

# 琉球大学学術リポジトリ

## 歯車のすべり率の実験的検証

|       |   |
|-------|---|
| メタデータ | 言語:<br>出版者: 琉球大学教育学部<br>公開日: 2007-10-25<br>キーワード (Ja):<br>キーワード (En):<br>作成者: 新里, 祐宏, Shinzato, Sukehiro<br>メールアドレス:<br>所属: |
| URL   | <a href="http://hdl.handle.net/20.500.12000/2126">http://hdl.handle.net/20.500.12000/2126</a>                               |

# 歯車のすべり率の実験的検証

新 里 祐 宏

## Experimental Verification on Specific Sliding of Gear Teeth

Sukehiro SHINZATO\*

(Received : June. 30, 1976)

### 1. まえがき

機械工学の分野で重要な位置をしめる機構学は古くから研究され、純粋に機構的なことに関してはほとんど研究の余地がないと言われるほど体系の確立をみている。その中で、歯車は“からくり”としては単純で、おもに歯形とそれに派生する問題が多くの人達によって研究されてきた。しかし機構学の他の分野とは違い直感的な理解が困難で、最も難解なものの一つになっている。

一方教育の場では精密測定実験の一つとして歯車に関する検査を取り入れているが、動作状態における歯形の性質の教育にはほとんど効果がなく、適当な実験装置の開発が望まれている。そこで最も基本的なものの一つであるすべり率の測定を通して歯形の性質を理解せしめる装置の製作が行なわれたが、ここではすべり率の実験的検証という面から報告する。

### 2. すべり率

図1において、歯車がC点で接触し、 $dt$ 時間後には $\widehat{CC}_1=dS_1$ 、 $\widehat{CC}_2=dS_2$ だけへだたった $C_1$ 点、 $C_2$ 点が接触するとすれば、相互のすべり量は $dS_1 \sim dS_2$ となる。すべり率は各歯形の単位長さに対するすべり量、すなわち

$$\sigma_1 = \frac{dS_1 - dS_2}{dS_1} \quad (1)$$

$$\sigma_2 = \frac{dS_2 - dS_1}{dS_2} \quad (2)$$

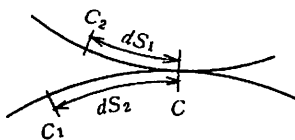


図 1

によって定義される。

さて図2に示すように接触点の軌跡が極座標 $(x, \theta)$ で与えられた場合のすべり率の一般式は

$$\sigma_1 = \frac{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}}{\frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{x} \frac{d}{dx}(x \sin \theta)} \quad (3)$$

$$\sigma_2 = \frac{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}}{\frac{1}{r_2} \pm \frac{1}{x} \frac{d}{dx}(x \sin \theta)} \quad (4)$$

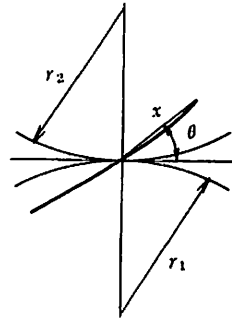


図 2

となる。ただし正付および負号はそれぞれ歯末および歯元でかみ合う場合である。

さてサイクロイド歯形の場合の接触点の軌跡は、それぞれの歯先円で囲まれたところがり円の円周の一部となるので、接触点の軌跡の半径はころがり円の半径 $a$ に等しくなり、ピッチ点からの距離は $x=2a \sin \theta$ となるので、これを(3)式、(4)式に代入すると

$$\sigma_1 = \frac{1 + \frac{r_1}{r_2}}{1 \pm \frac{r_1}{a}} \quad (5)$$

\* Tech. Educ., Coll. of Educ., Univ. of the Ryukyus

$$\sigma_2 = \frac{1 + \frac{r_2}{r_1}}{1 \pm \frac{r_2}{a}} \quad (6)$$

となり、 $\sigma_1, \sigma_2$ は一定となる。

一方インボリュート歯形の場合は、基礎円の共通接線が接触点の軌跡となるので、 $\theta$ は一定で压力角 $\alpha$ に等しくなり、(3)式、(4)式は

$$\sigma_1 = \frac{1 + \frac{r_1}{r_2}}{1 \pm \frac{r_1 \sin \alpha}{x}} \quad (7)$$

$$\sigma_2 = \frac{1 + \frac{r_2}{r_1}}{1 \pm \frac{r_2 \sin \alpha}{x}} \quad (8)$$

となり、 $\sigma_1, \sigma_2$ はピッチ点からの距離 $x$ の関数となる。

いま図3において、接触点をC、 $\overline{CG} = h_1$ とすると、

$$x = \overline{PC} = \overline{PG} - \overline{PF} \\ = \sqrt{(r_1 + h_1)^2 - r_1^2 \cos^2 \alpha} - r_1 \sin \alpha \quad (9)$$

となり、歯の接触点Cのピッチ円外の半径距離 $h_1$ がわかれば $x$ が求まり、歯車①の歯末のすべり率 $\sigma_{1h}$ と歯車②の歯元のすべり率 $\sigma_{2f}$ が求まる。同様の方法により接触点Cが $\overline{PF}$ 上にあるときは

$$x' = \sqrt{(r_2 + h_2)^2 - r_2^2 \cos^2 \alpha} - r_2 \sin \alpha \quad (10)$$

となる。ここで $h_2$ は歯車②のピッチ円外の接点Cまでの半径距離である。この $x'$ で歯車①の歯元のすべり率 $\sigma_{1f}$ と歯車②の歯末のすべり率 $\sigma_{2h}$ が求まる。

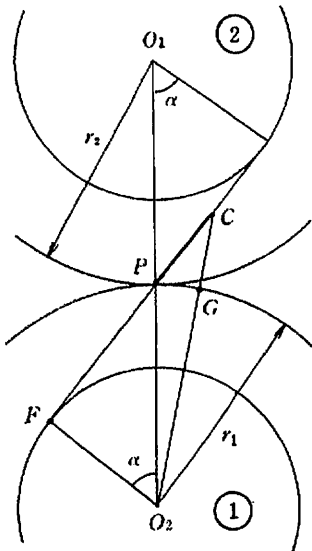


図3

### 3. 測定原理

(1)式、(2)式の $dS_1, dS_2$ は長さであるからポテンシオメータの原理を応用して電圧の大きさに変換できる。図4において、 $R_1, R_2$ は単位長さ当りの抵抗値および長さが等しい抵抗線である。したがって $R_1, R_2$ を通る電流は等しい。いま( $t=0$ )スライダ $S_1, S_2$ が点Cにあり、 $dt$ 時間後にそれぞれ $dS_1, dS_2$ だけ移動して $C_1, C_2$ 点に移ったとき、 $E_{S_1}, E_{S_2}$ および $S_1S_2$ 間の電圧 $E_{10}, E_{20}, E_{30}, E_1, E_2, E_3$ は

$t=0$ のとき

$$E_{10} = ia_1 \quad E_{20} = ia_2 \quad E_{30} = E_{10} - E_{20} = i(a_1 - a_2)$$

$t=dt$ のとき

$$E_1 = i(a_1 + ds_1) \quad E_2 = i(a_2 + ds_2)$$

$$E_3 = E_1 - E_2 = i(ds_1 - ds_2) + i(a_1 - a_2)$$

$$= i(ds_1 - ds_2) + E_{30}$$

となる。したがって $dS_1, dS_2$ の移動によって変化した電圧 $\Delta E_1, \Delta E_2$ および両スライダ間の電圧差 $\Delta E_3$ は、

$$\Delta E_1 = E_1 - E_{10} = idS_1$$

$$\Delta E_2 = E_2 - E_{20} = idS_2$$

$$\Delta E_3 = E_3 - E_{30} = i(ds_1 - ds_2)$$

となる。そこで、 $E_1$ をXYレコーダのX軸に $E_3$ をY軸に入れると図5のような線を描く。その線の傾きは

$$\frac{i(ds_1 - ds_2)}{idS_1} = \frac{dS_1 - dS_2}{dS_1} \equiv \sigma_1$$

となり、まさにすべり率を表わす。

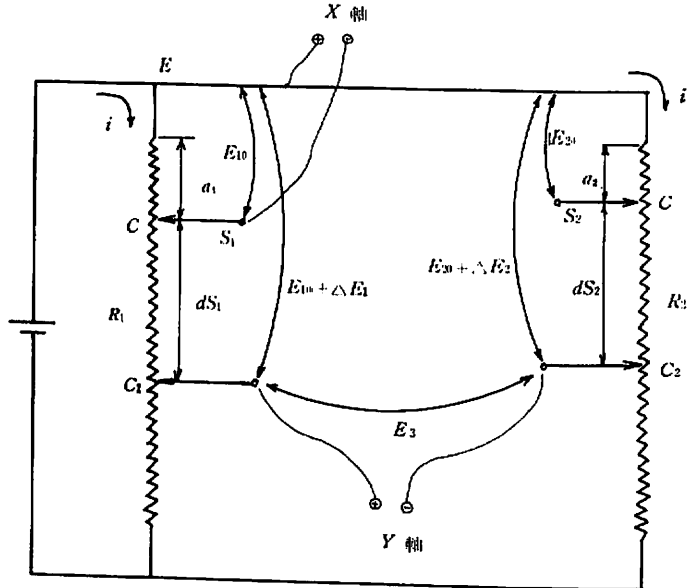


図4 測定基本回路

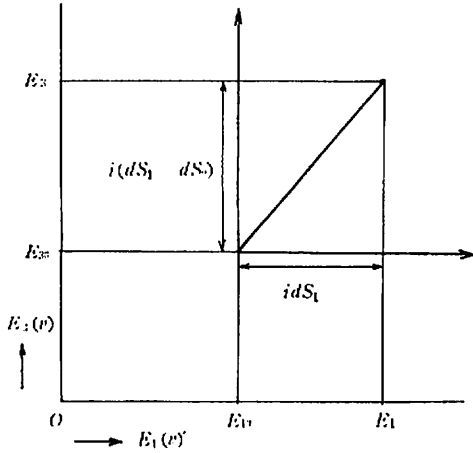


図 5

したがって  $R_1, R_2$  を歯面に接着し、接点と共にスライダを移動させれば  $dS_1, dS_2$  および、 $dS_1 \sim dS_2$  がわかり、 $\sigma_1, \sigma_2$  が求まることになる。

XYレコーダの入力の極性を図4のようにすると、 $dS_1$  と  $dS_2$  の大小によって図6(a)のようになる。横軸は歯面の各位置に対応するので、各点における曲線の傾きが歯面のその位置におけるすべり率  $\sigma_1$  を与える。 $dS_1 = dS_2$  の点すなわち傾きが零の位置がピッチ点を意味する

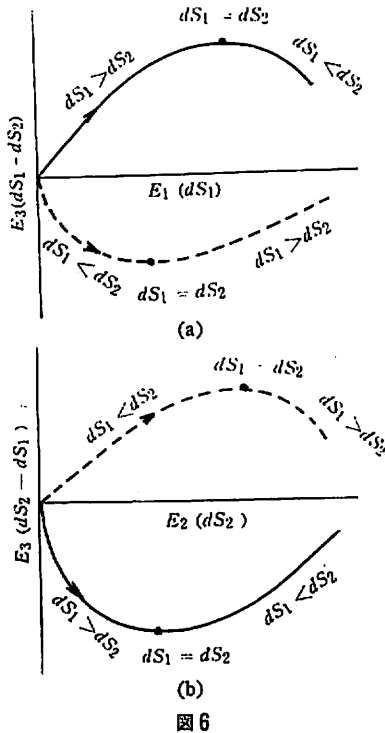


図 6

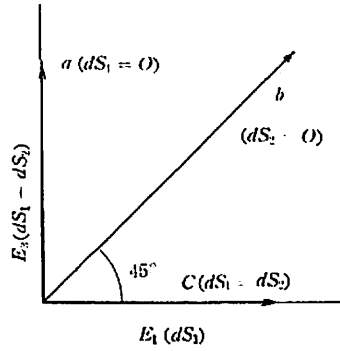


図 7 特殊な例

ことはいまでもない。一方すべり率  $\sigma_2$  は、Y軸の入力の極性を換え、X軸に  $E_2$  を入力することにより求まり、図6(b)のようになる。ここで実線と破線は図6(a)のそれらに対応し、カーブの傾向が逆になることは、すべり率の定義から明らかである。

図7の直線  $a, b, c$  は特別な場合の例で、 $a$  は  $dS_1 = 0$  の場合で相手の歯面だけが動いている状態、 $b$  は  $dS_2 = 0$  の場合で相手の歯面はとまっている状態、 $c$  は  $dS_1 = dS_2$  の場合で、両者がころがり接触している状態をそれぞれ示している。したがって直線  $b$  を利用して  $\sigma_1$  を与える曲線から、図式的に  $\sigma_2$  を与える曲線を描くことができる。すなわち、図8(a)の  $\overline{O_1O_2}$  は  $dS_2$  を与えるので、図8

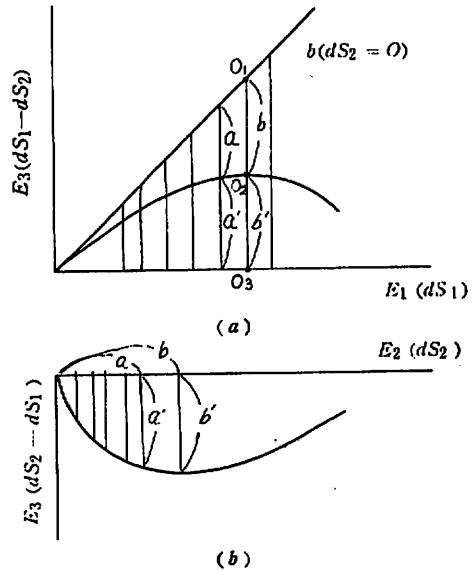


図 8 相手歯面のすべり率の図式的求め方

(b)に示すように $\overline{O_1O_2}$ を横軸に $\overline{O_2O_3}$ を縦軸にとると $\sigma_2$ を与える曲線が得られる。

#### 4. 試作装置

これまでに理論的には種々の歯形が提案されているが、現在、その性質の利点および製作の容易さからインボリュート歯形が一般に広く利用されている。そのすべり率が歯面の各位置で異なることは先に示した通りである。一方サイクロイド歯形は計器や時計などで一部使用されているにすぎないが、教育の場では先のインボリュート歯形と対比してよく論じられ、しかもすべり率一定という大きな特徴をもっている。ここでは両者の歯形横型が製作された。歯の大きさはJIS規格にとられない大きなものになっている。それはi) 市販されているニクロム線の単位長さ当りの抵抗値がそれほど大きくないので、出力を大きくするためにはある程度の長さが必要である、ii) 製作が容易である、iii) 教具としての教示効果が大きい等の理由による。

##### 4.1 インボリュート歯形

ここでは大きな歯形が要求されるので、すべり率の算

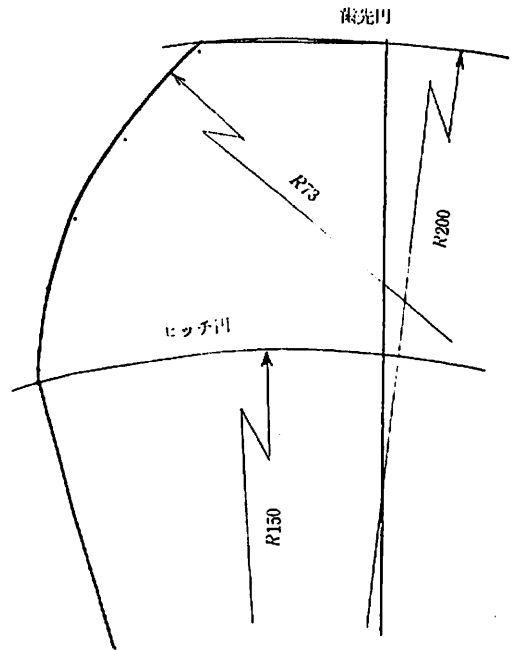


図10 サイクロイド歯形

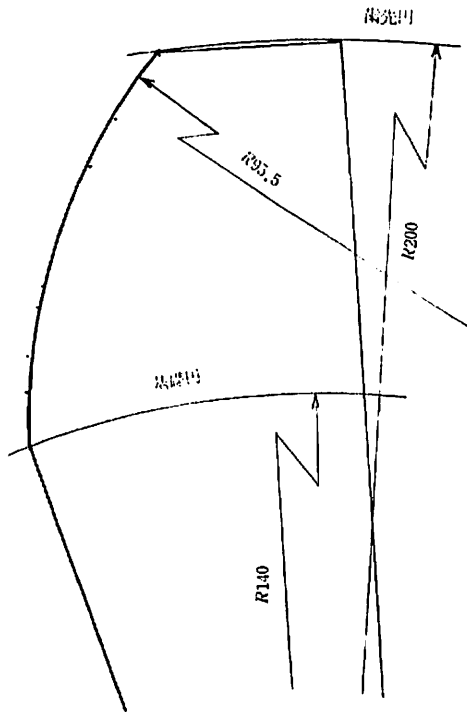


図9 イボリュート歯形

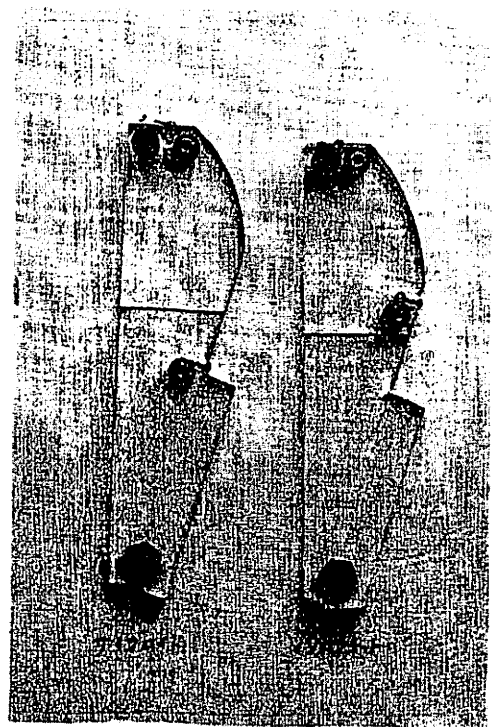


図11 両歯形の全体図

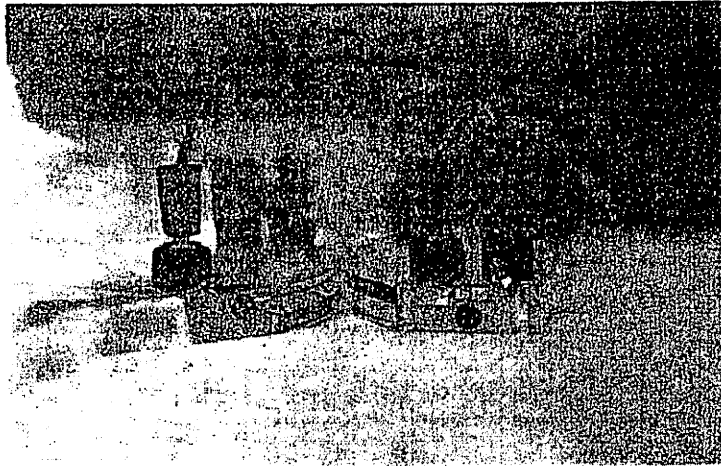


図 12 歯面

出に直接的には関係しないモジュールや歯数については考慮せず、基礎円半径と歯先円直径が与えられた。

基礎円直径  $d_g = 281.9$  (mm)

歯先円直径  $d_k = 400$  (mm)

歯形曲線はインボリュート関数で計算された各点を通るなめらかな曲線であるべきであるが、手仕上の困難さを考慮し、半径95.5mmの円弧で近似した。図9に示すように・印で示された計算値と比較的よく一致しており、この研究の目的から十分な精度と考える。なお基礎円から歯底までの歯形は中心に向かう直線となっている。

歯形は片面だけで、同形のものが二枚製作された。

#### 4.2 サイクロイド歯形

各部の寸法は下記の通りである。

ピッチ円直径  $d = 300$  (mm)

ころがり円直径  $d_c = 150$  (mm)

歯末のたけ  $h_k = 50$  (mm)

歯元のたけ  $h_f = 60$  (mm)

歯形曲線は図10に示すように、歯末については図式的に求めた・印の点に対して半径73 (mm) の円弧で近似し、歯元は  $d_c = d/2$  の関係から直線となっている。

歯形は片面だけで、同形のものが二枚製作された。

#### 4.3 装置の概要

図11に両歯形の全体図が示されている。同形の二枚の歯形が、サイクロイドの場合軸間距離(300mm)にセットされる。インボリュートの場合は 325.7 (mm) にセットされており、かみ合いピッチ円半径は約 162.9 (mm) でありかみ合い圧力角は30°となる。

図12に示されるように、歯面には nichrome 線 (電気ハ

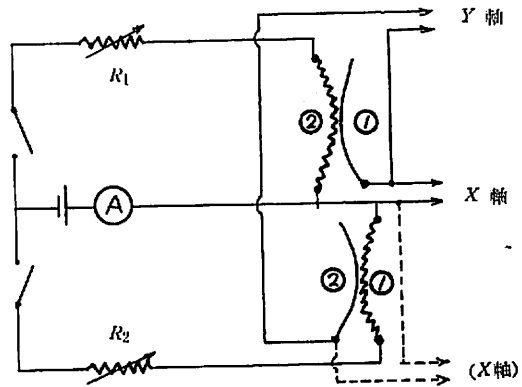


図13 測定回路

ングゴテ用) と細切の銅板が平行にはられており、それらは相手の歯面の細切の銅板と nichrome 線に對面している。細切銅板は相手の歯面の nichrome 線に対するスライダの役をしており、それがこの研究を可能にした。上面のターミナルは、二個が nichrome 線の両端に、一個が銅板に接離されている。歯形の材料は厚さ10 (mm) のアクリル板で、軸受部にはオートマツを利用した。

図13は測定回路を示す。①、②はそれぞれの歯面にはりつけた nichrome 線と銅板で、 $R_1$ 、 $R_2$  は nichrome 線の長さの差 (接触歯面からターミナルまでの寸法を同一することは困難) による電流差をなくすためと回路の電流を調整するための抵抗である。

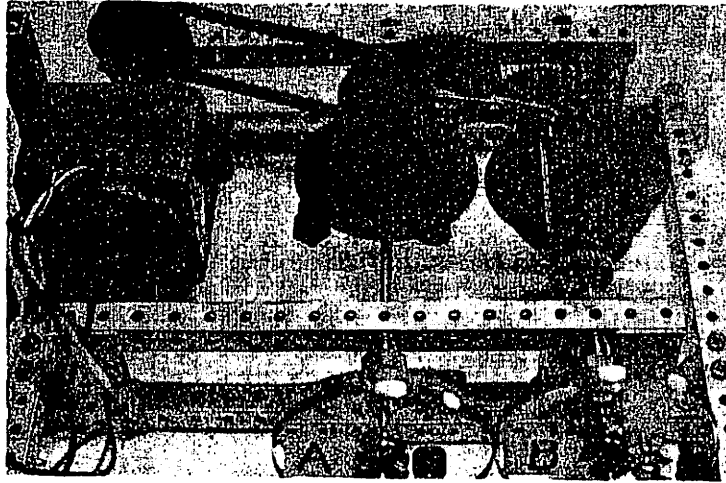


図 14 予備実験装置

5. 実験結果および考察

5.1 予備実験の結果

すべり率が任意に与えられる装置により、測定原理および試作装置の妥当性の確認が行なわれた。図14の同径のアクリル円板A、Bにはニクロム線と銅板が試作装置と同じようにはられている。A板はモータに直結で回転速度は一定で、B板の回転速度は同軸上の種々の歯車（歯数：96、72、48、24）とA軸上の歯車（歯数：96）をかみ合わせることにより種々換えられる。

回転速度の比が

$$\frac{Aの回転速度}{Bの回転速度} = \frac{96}{96}, \frac{72}{96}, \frac{48}{96}, \frac{24}{96}$$

の場合、B板のすべり率はそれぞれ

$$1 - \frac{96}{96} = 0, \quad 1 - \frac{72}{96} = 0.25, \quad 1 - \frac{48}{96} = 0.5, \\ 1 - \frac{24}{96} = 0.75$$

となる。図15に示された実験結果は与えられたすべり率とよく一致しており、ここで提示した方法ですべり率の測定が可能であることを示している。

なお使用材料、接着剤の厚みの部分的差異などから、回転中ニクロム線と銅板の接触圧を全はん囲で一定に保つことは困難である。したがって出力曲線は連続的に描くことはできず、図15の・印は接触を確認しながらプロットしたものである。

5.2 歯形のすべり率

5.2.1 サイクロイド歯形

ピッチ円半径 $r_1=r_2=150$  (mm) , ころがり円半径 $a=$

75 (mm) を (5), (6) 式に代入すると、歯末、歯元のすべり率は

$$\sigma_{1h} = \sigma_{2h} = 0.67 \\ \sigma_{1f} = \sigma_{2f} = -2$$

となる。

図16は実験結果である。横軸上の数字1, 2, ……8 はピッチ点からの距離（位置）を表示している。ピッチ点で測定値が不連続になり、すべり率が零であることがわかる。また、歯面の各位置1, 2, …8における勾配

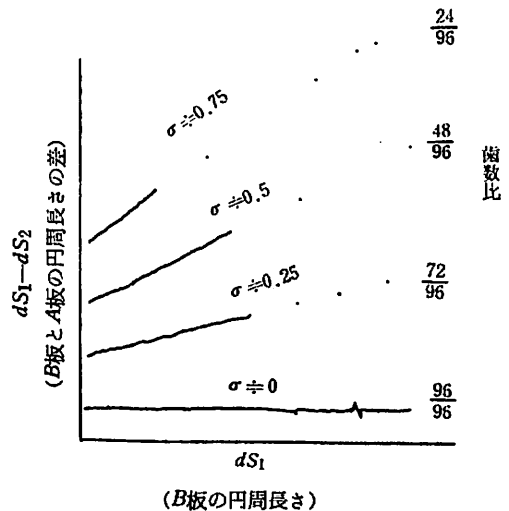


図15 予備実験の結果

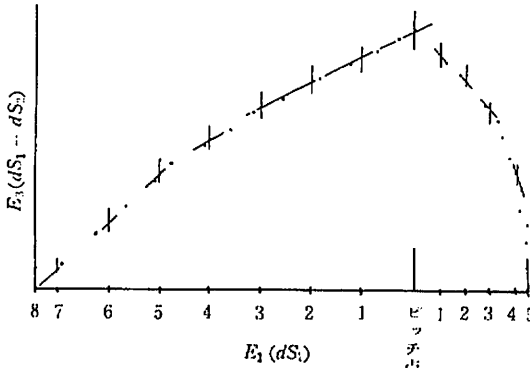


図16 サイクロイド歯形の $E_1-E_3$ 曲線

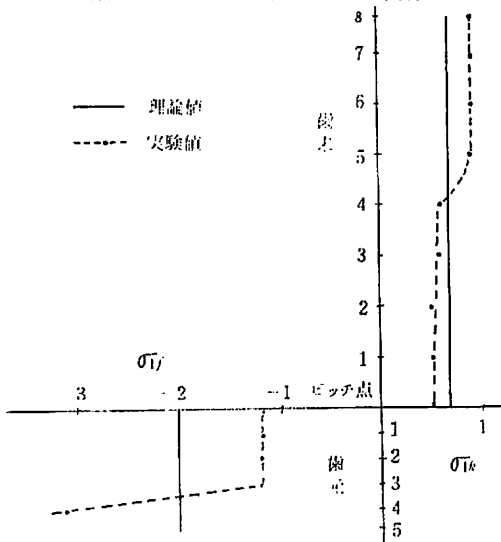


図17 サイクロイド歯形のすべり率

を調べた結果を図17に示す。計算値と多少異なっているが、すべり率が一定という性質は十分に読みとれる。歯元部分で非常に大きな値となっているのは、歯末部分の近似曲線が所定のサイクロイド曲線の外側にはずれているためである。

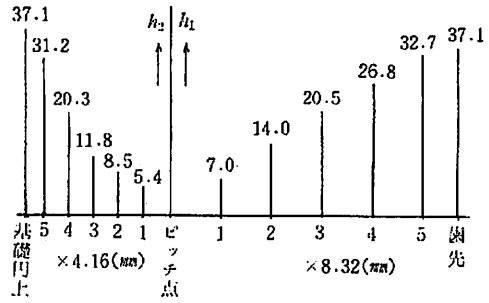


図18  $h_1, h_2$ の値

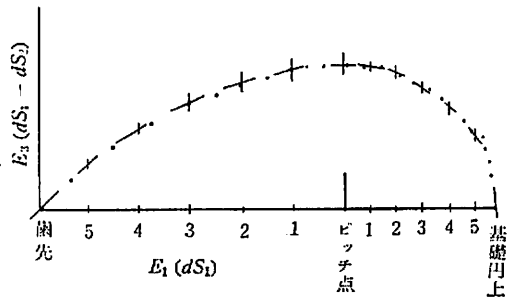


図19 インボリュート歯形の $E_1-E_3$ 曲線

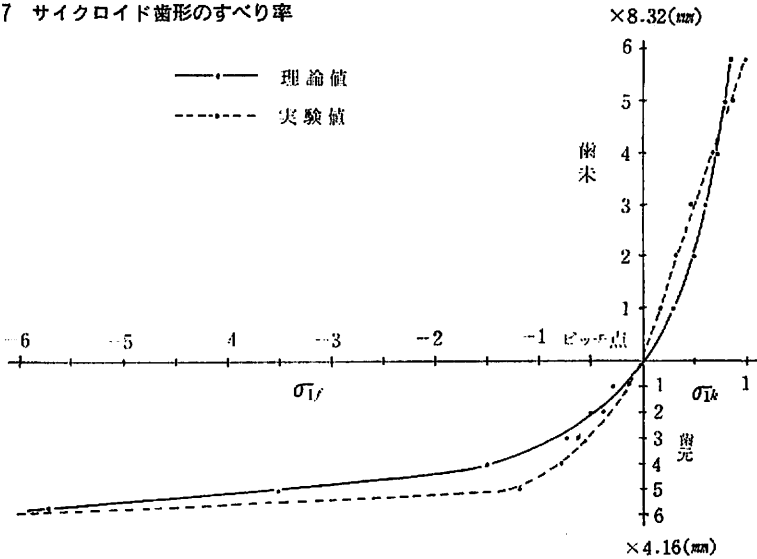


図20 インボリュート歯形のすべり率



### 5.2.2 インボリュート歯形

理論値を算出するため(9)、(10)式の $h_1$ 、 $h_2$ が図式的に求められた。まず歯末の円弧の部分のピッチ点を基準に $5^\circ$ おきに5点(各点間距離8.32(mm))とり、ピッチ円からそれぞれの点までの高さを $h_1$ とした。歯元の部分は $2.5^\circ$ おきに5点(各点間距離4.16(mm))とり、それらの点とかみ合い状態において接触する歯末の部分を図式的に求め、その点までのピッチ円からの高さを $h_2$ とした。図18はその結果で、計算された各点のすべり率が図20に示されている。

図19は実験結果である。それより求まる各点のすべり率を図20に示す。計算値とほぼ同じ傾向で十分に満足すべき結果である。

## 6. あとがき

すべり率を実験的に求めることは、完ぺきな形で理論式が提示されている現在では、学術的にはさして意味がなく、この研究の目的は実験値が理論値とよく一致することの確認を通して歯形の性質に対する理解を容易にするため、その目的を十分にはたせる装置と考える。しかし、ここで提示した測定原理および方法は一つの実験手法として他に広く利用できるものと思われる。

本装置を用いて教授できる項目は下記の通りである。

- i) 歯形の確認
- ii) 接触点軌跡の確認
- iii) すべり率の測定
- iv) 干渉の生ずる条件
- v) 図式微分の演習

終りにあたり、製作にあたりご助言を頂いた本学講師 國頭正二氏およびご助力を頂いた本学文部技官神谷明栄氏に深く感謝の意を表します。

### 参 考 文 献

- 1) 仙波正荘 歯車(第一巻) 日刊工業 (1965)