琉球大学学術リポジトリ

沿岸域における波浪変形予知のための汎用モデル

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学工学部 公開日: 2007-10-28 キーワード (Ja): キーワード (En): Wave deformation, Wave scattering, Infinite elements, Convex coasts, Concave coasts, Breakwater 作成者: 筒井, 茂明, Tsutsui, Shigeaki メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/2222

沿岸域における波浪変形予知のための汎用モデル

筒井　茂明*

Generalized Models for Prediction of Coastal Wave-Deformation

Shigeaki TSUTSUI*

Abstract

An assumption of collinear straight coastlines in the far field, traditionally used in wave models for harbors, is a limitation to wave simulations in the domain extending to infinity, since this assumption is invalid for most real coastlines. By alleviating this limitation based on the geometric-optics approximation, functions of models for coastal wave-deformation are generalized to be able to predict wave patterns around the semi-infinite breakwater and convex and concave coasts, such as bulkheads with discontinuous alignment. Seven test problems of wave diffraction are solved by the finite element method based on the coastal wave-deformation models combined with the integrable, cubic infinite element. As a result of comparison with the analytical solutions, the generalized models are found to be effective and accurate for problems of wave scattering.

Key Words: Wave deformation, Wave scattering, Infinite elements, Convex coasts, Concave coasts, Breakwater.

1. 緒　言

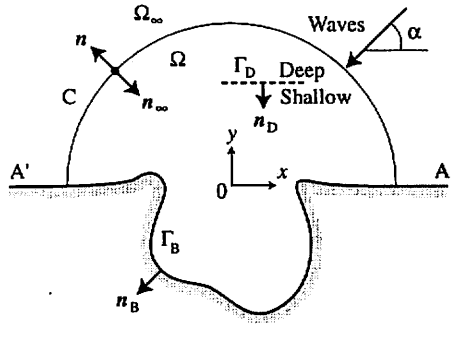
沿岸開領域における波の屈折，回折・散乱などの波の変形解析においては，緩勾配方程式(Berkhoff, 1972)あるい波の非線形性を考慮したBoussinesq型のモデル方程式など(例えば，Tsayら，1982; Liuら，1985; 灘岡・中川，1993; 磯部，1994; 喜岡・柏原，1995; 筒井・大木，1998)が用いられる．これらの方程式を用いた有限要素法に基づく波の変形解析における考え方は次の通りである．

無限遠まで広がった海域があり，その一部に離岸堤，港湾などの海岸構造物・施設を建設すると，周辺海域では水深および海岸地形が変化し，波高分布などの波の諸現象も従前に比べて変化する．しかし，鳥瞰的にこれらの現象を見ると，この海域から十分に離れた地点まではその影響は及ばず，遠方場での波動現象には変化が見られない．全海域でのこのような波動現象を対象とし解析するときには，数理解析モデルを用いて境界値問題を処理することになる．この処理に当たっては，遠方場での不変な波動現象は既知であることが要求される．そのためには，遠方場での現象の取り扱いが容易であることが望ましく，最も簡単な波浪条件となる地形は，一定水深の直線海岸である．

したがって，従来の港湾モデルにおいては，次のようにモデルが設定されている．図－1に示すように，全海域を仮想境界Cにより解析対象領域Ωと遠方場である外部領域Ω_∞に二分し，外部領域に対して次の3仮定が設けられる．

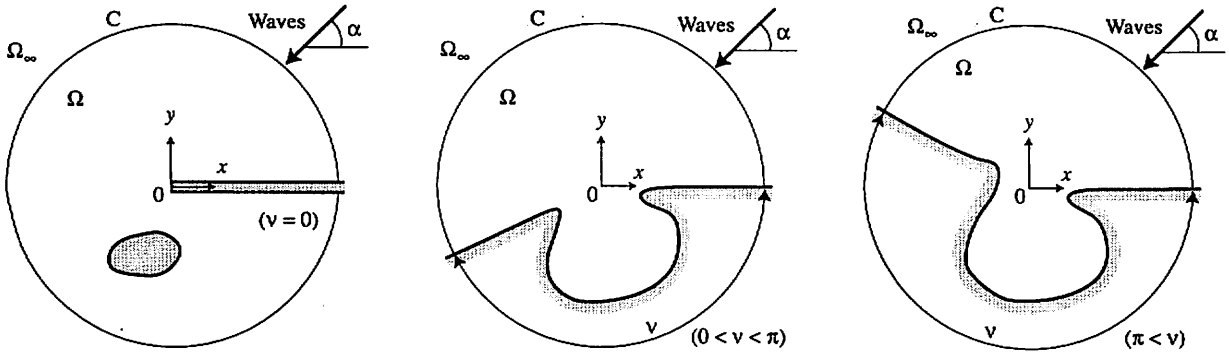
(1) 外部領域Ω_∞での水深は一定である．
(2) 外部領域での左右の海岸線(A, A')は同一直線上にある．
(3) これら直線状の海岸線は波を完全に反射する．

解析対象領域Ωでは海岸線および水深は任意に変化することが許される．この領域での所要の解は，外部領域Ω_∞において波の放射条件を満たす解と境界Cにおいて接続することにより決定される．



図－1　港湾モデルとその定義

受理：2002年12月9日
* 琉球大学工学部 環境建設工学科
Dept. of Civil Engineering and Architecture, Faculty of Engrg.



(1) 半無限防波堤　(2) 凸型海岸地形　(3) 凹型海岸地形

図－2　各種の海岸地形モデル

これらの仮定に対して，Panchang ら (2000) は外部領域での一定水深の仮定(1)が長周期波に及ぼす影響について論じている．現地海岸においては，通常，岸沖方向の水深変化が卓越することから，そこでは岸沖方向のみの一次元的な水深変化が仮定されている．しかし，一定水深の仮定によるこの制約はモデルの設定を工夫することにより回避することが可能である (Tsutsui · Lewis, 1992)．一方，Jeong ら (1998) は第二の仮定，すなわち，外部領域で同一直線上にある海岸線条件の緩和を試みている．その際には，無限遠での波の放射条件を取り扱うため，放射方向では水深を一定と仮定している．他方，これと直交する方向には水深変化を許している．しかし，これらの仮定も現実の海岸地形とは相違する．

上述の3仮定は，外部領域における波動場を簡単にし，その取り扱いを容易にする．しかし，現実の海岸ではこのような理想的な地形は稀である．例えば，大規模な埋立てが行われる場合には，不連続な法線形状を有する隅角部周辺の波高を推算することが要求される．このように，港湾モデルの現地海岸への適用の際には，仮定(2)は厳しい制約となる．

本研究の目的は，仮定(2)および(3)を緩和し，現実の海岸地形に適用可能な波浪変形予知のための汎用モデルを提案することである．すなわち，外部領域での2海岸線は従来の港湾モデルと同様に直線であるが，図－2 (2)–(3) に示すように，これらを延長すると任意の角 ν を成す凸型および凹型の海岸地形を対象とする波浪変形予知モデルを提案する．特に，角度 $\nu=0$ の場合は図－2 (1)に示す半無限防波堤に，$\nu=\pi$ の場合は図－1 に示す港湾モデルとなる．

外部領域 Ω_∞ での波の放射条件の取り扱いについては，その方法の1つとして，級数解あるいは境界積分と接続する取り扱いがなされている．これらの中で級数解を用いた混成型の有限要素法 (HFEM) (Chen · Mei, 1975) は高精度な推算結果を与えることが判っている．しかし，要素行列を導く際に特異な行列が現れる．その特異性を回避するためには陽的な行列表示が必要であり，取り扱いが不便である．ここでは，HFEM と同様に，外部領域 Ω_∞ での水深を一定と仮定し，可積分型の無限要素 (筒井，1999a, 1999b, 2000) を用いて無限遠での波の放射条件を処理する．

本研究の構成は次の通りである．第2章では有限要素解析のためのシステムについて述べる．第3章では，システムへの外力決定に必要な凸型および凹型の海岸地形に対する幾何光学的な波動場を定め，波の変形予知モデルを提案する．第4章ではこの予知モデルを用いて，各種の海岸地形に対する波高分布の数値シミュレーションを行う．それらの結果は解析解と比較され，本モデルの妥当性および有用性が示される．最後に，得られた結果は第5章でまとめられる．

2. 有限要素解析のためシステム

解析対象領域 Ω での水深および地形は変化し，図－1 に示すように，そこには海岸線や構造物などの境界 Γ_B あるいは水深不連続部 Γ_D が存在する．一方，外部領域 Ω_∞ での水深は一定と仮定され，無限要素はこの領域に適用される．

全ての物理量は，代表水深 h_0^* および重力加速度 g により定義される基準長：h_0^*，時間：$\sqrt{h_0^*/g}$，速度：$\sqrt{gh_0^*}$ による無次元量である．静水面に座標原点を置き，水平方向に (x, y)-軸，鉛直上方に z-軸を採る．また，(ζ, η)：領域 Ω および Ω_∞ での水面変動量，η^G：入射波および反射波などの幾何光学的な波，η^S：散乱波，c：波速，c_g：群速度，ω：周波数とする．

支配方程式は次式で与えられる．

$$\nabla\cdot\left(cc_g\nabla\zeta_n\right)+\omega^2\left(c_g/c\right)\zeta_n=Q \qquad \text{領域 } \Omega \text{ 内} \qquad (1)$$

$$\nabla\cdot\left(cc_g\nabla\eta^S\right)+\omega^2\left(c_g/c\right)\eta^S=0 \qquad \text{領域 } \Omega_\infty \text{ 内} \qquad (2)$$

境界条件は次の通りである．

$$\boldsymbol{n}\cdot\nabla\zeta_n+\boldsymbol{n}_\infty\cdot\nabla\left(\eta^G+\eta^S\right)=0 \qquad \text{境界C上} \qquad (3.1)$$

$$\zeta_n=\eta^G+\eta^S \qquad \text{境界C上} \qquad (3.2)$$

$$\boldsymbol{n}_B\cdot\nabla\zeta_n=B\zeta_n \qquad \text{境界}\Gamma_B\text{上} \qquad (4)$$

$$\left[cc_g\boldsymbol{n}_D\cdot\nabla\zeta_n\right]_{\xi_0^-}^{\xi_0^+}=D\zeta_n \qquad \text{境界}\Gamma_D\text{上} \qquad (5)$$

無限遠での Sommerfeld の放射条件 (6)

ただし，$\nabla=(\partial/\partial x, \partial/\partial y)$，$n=\pm1, \pm2, \ldots$ であり，$(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{n}_\infty)$，$\boldsymbol{n}_B$，$\boldsymbol{n}_D$ はそれぞれ境界C，Γ_B，Γ_Dでの外向き法線ベクトルを表す．

支配方程式(1)は n 次の Fourier 成分波に対する非線形波動方程式 (筒井・大木, 1998; Tsutsui ら, 1998) であり，同式の右辺の Q は高次成分波を含む非線形項を表す．$Q=0$ のときの線形解析では，式(1)は緩勾配方程式となる．領域 Ω_∞ での水深は一定であるから，式(2)は Helmholtz 方程式となる．式(3)は境界C上での水粒子速度および水面変位の連続条件

である．式(4)は境界Γ_Bでの反射境界条件(Tsutsui・Lewis, 1992)であり，係数Bは境界での波の反射率および境界への波の入射角の関数である．式(5)は水深不連続部Γ_Dにおける境界条件(Tsutsui・Zamami, 1993)であり，水深の深い側より浅い側へ波が伝播すると仮定して適用される．ただし，ξ_0:水深不連続部の位置，D:無次元係数である．なお，式(1)–(6)においては，Qを除く波動量は全てn次成分波に対するものであるが，ζ_n以外の添字nは省略されている．

式(1), (2), (3.1), (4), (5)に対する弱形式は，形状関数wを用いると，次式で与えられる．

$$\iint_{\Omega}\left\{cc_g\nabla w\cdot\nabla\zeta_n - w\,\omega^2\left(c_g/c\right)\zeta_n + Q\right\}d\Omega$$

$$+\iint_{\Omega_\infty}\left\{cc_g\nabla w\cdot\nabla\eta^S - w\,\omega^2\left(c_g/c\right)\eta^S\right\}d\Omega_\infty$$

$$-\int_{\Gamma_B} w\,cc_g B\zeta_n\,ds - \int_{\Gamma_D} w\,D\zeta_n\,ds$$

$$=\int_C w\,cc_g\,\boldsymbol{n}\cdot\nabla\eta^G\,ds \qquad (7)$$

さらに，式(7)の各項を離散化して得られる要素行列をそれぞれ$\{K\}$, $\{K_\infty\}$, $\{K_B\}$, $\{K_D\}$, $\{q\}$とすると，未知数である水面変動量ζ_nに関する次の連立方程式が得られる．

$$\left[\sum_{\Omega}\{K\} - \sum_{\Gamma_B}\{K_B\} - \sum_{\Gamma_D}\{K_D\} + \sum_{\Omega_\infty}\{K_\infty\}\right]\{\zeta_n\}$$

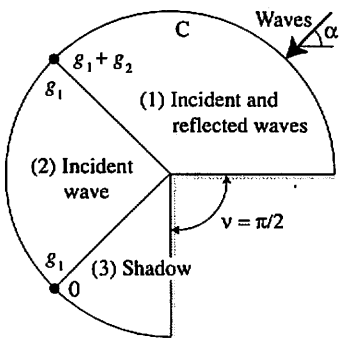
$$=\sum_{C}\left[\{q\} + \{K_\infty\}\{\eta^G\}\right] \qquad (8)$$

ここに，ベクトル$\{q\}$は次式で与えられる．

$$\{q\} = \int_{\Delta C} w\,cc_g\,\boldsymbol{n}\cdot\nabla\eta^G\,ds \qquad (9)$$

支配方程式(2)は外部領域Ω_∞における散乱波のみに対するものであるから，式(7)を離散化して得られる結果においては，仮想境界C上での水面変動量が不連続となっている．そこで，境界条件(3.2)を満たすため，次のような処理が行われている．すなわち，無限要素の要素行列$\{K_\infty\}$と境界C上の幾何光学的な波$\{\eta^G\}$より$\{K_\infty\}\{\eta^G\}$なる量を求め，式(8)の両辺の対応する節点に付加されている．したがって，境界C上では全体の水面変動量$\zeta_n = \eta^G + \eta^S$が未知量となり，境界条件(3.2)が満されている．

無限遠での波の放射境界条件(6)は，外部領域Ω_∞における無限要素による波動場の定式化の際に，近似的ではあるが自動的に満たされる．



図－3　凸型海岸地形における幾何光学的な波動場

式(9)で与えられるベクトル$\{q\}$は，緩勾配方程式に相当する式(1)の左辺より導かれ，幾何光学的な波$\{\eta^G\}$の境界C上での法線微分に対する線積分で与えられる．したがって，式(8)の右辺は幾何光学的な波により定められるシステムへの外力と解釈できる．結局，式(8)に基づく数値シュミレーション結果の良否は，境界C上での外力項を定める幾何光学的な波動場の設定に依存する．

3. 波浪変形予知のための汎用モデル

3.1 外部境界C上での外力の算定

前述のHFEMは高精度な計算結果を与えるが，図－1に示したように，同一直線上にある直線海岸を仮定している．一定水深の直線海岸においては，幾何光学的な波は入射波とその反射波のみである．したがって，式(8)の右辺の境界C上での外力項は容易に定められる．

より汎用性のある海岸地形モデルとして，図－2に示す凸型および凹型海岸地形が考えられる．外部領域の2直線海岸を延長してできる角νは，一般的に0から2πの範囲を変化することができる．これらのモデルが有用となるためには，図－3に示すように，2直線海岸が任意の角νを成す隅角地形に対する周辺海域での幾何光学的な波を決定しなければならない．その結果，システム(8)の右辺の外力が算定され，所要の汎用モデルが構築される．

図－3に示すような2直線海岸より成る隅角部周辺の海域は，幾何光学的な近似によると，
(1)入射波g_1とその反射波g_2が共存する反射領域，
(2)入射波g_1のみが存在する入射領域，および
(3)幾何光学的な波が存在しない影の領域(回折領域)
に分割される．幾何光学的な波動場は，これら各領域に応じて定められなければならない．ただし，合い隣る2領域の境界線上の共通点(図－3の●印)では，各領域に対応した成分波を採用することが特に肝要である．

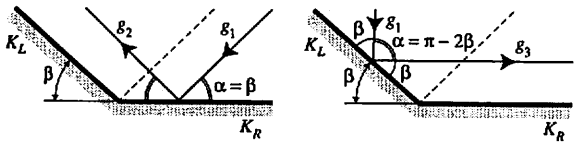
幾何光学的な影の領域が存在しない場合および凹型海岸地形において生じる多重反射の場合にも，幾何光学的な近似に基づき海域を分割し，それぞれの領域で成分波を特定し，全海域での幾何光学的な波動場を定める必要がある．

3.2 各種海岸地形に対する幾何光学的な波動場

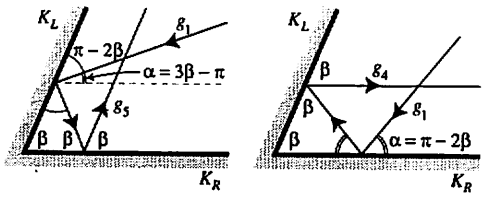
ここでは§3.1で述べた幾何光学的方法により，各種海岸地形に対する波動場を決定する．

図－1，2に示すように，正のx–座標を一方の直線海岸に沿って採り，座標原点は2直線海岸の交点に置く．極座標を(r, θ)とする．さらに，t:時間，k:波数，g_1:入射波，g_j $(j=2, 3, ...)$:反射波，ζ_g $(\equiv\eta^G)$:境界C上での幾何光学的な波動場，a:入射波の振幅，α:入射波の入射角，$\mathrm{i}=\sqrt{-1}$:虚数単位とし，波動成分の時間項を$\exp(\mathrm{i}\omega t)$とする．

議論を進めるに当たり，凹型海岸地形においては以下のような注意が必要である．図－4 (1)に示す$\pi<\nu<3\pi/2$の場合，$\beta\equiv\nu-\pi$とおくと，波の入射角$\alpha=\beta$および$\alpha=\pi-2\beta$のときに一方の壁面からの反射波が他方の壁面と平行になる．したがって，$\beta=\pi/3$を境に両者の大小関係が逆にな



(1) $\pi<\nu<3\pi/2$, $0<\beta\equiv\nu-\pi<\pi/2$



(2) $3\pi/2<\nu<2\pi$, $0<\beta\equiv2\pi-\nu<\pi/2$

図－4　凹型海岸地形での波の反射状況

る．一方，図－4 (2)に示すような $3\pi/2<\nu<2\pi$ の場合には，$\beta\equiv2\pi-\nu$ とおくと，$\alpha=3\beta-\pi$ および $\alpha=\pi-2\beta$ のときに同様の現象が生じ，これらは $\beta=2\pi/5$ を境に両者の大小関係が逆になる．したがって，凹型海岸地形においては，$\nu=4\pi/3$, $3\pi/2$, $8\pi/5$ を境に，場合分けをして考える必要がある．

さらに，$\nu>5\pi/3$ の場合には，(1)入射角によっては多重反射した波が隅角部の奥に集中し波高が大きくなり，このときには重複波の砕波の可能性が生じること，(2)実際の海岸地形のほとんどは $\nu\le5\pi/3$ の場合に含まれると考えられることなどの理由により，凹型海岸地形としては $\pi<\nu\le5\pi/3$ の場合を解析対象とする．

各種の海岸地形モデルに対する幾何光学的な波動場は，波の入射角 α に依存し，以下の諸式で与えられる．

(A) 島モデル

島あるいは海岸構造物が外海に点在する本モデルでは，無限遠における幾何光学的な波は入射波のみである．したがって，幾何光学的な波動場は次式で与えられる．

$$\zeta_g=g_1,\ (0\le\theta\le2\pi),\quad g_1=a\exp\{ikr\cos(\theta-\alpha)\}\qquad(10)$$

(B) 半無限防波堤：$\nu=0$

図－5に示す半無限防波堤に対する幾何光学的な波動場の決定に必要な成分波は次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned}g_1&=a\exp\{ikr\cos(\theta-\alpha)\}\\g_2&=a\,K_R\exp\{ikr\cos(\theta+\alpha)\}\\g_3&=a\,K_L\exp\{ikr\cos(\theta+\alpha)\}\end{aligned}\right\}\qquad(11.1)$$

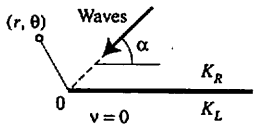
ここに，K_R および K_L は壁面 $\theta=0$ および $\theta=2\pi$ 沿いの波の反射率である．座標原点は防波堤先端に置かれている．

(1) $\alpha=0$

$$\zeta_g=[\,g_1,(0\le\theta<\pi);\ g_1/2,(\theta=\pi);\ 0,(\pi<\theta\le2\pi)\,]\qquad(11.2)$$

(2) $0<\alpha<\pi$; $\theta_1=\pi-\alpha$, $\theta_2=\pi+\alpha$

$$\zeta_g=[\,g_1+g_2,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2/2,(\theta=\theta_1);\ g_1,(\theta_1<\theta<\theta_2);\ g_1/2,(\theta=\theta_2);\ 0,(\theta_2<\theta\le2\pi)\,]\qquad(11.3)$$



図－5　半無限防波堤

(3) $\alpha=\pi$

$$\zeta_g=g_1,\ (0\le\theta\le2\pi)\qquad(11.4)$$

(4) $\pi<\alpha<2\pi$; $\theta_1=\alpha-\pi$, $\theta_2=3\pi-\alpha$

$$\zeta_g=[\,0,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1/2,(\theta=\theta_1);\ g_1,(\theta_1<\theta<\theta_2);\ g_1+g_3/2,(\theta=\theta_2);\ g_1+g_3,(\theta_2<\theta\le2\pi)\,]\qquad(11.5)$$

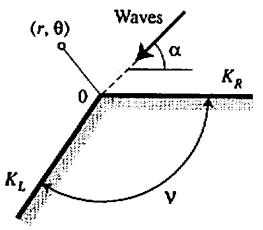
(5) $\alpha=2\pi$

$$\zeta_g=[\,0,(0\le\theta<\pi);\ g_1/2,(\theta=\pi);\ g_1,(\pi<\theta\le2\pi)\,]\qquad(11.6)$$

(C-1) 凸型海岸地形：$0<\nu<\pi$

図－6に示す凸型海岸地形に対する幾何光学的な波動場の決定に必要な成分波は次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned}g_1&=a\exp\{ikr\cos(\theta-\alpha)\}\\g_2&=a\,K_R\exp\{ikr\cos(\theta+\alpha)\}\\g_3&=a\,K_L\exp\{ikr\cos(\theta+\alpha+2\nu)\}\end{aligned}\right\}\qquad(12.1)$$



図－6　凸型海岸地形

ここに，K_R および K_L は壁面 $\theta=0$ および $\theta=-\nu$ 沿いの波の反射率である．座標原点は法線屈曲点に置かれている．

(1) $\alpha=0$

$$\zeta_g=[\,g_1,(0\le\theta<\pi);\ g_1/2,(\theta=\pi);\ 0,(\pi<\theta\le2\pi-\nu)\,]\qquad(12.2)$$

(2) $0<\alpha<\pi-\nu$; $\theta_1=\pi-\alpha$, $\theta_2=\pi+\alpha$

$$\zeta_g=[\,g_1+g_2,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2/2,(\theta=\theta_1);\ g_1,(\theta_1<\theta<\theta_2);\ g_1/2,(\theta=\theta_2);\ 0,(\theta_2<\theta\le2\pi-\nu)\,]\qquad(12.3)$$

(3) $\alpha=\pi-\nu$; $\theta_1=\pi-\alpha$

$$\zeta_g=[\,g_1+g_2,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2/2,(\theta=\theta_1);\ g_1,(\theta_1<\theta\le2\pi-\nu)\,]\qquad(12.4)$$

(4) $\pi-\nu<\alpha<\pi$; $\theta_1=\pi-\alpha$, $\theta_2=3\pi-\alpha-2\nu$

$$\zeta_g=[\,g_1+g_2,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2/2,(\theta=\theta_1);\ g_1,(\theta_1<\theta<\theta_2);\ g_1+g_3/2,(\theta=\theta_2);\ g_1+g_3,(\theta_2<\theta\le2\pi-\nu)\,]\qquad(12.5)$$

(5) $\alpha=\pi;\ \theta_1=2\pi-2\nu$

$$\zeta_g=[\,g_1,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_3/2,(\theta=\theta_1);\ g_1+g_3,(\theta_1<\theta\le 2\pi-\nu)\,] \tag{12.6}$$

(6) $\pi<\alpha<2\pi-\nu;\ \theta_1=\alpha-\pi,\ \theta_2=3\pi-\alpha-2\nu$

$$\zeta_g=[\,0,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1/2,(\theta=\theta_1);\ g_1,(\theta_1<\theta<\theta_2);\ g_1+g_3/2,(\theta=\theta_2);\ g_1+g_3,(\theta_2<\theta\le 2\pi-\nu)\,] \tag{12.7}$$

(7) $\alpha=2\pi-\nu;\ \theta_1=\pi-\nu$

$$\zeta_g=[\,0,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1/2,(\theta=\theta_1);\ g_1,(\theta_1<\theta\le 2\pi-\nu)\,] \tag{12.8}$$

(C-2) 港湾モデル：$\nu=\pi$

幾何光学的な波動場の決定に必要な成分波は，式(12.1)において$\nu=\pi$として定められる．ただし，K_RおよびK_Lは壁面$\theta=0$および$\theta=\pi$沿いの波の反射率である．

(1) $\alpha=0,\pi,\quad \zeta_g=g_1,(0\le\theta\le\pi)$ (13.1)

(2) $0<\alpha<\pi;\ \theta_1=\pi-\alpha$

$$\zeta_g=[\,g_1+g_2,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+(g_2+g_3)/2,(\theta=\theta_1);\ g_1+g_3,(\theta_1<\theta\le\pi)\,] \tag{13.2}$$

(D-1) 凹型海岸地形＃１：$\pi<\nu<4\pi/3$

図－７に示すように，$\beta\equiv\nu-\pi$とおくと$0<\beta<\pi/3$である．幾何光学的な波動場の決定に必要な成分波は次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned} g_1&=a\exp\{ikr\cos(\theta-\alpha)\}\\ g_2&=a\,K_R\exp\{ikr\cos(\theta+\alpha)\}\\ g_3&=a\,K_L\exp\{ikr\cos(\theta+2\beta+\alpha)\}\\ g_4&=a\,K_R\,K_L\exp\{ikr\cos(\theta+2\beta-\alpha)\}\\ g_5&=a\,K_R\,K_L\exp\{ikr\cos(\theta-2\beta-\alpha)\}\end{aligned}\right\} \tag{14.1}$$

ここに，K_RおよびK_Lは壁面$\theta=0$および$\theta=-\nu$沿いの波の反射率である．座標原点は法線屈曲点に置かれている．

(1) $\alpha=0;\ \theta_1=\pi-2\beta$

$$\zeta_g=[\,g_1,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_3/2,(\theta=\theta_1);\ g_1+g_3,(\theta_1<\theta\le\pi-\beta)\,] \tag{14.2}$$

(2) $0<\alpha<\beta;\ \theta_1=\pi-2\beta-\alpha,\ \theta_2=\pi-2\beta+\alpha$

$$\zeta_g=[\,g_1+g_2,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2+g_3/2,(\theta=\theta_1);\ g_1+g_2+g_3,(\theta_1<\theta<\theta_2);\ g_1+g_2+g_3+g_4/2,(\theta=\theta_2);\ g_1+g_2+g_3+g_4,(\theta_2<\theta\le\pi-\beta)\,] \tag{14.3}$$

(3) $\alpha=\beta;\ \theta_1=\pi-2\beta-\alpha$

$$\zeta_g=[\,g_1+g_2,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2+g_3/2,(\theta=\theta_1);\ g_1+g_2+g_3,(\theta_1<\theta\le\pi-\beta)\,] \tag{14.4}$$

(4) $\beta<\alpha<\pi-2\beta;\ \theta_1=\pi-2\beta-\alpha,\ \theta_2=\pi-\alpha$

$$\zeta_g=[\,g_1+g_2,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2+g_3/2,(\theta=\theta_1);\ g_1+g_2+g_3,(\theta_1<\theta<\theta_2);\ g_1+g_3+g_2/2,(\theta=\theta_2);\ g_1+g_3,(\theta_2<\theta\le\pi-\beta)\,] \tag{14.5}$$

(5) $\alpha=\pi-2\beta;\ \theta_1=\pi-\alpha$

$$\zeta_g=[\,g_1+g_2+g_3,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_3+g_2/2,(\theta=\theta_1);\ g_1+g_3,(\theta_1<\theta\le\pi-\beta)\,] \tag{14.6}$$

(6) $\pi-2\beta<\alpha<\pi-\beta;\ \theta_1=2\beta+\alpha-\pi,\ \theta_2=\pi-\alpha$

$$\zeta_g=[\,g_1+g_2+g_3+g_5,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2+g_3+g_5/2,(\theta=\theta_1);\ g_1+g_2+g_3,(\theta_1<\theta<\theta_2);\ g_1+g_3+g_2/2,(\theta=\theta_2);\ g_1+g_3,(\theta_2<\theta\le\pi-\beta)\,] \tag{14.7}$$

(7) $\alpha=\pi-\beta;\ \theta_1=\pi-\alpha$

$$\zeta_g=[\,g_1+g_2,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2/2,(\theta=\theta_1);\ g_1,(\theta_1<\theta\le\pi-\beta)\,] \tag{14.8}$$

(D-2) 凹120°型海岸地形：$\nu=4\pi/3$

幾何光学的な波動場の決定に必要な成分波は，式(14.1)において$\beta=\pi/3$として定められる．ただし，K_RおよびK_Lは壁面$\theta=0$および$\theta=-\nu$沿いの波の反射率である．

(1) $\alpha=0;\ \theta_1=\pi-2\beta$

$$\zeta_g=[\,g_1,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_3/2,(\theta=\theta_1);\ g_1+g_3,(\theta_1<\theta\le\pi-\beta)\,] \tag{15.1}$$

(2) $0<\alpha<\beta;\ \theta_1=\pi-2\beta-\alpha,\ \theta_2=\pi-2\beta+\alpha$

$$\zeta_g=[\,g_1+g_2,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2+g_3/2,(\theta=\theta_1);\ g_1+g_2+g_3,(\theta_1<\theta<\theta_2);\ g_1+g_2+g_3+g_4/2,(\theta=\theta_2);\ g_1+g_2+g_3+g_4,(\theta_2<\theta\le\pi-\beta)\,] \tag{15.2}$$

(3) $\alpha=\beta$

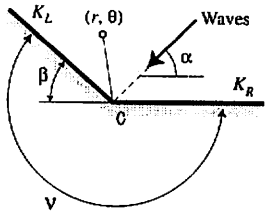
$$\zeta_g=g_1+g_2+g_3,(0\le\theta\le\pi-\beta) \tag{15.3}$$

(4) $\beta<\alpha<\pi-\beta;\ \theta_1=2\beta+\alpha-\pi,\ \theta_2=\pi-\alpha$

$$\zeta_g=[\,g_1+g_2+g_3+g_5,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2+g_3+g_5/2,(\theta=\theta_1);\ g_1+g_2+g_3,(\theta_1<\theta<\theta_2);\ g_1+g_3+g_2/2,(\theta=\theta_2);\ g_1+g_3,(\theta_2<\theta\le\pi-\beta)\,] \tag{15.4}$$

(5) $\alpha=\pi-\beta;\ \theta_1=\pi-\alpha$

$$\zeta_g=[\,g_1+g_2,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2/2,(\theta=\theta_1);\ g_1,(\theta_1<\theta\le\pi-\beta)\,] \tag{15.5}$$



図－７　凹型海岸地形（$\pi<\nu<3\pi/2$）

(E-1) 凹型海岸地形＃２：$4\pi/3 < \nu < 3\pi/2$

$\beta \equiv \nu - \pi$ とおくと $\pi/3 < \beta < \pi/2$ である．幾何光学的な波動場の決定に必要な成分波は，式(14.1)で与えられる．ただし，K_R および K_L は壁面 $\theta = 0$ および $\theta = -\nu$ 沿いの波の反射率である．

(1) $\alpha = 0$; $\theta_1 = \pi - 2\beta$

$$\zeta_g = [\, g_1, (0 \le \theta < \theta_1);\ g_1 + g_3/2, (\theta = \theta_1);\ g_1 + g_3, (\theta_1 < \theta \le \pi - \beta)\,] \tag{16.1}$$

(2) $0 < \alpha < \pi - 2\beta$; $\theta_1 = \pi - 2\beta - \alpha$, $\theta_2 = \pi - 2\beta + \alpha$

$$\zeta_g = [\, g_1 + g_2, (0 \le \theta < \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3/2, (\theta = \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3, (\theta_1 < \theta < \theta_2);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4/2, (\theta = \theta_2);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4, (\theta_2 < \theta \le \pi - \beta)\,] \tag{16.2}$$

(3) $\alpha = \pi - 2\beta$; $\theta_1 = \pi - 2\beta + \alpha$

$$\zeta_g = [\, g_1 + g_2 + g_3, (0 \le \theta < \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4/2, (\theta = \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4, (\theta_1 < \theta \le \pi - \beta)\,] \tag{16.3}$$

(4) $\pi - 2\beta < \alpha < \beta$; $\theta_1 = 2\beta + \alpha - \pi$, $\theta_2 = \pi - 2\beta + \alpha$

$$\zeta_g = [\, g_1 + g_2 + g_3 + g_5, (0 \le \theta < \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_5/2, (\theta = \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3, (\theta_1 < \theta < \theta_2);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4/2, (\theta = \theta_2);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4, (\theta_2 < \theta \le \pi - \beta)\,] \tag{16.4}$$

(5) $\alpha = \beta$; $\theta_1 = 2\beta + \alpha - \pi$

$$\zeta_g = [\, g_1 + g_2 + g_3 + g_5, (0 \le \theta < \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_5/2, (\theta = \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3, (\theta_1 < \theta \le \pi - \beta)\,] \tag{16.5}$$

(6) $\beta < \alpha < \pi - \beta$; $\theta_1 = 2\beta + \alpha - \pi$, $\theta_2 = \pi - \alpha$

$$\zeta_g = [\, g_1 + g_2 + g_3 + g_5, (0 \le \theta < \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_5/2, (\theta = \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3, (\theta_1 < \theta < \theta_2);\ g_1 + g_3 + g_2/2, (\theta = \theta_2);\ g_1 + g_3, (\theta_2 < \theta \le \pi - \beta)\,] \tag{16.6}$$

(7) $\alpha = \pi - \beta$; $\theta_1 = \pi - \alpha$

$$\zeta_g = [\, g_1 + g_2, (0 \le \theta < \theta_1);\ g_1 + g_2/2, (\theta = \theta_1);\ g_1, (\theta_1 < \theta \le \pi - \beta)\,] \tag{16.7}$$

(E-2) 凹90°型海岸地形：$\nu = 3\pi/2$

幾何光学的な波動場の決定に必要な成分波は，式(14.1)において $\beta = \pi/2$ として定められる．ただし，K_R および K_L は壁面 $\theta = 0$ および $\theta = \pi/2$ 沿いの波の反射率である．

(1) $\alpha = 0$,　　$\zeta_g = g_1 + g_3, (0 \le \theta \le \pi/2)$ (17.1)

(2) $0 < \alpha < \pi/2$

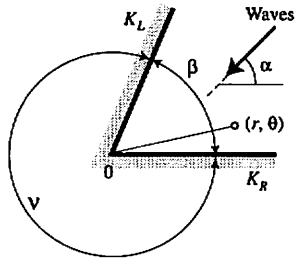
$$\zeta_g = g_1 + g_2 + g_3 + g_4, (0 \le \theta \le \pi/2) \tag{17.2}$$

(3) $\alpha = \pi/2$,　　$\zeta_g = g_1 + g_2, (0 \le \theta \le \pi/2)$ (17.3)

(F-1) 凹型海岸地形＃３：$3\pi/2 < \nu < 8\pi/5$

図－８に示すように，$\beta \equiv 2\pi - \nu$ とおくと $2\pi/5 < \beta < \pi/2$ である．幾何光学的な波動場の決定に必要な成分波は次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned} g_1 &= a \exp\{ikr\cos(\theta - \alpha)\} \\ g_2 &= a K_R \exp\{ikr\cos(\theta + \alpha)\} \\ g_3 &= a K_L \exp\{ikr\cos(\theta - 2\beta + \alpha)\} \\ g_4 &= a K_R K_L \exp\{ikr\cos(\theta - 2\beta - \alpha)\} \\ g_5 &= a K_R K_L \exp\{ikr\cos(\theta + 2\beta - \alpha)\} \\ g_6 &= a K_R K_L K_R \exp\{ikr\cos(\theta + 2\beta + \alpha)\} \\ g_7 &= a K_L K_R K_L \exp\{ikr\cos(\theta - 4\beta + \alpha)\} \end{aligned}\right\} \tag{18.1}$$



図－８　凹型海岸地形 ($3\pi/2 < \nu < 2\pi$)

ここに，K_R および K_L は壁面 $\theta = 0$ および $\theta = \beta$ 沿いの波の反射率である．座標原点は法線屈曲点に置かれている．

(1) $\alpha = 0$; $\theta_1 = \pi - 2\beta$

$$\zeta_g = [\, g_1 + g_3 + g_5, (0 \le \theta < \theta_1);\ g_1 + g_3 + g_5/2, (\theta = \theta_1);\ g_1 + g_3, (\theta_1 < \theta \le \beta)\,] \tag{18.2}$$

(2) $0 < \alpha < \pi - 2\beta$; $\theta_1 = \pi - 2\beta - \alpha$, $\theta_2 = \pi - 2\beta + \alpha$

$$\zeta_g = [\, g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5 + g_6, (0 \le \theta < \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5 + g_6/2, (\theta = \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5, (\theta_1 < \theta < \theta_2);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5/2, (\theta = \theta_2);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4, (\theta_2 < \theta \le \beta)\,] \tag{18.3}$$

(3) $\alpha = \pi - 2\beta$; $\theta_1 = \pi - 2\beta + \alpha$

$$\zeta_g = [\, g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5, (0 \le \theta < \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5/2, (\theta = \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4, (\theta_1 < \theta \le \beta)\,] \tag{18.4}$$

(4) $\pi - 2\beta < \alpha < 3\beta - \pi$; $\theta_1 = 2\beta + \alpha - \pi$, $\theta_2 = \pi - 2\beta + \alpha$

$$\zeta_g = [\, g_1 + g_2 + g_3 + g_5, (0 \le \theta < \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_5 + g_4/2, (\theta = \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5, (\theta_1 < \theta < \theta_2);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5/2, (\theta = \theta_2);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_4, (\theta_2 < \theta \le \beta)\,] \tag{18.5}$$

(5) $\alpha = 3\beta - \pi$; $\theta_1 = 2\beta + \alpha - \pi$

$$\zeta_g = [\, g_1 + g_2 + g_3 + g_5, (0 \le \theta < \theta_1);\ g_1 + g_2 + g_3 + g_5 + g_4/2, (\theta = \theta_1);$$

$$g_1+g_2+g_3+g_4+g_5,(\theta_1<\theta\le\beta)\,]\qquad(18.6)$$

(6) $3\beta-\pi<\alpha<\beta$; $\theta_1=2\beta+\alpha-\pi$, $\theta_2=4\beta-\alpha-\pi$

$$\begin{aligned}\zeta_g=[\,&g_1+g_2+g_3+g_5,(0\le\theta<\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_5+g_4/2,(\theta=\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5,(\theta_1<\theta<\theta_2);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_7/2,(\theta=\theta_2);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_7,(\theta_2<\theta\le\beta)\,]\end{aligned}\qquad(18.7)$$

(7) $\alpha=\beta$; $\theta_1=2\beta+\alpha-\pi$

$$\begin{aligned}\zeta_g=[\,&g_1+g_2,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2+g_4/2,(\theta=\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_4,(\theta_1<\theta\le\beta)\,]\end{aligned}\qquad(18.8)$$

(F-2) 凹72°型海岸地形：$\nu=8\pi/5$

幾何光学的な波動場の決定に必要な成分波は，式(18.1)において$\beta=2\pi/5$として定められる．ただし，K_RおよびK_Lは壁面$\theta=0$および$\theta=2\pi/5$沿いの波の反射率である．

(1) $\alpha=0$; $\theta_1=\pi-2\beta$

$$\begin{aligned}\zeta_g=[\,&g_1+g_3+g_5,(0\le\theta<\theta_1);\\ &g_1+g_3+g_5/2,(\theta=\theta_1);\\ &g_1+g_3,(\theta_1<\theta\le\beta)\,]\end{aligned}\qquad(19.1)$$

(2) $0<\alpha<\pi-2\beta$; $\theta_1=\pi-2\beta-\alpha$, $\theta_2=\pi-2\beta+\alpha$

$$\begin{aligned}\zeta_g=[\,&g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_6,(0\le\theta<\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_6/2,(\theta=\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5,(\theta_1<\theta<\theta_2);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5/2,(\theta=\theta_2);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4,(\theta_2<\theta\le\beta)\,]\end{aligned}\qquad(19.2)$$

(3) $\alpha=\pi-2\beta$

$$\zeta_g=g_1+g_2+g_3+g_4+g_5,(0\le\theta\le\beta)\qquad(19.3)$$

(4) $\pi-2\beta<\alpha<\beta$; $\theta_1=2\beta+\alpha-\pi$, $\theta_2=4\beta-\alpha-\pi$

$$\begin{aligned}\zeta_g=[\,&g_1+g_2+g_3+g_5,(0\le\theta<\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_5+g_4/2,(\theta=\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5,(\theta_1<\theta<\theta_2);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_7/2,(\theta=\theta_2);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_7,(\theta_2<\theta\le\beta)\,]\end{aligned}\qquad(19.4)$$

(5) $\alpha=\beta$; $\theta_1=2\beta+\alpha-\pi$

$$\begin{aligned}\zeta_g=[\,&g_1+g_2,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2+g_4/2,(\theta=\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_4,(\theta_1<\theta\le\beta)\,]\end{aligned}\qquad(19.5)$$

(G-1) 凹型海岸地形＃4：$8\pi/5<\nu<5\pi/3$

$\beta\equiv2\pi-\nu$とおくと$\pi/3<\beta<2\pi/5$である．幾何光学的な波動場の決定に必要な成分波は，式(18.1)で与えられる．ただし，K_RおよびK_Lは壁面$\theta=0$および$\theta=\beta$沿いの波の反射率である．

(1) $\alpha=0$; $\theta_1=\pi-2\beta$

$$\begin{aligned}\zeta_g=[\,&g_1+g_3+g_5,(0\le\theta<\theta_1);\\ &g_1+g_3+g_5/2,(\theta=\theta_1);\\ &g_1+g_3,(\theta_1<\theta\le\beta)\,]\end{aligned}\qquad(20.1)$$

(2) $0<\alpha<3\beta-\pi$; $\theta_1=\pi-2\beta-\alpha$, $\theta_2=\pi-2\beta+\alpha$

$$\begin{aligned}\zeta_g=[\,&g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_6,(0\le\theta<\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_6/2,(\theta=\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5,(\theta_1<\theta<\theta_2);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5/2,(\theta=\theta_2);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4,(\theta_2<\theta\le\beta)\,]\end{aligned}\qquad(20.2)$$

(3) $\alpha=3\beta-\pi$; $\theta_1=\pi-2\beta-\alpha$

$$\begin{aligned}\zeta_g=[\,&g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_6,(0\le\theta<\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_6/2,(\theta=\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5,(\theta_1<\theta\le\beta)\,]\end{aligned}\qquad(20.3)$$

(4) $3\beta-\pi<\alpha<\pi-2\beta$; $\theta_1=\pi-2\beta-\alpha$, $\theta_2=4\beta-\alpha-\pi$

$$\begin{aligned}\zeta_g=[\,&g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_6,(0\le\theta<\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_6/2,(\theta=\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5,(\theta_1<\theta<\theta_2);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_7/2,(\theta=\theta_2);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_7,(\theta_2<\theta\le\beta)\,]\end{aligned}\qquad(20.4)$$

(5) $\alpha=\pi-2\beta$; $\theta_1=4\beta-\alpha-\pi$

$$\begin{aligned}\zeta_g=[\,&g_1+g_2+g_3+g_4+g_5,(0\le\theta<\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_7/2,(\theta=\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_7,(\theta_1<\theta\le\beta)\,]\end{aligned}\qquad(20.5)$$

(6) $\pi-2\beta<\alpha<\beta$; $\theta_1=2\beta+\alpha-\pi$, $\theta_2=4\beta-\alpha-\pi$

$$\begin{aligned}\zeta_g=[\,&g_1+g_2+g_3+g_5,(0\le\theta<\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_5+g_4/2,(\theta=\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5,(\theta_1<\theta<\theta_2);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_7/2,(\theta=\theta_2);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_7,(\theta_2<\theta\le\beta)\,]\end{aligned}\qquad(20.6)$$

(7) $\alpha=\beta$; $\theta_1=2\beta+\alpha-\pi$

$$\begin{aligned}\zeta_g=[\,&g_1+g_2,(0\le\theta<\theta_1);\ g_1+g_2+g_4/2,(\theta=\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_4,(\theta_1<\theta\le\beta)\,]\end{aligned}\qquad(20.7)$$

(G-2) 凹60°型海岸地形：$\nu=5\pi/3$

幾何光学的な波動場の決定に必要な成分波は，式(18.1)において$\beta=\pi/3$として定められる．ただし，K_RおよびK_Lは壁面$\theta=0$および$\theta=\pi/3$沿いの波の反射率である．

(1) $\alpha=0$

$$\zeta_g=g_1+g_3+g_5,(0\le\theta\le\beta)\qquad(21.1)$$

(2) $0<\alpha<\beta$; $\theta_1=\beta-\alpha$

$$\begin{aligned}\zeta_g=[\,&g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_6,(0\le\theta<\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+(g_6+g_6)/2,(\theta=\theta_1);\\ &g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+g_7,(\theta_1<\theta\le\beta)\,]\end{aligned}\qquad(21.2)$$

(3) $\alpha=\beta$

$$\zeta_g=g_1+g_2+g_4,(0\le\theta\le\beta)\qquad(21.3)$$

4. 数値計算例

島モデルおよび港湾モデルについては，これまでに種々検証されている(例えば，Chen・Mei, 1975; Bettessら，1984; Zienkiewiczら，1985; 筒井，1999a, 1999b, 2000)．ここでは，これらを除く凸型および凹型の海岸地形に対する波の変形予知モデルを検証する．すなわち，上述の各種海岸地形に対

する汎用モデルをCATWAVES (筒井, 2001) – 3次の無限要素を用いた有限要素法(筒井, 2000)に基づく波浪解析システム – に組み込み，周辺海域での波高分布の数値シミュレーションを行う．それらの結果と解析解との比較によりモデルの妥当性および有用性を検討する．

凸型および凹型の隅角部を成す海岸地形に対する解析解として，一定水深および壁面の完全反射の条件の下に，次の級数解(Stoker, 1957; 三井・村上, 1967)が得られている．

$$\zeta = m J_0(kr) + 2m \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(\mathrm{i}\frac{m}{4} n\pi\right) J_{\frac{m}{2}n}(kr) \times \\ \times \cos\frac{m}{2} n\theta \cos\frac{m}{2} n\alpha \qquad (22)$$

ここに，J_μはμ次のBessel関数であり，パラメターmは隅角部の角νに対して$m \equiv 2\pi/(2\pi - \nu)$として定められる．ただし，上式は$\nu = 0, \pi/3, \pi/2, 2\pi/3, \pi, 4\pi/3, 3\pi/2$, および$5\pi/3$に対して成立する．式(22)による水面変動量は複素数で表されるから，入射波高に対する任意点での波高比は，式(22)の絶対値$|\zeta|$で与えられる．

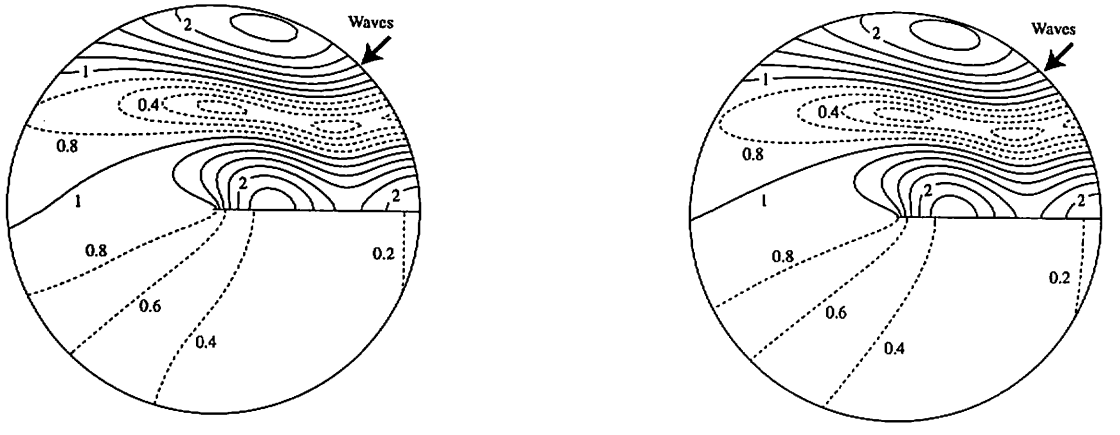
数値計算モデルでの支配方程式は，式(1)において非線形項を$Q = 0$として得られる緩勾配方程式である．なお，数値計算条件は，$kh = 2.0$, $kr_0 = 5.0$ (h:水深，r_0:外部境界Cの半径)である．また，壁面は完全反射壁($K_R = K_L = 1$)と仮定する．

(1) 半無限防波堤

図－9は，図中の矢印で示すように，波の入射角が$\alpha = 45°$, 90°の場合の半無限防波堤($\nu = 0$)周辺の波高分布の比較を示す．左右の図は，それぞれ本提案の汎用モデルによる数値シミュレーション結果および式(22)で与えられる解析解を示す．図中の実線は入射波高に対する波高比Kが$K \geq 1$，破線は$K < 1$となる等波高線を示し，数値は波高比の値を表す．等波高線の間隔は0.2である．

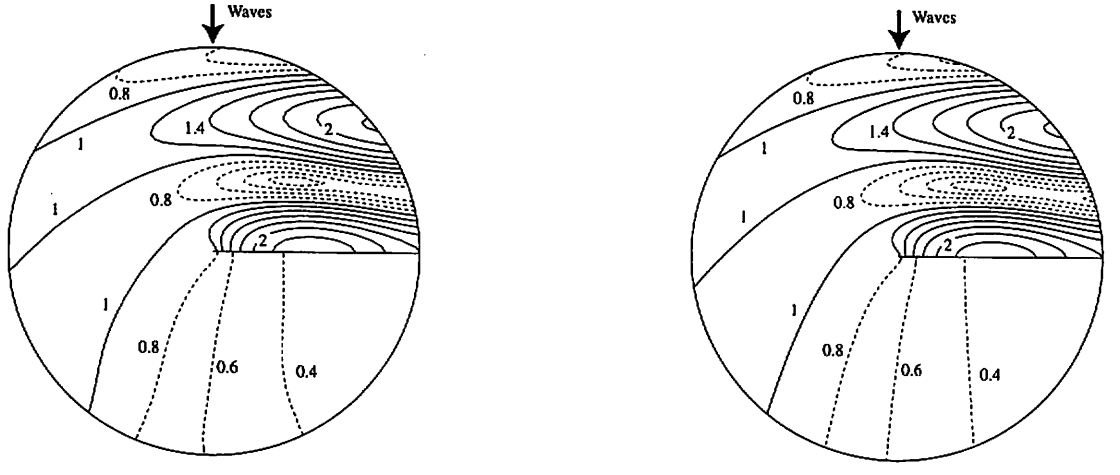
両入射角に対する汎用モデルによる数値シミュレーション結果は，反射，入射，および回折の全領域にわたり，解析解とよく一致している．この事実は，波の回折・散乱を取り扱う場合，システムへの外力決定に対し§3で述べた幾何光学的な方法が有効かつ適切であることを示す．

ただし，波高比が小さくなる防波堤背後の回折領域とそ



(a) 汎用モデルによる解　　(b) 解析解

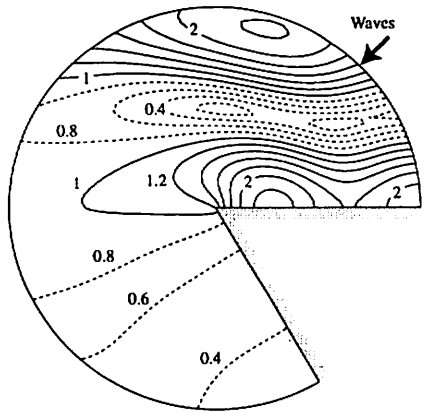
(1) 波の入射角 $\alpha = 45°$



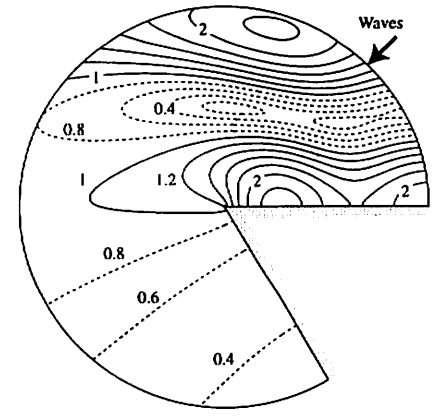
(a) 汎用モデルによる解　　(b) 解析解

(2) 波の入射角 $\alpha = 90°$

図－9　半無限防波堤周辺の波高分布 ($\nu = 0$)

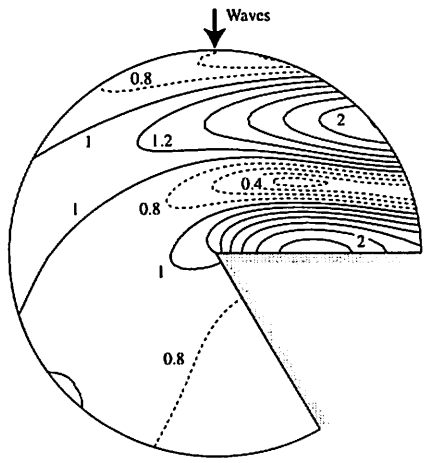


(a) 汎用モデルによる解

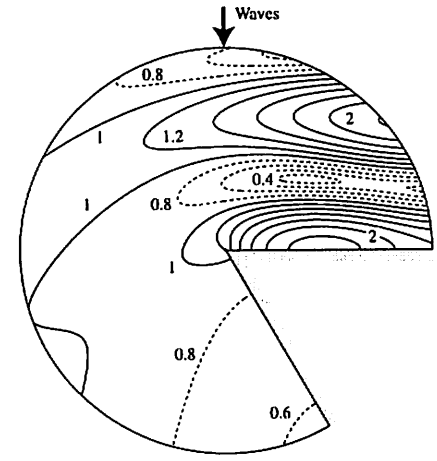


(b) 解析解

(1) 波の入射角 $\alpha = 45°$



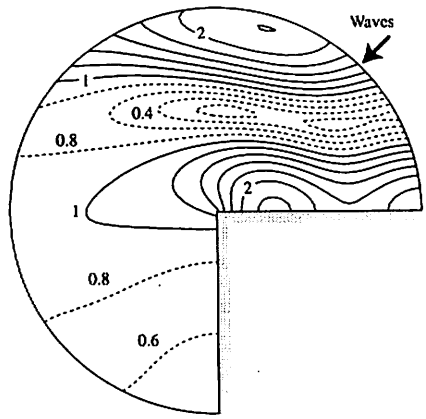
(a) 汎用モデルによる解



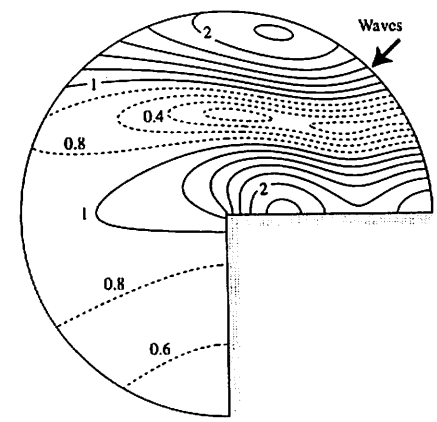
(b) 解析解

(2) 波の入射角 $\alpha = 90°$

図－10　凸60°型海岸地形周辺の波高分布 ($\nu = \pi/3$)



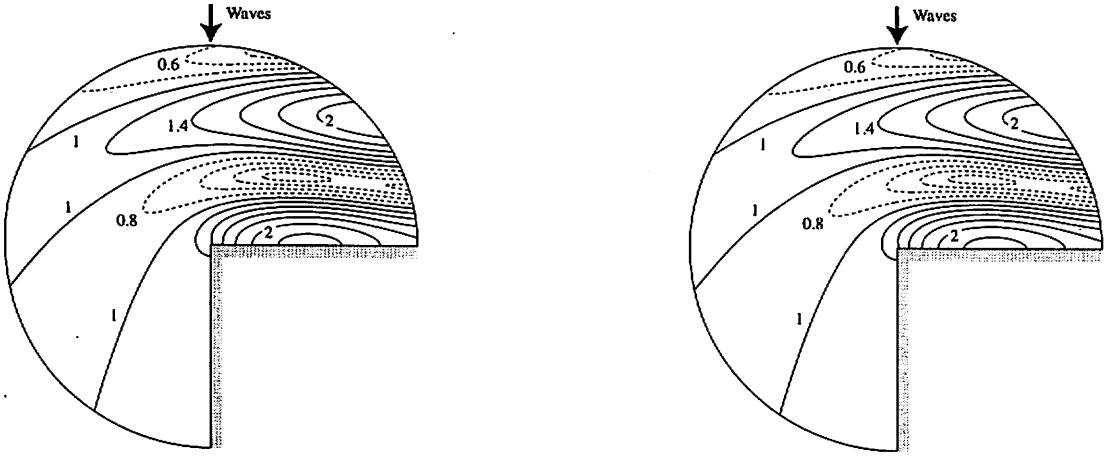
(a) 汎用モデルによる解



(b) 解析解

(1) 波の入射角 $\alpha = 45°$

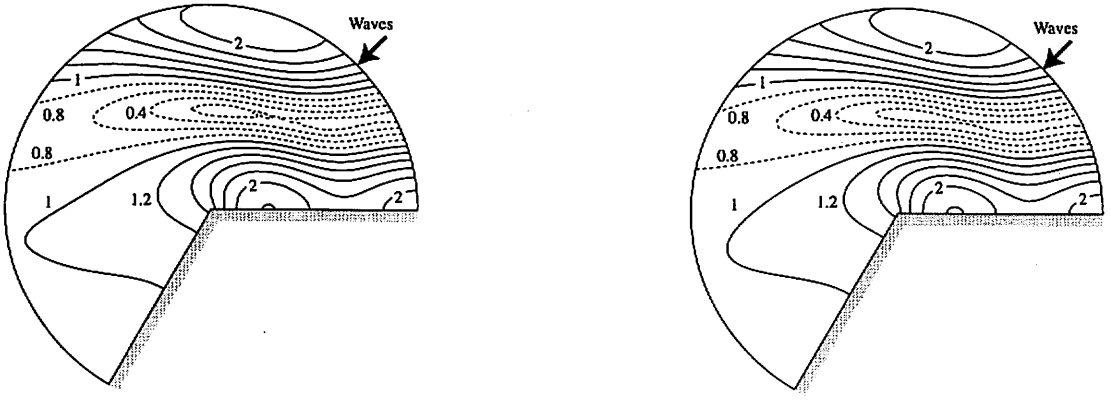
図－11　凸90°型海岸地形周辺の波高分布 ($\nu = \pi/2$)



(a) 汎用モデルによる解　　(b) 解析解

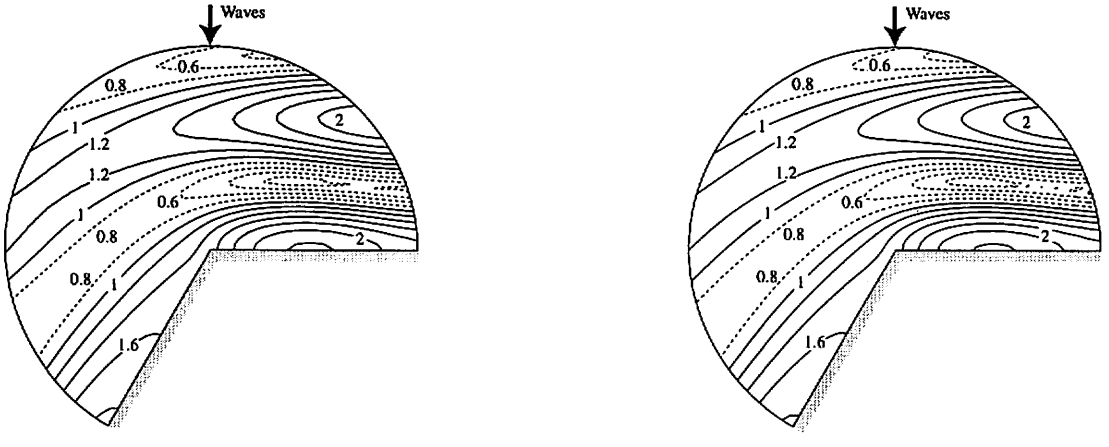
(2) 波の入射角 $\alpha = 90°$

図－11　凸90°型海岸地形周辺の波高分布 ($\nu = \pi/2$)（続き）



(a) 汎用モデルによる解　　(b) 解析解

(1) 波の入射角 $\alpha = 45°$



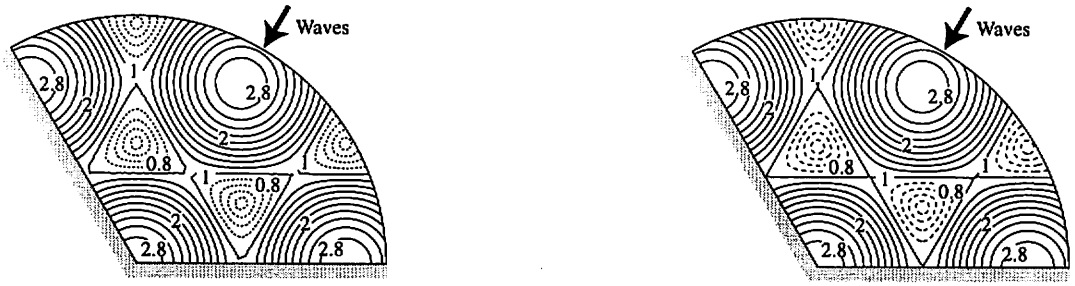
(a) 汎用モデルによる解　　(b) 解析解

(2) 波の入射角 $\alpha = 90°$

図－12　凸120°型海岸地形周辺の波高分布 ($\nu = 2\pi/3$)

(a) 汎用モデルによる解　(b) 解析解

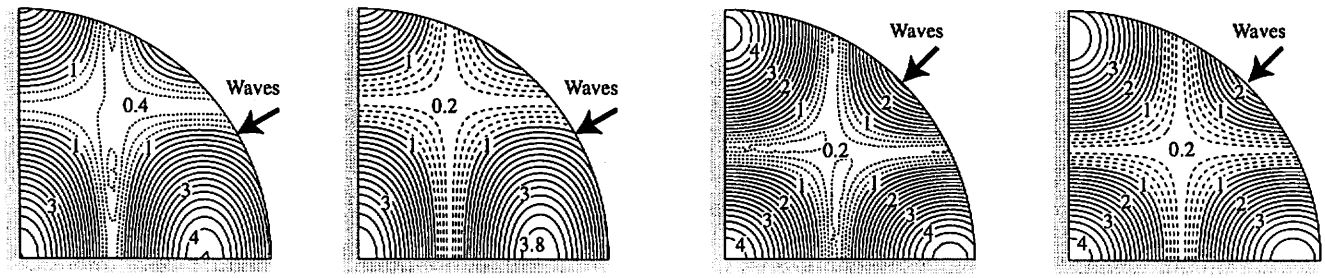
(1) 波の入射角 $\alpha = 30°$



(a) 汎用モデルによる解　(b) 解析解

(2) 波の入射角 $\alpha = 60°$

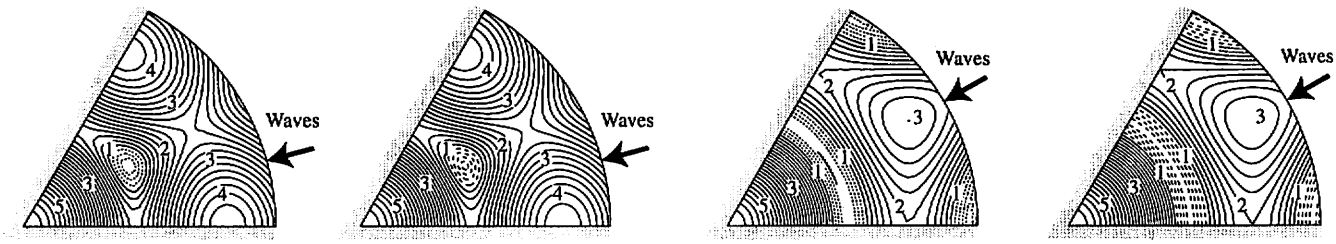
図－13　凹120°型海岸地形周辺の波高分布 ($\nu = 4\pi/3$, $\beta = \pi/3$)



(a) 汎用モデルによる解　(b) 解析解　(a) 汎用モデルによる解　(b) 解析解

(1) 波の入射角 $\alpha = 30°$　(2) 波の入射角 $\alpha = 45°$

図－14　凹90°型海岸地形周辺の波高分布 ($\nu = 3\pi/2$, $\beta = \pi/2$)



(a) 汎用モデルによる解　(b) 解析解　(a) 汎用モデルによる解　(b) 解析解

(1) 波の入射角 $\alpha = 15°$　(2) 波の入射角 $\alpha = 30°$

図－15　凹60°型海岸地形周辺の波高分布 ($\nu = 5\pi/3$, $\beta = \pi/3$)

の近辺においては，工学上は無視しうる程度のわずかな差異が両者に生じている．この原因として，海域の反射，入射，および回折領域の遷移領域での波高には，境界C上での幾何光学的な波動場の設定が微妙に影響しているであろうと考えられる．すなわち，境界C上の有限要素網の節点がこれら領域の境界線上の共通点(例えば，図－3の●印)と一致していなかったことが考えられる．有限要素網の生成時に，その節点がこれらの共通点に配置されるようにすれば，より計算精度が向上すると考えられる．

なお，本計算結果は，Bettessら(1984)による指数減衰特性をもつ無限要素を用いた半無限防波堤周辺の波高分布に対する数値シミュレーション結果より優っている．

(2) 凸型海岸地形

図－9と同様に，$\nu=\pi/3, \pi/2$, および $2\pi/3$の凸型海岸地形に対して，波の入射角が $\alpha=45°, 90°$ の場合の波高分布の比較をそれぞれ図－10, 11, および 12 に示す．いずれの場合においても，数値計算結果と解析解との差異はごくわずかであり，波高分布の全体的な特性は汎用モデルによる数値シミュレーションにより十分な精度で再現されている．

(3) 凹型海岸地形

図－13, 14, および15は，それぞれ $\nu=4\pi/3, 3\pi/2$, および $5\pi/3$ なる凹型海岸地形周辺の波高分布の比較を示す．汎用モデルによる数値シミュレーション結果は，図－9～12に示した計算例と同様に，凹型海岸地形周辺の波高分布も十分に再現している．

隅角部の奥近くでの波高比はそれぞれ $K=3, 4, 6$に達する．高波高で短周期の波が入射する場合には，隅角部の奥付近で重複波の砕波が生じる可能性がある．長周期の波が入射する場合には，波高が小さいときには波は砕波しないかもしれない．しかし，津波に対するGreenの法則に見られるように，凹型海岸での波高推算の場合には，特に，V字型の周辺海岸地形の及ぼす影響が大きいことが判る．

5. 結　語

本研究においては，沿岸域での波の変形解析に用いられる従来の港湾モデルにおける前提，すなわち，遠方場での2海岸線は同一直線上にあるとの仮定の緩和が試みられ，現実の海岸地形に適用可能な波浪変形予知のための汎用モデルが提案された．同時に，遠方場での直線海岸において任意の波の反射率を採り得るように改善が行われた．得られた主要な結果は，以下のように要約される．

(1) 沿岸での波の変形予測は数理的には境界値問題である．その解析のために要するシステムへの外部境界での外力決定のため，各種の凸型および凹型の海岸地形に対する遠方場での幾何光学的な波動場が定められた．

(2) 代表的な海岸地形での波の散乱問題に対して，本提案モデルを用いた数値シミュレーション結果と解析解との比較の結果，モデルの有用性および妥当性が確認された．

(3) このモデルによると，半無限防波堤から従来の港湾モデルを含む各種の凸型および凹型の海岸地形となる多様な現地海域における波浪変形予知が可能である．

参考文献

磯部雅彦(1994)：非線形緩勾配方程式の提案，海岸工学論文集，Vol.41, JSCE, pp.1-5.

喜岡渉・柏原謙爾(1995)：高次Boussinesq方程式とそのステップ地形への適用性，海岸工学論文集，Vol.42, JSCE, pp.166-170.

筒井茂明・大木洋典(1998)：スロープおよびステップ型リーフ上での波の非線形挙動，海岸工学論文集，Vol.45, JSCE, pp.41-45.

筒井茂明(1999a)：沿岸開領域における波動場解析のための新しい無限要素，海岸工学論文集，Vol.46, JSCE, pp.81-85.

筒井茂明(1999b)：沿岸開領域における非線形波動解析のための新しい無限要素，琉球大学工学部紀要，Vol.58, pp.17-27.

筒井茂明(2000)：沿岸開領域における非線形波動解析のための新しい無限要素（第2報）－高次無限要素と誤差評価－，琉球大学工学部紀要，Vol.59, pp.39-51.

灘岡和夫・中川康之(1993)：新しい非線形・分散性波動方程式による非線形波動解析の試み，海岸工学論文集，Vol.40, JSCE, pp.6-10.

三井　宏・村上仁士(1967)：海岸構造物不連続部の波高分布について（第2報），第14回海岸工学講演会講演集，JSCE, pp.53-59.

Berkhoff, J. C. W. (1972): Computation of combined refraction and diffraction, *Proc. 13th Conf. on Coastal Eng.*, pp.471-490.

Bettess, P., C. Emson and T. C. Chiam (1984): A new mapped infinite element for exterior wave problems, *Numerical Methods in Coupled Systems* (Eds. R. W. Lewis *et al.*), John Wiley & Sons Ltd., pp.489-504.

Bettess, P., S. C. Liang and J. Bettess (1984): Diffraction of waves by semi-infinite breakwater using finite and infinite elements, *Int. Jour. Num. Meth. in Fluids.*, Vol.4, pp.813-832.

Jeong, W. M., K. S. Lee and W-S. Park (1998): Long-period wave responses in a harbor with narrow mouth, *Coastal Engineering '98, 26th ICCE, Denmark*, pp.1182-1195.

Panchang, V. C. W., B. Xu, K. Schlenker, Z. Demirbilek and M. Okihiro (2000): Exterior bathymetric effects in elliptic harbor wave models, *Jour. of Waterway, port, Coastal, and Ocean Engineering*, Vol.126., pp.71-78.

Chen, H. S. and C. C. Mei (1975): Hybrid-element method for water waves, *Proc. Modelling Techniques Conf. (Modelling 1975)*, Vol.1, pp.63-81.

Liu, Philip L.-F., Sung B. Yoon and J. T. Kirby (1985): Nonlinear refraction-diffraction of waves in shallow water, *Jour. Fluid Mech.*, Vol.153, pp.185-201.

Stoker, J. J. (1957): *Water Waves*, Pure and Appl. Math., Interscience Pub. Inc., New York, p.567.

Tsay, T. -K. and P. L. -F. Liu (1982) Numerical solution of water wave refraction and diffraction problems in the parabolic approximation, *Jour. Geophy. Res.*, Vol.87, pp.7932-7940.

Tsutsui, S. and D. P. Lewis (1992): Wave height prediction in unbounded coastal domains with bathymetric discontinuity, *Coastal Eng. in Japan*, JSCE, Vol.34, pp.145-158.

Tsutsui, S. and K. Zamami(1993): Jump condition of energy flux at the line of bathymetric discontinuity and wave breaking on the reef flat, *Coastal Eng. in Japan*, JSCE, Vol.36, pp.155-175.

Tsutsui, S., K. Suzuyama and H. Ohki (1998): Model equations of nonlinear dispersive waves in shallow water and an application of its simplest version to wave evolution on the step-type reef, *Coastal Eng. Jour.*, JSCE, Vol.40, No.1, pp.41-60.

Tsutsui, S. (2001): CATWAVES-Prediction of linear and nonlinear wave motion in unbounded coastal domains, *Bull. Fac. Eng., Univ. of the Ryukyus*, No.61, pp.9-35.

Zienkiewicz, O. C., K. Bando, P. Bettess, C. Emson and T. C. Chian (1985): Mapped infinite elements for exterior wave problems, *Int. Jour. for Nemer. Methods in Eng.*, Vol.21, pp.1229-1251.