

# 琉球大学学術リポジトリ

## 垂直導体問題の理論的実験的解明

|       |  |
|-------|--|
| メタデータ | <p>言語:</p> <p>出版者: 琉球大学工学部</p> <p>公開日: 2007-09-16</p> <p>キーワード (Ja): 垂直導体問題,<br/>鉄塔サージインピーダンス, 理論的実験的解明,<br/>電磁界理論</p> <p>キーワード (En): Vertical Conductor Problem, Tower<br/>Surge Impedance, Theoretical and Experimental<br/>Analysis, Electromagnetic Field Theory</p> <p>作成者: 高橋, 秀臣, 金子, 英治, Goni, Osman, Takahashi,<br/>Hideomi, Kaneko, Eiji, Goni, Osman</p> <p>メールアドレス:</p> <p>所属:</p> |
| URL   | <a href="http://hdl.handle.net/20.500.12000/2000">http://hdl.handle.net/20.500.12000/2000</a>  |

# 垂直導体問題の理論的実験的解明

高橋 秀臣\*

金子 英治\*

Goni Osman\*\*

## Theoretical and Experimental Analysis on Vertical Conductor Problem

Hideomi TAKAHASHI\*

Eiji KANEKO\*

Osman GONI\*\*

### Abstract

There is a difficult problem, so called "the Vertical Conductor Problem" in current electrical engineering. On this problem, the author proposed a new theory and presented rather many papers. However, it is not acknowledged as a useful theory because of the uncompleteness of the theory and the inconsistency with the experiments by the authors themselves. Now the controversies are clarified theoretically and experimentally. Moreover, it is clarified that the well known "Lorentz condition" sustains Takahashi's theory strongly. Therefore, it is shown that Takahashi's theory is correct, and the long term problem will be solved soon.

キーワード：垂直導体問題、鉄塔サージインピーダンス、理論的実験的解明、電磁界理論

Keywords: Vertical Conductor Problem, Tower Surge Impedance, Theoretical and Experimental Analysis, Electromagnetic Field Theory,

### 1. まえがき

鉄塔サージインピーダンスは耐雷設計の基本パラメータの一つであり、ジョルダン<sup>(1)</sup>以来、多くの研究や実験が為され、理論や理論式が多数、提起されて来ているが、未だ確固たるものを見るに至っていない。これは、現代電気工学分野に於いて、「垂直導体問題」として知られている難問である。現状は理論解明は諦めて、比較的によく現象を説明出来る数値解で対応しようと言うのが最も一般的である。

ここで簡単に垂直導体問題を説明すると次の様になる。完全導体の無限平面上に、細長い完全導体棒が垂直に置かれていたとして、この過渡インピーダンスがどの様に表されるかが理論的に与えられないと言うことである。

この問題に対して最初に理論検討を行い、理論式を提起したのはGE社のジョルダンである。ジョルダンの提示したいわゆるジョルダンの式<sup>(1)</sup>は過渡サージインピーダンスの値を可成り良く与えることが出来、近年まで良く使われていた。しかしながら、ジョルダンの理論には電流影像が逆であると言う致命的欠陥が指摘された<sup>(2)(3)</sup>。従って、現在では使われることはなく、代わりに多くの実験結果より原が導いたジョルダンの式に類似した実験式<sup>(4)</sup>が使われている。

一方、理論に関してはワグナーが電磁界理論を詳細に展開して理論式を誘導した<sup>(5)</sup>。さらに、ルンドホルムがこ

れにループ電圧法と言う巧妙な手法を展開して、電磁界理論に於いてスカラーポテンシャルの項を除去してベクトルポテンシャルの項のみを扱うことにより過渡インピーダンスに関する理論式を導き出した<sup>(6)</sup>。このルンドホルムの理論は完璧な理論となっているにも拘わらず、実験結果と大きく外れる結果となり、間違った理論のジョルダンの式の方が、遥かに実験結果と一致すると言う奇妙な事態となっている。現在、かかる事態に対して理論的アプローチは手詰まりの状態、比較的実験結果の傾向をシミュレーション出来る数値解析の方向に移りつつある<sup>(7)</sup>。

しかしながら、この様な状態を打破しようと言う試みが皆無と言う訳では無い。その試みの一つが筆者の長年のアプローチである<sup>(8)~(11)</sup>。この理論の基本は空間に時間的にステップ状に微小電流要素が出現した時、作用球の広がりと共に、その作用球内で電界が一様に時間と共に減衰して行くと言う所にある<sup>(8)~(10)</sup>。

従来の電磁界理論では、作用球の通過と共に電磁作用分は消滅し、スカラーポテンシャルの項のみが残ると言うものである。これはウーマン等<sup>(12)</sup>が最初に提起した手法で、多くの電磁気学の教科書で扱われている手法である。ローレンツ条件の下、スカラーポテンシャルをベクトルポテンシャルから求め、電磁界を導くものである。勿論、電磁作用分はあるが、ベクトルポテンシャルが場所の関数であるから、得られた電磁界は場所の関数となり、原点の微小電流要素が時間的にステップ状とすると、時間的に一定となる。

筆者は時間と共に減衰する電磁界を基本とし、垂直導体

受理： 2003年6月23日  
2002 IEEE/PES で内容発表

\* 電気電子工学科

(Dept. of Electrical and Electronic Engineering)

\*\* 大学院理工学研究科生産エネルギー工学専攻

(Graduate Student, Material Structural and Energy Engineering)

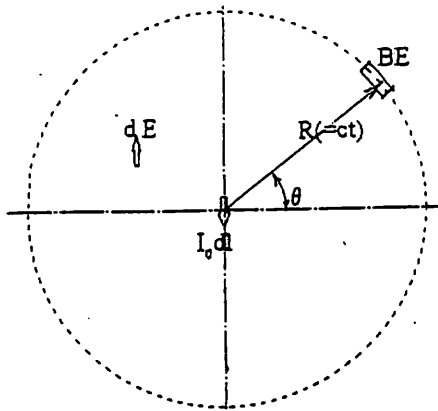


図1 微小電流要素 \$I\_0 dl\$ と作用球

Fig. 1. A minute current element and its influence sphere

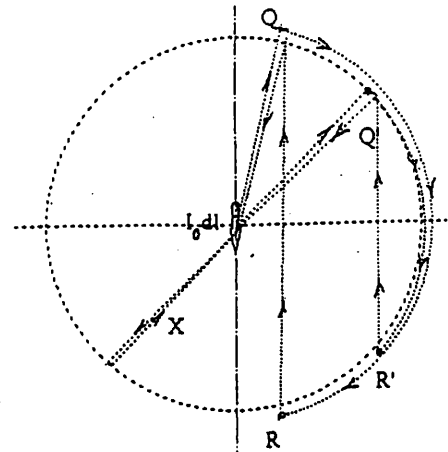


図2 電磁誘導と相対論効果

Fig. 2. Electric induction and relative theory effect

の頂上から侵入したサージ電流による過渡サージインピーダンスの式を導いた。この式は所謂、大地の無い場合の式である。さらに、この垂直導体を下り、完全導体の地面で反射して戻る過程を理論検討し、電流反射率 \$\beta\$、磁界反射率 \$\gamma\$ を導入して、理論式を展開した<sup>(9)(10)</sup>。この筆者の式で電流反射率 \$\beta = 1\$、磁界反射率 \$\gamma = 0\$ と置くと、原の実験式<sup>(4)</sup> に非常に近い式が得られることを示した。

しかしながら、過渡インピーダンスの問題に反射を考えると相対論に抵触することによって認められるに至っていない。

又、筆者は筆者の理論式(以降、高橋理論及び高橋理論式と呼ぶ)に於いて電流反射率 \$\beta = 1\$、磁界反射率 \$\gamma = 1\$ は、既に述べた高橋理論式の大地が無い場合と実質的に等価と言うことを明らかにしているが<sup>(10)</sup>、磁界反射率 \$\gamma = 0\$ についての説明が出来ていなかった。

今回、磁界反射率 \$\gamma = 0\$ の意味するもの、伝搬問題に於ける各場所の同時性の考え方、そして伝搬問題について電位とは何を意味するのか等を明らかにした。さらには、実験的な裏付けによる高橋理論の証明と、ローレンツ条件を境界条件と見なす新しい見解をも示した。その結果、この垂直導体問題が明確に解決出来る方向となったので報告する。

2. 理 論

(2.1) 概 要 高橋理論のポイントは、図1に於いて空間に時刻 \$t = 0\$ に微小電流要素 \$I\_0 dl\$ が出現したとして、この電流による半径 \$R = ct\$ の作用球の内部に生じる電界が、

$$dE = -\frac{c\mu_0 I_0 dl}{4\pi R^2} \quad (R = ct) \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表される所にある<sup>(4)</sup>。この電界は時間と共に拡大する作用球の表面に於ける磁束の突然の出現による起電力によるものである。即ち、作用球表面での磁束の時間変化 \$BE\$ は次式で与えられる<sup>(4)</sup>。

$$BE = \frac{\mu_0 I_0 c dl}{4\pi R^2} \sin\theta \quad (R = ct) \dots\dots\dots (2)$$

そこで、この磁束変化により作用球内に生じる電界を筆者は表面に一樣に帯電した回転する誘電体球の内部磁界に関する理論式<sup>(13)</sup> から類推した。筆者は、この類推に文献(11)(14)により、理論的な根拠を与えている。即ち、微小電流要素 \$I\_0 dl\$ は、それが正の電荷の移動によるものとしても、作用球が通過した後は、純粋に電流とすれば電荷は見えない。即ち、図2に示す様に正の電荷と負の電荷は等しく電気力線は正負でキャンセルしている。しかしながら、この時、作用球の表面では異なった状態が生じる。図2に示す下向き微小電流要素 \$I\_0 dl\$ の場合、下方に伸びる電気力線(例えば \$X\$)に関しては何ら事情は変わらないが、上向きに伸びる電気力線では事情が変わって来る。

例えば、図2で点 \$Q\$ を考えると、電気力線は電荷と共に動くとして、点 \$Q\$ では電気力線は自身の上方へ伸びる速度と下方への移動速度が等しい為、静止してしまう。すると、相対論の効果で電荷の間隔は無限に増大して、その時点の逆の無限大の位置である点 \$R\$ に移動し、そこから点 \$Q\$ に向かって電気力線は伸びる。他の位置(\$Q'\$, \$R'\$ など)でも同様な事態が生じる為、作用球の内部に電界 \$dE\$ を生じることとなる<sup>(11)(14)</sup>。

(2.2) 反射の無い場合の定式化(垂直印加の場合) 前節で微小電流要素 \$I\_0 dl\$ からの微小電界 \$dE\$ について述べたが、ここでは先ず、大地の無い、従って反射の無い場合についてのサージインピーダンスの定式化を述べる。これは、具体的には垂直導体頂部に直に電流を印加し、電流帰線を上方に引張るもので、直撃雷のモデルとなる。

図3で、半径 \$r\_0\$、長さ \$h\$ の細長い導体上の点 \$x\$ にある電流要素 \$I\_0 dx\$ による作用球内の点 \$P(r\_0, l)\$ での電界 \$dE\$ は既に述べた所から次式となる<sup>(10)</sup>。

$$dE = -\frac{c\mu_0 I_0 dx}{4\pi(ct - x + r_0)^2} \dots\dots\dots (3)$$

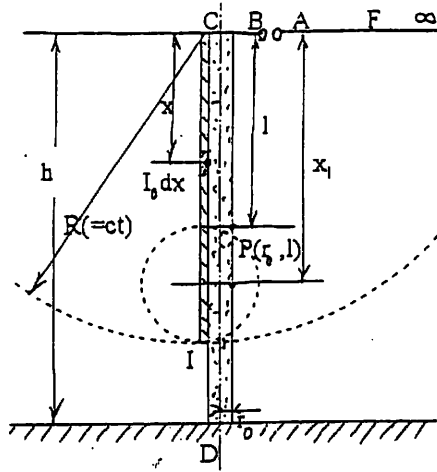


図3 電磁誘導説明図

Fig. 3. Explanation diagram on electromagnetic induction

図3に示した様に入射電流  $I$  に対して、点  $P$  に作用する電界の積分範囲は  $x = 0 \sim x_1$  (但し、 $x_1 = \frac{ct+l}{2}$ ) である。従って、次の様になる。

$$E_i(l) = -\frac{c\mu_0 I_0}{4\pi} \int_0^{x_1} \frac{dx}{(ct-x+r_0)^2} \dots\dots (4)$$

$$= -\frac{c\mu_0 I_0}{4\pi} \cdot \left( \frac{1}{ct-x_1+r_0} - \frac{1}{ct+r_0} \right)$$

$$= -\frac{c\mu_0 I_0}{4\pi} \cdot \left( \frac{2}{ct-l+2r_0} - \frac{1}{ct+r_0} \right) \dots\dots (5)$$

この電界  $E_i(l)$  を 0 から  $ct$  まで積分して、起電力  $V(t)$  は次の様になる。

$$V(t) = \int_0^{ct} (-E_i \cdot dl)$$

$$= \frac{c\mu_0 I_0}{2\pi} \left( \ln\left(\frac{ct+2r_0}{2r_0}\right) - \frac{ct}{2(ct+r_0)} \right) \dots\dots (6)$$

従って、サージインピーダンス  $Z(t)$  は次の様になる<sup>(10)</sup>。

$$Z(t) = V(t)/I_0$$

$$= \frac{c\mu_0}{2\pi} \left( \ln\left(\frac{ct+2r_0}{2r_0}\right) - \frac{ct}{2(ct+r_0)} \right) \dots\dots (7)$$

$$= 60 \left( \ln\left(\frac{ct}{2r_0}\right) - \frac{1}{2} \right) (\Omega) (\because ct \gg r_0) \dots\dots (8)$$

(2.3) 伝搬問題に於ける電位とは何か ここで、伝搬問題に於ける電位とは何かを明らかにしておく。ある点の電位とは回転がゼロの場合に定義され、その点と基準点(無限遠点、又は大地)との間の電位差であることは自明の所である。しかしながら、作用球が拡大して行く伝搬問題に於いては、電位とは何か、同時性はどうかになっているのかを良く検討しなければならない。

電位や電位差を考える時、それが、観測者に意味を持つのは測定によって与えられた時である。静電界であろうと、動的な電界の場であろうと、電場はクーロン力が基本であ

るから、基本的には全空間に広がって存在する。しかし、観測者にとっては、身近な2点間の電位差が問題となる。この2点間に電位差を生じるものは、そこに生じた電荷である。この原則は静電界、動電界の区別は無い。

伝搬問題に於ける電位はルンドホルムのループ電圧法<sup>(9)</sup>で知られている様に、例えば、図3に示した垂直導体  $CD$  の電位は頂点から水平に張った電圧測定線  $AF\infty$  と頂点  $C$  間の微小ギャップ  $AB$  に誘起される電位差として測定される。この電位差が垂直導体の頂点が、その瞬時に有している電位であると見なしている。この測定法から明らかな様に、電位は、ギャップ間の電位差であって、その瞬時にギャップ間に現れた電荷がギャップ間に生じる電界であると言える。この様に考えれば、同時性も自ずから自明の理となる。

一般に、長さ  $h$  の垂直導体を電流が流れ下る場合、反射電流が頂点に戻って来る迄は ( $t_c \equiv h/c$  として  $t < 2t_c$ )、あたかも長さ  $2h$  に向かって電流が流れているかの様に、各部の電界を積分して垂直導体の頂点電位を求めることが行なわれている。相対論的には、長さ  $2h$  であろうと、長さ  $h$  で反射が起こっているのであろうと、長さ  $2h$  の導体の  $h$  より先の部分 ( $h < l < 2h$ ) と長さ  $h$  の導体の反射電流が作用する部分は、時間が同一と言っても、同一時刻で電界を長さ方向に積分して電位とするのは相対論に矛盾する。

しかしながら、上述の様に伝搬問題に於ける電位とは、頂部に設けたギャップに生じる電位差であることを考えれば、これは明解となる。即ち、時刻  $t = 2t_c$  に、長さ  $2h$  の先端に生じているとして積分した電界は、実は、長さ  $h$  の所で時刻  $t = t_c$  に生じた電界による電荷が伝搬して、 $t = 2t_c$  に頂点に到達したものである。この時、各作用球内部の電界は一次元的で、然も一樣であるから、電荷は減衰することなく頂点まで伝搬する。そして、それぞれの時間遅れの為に、実際は長さ  $h$  の部分の作用であるにも拘わらず、あたかも長さ  $2h$  の部分の作用を同時刻で積分したかの様に観測されることになるのである。この様に考えれば、作用球内で同時刻に於いて垂直導体の各部の電界を積分して、頂上の電位を求める妥当性も理解出来る。

(2.4) 反射を含めた理論式の誘導 (水平印加の場合) 理論式は既に文献(8)~(10)で詳細に示してあるが、式を誘導するに至る理論的な側面が不足していた為に、広く認められるに至っていないので、ここに、その内容を要約して示すことにする。既に、述べた所から、微小電流要素  $I_0 dl$  が座標の原点に出現したとすると、作用球は光速で球状に拡大し、その内部に一樣な電界  $dE$ 、

$$dE = -\frac{c\mu_0 I_0 dl}{4\pi R^2}, \quad (R = ct)$$

を生じる。従って、図4に於いて、時刻  $t$  に於ける頂点の電位は、前節の原理から、作用球に含まれる垂直導体の各部からの電界への寄与を積分することにより得られる。従って、ここでは一応、電流反射率  $\beta$  及び磁界反射率  $\gamma$  の存在を仮定して理論式を進め、後でその真の意味を検討す

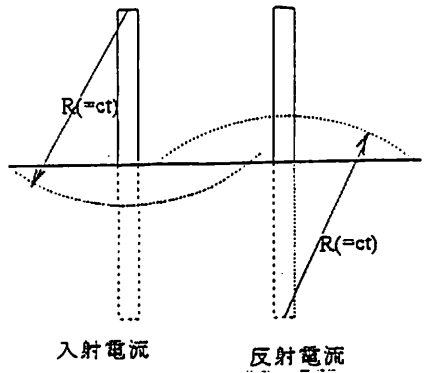


図4 入射及び反射電流の電界への寄与分説明図  
Fig. 4. Explanation diagram on electromagnetic induction by incident and reflection current

ることとする。この様に考えると、文献(10)に示す様に、次式が誘導される。但し、 $V_i(t)$ は入射電流による寄与分であり、 $V_r(t)$ は反射電流による寄与分である。

$$\begin{aligned}
 Z &= \frac{V(t)}{I_0} = \frac{V_i(t) + V_r(t)}{I_0} \\
 &= \left(\frac{c\mu_0}{2\pi}\right) \cdot \left[ \ln\left(\frac{(ct + 2r_0)(ct - h + 2r_0)}{4r_0(ct - h + r_0)}\right) - \frac{h}{2(ct + r_0)} \right] \\
 &\quad + \left(\frac{c\mu_0}{2\pi}\right) \cdot \left[ \gamma_i \beta \cdot \left( \ln\left(\frac{2(ct - h + r_0)}{(ct - h + 2r_0)}\right) - \frac{(ct - h)}{2(ct - h + r_0)} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \gamma_r (ct - h) \cdot \frac{\left(\frac{1}{(ct - h + r_0)} - \frac{1}{(ct + r_0)}\right)}{2} - (1 - \beta) \cdot \left( \ln\left(\frac{ct - h + 2r_0}{2r_0}\right) - \frac{(ct - h)}{2(ct - h + r_0)} \right) \right] \dots\dots\dots (9)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\gamma_i$ は反射電流による磁界の大地での反射係数であり、 $\gamma_r$ は入射電流による磁界の大地での反射で本来の反射係数 $\gamma$ である。

〈2.5〉理論式の検討 ここでは、電流反射率 $\beta$ と磁界反射率 $\gamma$ の値について検討を行う。まず、得られた理論式で $\beta = \gamma_i = \gamma_r = 1$ と置くと、既に誘導した式7と同じ式となる。この式で、 $ct = 2h$ と置き、 $h \gg r_0$ と置くと次式が導かれる。

$$\begin{aligned}
 Z &= 60 \cdot \left( \ln\left(\frac{h}{r_0}\right) - \frac{1}{2} \right) \\
 &= 60 \cdot \left( \ln\left(\frac{2\sqrt{2}h}{r_0}\right) - \ln(2\sqrt{2}) - \frac{1}{2} \right) \\
 &= 60 \cdot \left( \ln\left(\frac{2\sqrt{2}h}{r_0}\right) - 1.540 \right) \dots\dots\dots (10)
 \end{aligned}$$

この式は既に誘導した式7に於いて、 $ct = 2h$ と置いた場合の式となるから大地が無い場合の式と一致することになる。

垂直印加の場合、反射波が塔頂に戻って来るまでは、大地の存在が分からないから得られた理論式で $\beta = \gamma_i = \gamma_r = 1$ と置くことは、反射波が戻って来るまでの式を表していることが分かる。

次に、得られた理論式で $\beta = 1, \gamma_i = \gamma_r = 0, ct = 2h$ と置き、 $h \gg r_0$ を考慮すると次式が導かれる。

$$\begin{aligned}
 Z &= 60 \cdot \left( \ln\left(\frac{h}{2r_0}\right) - \frac{1}{4} \right) \\
 &= 60 \cdot \left( \ln\left(\frac{2\sqrt{2}h}{r_0}\right) - \ln(4\sqrt{2}) - \frac{1}{4} \right) \\
 &= 60 \cdot \left( \ln\left(\frac{2\sqrt{2}h}{r_0}\right) - 1.983 \right) \dots\dots\dots (11)
 \end{aligned}$$

この式は既に述べた原の実験式<sup>(4)</sup>

$$Z = 60 \cdot \left( \ln\left(\frac{2\sqrt{2}h}{r_0}\right) - 2 \right) \dots\dots\dots (12)$$

と一致した式となる。即ち、大地の存在が初めから分かっている水平印加の場合の式となる。 $\beta = 1, \gamma_i = \gamma_r = 0$ と置くことが、理論式に於いて何を意味するのかは後で述べる通り、筆者の見出した電流パルス低減現象<sup>(10)</sup>が関係して来ているのである。

### 3. 実験

実験装置を図5、6に示す。実験に於いて電流印加は図5に示した垂直印加と、図6に示した水平印加の二通りの方法で行った。

図5の垂直印加はパルス発生器より立ち上がり1ns、5Vの急峻電圧パルスを約5mの同軸ケーブルによって、垂直導体の真上2m上から垂直導体頂部に導く。垂直導体は直径1mm、長さ60cmで、この垂直導体頂部に於いて、510Ωの電流制限抵抗を介して直接に電流パルスとして印加される。電流の帰線は垂直導体の真上2mに亘って垂直に伸びている同軸ケーブルの外側のシース部を当てている。

一方、水平印加は図6に示した様に、垂直導体から3m離れた所に垂直に設定された大きさ1m角の銅板の背後から、パルス電圧発生器によって同軸ケーブルを介してパルスを供給し、水平に張られた3mの電流印加線を経由して垂直導体に横からパルス電流を印加する。

実験に際しては、電圧センサと電流センサの負荷効果が比較的大きいので、測定に於いて、これらの使用には注意が必要である。この負荷効果の詳細は、別に実験を中心とした報告で明らかにすることとする。

実験結果を図7及び図8に示した。図には実験結果と共に、電磁界計算ソフトNEC2(Numerical Electromagnetics Code)によるシミュレーション計算結果と、高橋理論による理論式に基づいた計算結果とを同時に示してある。

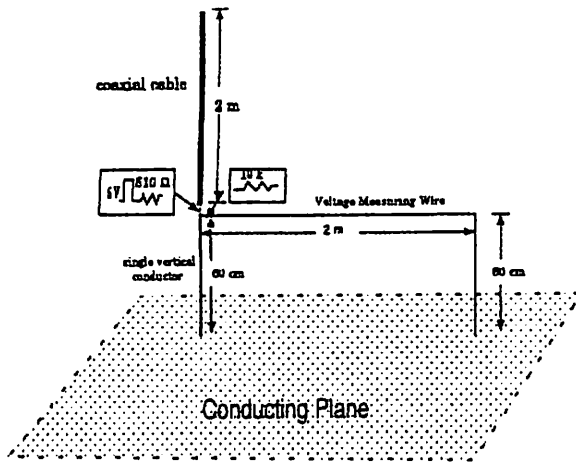


図 5 実験装置構成図 1(垂直印加)

Fig. 5. Experimental configuration 1 (Vertical input)

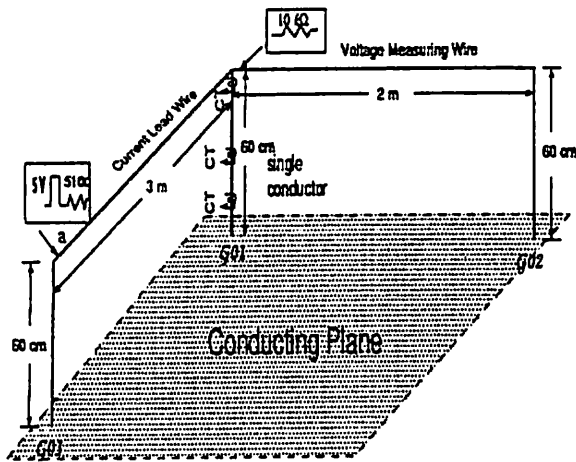


図 6 実験装置構成図 2(水平印加)

Fig. 6. Experimental configuration 2 (Horizontal input)

図 7 は垂直印加の場合であるが、立ち上がりから、往復伝搬時間(約 4ns)の中での 3ns に亘って、NEC2 > 理論式 > 実験という順の開きがあるが、3ns 以降は 3 者とも一致して行く傾向にあることが分かる。

一方、図 8 に示したのは水平印加の場合である。ここでは、理論が電流低減効果を等価的な反射効果の欠落で組み込んでいる為、等価的な反射が効果を及ぼす時間(垂直導体の長さ分の伝搬時間)より後の適用となっている。これを見ると、NEC2 と理論式とは可なり良く一致しているが、実験は理論に近づく傾向を示すが低い値である。この差は、実験に関する報告で詳細に述べるが、塔頂より流入する電流波形の違いによるものである。

この様に、実験と理論式の結果は、垂直印加で殆ど一致し、水平印加でも一致する傾向であり、又、NEC2 によるシミュレーションの結果とも一致する傾向にあることが分かる。従って、高橋理論が実験的に、又、数値解析的にも裏付けられたことが分かる。

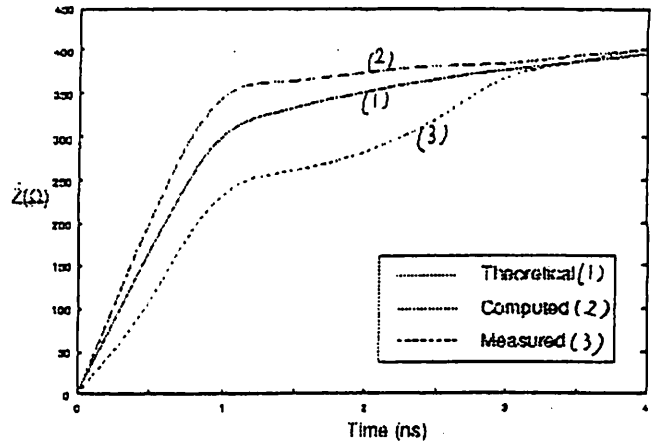


図 7 実験、シミュレーション及び理論計算結果 1 (垂直印加)

Fig. 7. Measured induced field, simulation and theoretical calculation 1 (Vertical input)

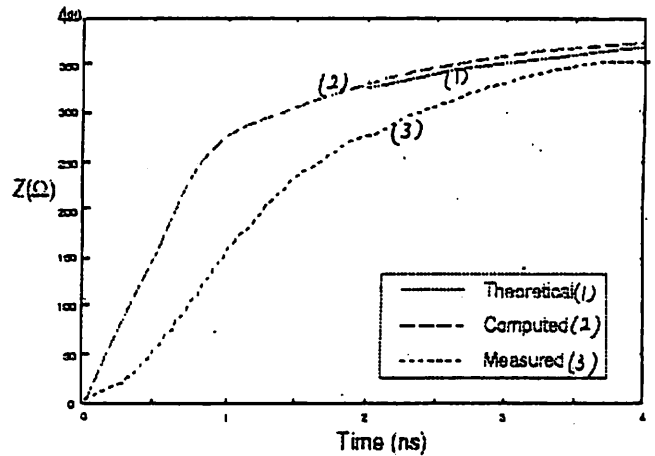


図 8 実験、シミュレーション及び理論計算結果 2 (水平印加)

Fig. 8. Measured induced field, simulation and theoretical calculation 2 (Horizontal input)

#### 4. 考 察

鉄塔サージインピーダンスに関して、高橋理論は現象を良く説明している。即ち、大地の存在しない場合の高橋理論式 8 は、反射を含めた高橋理論式 9 で  $\beta = 1, \gamma_i = \gamma_r = 1, ct = 2h$  とすれば、両者一致した式として垂直印加の場合の式

$$Z = 60 \left( \ln \left( \frac{2\sqrt{2}h}{r_0} \right) - 1.540 \right)$$

が得られる。

又、理論式で  $\beta = 1, \gamma_i = \gamma_r = 0, ct = 2h$  とすれば、大地の存在する場合の式、即ち、水平印加の式、

$$Z = 60 \left( \ln \left( \frac{2\sqrt{2}h}{r_0} \right) - 1.983 \right)$$

となり、原の実験式<sup>(4)</sup>に一致した式が得られる。

ここで、電流が塔頂から進行し、大地で反射して戻って来るまでは、塔頂にのみ観測装置が置かれている設定での計算で、実験もその通りの設定で行われる以上、反射を計算に入れることは、相対論の見地から許されない。従って、その様な理論はたとえ結果が実験と合致しているとしても根本的に許されないとの見解がある。

これは、一見したところ尤もで高橋理論はこの論旨で未だ学会で認められていない。しかしながら、高橋理論に於いて大地の無い場合、即ち垂直印加に関する部分に対しては、この批判は当を得たものではない。

一方、大地の存在する水平印加の場合については、一応、この批判は領けるが、この論旨には重大な見落とししがあることを筆者は指摘したい。確かに反射現象は反射の作用球が塔頂に戻って来るまでは分からないが<sup>(10)</sup>、この実験は大地面に対し平行に高さ  $h$  に張られた導線（いわゆる電流印加線）を通して垂直導体に電流を印加している。この時、印加される波形は十分に早い立ち上がり有する方形波電圧であり、電流である。従って、塔頂より電流が供給される時、大地に対する電位は確定している。換言すれば、電流印加線を進行方向に垂直な平面波が進行していることになる。

従って、塔頂より電流が供給されると同時に、塔頂自身が大地に対して有する電位に対応して電流が流れ始める。これは、反射波の効果を打ち消すものとなる。従って、反射が分からない時点であるにも拘わらず、高橋理論式に於いて  $\gamma = 0$  という数値代入が妥当することになる。

又、この考え方が正しいことは、筆者の報告したパルス電流低減現象<sup>(10)</sup>からも、明らかである。即ち、垂直導体のどの点に於いても、塔頂より電流が注入された瞬間から小電流が一定の速度で増加しながら流れ始める。従って、垂直導体の任意の点にパルス電流が到達した時はその到達遅れ時間に比例して既にパルス電流の一部が流れているのでパルス電流の効果が減殺されてしまう。これをパルス電流低減現象と名付けたが<sup>(10)</sup>、見方を変えれば、磁界反射率  $\gamma = 0$  に相当していると言える。即ち、実験より求めた電流低減率  $\alpha$  と磁界反射係数  $\gamma = 0$  とした結果が数値的に一致していることを筆者は既に報告している<sup>(10)</sup>。

5. 伝搬問題に於ける境界条件に関する新理論

ここで、拡大する作用球に関する境界条件についての、新しい見解と、それが高橋理論をどの様に強化しているかを示すこととする。

(5.1) 境界条件としてのローレンツ条件 筆者は拡大する作用球に関して、ローレンツ条件は基本的に境界条件を与えていると考えるべきであることに気が付いた<sup>(14)(15)</sup>。そして、つぎの二つの基本原則を規定した。

(1) 基本原則 1

ローレンツ条件  $div A + \frac{1}{c^2} \partial \phi / \partial t = 0$  は拡大する作用球の表面に於ける境界条件を与える。それは次の 2 種類が存在する。

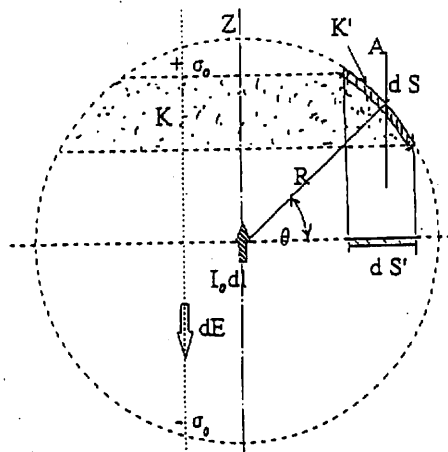


図 9 拡大する作用球とガウスの定理  
Fig.9. Expanding influence sphere and Gauss's Theorem

- 1) 一つは作用球の直ぐ外側、内部からは「事象の外」である。この部分はステップ電流要素を考える場合、存在時間が 0 の境界上である。
- 2) 他の一つは作用球の直ぐ内側、「事象の内」の領域で、存在時間は無限小の境界上である。

(2) 基本原則 2

ローレンツ条件の第 2 項は定数  $c$  倍すると、 $\frac{1}{c} \partial \phi / \partial t = \partial \phi / \partial ct$  となり、電界の次元を持つので、その  $\epsilon_0$  倍は電荷密度の次元を持つ。即ち、ローレンツ条件の第 2 項は作用球境界上の電荷密度を与えると考えるべきである<sup>†</sup>。

(5.2) 境界条件の具体化 (1) 「事象の外側」の場合;

ローレンツ条件  $div A + \frac{1}{c^2} \partial \phi / \partial t = 0$  を次の様に変形する。

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\epsilon_0}{c} \partial \phi / \partial t = -\epsilon_0 c div A \\ &= -\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} div A \\ &= -\frac{1}{Z_0} div A \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

但し、 $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$  である。  
ここで、図 9 の帯状の部分 K にガウスの定理を適用する。

$$\begin{aligned} \int_V div A dv &= \int_S AdS \\ &= A \sin \theta (R d\theta) (2\pi R c \cos \theta) \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

<sup>†</sup>  $\partial \phi / \partial ct$  が電界の次元を持つからと言って、作用球半径を  $R = ct$  として  $E_r = -\partial \phi / \partial R$  とするべきではない。 $\partial \phi / \partial t$  は場所  $R = ct$  での  $\phi$  の時間微分である。 $\phi$  が時間的に増えると言うことは、その点で電荷が増えると考えるのが妥当である。

一方、電荷は作用球表面に現れていると考えて、

$$\begin{aligned} \int_V \text{div} A dv &= \int_V (-Z_0 \sigma) dv \\ &= -Z_0 \int_V \sigma dv \\ &= -Z_0 \sigma \delta R (R d\theta) (2\pi R \cos\theta) \dots (15) \end{aligned}$$

式 14, 15 より、次式を得る。

$$\sigma = -\frac{A \sin\theta}{Z_0 \delta R} = -\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} A \sin\theta / \delta R \dots (16)$$

ここで、微小ステップ電流要素  $I_0 dl$  による境界上のベクトルポテンシャル  $A$  は次式である。

$$A = \frac{\mu_0 I_0 dl}{4\pi R} \dots (17)$$

即ち、境界上、「事象の外」には、既に示した図 2 の様に電気力線の重なる効果として、大きさ無限大の電荷密度が存在時間 0 で存在することが分かる。存在時間 0 とは存在しないことで無意味と見えるが、これが相対論効果で、立ち上がり時間 0 のステップを考えた結果である。境界上の、電気力線も電荷と同様に存在時間は 0 であり、実質的作用は無い。

(2) 「事象の内側」の場合；

電荷密度  $\sigma = -\frac{1}{Z_0} \text{div} A$  について、図 9 の厚さ  $dR$  の円環  $K'$  についてガウスの定理を適用する。

$$\begin{aligned} \int_V \text{div} A dv &= \int_S A dS = (-A \sin\theta \\ &+ (A + \frac{\partial A}{\partial R} dR) \sin\theta) (R d\theta) (2\pi R \cos\theta) \\ &= \frac{\partial A}{\partial R} dR \sin\theta (R d\theta) (2\pi R \cos\theta) \dots (18) \end{aligned}$$

一方、電荷密度の式より、

$$\begin{aligned} \int_V \text{div} A dv &= \int_V (-Z_0 \sigma) dR dS \\ &= (-Z_0 \sigma dR) (R d\theta) (2\pi R \cos\theta) \dots (19) \end{aligned}$$

となるから、式 18, 19 より次式を得る。

$$\sigma = -\frac{1}{Z_0} (\partial A / \partial R) \sin\theta \dots (20)$$

式 20 のベクトルポテンシャル  $A$  に式 17 を代入して次式を得る。

$$\sigma = \frac{\mu_0 I_0 dl}{4\pi R^2 Z_0} \sin\theta = \sigma_0 \sin\theta \dots (21)$$

<sup>1</sup>但し、大きさは無限大なので実質量は存在するが、これが存在の内側で電荷密度となって現れることになる。

ここで  $\sigma_0$  は次式である。

$$\sigma_0 = \frac{\mu_0 I_0 dl}{4\pi R^2 Z_0} \dots (22)$$

図 9 の球面上は事象の境界であり、内部から見て無限大に相当する。角度  $\theta$  の所の電荷密度が  $\sigma_0 \sin\theta$  であるから、面積を  $dS$  とすれば、この部分の電荷  $dQ$  は  $dQ = \sigma_0 \sin\theta dS$  となる。

しかるに、面  $dS$  の  $z$  方向に垂直な成分の面積  $dS'$  は、 $dS' = dS \sin\theta$  である。従って、 $z$  方向の電荷密度  $\sigma'$  は

$$\sigma' = dQ / dS' = \frac{\sigma_0 \sin\theta dS}{dS \sin\theta} = \sigma_0 \dots (23)$$

となり、 $\sigma' = \sigma_0 (= \text{一定})$  となって、一様な電荷密度が存在することになる。一方、 $\theta$  の負の値については、 $\sigma' = -\sigma_0$  となるから、

$$\begin{aligned} dE_z &= -\frac{\sigma_0}{\epsilon_0} = -\frac{\mu_0 I_0 dl}{4\pi \epsilon_0 R^2 Z_0} \\ &= -\frac{\mu_0 c I_0 dl}{4\pi R^2} \quad (R = ct) \dots (24) \end{aligned}$$

となり、高橋理論の基本式が導き出される。

(5.3) まとめ この様にして、作用球内は図 10 の様な電気力線が掛ける。この図は、高橋理論の基本である「拡大する作用球の内部には一様で時間の自乗に逆比例した電界が存在する」ということを示している。

ところで、「ローレンツ条件」を拡大する作用球の境界条件と見なすことが正当であるとする、「ローレンツ条件」によって華々しく展開されている電磁波工学の分野はどうなるのかという問題が生じて来る。しかし、この点の心配は無用である。

電磁波工学ではステップ波形ではなく、高周波を扱っているので、高橋理論から見れば、玉葱の皮の様な無数の薄皮状の電磁界領域が拡大して行くことになる。従って、高橋理論の事象の内側は無数の薄皮状の領域となるから、「ローレンツ条件」からスカラーポテンシャル  $\phi$  とベクトルポテンシャル  $A$  とを結びつける電磁波工学の手法には何ら問題を生じない。

勿論、ステップ状の電流源について電磁波工学の手法を適用することは、高橋理論の見地から誤りであると言える。即ち、ステップ状の波源については、「ローレンツ条件」を用いてスカラーポテンシャル  $\phi$  とベクトルポテンシャル  $A$  とを結びつけて作用球内を論じてはならない。

## 6. むすび

鉄塔サージインピーダンスに関しては、ジョルダン以来、多くの研究者が多くの理論を発表して来ているが、未だ決着を見ていない。これは「垂直導体問題」として現代電気工学を悩まして来た難問であった。この問題に対し、高橋は 1993 年に新しい示唆に富んだ見解を発表し<sup>(6)</sup>、引き続



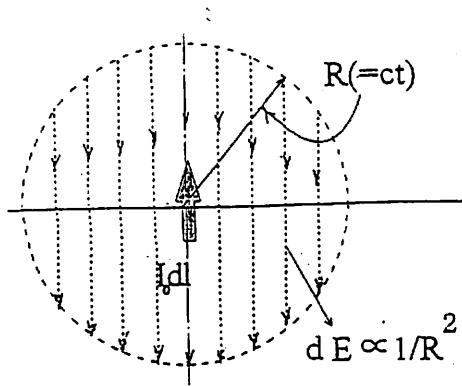


図 10 拡大する作用球内の電気力線の様子

Fig. 10. Appearance of the electric line of force inside the expanding influence sphere

き多くの論文を発表して来ているが<sup>(9)~(11)(14)(15)</sup>、未だ世に認められてはいない。それは、高橋理論が不完全であったことと、理論を裏付ける高橋等の実験が高橋理論をあたかも否定する結果となっていた為である。この度、これらの矛盾点を解決し、高橋理論が実験や数値解析と良く一致することを示すことが出来た。

さらに、良く知られた「ローレンツ条件」を拡大する作用球の境界条件と見なすことにより<sup>(14)(15)</sup>、高橋理論の裏付けが強化され、又、「相対論効果」も高橋理論を裏付けていることが示された<sup>(12)(14)</sup>。この様にして「垂直導体問題」として、現代電気工学を悩ませて来た難問は、「電界と磁界の双対性」から出発した高橋理論<sup>(6)(10)(14)</sup>により、解決の方向であることが明白となった。

## 文 献

- (1) C.A.Jordan: "Lightning computation for transmission line with overhead ground wires", GE Review, 37(4) p180 (1934)
- (2) 奥村他、「鉄塔サージインピーダンスの電磁界理論による一計算法」、電学論B、84巻、p733 (昭60年)
- (3) 高橋、「鉄塔サージインピーダンスに関するジョルダンの式の誤りの確認」(レター)、電学論B、114巻、p112 (1994)
- (4) 原他、「垂直導体及び垂直複導体サージインピーダンスの実験式」、電学論B、110巻、p129 (平成2年)
- (5) C.F. Wagner, "A new approach to calculation of lightning performance of transmission lines", AIEE Trans., 76, 1233 (1956)
- (6) R. Lundholm et al., "Calculation of Transmission Lines Lightning Voltages by Field Concepts", AIEE Trans., 77, 1271 (1957)
- (7) 馬場、石井他、「数値電磁界解析手法による鉄塔インピーダンスの検討」、電学論B、116(7)、p873(1996)
- (8) 高橋、「電磁界理論による鉄塔模擬単一垂直導体サージインピーダンスの新導出法」、電学論B、113(9)、p1029 (1993)
- (9) H. Takahashi, "New Method of Calculating Surge Impedance on Tower Model of Vertical Conductor (Part2)", Proc. of 4th Annual Conference of Power and Energy, IEE Japan, 281 (1993)
- (10) 高橋他、「電磁界理論による鉄塔模擬単一垂直導体サージインピーダンスの新導出法 (第3報: 制限ゲージポテンシャルと実験解析)」、平成7年電気学会電力・エネルギー部門大会、論文1、pp229-234 (1995)
- (11) H. Takahashi et al., "New derivation method of the surge impedance on the tower model of a vertical conductor by

the electromagnetic field theory (Part 10: Advanced theory)", International Workshop on High Voltage Engineering, IWHV'99 - Volume 1, IEE of Japan, 79 (1999)

- (12) M.A. Uman et al., "the electromagnetic radiation from a finite antenna", Am. J. Physic., 43, p 33 (1975)
- (13) 加藤、「演習電磁気学」、サイエンス社、pp52-53, p171 (1992)
- (14) H.Takahashi et al., "Theoretical Derivation of Surge Impedance about a Vertical Conductor", Conference Proceedings of IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition 2002 : Asia Pacific, vol.2, pp688-693 (2002)
- (15) 高橋、「垂直導体問題に関する基礎的検討」、平成14年電気学会全国大会講演論文集7、p244(2002)