

# 琉球大学学術リポジトリ

## 特異摂動法による低次元化モデルを用いた設計のロバスト安定性について

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学工学部 公開日: 2007-08-23 キーワード (Ja): キーワード (En): Robust stability, Parasitics, Reduced order model, Servo system, Singular perturbation method 作成者: 石田, 力, 長堂, 勤 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/20.500.12000/1483">http://hdl.handle.net/20.500.12000/1483</a>

特異摂動法による低次元化モデルを用いた設計の  
ロバスト安定性について

石田 力\* 長堂 勳†

**Robust Stability for the Design Using a Reduced Model  
by a Singular Perturbation Method**

Tsutomu ISHIDA\* and Tsutomu NAGADO†

**Abstract**

We can describe a plant with parasitics as a singular perturbation system. When we neglect parasitics in a plant, we get a reduced order model. We construct a servo system for a reduced order model and apply it to a real original plant. Then, if the real original plant does not lose the stability, we call the plant "robust stable servo system". (We do not care steady-state error after application of the servo system to a real original plant.) In this paper, we show that we can always construct a robust stable servo system by using the servo design method I, and also show that if we do not use output signal in designing, we can also construct a robust servo system by the servo design method II.

**Key Words:** Robust stability, Parasitics, Reduced order model, Servo system, Singular perturbation method.

1. はじめに

制御系の設計を行うためには、一般に制御対象のモデルが必要である。モデルを求めるために入出力データを使ったり、物理法則を用いたりするが、いずれにせよ制御対象を極めて正確に表すことは非常に困難な作業である。ある程度精度よくモデルが得られたとしても動作環境が変化すると妥当性を失うことになり、またモデルが複雑であれば、制御系設計を容易にするためモデルの簡略化が行われることがある。このよう

にモデルには数多くの不確かさが含まれており、列挙すると以下ようになる<sup>1)</sup>

- (1) 測定データの不確かさ
- (2) モデルに含まれるパラメータの不確かさ
- (3) 非線形性の影響
- (4) モデルの簡略化, ダイナミックスの無視

このような不確かさにもかかわらず、特性変動が許容される範囲にあるならばこの制御系をロバスト(頑強)な制御系という。本論文では、(4)のモデルの簡略化, ダイナミックスの無視に対する制御系のロバスト

受付: 1988年5月9日

\*工学部電子・情報工学科

Dept. of Electronics and Information Engineering, Fac of Eng.

†現在, 富士通

Fujitsu Co, Ltd.

安定性について考える。

制御系の設計に用いられるモデルは、一般に複雑な実システムの寄生的部分を無視し簡略化した低次元モデルである。そのような低次元モデルで設計した制御系を実システムに適用した際、無視した寄生要素によってシステムの重要な特性、とくに安定性が損なわれる可能性がある。このとき実システムに適用しても安定となる制御系をロバスト安定な制御系と言う。このような制御系のロバスト安定性を解析する手法として、寄生要素による影響を摂動とみなす特異摂動法があり、レギュレータ問題については、kokotovic らが既にその結果を示している。<sup>2),3)</sup> 本研究ではこの手法をサーボ系設計法に適用し、モデル化されない寄生要素に対するサーボ系のロバスト安定性について考えていく。

上に述べたように、システム内に寄生要素が存在するときこのシステムを特異摂動系で表現することができる。このシステムの寄生要素を無視した低次元化モデルにおいてサーボ系を設計する。そして低次元化されたモデルにおいて設計されたサーボ系を低次元化されていない元のシステムに適用する。このとき実システムの安定性が損なわれなければ、このサーボ系を「ロバスト安定なサーボ系」ということにする。(実システムへ適用後の定常偏差については考慮しない。) 本稿においては、サーボ系設計法 I は常にロバスト安定なサーボ系になり、サーボ系設計法 II については、出力の直達分を用いないで設計を行えばロバスト安定なサーボ系となることを示す。

## 2. 低次元化モデル

寄生要素を含む実システムは一般につぎのような特異摂動モデルで表わせる。

$$\dot{x} = A_{11}x + A_{12}z + B_1u \quad (1a)$$

$$\dot{z} = A_{21}x + A_{22}z + B_2u \quad (1b)$$

$$y = C_1x + C_2z \quad (1c)$$

ただし、 $x \in R^n$ 、 $z \in R^m$  はそれぞれ遅いモード及び速いモードに対応する状態変数であり、 $u \in R^r$  は入力、 $y \in R^p$  は出力である。 $\epsilon$  は十分に小さな正のパラメータであり、物理的には、例えば電気回路中の浮遊容量、浮遊インダクタンス、力学系では小さな質量とか慣性モーメントなどを表わす。実システムの寄生要素

を無視するということは、 $\epsilon = 0$  とおくことであり、これによって(2)式のように  $n+m$  次元のモデルから  $n$  次元に低次元化された低次元モデルが得られる。

$$\dot{x} = A_0x + B_0u \quad (2a)$$

$$y = C_0x + D_0u \quad (2b)$$

ただし、

$$A_0 \triangleq A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}, \quad B_0 \triangleq B_1 - A_{12}A_{22}^{-1}B_2$$

$$C_0 \triangleq C_1 - C_2A_{22}^{-1}A_{21}, \quad D_0 \triangleq -C_2A_{22}^{-1}B_2$$

である。 $A_{22}$  は正則であるとする。 $(C_0, A_0, B_0)$  は可制御、可観測とする。

## 3. 動的補償器によるレギュレータのロバスト安定性

本節においては、(2)式の低次元モデルに対し動的補償器によるレギュレータを構成し、そのレギュレータを低次元化されていない元のシステムに適用する。このとき常に実システムの安定性が損なわれなければこの動的補償器を「ロバスト安定な動的補償器」と呼ぶことにする。以下の議論においては  $A_{22}$  は漸近安定行列とする。 $A_{22}$  が不安定行列である場合は寄生要素に対し何らかの方策を施さなければならず、寄生要素を無視することはできなくなる。 $(A_{22}$  が漸近安定行列であれば  $A_{22}^{-1}$  は存在する。) (2)式の低次元モデルに対し、つぎのような動的補償器によるレギュレータを構成する。

$$\dot{v} = G_1v + G_2y + G_3u \quad (3a)$$

$$u = F_1v + F_2y \quad (3b)$$

$v \in R^l, 0 \leq l \leq n$  とする。(3)式の動的補償器を(2)式の低次元設計モデルに併合すると次式のような閉ループ系が得られる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix} \quad (4)$$

ただし、

$$W_{11} \triangleq A_0 + B_0(I - F_2D_0)^{-1}F_2C_0$$

$$W_{12} \triangleq B_0(I - F_2D_0)^{-1}F_1$$

$$W_{21} \triangleq [G_2 + (G_3 + G_2D_0)(I - F_2D_0)^{-1}F_2]C_0$$

$$W_{zz} \triangleq G_1 + (G_3 + G_2 D_0) (I - F_2 D_0)^{-1} F_1$$

である。もちろん  $W$  は安定行列となるように設計される。このように低次元モデル(2)式に対して設計された動的補償器を低次元化されていない元の実システムに適用したときの実システムの安定性を調べてみよう。そのときの実システムの閉ループ系はつぎのようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & & & \Gamma_2 \\ & \dots & & \\ & & \dots & \\ \Gamma_3 & & & \Gamma_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v \\ z \end{bmatrix} \quad (5)$$

ただし

$$\Gamma_1 \triangleq \begin{bmatrix} A_{22} + B_1 F_2 C_1 & B_1 F_1 \\ (G_2 + G_3 F_2) C_1 & G_1 + G_3 F_1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_2 \triangleq \begin{bmatrix} A_{12} + B_1 F_2 C_1 \\ (G_2 + G_3 F_2) C_2 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_3 \triangleq [A_{12} + B_2 F_2 C_1 \quad B_1 F_1]$$

$$\Gamma_4 \triangleq A_{22} + B_2 F_2 C_2$$

である。ここで実システム(5)式の安全性を調べるために(5)式に対してつぎのような変数変換を行う。

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n-1} - \varepsilon E L & -\varepsilon E \\ L & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v \\ z \end{bmatrix} \quad (6)$$

ただし、 $E, L$  はつぎの代数方程式を満足するものとする。

$$\Gamma_3 - \Gamma_1 L + \varepsilon L \Gamma_1 - \varepsilon L \Gamma_2 L = 0$$

$$\varepsilon(\Gamma_1 - \Gamma_2 L)E - E(\Gamma_4 + \varepsilon L \Gamma_2) + \Gamma_2 = 0$$

変換後のシステムは、(7)式のように非対角ブロックが0となり、遅いモードと速いモードに分離された形となる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W + 0(\varepsilon) & 0 \\ 0 & A_{22} + B_2 F_2 C_2 + 0(\varepsilon) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \quad (7)$$

(7)式においては  $W$  は安定行列であるが、右下ブロックの  $A_{22} + B_2 F_2 C_2$  に関しては  $A_{22}$  が安定行列であっても

$$\text{Re} \lambda (A_{22} + B_2 F_2 C_2) < 0$$

は保証されない。しかしながら、(3)式の動的補償器の設計において、 $F_2 = 0$ 、すなわち、出力の直達分を用いない動的補償器を構成すれば(7)式の右下ブロックは  $A_{22}$  となり、実システムに適用した際にも安定性が保証される。したがって、(3)式において、 $F_2 = 0$  として設計された動的補償器は「ロバスト安定な動的補償器」となる。

#### 4. 周波数領域におけるロバスト安定性

この節では前節のロバスト安定な動的補償器の設計について、これを周波数領域において説明する。(1)式の実プラントに対し前節同様(6)式の変換を行うと、(9)式のように遅いモードと速いモードに分離された開ループシステムが得られる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 + 0(\varepsilon) & 0 \\ 0 & A_{22} + 0(\varepsilon) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_0 + 0(\varepsilon) \\ B_2 + 0(\varepsilon) \end{bmatrix} u \quad (9a)$$

$$y = [C_0 + 0(\varepsilon) \quad C_2 + 0(\varepsilon)] \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \quad (9b)$$

(9)式の伝達関数を求めると次式のようになる。

$$G(s, \varepsilon) = G_0(s) + G_1(\varepsilon s) - D_0 + 0(\varepsilon) \quad (10)$$

ただし、

$$G_0(s) \triangleq C_0 (sI_n - A_0)^{-1} B_0 + D_0 \quad (11)$$

$$G_1(\varepsilon s) \triangleq C_2 (\varepsilon s I_m - A_{22})^{-1} B_2 \quad (12)$$

である。(10)式は低次元モデル(2)式の伝達関数であり、 $G(s, \varepsilon)$  の低周波領域における近似式となっている。また、(12)式は寄生要素に対する伝達関数であり、 $G(s, \varepsilon)$  の高周波領域における近似式になっている。また、(3)式の動的補償器の伝達関数  $C(s)$  は、

$$C(s) = F_1 (sI_r - G_1 - G_3 F_1)^{-1} (G_1 + G_3 F_2) + F_2 \quad (13)$$

となる。3節において、 $F_2=0$ として動的補償器を設計すればロバスト安定な動的補償器になることが解った<sup>2)</sup>。このことを(13)式の動的補償器の伝達関数で考えてみると、 $F_2=0$ ということは $C(s)$ が厳密にプロパーな伝達関数ということになる。すなわち、ロバスト安定な動的補償器であるためには動的補償器の伝達関数が厳密にプロパーでなければならない。このことは、 $C(s)$ がローパスフィルタ特性をもつということを意味している。以上のことを図1を用いて説明する。

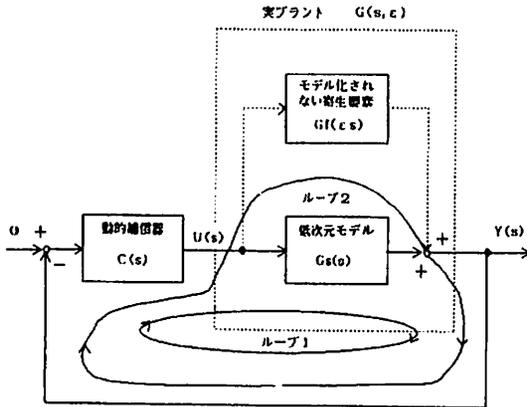


図1 閉ループ系

動的補償器 $C(s)$ の設計に際しては、低次元モデル(2)式をもとにループ1が安定となるように設計が行なわれるが、寄生要素を通るループ2に関しては安定性は保証されない。一方ループ2の安定性が問題となるのは、(12)式を考慮すれば、高周波領域であることがわかる。したがって、 $C(s)$ が高周波領域を遮断する特性(ローパスフィルタ特性)をもっていれば、実システムに適用した際の安定性が保証されることになる<sup>2)</sup>。

5. サーボ系のロバスト安定性

本節においては、(2)式の低次元モデルに対し出力が目標入力に定常偏差なく追従するサーボ系を構成し、そのサーボ系を(1)式の実システムに適用した際に安定性が保たれるかどうかという問題(定常偏差については考慮しない)を検討する。もしこのとき安定性が保たればこのサーボ系を「ロバスト安定なサーボ系」と呼ぶことにする。本節では簡単のために一入力

一出力系を考える。サーボ系の構成に関しては安定化補償器とサーボ補償器の挿入の仕方により、図2の設計法Iと図3の設計法IIが提案されている<sup>6)8)</sup>。

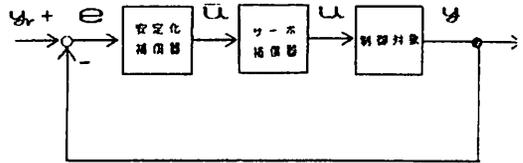


図2 サーボ系設計法I

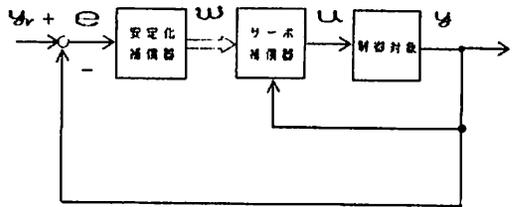


図3 サーボ系設計法II

図2のサーボ系設計法Iにおいては、図2のようにサーボ補償器への入力を $\bar{u} \in R$ とするとサーボ補償器は一般につぎのように表わせる。

$$\dot{p} = H_1 p + h_2 \bar{u} \tag{14a}$$

$$u = h_3 p \tag{14b}$$

ただし、 $p$ はサーボ補償器の状態変数で定常偏差を生じないよう適当な次元のベクトルである。このときサーボ補償器の伝達関数 $C_1(s)$ は

$$C_1(s) = h_3(sI - H_1)^{-1} h_2 \tag{15}$$

となり厳密にプロパーなスカラー関数となる。図2の安定化補償器は図2中の変数を用いて一般につぎのように表わせる。

$$\dot{v} = G_1 v + g_2 e + g_3 \bar{u} \tag{16a}$$

$$\bar{u} = f_1 v + f_2 e \tag{16b}$$

ここで $v$ は適当な次元の安定化補償器の状態変数ベクトルである。この安定化補償器の伝達関数 $C_2(s)$ は

$$C_2(s) = f_1 (sI - G_1 - g_3 f_1)^{-1} (g_2 + g_3 f_1) + f_2 \quad (17)$$

となる。ここで図2において  $y$  を入力、 $u$  を出力とみた伝達関数を  $T(s)$  とすると

$$\begin{aligned} T(s) &= -C_2(s)C_1(s) \\ &= -h_3(sI - H_1)^{-1} h_2 f_1 (sI - G_1 - g_3 f_1)^{-1} \\ &\quad \times (g_2 + g_3 f_1) \\ &\quad - h_3(sI - H_1)^{-1} h_2 f_2 \end{aligned} \quad (18)$$

となり厳密にプロパーなスカラ関数となる。したがって、4節の議論より図2のサーボ系は「ロバスト安定なサーボ系」ということができる。

さて、つぎに図3のサーボ系のロバスト安定性について考えてみる。図3のサーボ補償器は図3中の変数を用いて一般に下記のよう表わせる。

$$\dot{q} = \bar{H}_1 q + \bar{h}_2 e \quad (19a)$$

$$w = q \quad (19b)$$

ただし、 $q$  はサーボ補償器の状態変数で定常偏差を生じないよう適当な次元をもつベクトルである。そのときサーボ補償器の伝達関数  $\bar{C}_1(s)$  は

$$\bar{C}_1(s) = (sI - \bar{H}_1)^{-1} \bar{h}_2 \quad (20)$$

となり厳密にプロパーな列ベクトルである。さて、つぎに図3の安定化補償器を一般的に表わすとつぎのようになる。

$$\dot{v} = \bar{G}_1 v + \bar{g}_2 y + \bar{g}_3 u \quad (21a)$$

$$u = \bar{f}_1 v + \bar{f}_2 y + kw \quad (21b)$$

(21)式の安定化補償器において、 $y$  から  $u$  をみた伝達関数を  $\bar{C}_2(s)$  とすれば、 $\bar{C}_2(s)$  は

$$\bar{C}_2(s) = \bar{f}_1 (sI - \bar{G}_1 - \bar{g}_3 \bar{f}_1)^{-1} (\bar{g}_2 + \bar{g}_3 \bar{f}_2) + \bar{f}_2 \quad (22)$$

となる。図3の安定化補償器の内部を  $\bar{C}_2(s)$  を用いて表わすと図4のようになる。

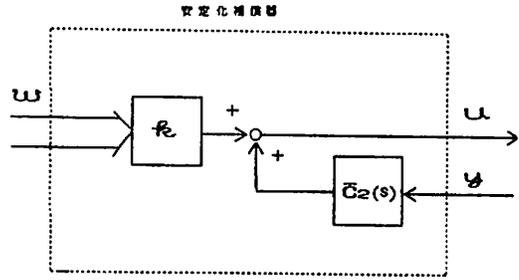


図4 サーボ系設計法IIの安定化補償器

さて、図3において  $y$  を入力、 $u$  を出力とみた伝達関数を  $\bar{T}(s)$  とすると

$$\begin{aligned} \bar{T}(s) &= -k\bar{C}_1(s) + \bar{C}_1(s) \\ &= C_{sp}(s) + \bar{f}_2 \end{aligned} \quad (23)$$

ただし、

$$\begin{aligned} C_{sp}(s) &\triangleq -k(sI - \bar{H}_1)^{-1} \bar{h}_2 \\ &\quad + \bar{f}_1 (sI - \bar{G}_1 - \bar{g}_3 \bar{f}_1)^{-1} (\bar{g}_2 + \bar{g}_3 \bar{f}_2) \end{aligned} \quad (24)$$

である。 $C_{sp}(s)$  は厳密にプロパーなスカラ関数である。したがって、図3のサーボ系を「ロバスト安定なサーボ系」にするためには、4節より  $\bar{f}_2 = 0$  ( $y$  の直達分を用いない) として安定化補償器を設計しなければならない。

## 6. サーボ系設計法Iによるロバスト安定性

本節では低次元モデル(2)式に対し図2のサーボ系設計法Iによるサーボ系を構成し、それを(1)式の実システムに適用したときの安定性を調べる。安定化補償器としては最小次元オブサーバを用いる。

<設計手順>

ステップ1 与えられた設計モデル(2)式の  $A_0$  の固有値から、原点にある極の数  $\ell_0$  を求めその型数を決定する。これを  $\ell_0$  とする。このとき目標入力に定常偏差なく追従するために必要な型数を  $\ell_1$  とし、 $\ell_1 < \ell_0$  ならば、 $\ell_0 - \ell_1$  個の積分器を付加する。

ステップ2 制御対象(2)式にサーボ補償器として、積分器を付加した拡大システム

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{q} \\ \vdots \\ \dot{q}_{l_p - l_q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & b_0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \vdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q_1 \\ \vdots \\ q_{l_p - l_q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_s \quad (25 a)$$

$$y = [C_0 \ d_0 \ 0 \ \cdots \ 0] \begin{bmatrix} x \\ q_1 \\ \vdots \\ q_{l_p - l_q} \end{bmatrix} \quad (25 b)$$

を求め、つぎのように表わすことにする。

$$\dot{x}_s = A_s x_s + b_s u_s \quad (26 a)$$

$$y = C_s^1 x_s \quad (26 b)$$

ステップ3  $A_s + B_s f$ の極を望ましい所へ極配置するフィードバック係数ベクトル  $f$  を決定し、(26)式のシステムに対し最小次元オブザーバを構成する。安定化補償器は以下のようになる。

$$\dot{\omega} = \hat{A}\omega - K(y_r - y) + \hat{b}u_s \quad (27 a)$$

$$\dot{x}_s = J\omega - H(y_r - y) \quad (27 b)$$

$$u_s = f \hat{x}_s \quad (27 c)$$

つぎにこのサーボ系のロバスト安定性を考える。ここで目標入力をステップ関数とし、積分器を1個付加することにする。このとき拡大システムは

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & b_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_s \quad (28 a)$$

$$y = [C_0^1 \ d_0] \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} \quad (28 b)$$

となる。このシステムに対し(27)式の安定化補償器を設計する。このようにして構成されたサーボ系のコントローラは設計モデル(2)式に対して安定となる。このように低次元モデル(2)式に対して設計されたサーボ補償器及び安定化補償器を(1)式の実システムに適用するとつぎのようなシステムが得られる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{q} \\ \dot{\omega} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & b_1 & 0 & A_{12} \\ fHC_1 & 0 & fJ & fHC_2 \\ (k + \hat{b}fH)C_1 & 0 & \hat{A} + \hat{b}fJ & (K + \hat{b}fH)C_2 \\ A_{21} & b_2 & 0 & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \\ \omega \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -fH \\ -K - \hat{b}fH \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} y_r \quad (29)$$

(29)式のシステムは(5)式の閉ループシステムに対応している。このとき  $\Gamma_1 = A_n$  となっており、実システム(1)式に適用しても安定であることがわかる。したがって、安定化補償器に最小次元オブザーバを用いたサーボ系設計法 I によるサーボ系はロバスト安定なサーボ系となることが解った。以上のことは第5節の前半の内容の例証となっている。

### 7. サーボ系設計法 II によるロバスト安定性

本節では低次元モデル(2)式に対し図3のサーボ系設計法 II によるサーボ系を構成し、それを(1)式の実システムに適用したときの安定性を調べる。安定化補償器としては最小次元オブザーバを用いる。

<設計手順>

ステップ1 目標入力に定常偏差なく追従するために必要な型数を  $l_p$  とし、 $l_p$  個の直列に結合された積分器を付加する。

ステップ2 低次元設計モデル(2)式の出力と目標入力の差を積分器に入力するように配置する。このときの拡大システムは以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_{l_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -C_0^1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q_1 \\ \vdots \\ q_{l_p} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \\ 0 \\ -d_0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} y_r \quad (30)$$

(30) 式を次のように表すことにする。

$$\dot{x}_p = A_p x_p + b_p u + g y_r \quad (31)$$

ステップ3  $A_0 + b_0 \bar{f}$ の極を望ましい所へ極配置するフィードバック係数  $\bar{f} = [\bar{f}_1 \ \bar{f}_2]$  を決定し,  $x$  を推定するために(2)式の低次元設計モデルに対して最小次元オブザーバを構成する。安定化補償器は以下のようになる。

$$\dot{\omega} = \hat{A}\omega + ky + (\hat{b} - kd_0)u \quad (32a)$$

$$\hat{x} = J\omega + Hy - Hd_0 u \quad (32b)$$

$$u = \bar{f}_1 \hat{x} + \bar{f}_2 q \quad (32c)$$

つぎにこのサーボ系のロバスト安定性を考える。サーボ系設計法Iのときと同様, 積分器を1個付加することにする。このとき拡大システムはつぎのようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n & 0 \\ -C_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ -d_0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} y_r \quad (33)$$

このシステムに対し, (32)式の安定化補償器を設計する。このように決定されたサーボ系のコントローラは設計モデル(2)式に対して安定となる。このような低次元モデル(2)式に対して設計されたサーボ補償器及び安定化補償器を(1)式の実システムに適用するとつぎのようなシステムが得られる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{q} \\ \dot{\omega} \\ \vdots \\ \dot{\varepsilon z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 \\ \vdots & \vdots \\ \Gamma_3 & \Gamma_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ q \\ \omega \\ \vdots \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} y_r \quad (34)$$

ただし

$$\Gamma_1 \triangleq \begin{bmatrix} A_{11} + b_1 \Sigma^{-1} \bar{f}_1 H C_1 & b_1 \Sigma^{-1} \bar{f}_2 & b_1 \Sigma^{-1} \bar{f}_1 J \\ -C_1 & 0 & 0 \\ (K + \Lambda \Sigma^{-1} \bar{f}_1 H C_1) & \Lambda \Sigma^{-1} \bar{f}_2 & \hat{A} + \Lambda \Sigma^{-1} \bar{f}_1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_2 \triangleq \begin{bmatrix} A_{12} + b_1 \Sigma^{-1} \bar{f}_1 H C_2 \\ -C_2 \\ (K + \Lambda \Sigma^{-1} \bar{f}_1 H) C_2 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_3 \triangleq [A_{21} + b_2 \Sigma^{-1} \bar{f}_1 H C_1 \quad b_2 \Sigma^{-1} \bar{f}_2 \quad b_2 \Sigma^{-1} \bar{f}_1 J]$$

$$\Gamma_4 \triangleq [A_{22} + b_2 \Sigma^{-1} \bar{f}_1 H C_2]$$

$$\Lambda \triangleq \hat{b} - K d_0, \quad \Sigma \triangleq 1 + \bar{f}_1 H d_0$$

である。 $\Gamma_1$ をみると, たとえ  $A_{11}$  が安定行列であっても実システムの安定性が保証されないことがわかる。したがって, 安定化補償器に最小次元オブザーバを用いたサーボ系設計法IIによるサーボ系はロバスト安定なサーボ系とはいえないことが解った。以上のことは第5節の後半の内容の例証となっている。

### 8. おわりに

本稿においては, 寄生要素を無視した低次元モデルで設計したサーボ系を元の実システムに適用した際の安定性について考察した。その結果, サーボ系設計法Iは常にロバスト安定なサーボ系になり, サーボ系設計法IIについては, 出力の直達分を用いないで設計を行えばロバスト安定なサーボ系となることを示した。本稿においては, 低次元モデルにおいて設計したサーボ系を実システムに適用した際の安定性についてのみ考察したが, 定常偏差については考察しなかった。今後は実システムに適用した際に安定かつ定常偏差の出ない設計法の開発が望まれる。

### 参考文献

- (1) 木村英紀: "ロバスト制御", シンポジウム・制御理論と実システムへの適用 (昭和58年)
- (2) P.Kokotovic, H.K.Khalil, J.O'Reilly: 「SINGULAR PERTURBATION METHODS IN CONTROL: ANALYSIS AND DESIGN」, ACADEMIC

- PRESS, pp.143-156.
- (3) J.O'Reilly: "Robustness of linear feedback control systems to unmodelled high-frequency dynamics", Int. J. Control, Vol.44, No.4, pp.1077-1088, 1986.
- (4) Hassan K.Khalil: "On the Robustness of output Feedback Control Methods to Modeling Errors", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-26, No.2, 1981.
- (5) 「自動制御ハンドブック基礎編」, 計測自動制御学会, pp. 478-485.
- (6) 小郷, 美多: 「システム制御理論入門」, 実教出版, pp.141-155.
- (7) 古田, 川路, 美多, 原: 「メカニカルシステム制御」, オーム社, 1984.
- (8) 伊藤, 木村, 細江: 「線形制御系の設計理論」, 計測自動制御学会, pp. 478-485.
- (9) 鈴木正之: "ロバスト制御(時間領域における展開・特異摂動システム)", コンピュートロール, No. 13, pp. 18-24, コロナ社, 1986.