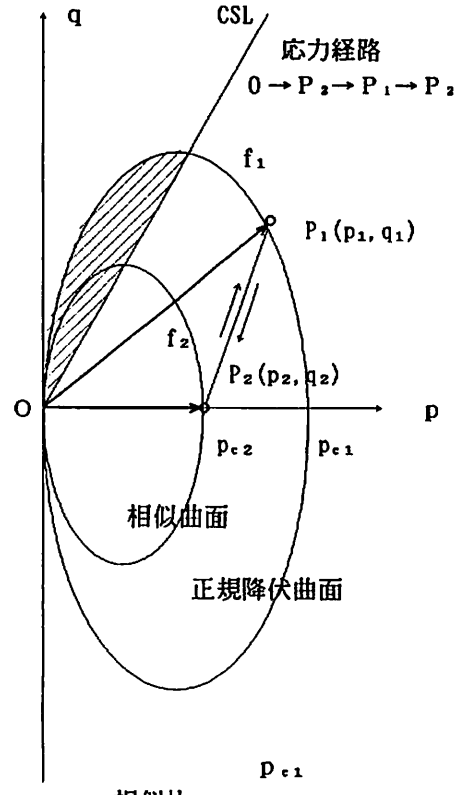
試験は等方圧密繰返し排水せん断・非排水試験（CIRDU test）が2 cases，等方圧密排水せん断等方載荷・非排水試験（CIDIU test）が2 cases，等方圧密排水せん断等方除（載）荷排水せん断・非排水試験（CIDIDU test）が6 casesの合計10 casesである．表－2に試験条件を示す．表中の試験番号数値は実験番号を示し，アルファベットは等方応力状態点，載荷-除荷折返し点，最終応力状態点を示す．（図－17 応力経路概念図，および表－2 試験条件一覧表 参照）

また，表中の相似比 s[12] は一般的な3次元応力変動を履歴として持つ粘土の現時点の応力状態と過去最大の圧密荷重状態との関係を与えるひとつの指数であり，現時点における鉛直方向の圧密荷重に対する過去最大の圧密荷重の比として定められる過圧密比の一般的応力変動への拡張である．すなわち，一般的な三次元応力変動をする粘土の正規圧密状態，過圧密状態の判定のひとつの目安となるものである．この相似比 s は降伏曲面の関数形を指定する必要があり，この表では修正Cam-clay モデルの降伏関数を採用した．次にこの相似比 s ついて述べる.

図－18の点 P_1 は正規降伏曲面上の点で修正Cam-clayモデルを仮定すれば次式を満たす.

$$\left(p_1 - \frac{p_{c1}}{2}\right)^2 + \left(\frac{q_1}{M}\right)^2 = \left(\frac{p_{c1}}{2}\right)^2 \qquad (27)$$

同様に P_2 は相似曲面上の点で次式を満たす.



相似比 $s = \dfrac{p_{c1}}{p_{c2}}$

過圧密比 $n = \dfrac{\sigma_{y1}}{\sigma_{y2}}$

図－18 過去最大の圧密荷重における正規降伏曲面と現在の応力による相似曲面

$$\left(p_1 - \frac{p_{c2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{q_2}{M}\right)^2 = \left(\frac{p_{c2}}{2}\right)^2 \qquad (28)$$

ここで p_{c1}，p_{c2} はそれぞれ正規降伏曲面，相似曲面と p 軸との交点の p 座標での各曲面の代表応力である．これらの代表応力は降伏曲面の関数形と応力点が指定されれば決定される．また，図から分かるように相似曲面に対する正規降伏曲面の相似比は，相似の中心が原点にあるので p_{c1}/p_{c2} となる．この値が一般的応力変動を持つ粘土の相似比であるので s は次式のようになる.

$$s = \frac{p_{c1}}{p_{c2}} \qquad (29)$$

これらの式を用いてP_1点を試験応力経路上のI点，J点の応力を，P_2点を再載荷開始点A，B，C，D，E点の応力とした場合のsを表中に示している．ただし，限界状態線を越えて除荷が進む場合，図－18の斜線部領域では別の降伏曲面（Hvorslev面）となり，このsは使えないが，今回の実験ではこのようなケースは採用していない．

i）CIRDU 試験（case－1，6）

等方圧密繰返し排水せん断・非排水せん断試験（CIRDU test）

応力経路上での座標原点から等方圧密終了点 E点(p_o,q_o)=(1.75,0)，および C点(1.50,0)まで24時間等方圧密する．その後，載荷・除荷速度（ υ= 0.90kgf／cm²／day）で静的に排水状態で目標応力点 I点（p, q）=(1.875,0.375)，および J点(1.442,0.577)まで載荷したあとで，再載荷開始点（等方応力状態点）まで除荷を行い，再び同一の排水せん断経路にて排水せん断終了点まで載荷を行いその後，軸ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}$= 0.1%／minで非排水せん断試験を行う．

ii）CIDIDU 試験（case－2,3,4,7，8，9）

等方圧密排水せん断等方除（載）荷排水せん断・非排水せん断試験（CIDIDU test）

応力経路上での座標原点から等方圧密終了点 E点(p_o,q_o)=(1.75,0)，および C点(1.50,0)まで24時間等方圧密する．その後，載荷・除荷速度（ υ= 0.90kgf／cm²／day）で静的に排水状態で目標応力点 I点（p, q）=(1.875,0.375),および J点(1.442,0.577)まで載荷したあとで，等方応力状態点まで除荷を行い，等方除荷（または等方載荷）によって別の試験排水せん断経路の再載荷開始点に移動して排水せん断終了点まで載荷を行いその後，非排水せん断試験を軸ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}$=0.1%／minで非排水せん断試験を行う．

iii）CIDIU 試験（case-5,10）

等方圧密排水せん断等方載荷・非排水せん断試験（CIDIUtest）

応力経路上での座標原点から等方圧密終了点 E点(p_o,q_o)=(1.75,0)，および C点(1.50,0)まで24時間等方圧密する．その後，載荷・除荷速度（ υ= 0.90kgf／cm²／day）で静的に排水状態で目標応力点 I点（p, q）=(1.875,0.375),および J点(1.442,0.577)まで載荷したあとで，再載荷開始点まで除荷を行い，次に等方載荷によってにて等方載荷終了点まで載荷を行いその後，非排水せん断試験を軸ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}$=0.1%／minで非排水せん断試験を行う．

記号説明

σ_a'	：軸方向応力	(kgf／cm²)
σ_r'	：径方向応力	(kgf／cm²)
p	：平均有効応力 $p=\frac{1}{3}(\sigma_a'+2\sigma_r')$	(kgf／cm²)
q	：偏差応力 $q=\sigma_a'-\sigma_r'$	(kgf／cm²)
η	：応力比 $\eta=q/p$	
ε_a	：軸方向ひずみ	(%)
ε_r	：径方向ひずみ	(%)
γ	：せん断ひずみ $r=\frac{2}{3}(\varepsilon_a-\varepsilon_r)$	(%)
ε_v	：体積ひずみ $\varepsilon_v=\varepsilon_a+2\varepsilon_r$	(%)
M	：限界状態線（C. S. L）の勾配	
q_f	：破壊時の偏差応力	(kgf／cm²)
η_f	：破壊時の応力比	
δr	：せん断ひずみ増分	(%)
H	：試験中の供試体の高さ	(cm)
H_o	：初期の供試体の高さ	(cm)
V_o	：初期の供試体の体積	(cm³)
V	：試験中の供試体の体積	(cm³)
P_c	：Cam-clayモデル，および修正Cam-clayモデルにおける降伏曲面とp軸との交点のp座標での代表応力	(kgf／cm²)
G	：せん断弾性係数	(kgf／cm²)
K	：体積弾性係数	(kgf／cm²)
E	：弾性係数	(kgf／cm²)
ν	：ポアソン比	
υ	：増減載荷速度	(kgf／cm²／day)
δp	：除荷時の平均有効応力増分	(kgf／cm²)
δq	：除荷時の偏差応力増分	(kgf／cm²)
dr	：せん断ひずみ増分	(%)
δr^e	：せん断ひずみの弾性成分増分	(%)
δr^p	：せん断ひずみの塑性成分増分	(%)
$d\varepsilon_v$	：体積ひずみ増分	(%)
$\delta\varepsilon_v^e$	：体積ひずみの弾性成分増分	(%)
$\delta\varepsilon_v^p$	：体積ひずみの塑性成分増分	(%)
N	：p=1.0kgf／cm²における比体積	
f	：比体積 $(f=1+e)$	
C_c	：圧縮指数	
C_s	：膨張指数	
λ	：（圧縮指数）／2.3	
κ	：（膨潤指数）／2.3	
Δe	：間隙比の変化量	
e_o	：初期間隙比	
w_o	：初期含水比	

K_0　：静止土圧係数

ϕ_f'　：有効応力に関する内部摩擦角

ここで，応力において下添字 0は実験開始時，fは非排水せん断破壊時を示す．また，ひずみにおいては上添字 e，p は弾性ひずみ成分，塑性ひずみ成分を示す．

4．試験結果，および考察

まず，本研究で行った全試験の試験応力経路図を，図－19に示す．図－19(a)は，応力点 I点まで載荷することにより降伏曲面を形成した一連の試験であるEIEL 1，EIDP 1，EICS 1，EIBU 1，EIEG 2（Case 1～5）の試験応力経路を表わし，図－19(b)は応力点 J点まで載荷して降伏曲面を形成した一連の試験であるCJCN 1，CJDK 3，CJBR 1，CJAT 3，CJCF 6（Case 6～10）の試験応力経路を表わしている．なお，図中のアルファベットは本試験の代表応力点を示す．（3章 図－17 試験応力概念図 参照）

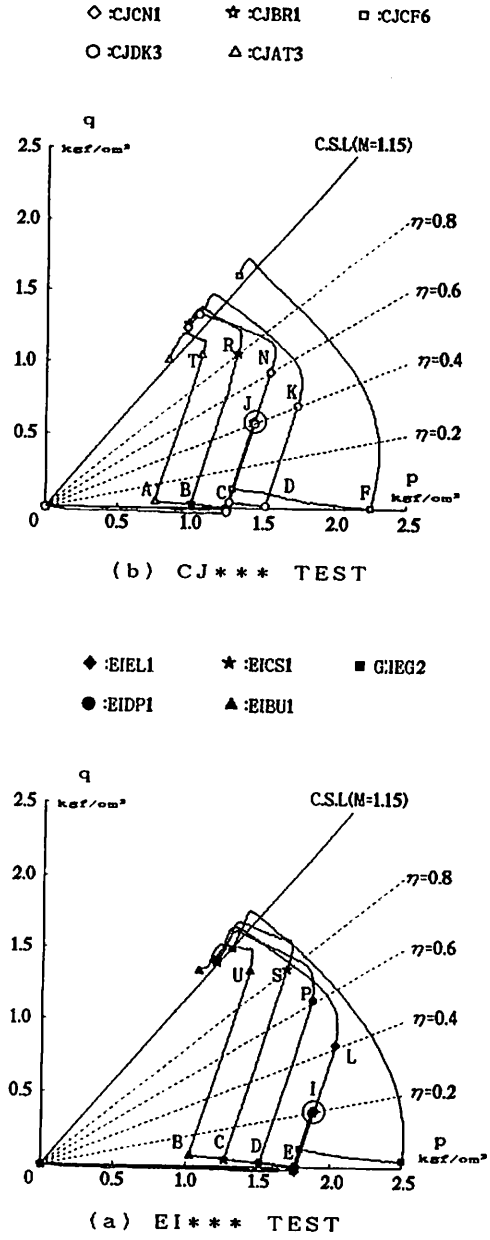
これらの試験応力経路図は，本章で考察を進めていく上できわめて重要であり，以下に述べる結果，考察および図表の参考にするために，この4章のはじめに示している．

4－1　降伏応力の推定値と降伏曲面形状

(a)　EIEL 1，EIDP 1，EICS 1，EIBU 1，EIEG 2（Case 1～5）について

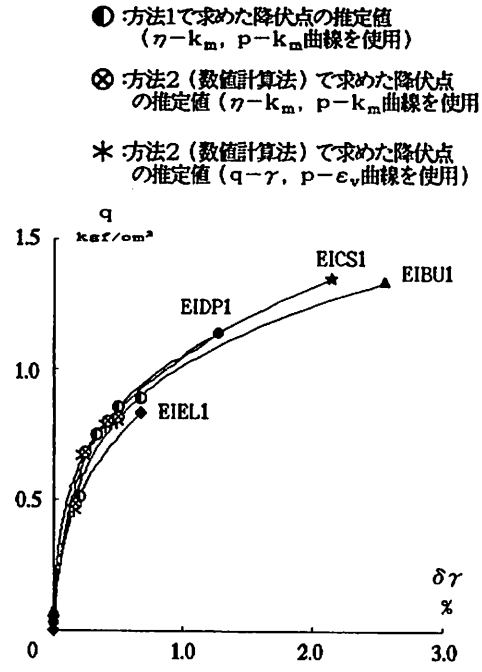
降伏曲面を形成するために応力状態点I点まで載荷した場合の一連の試験であるEIEL 1，EIDP 1，EICS 1，EIBU 1，EIEG 2（Case 5～10: EI＊＊＊ test）の再載荷過程での応力－ひずみ曲線と，その曲線より求めた降伏応力の推定値は図－20のようになり，降伏応力の推定法は図の上部に示す通りである．

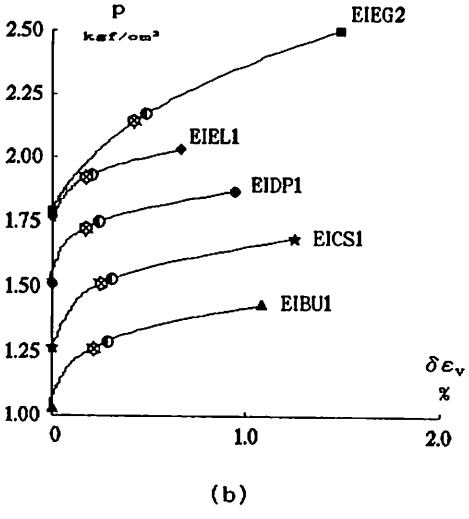
図－20(a)は偏差応力qとせん断ひずみ増分 δrの関係を示し，方法 2（数値計算法）で求めた降伏応力は，$p-\varepsilon_v$曲線，$q-r$曲線を使用したもの（＊印）と$\eta-k_m$曲線，$p-k_m$曲線（⊗印）を使用したものであり，両者はほとんど一致し，算術目盛り上で近似を行う方法 1 で求めた降伏応力（◐印）は，方法 2 で求めた降伏応力よりも少し高い値を示した．また，応力比ηが高くなるほど推定降伏応力の値に差がなくなることが分かる．図－20(b)は平均有効応力 pと体積ひずみ増分 $\Delta\varepsilon_v$の関係を示し，(a)と同様に方法 2（数値計算法）で求めた降伏応力は，使用する曲線によらずほとんど一致し，方法 1 で求めた降伏応力は，方法 2 で求めた降伏応力よりも少し高い値を示した．しかし，pの降伏応力はqのそれとはちがって，ほぼ等間隔に現れている．



図－19　試験応力経路図

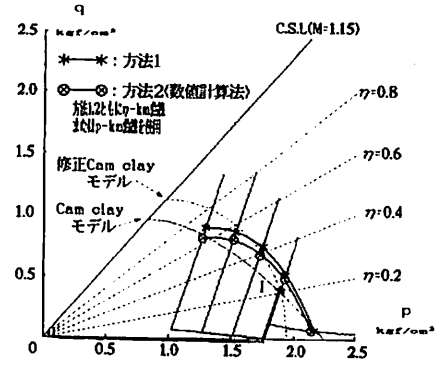
これらのp，qの降伏応力を$p-q$空間に表わしたものが，図－21の実太線であり，これより降伏曲面の概形を知ることができる．また図中には降伏曲面形成点





図−20　降伏探査排水せん断試験の応力〜ひずみ曲線Case 1〜5（EI＊＊＊ test）

を通るCam-Clayモデル，修正Cam-Clayモデルの降伏曲面を描いてあるが，ここに得られた降伏曲面形状とはかなり異なっている．応力比ηが高いと偏差応力についての降伏応力に差がなくなり，その形状はp軸にほぼ平行になり，その位置はCam-Clayモデル



図−21　$p-q$空間での降伏応力の推定値と降伏曲面の概形Case 1〜5（EI＊＊＊ test）

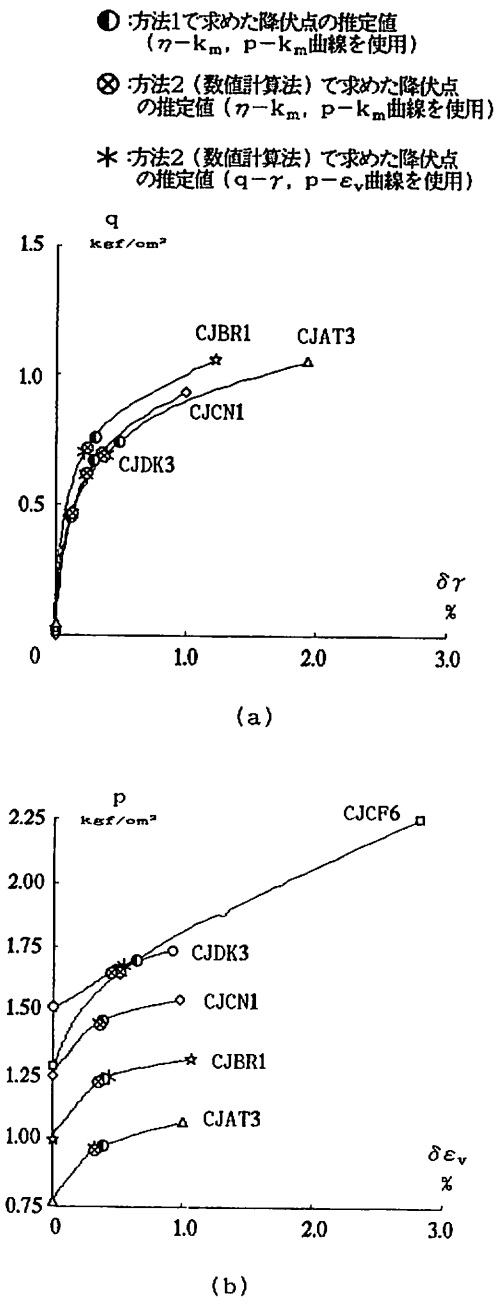
と修正Cam-Clayモデルの中間にある．また，応力比ηが低い場合はCam-Clayモデルよりにある．

そして，降伏曲面形成応力点 I点より推定降伏応力点の方が高い応力値を示している理由は，使用した降伏応力推定法には前回最高応力点の応力比ηが低いと，推定降伏応力点が前回最高応力点より大きい値となる性質があるためだと推測される．このことは 2−3 応力−ひずみ曲線と降伏応力の推定法 にて詳しく述べている．

(b) CJCN 1，CJDK 3，CJBR 1，CJAT 3，CJCF 6（Case 6〜10）について

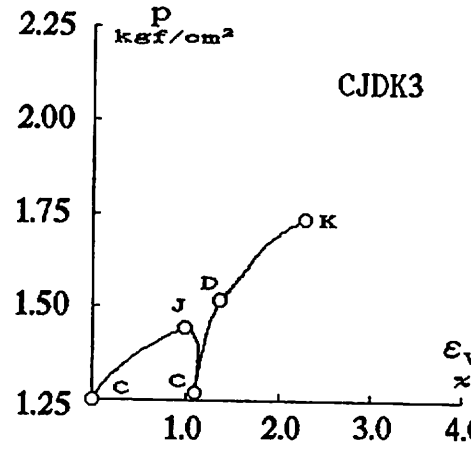
降伏曲面を形成するために応力状態点J点まで載荷した場合の一連の試験であるCJCN 1，CJDK 3，CJBR 1，CJAT 3，CJCF 6（C-ase 6〜10: CJ＊＊＊ test）の再載荷過程での応力−ひずみ曲線と，その曲線より求めた降伏応力の推定値は図−22のようになり，降伏応力の推定法は図の上部に示す通りである．

図−22(a)は偏差応力qとせん断ひずみ増分δrの関係を示す．方法2（数値計算法）で求めた降伏応力は，$p-\varepsilon_v$曲線，$q-r$曲線を使用したもの（＊印）と$\eta-k_m$曲線，$p-k_m$曲線を使用したもの（⊗印）であり，両者はほとんど一致し，算術目盛り上で近似を行う方法1で求めた降伏応力（◐印）は，方法2で求めた降伏応力よりも少し高い値を示した．また，応力比ηが高くなるほど推定降伏応力の値に差がなくなることが分かる．図−22(b)は平均有効応力pと体積ひずみ増分$\Delta\varepsilon_v$の関係を示し，図−22(a)と同様に方法2（数値計算法）で求めた降伏応力は，使用する曲線によらずほとんど一致し，方法1で求めた降伏応力は，方法2で求めた降伏応力よりも少し高い値を示した．



図−22　降伏探査排水せん断試験の応力〜ひずみ曲線Case 6〜10（CJ＊＊＊test）

この図では，CJDK 3（○印）という，唯一等方載荷→排水せん断という2段階再載荷を行った試験があり，その応力−ひずみ曲線や降伏応力推定値が他試験の結果と違う傾向を示してる．それは図−23に示すように，D点にて等方載荷から排水せん断による載荷

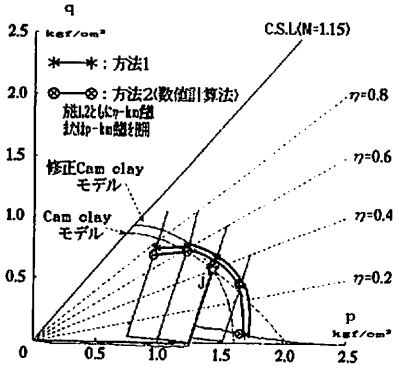


図−23　CJDK 3での平均有効応力と体積ひずみの関係

に切り換える2段階再載荷(C→D→K)により，再載荷の応力−ひずみ曲線が2つに分けられ，そのうちの排水せん断による載荷（D→K）の応力−ひずみ曲線がS字状となっている．そのため，この場合では再載荷の応力−ひずみ曲線で，最大曲率点を利用して降伏点を推定する方法1，2は用いることができず，排水せん断再載荷の応力−ひずみ曲線より降伏点を求めたが，この場合においては弾性域の曲線が短く，不明瞭であるので他実験の降伏応力推定値よりも信頼性に欠けると推測される．よって，今後の研究ではこのような2段階再載荷を用いる試験は行わず，1つの再載荷応力経路により降伏応力を求めることが望ましい．

これらの推定降伏応力を$p-q$空間に表わしたものが図−24の実太線で示してあるが，降伏曲面の概形は，降伏曲面形成応力点よりpが高いとq軸に平行となるようである．またこの場合も4−1(a)項の降伏曲面の概形と同様に，Cam-Clayモデルと修正Cam-Clayモデルの降伏曲面形状とはかなり異なっている．応力比ηが高い場合は，偏差応力についての降伏応力に差がなくなり，その形状はp軸にほぼ平行になる．また，応力比ηが低い場合は，推定降伏応力はCam-Clayモデルと修正Cam-Clayモデルの中間にあるが，やや，修正Cam-Clayモデルよりにあるという結果が得られた．

4−2）EIIL 1，EIDP 1，EICS 1，EIBU 1，EIEG 2（Case 1〜5）とCJCN 1，CJDK 3，CJBR 1，CJAT 3，CJCF 6（Case 6〜10）との降伏曲



図－24　$p-q$空間での降伏応力の推定値と降 伏曲面の概形Case 6～10（CJ＊＊＊test）

面の比較

EIIL 1，EIDP 1，EICS 1，EIBU 1，EIEG 2（以下 EI＊＊＊ testと称す）で形成された降伏曲面とCJCN 1，CJDK 3，CJBR 1，CJAT 3，CJCF 6（以下 CJ＊＊＊ testと称す）で形成された降伏曲面は図－25(a)のようになる．まず，この両試験で形成された降伏曲面の共通点は，偏差応力q方向にはふくらみが見られず偏平な降伏曲面である．異なる点は，EI＊＊＊ testで形成された降伏曲面は，平均有効応力p方向は大きく，CJ＊＊＊ testで形成された降伏曲面は，平均有効応力p方向は小さくなっている．これより，降伏曲面は図－25(b)のように拡大していくと推測されるが，CJDK 3 の経路に問題があるので一概にはいえない．

4－3）今後の研究課題

本研究の試験結果および考察により得られた今後の研究課題を以下に述べる．

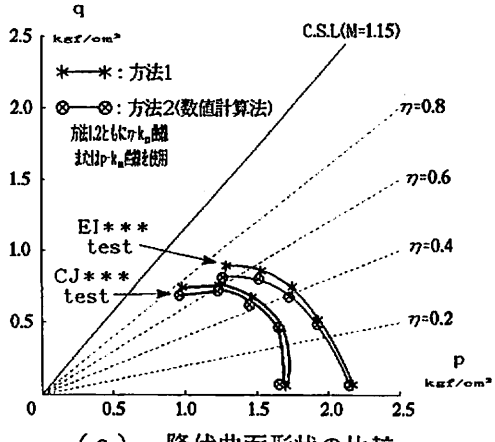
①方法 2（数値計算法）は，まだまだ改良の余地（応力－ひずみ曲線の座標スケールの影響等）があるので，降伏応力推定法の精度を高める必要がある．

②排水条件下での応力－ひずみ曲線では，前回の載荷・除荷の影響，いわゆる粘性の影響が見られた．これは，今回使用した応力－ひずみ曲線を用いる降伏応力推定法にも影響し，ある応力点まで載荷・除荷して形成する降伏曲面にも影響があると推測される．したがって，載荷・除荷の折り返し点で一定期間放置（Creep）する必要がある．

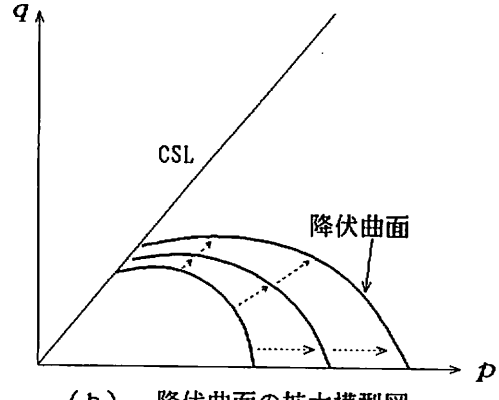
③本研究では，二つの降伏曲面の概形をとらえることができたが，もっと広範囲の応力域で正確にとらえるために，探査応力範囲を拡大し，より細かく降伏点を求める必要がある．

④現在の試験経路では，2段階再載荷により，変形挙動に影響が生じたり，応力の折り返し点が多すぎるので，②，③のような点を改良するときに不利となる．そこで図－26の例のように，除荷，再載荷をそれぞれ1本の応力経路で行うような試験応力経路に変える必要がある．

⑤さまざまな応力点で降伏曲面を形成したり，同一の降伏曲面で降伏曲面形成応力点を変えることにより，同一の降伏曲面が形成されるか否かを調べる必要がある．（図－26参照）

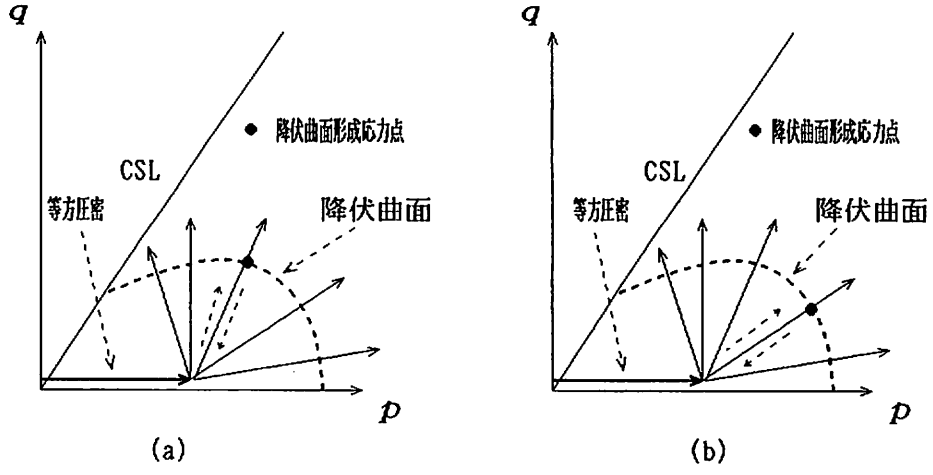


（a）　降伏曲面形状の比較



（b）　降伏曲面の拡大模型図

図－25　降伏曲面形状の比較と拡大



図－26　降伏曲面探査法の改良

5．結論

粘性土の降伏曲面形状を実験的に調べるために，異なる応力域で形成した大小二つの降伏曲面の形状を求める実験を行った結果，次のようなことがわかった．

1）本研究で得られた降伏曲面形状は，応力比ηが高くなると偏差応力qについての降伏応力点に差がなくなり，p軸にほぼ平行な降伏曲面となる．したがってその降伏曲面形状は，Cam-Clayモデル，修正Cam-Clayモデルの降伏曲面形状と一致しない．

2）得られた降伏曲面形状は，応力比ηが高くなるほど，修正Cam-Clayモデルのものよりもq軸方向につぶれた（qが小さい）形状となる．また降伏曲面が拡大するにしたがって，そのηの高い応力域における得られた降伏曲面形状と修正Cam-Clayモデルの降伏曲面とのqの差は大きくなる傾向がある．

3）2)で述べた理由より，この実験に使用した粘土の解析に修正Cam-Clayモデルを適用した場合，限界状態（CSL）にかなり近い応力域において，修正Cam-Clayモデルではまだ塑性ひずみの発生しないとされる応力点から，実際には塑性ひずみが発生することになる．すなわち限界状態に近く塑性せん断ひずみの卓越する応力比の高い領域で，塑性ひずみの発生を規定する境界である降伏曲面の評価に危険側の誤差が生じると考えられる．したがって，応力比の高い領域における降伏曲面の評価に修正Cam-Clay モデルの適用する際には，この点に留意する必要があると思われる．

《 参考文献 》

1）Andrew N Schofield ; From Camclay to Centrifuge Models, 土と基礎, Vol.41, No.6, pp83～85

2）足立・岡；土の構成式入門, 3.連続体力学と構成式, 土と基礎, Vol.31, No.7, pp86～pp88

3）呉屋 健一；静的な繰返し排水せん断試験における正規圧密粘土の変形特性に関する実験的研究, 琉球大学大学院, 平成4年度(1992)修士論文

4）太田 秀樹；カムクレイに学ぶ, 4.流れ則の応用－カムクレイ・モデル－, 土と基礎, Vol.41, No.9, pp61～64

5）Drucker,D.C.,Gibson,R.E.and Henkel,D.J.; Soil mechanics and work hardening theories of plasti-city,ASCE Transection, Paper No.2846, pp338～346, 1957

6）土木工学大系編集委員会(彰国社)；土木工学大系8, pp83～133

7）三笠 正人；圧密試験の整理法について, 第14回土木学会学術講演講演発表集, 1964

8）安福 規之；広範な応力域における異方圧密砂の降伏特性と弾塑性構成式に関する研究, 1990年学位論文, pp71～pp80

9）三浦 哲彦, 山本 紀之；粒子破砕領域における砂の降伏曲線について, 土木工学会論文報告集, 19

82年，No.326，pp83～90
10）諸戸 靖史，川上 房義；砂の変形における状態関数，木工学会論文報告集，1974年，No229，pp72～86
11）土質工学会九州支部編；九州・沖縄における特殊土，pp227
12）原 久夫；三次元応力下での過圧密比について，第28回土質工学研究発表会発表講演集，2分冊の1，pp449～450