リプチンスキー定理の再検討

琉球大学・経済研究(第24号)1982年9月

リプチンスキー定理の再検討

当 間 清 光

目　次

Ⅰ 序

リプチンスキーの論文が1955年のエコノミカ誌上で発表されて以来、彼の定理は二部門経済モデル、国際貿易理論の中で拡張されてきた。リプチンスキーの原論文では生産要素の内、一要素のみが増加したときの経済が分析されている。しかし彼が、彼の命題は生産要素が同時に変化したときにも、適用可能であると示唆しているのは興味深い。というのはその後のリプチンスキー定理の拡張、一般化が彼の示唆した方向で展開されてきたからである。

この小論の目的は、産出物価格比率が一定の場合に、生産要素があらゆる方向へ変化したときのリプチンスキー定理を再検討することである。このような分析はいわゆる〝小国経済〟のケースである。

ここでの分析は、生産要素の部門間移動の波及過程という視点からなされ、エッヂワース＝ボーレイ　ボックス　ダイアグラムが用いられる。

このような視点からの分析の利益として次の3つが考えられる。

(1) 初期生産点から新生産点への移動が生産要素の部門間移動の波及過程として把握されることにより、リプチンスキー定理の経済的含意の理解が容易になる。

(2) つぎに、初期生産点の初期値が既知であれば、生産要素の変化量が与えられると、新生産点の数値は簡単な代数式により求めることができる。

(3) 一生産要素が変化する場合をリプチンスキーのケースと呼ぶことにすると、その他のあらゆるケースはリプチンスキーのケースを合成することにより分析することができる。

以下、第II節で仮定と要素集約度と要素の変化率についての若干の性質を述べる。第III節は一方の生産要素は増加するが、他方の生産要素は不変であるケース、いわゆるリプチンスキーのケースを分析し、第IV節では資本と労働の賦存量が同時に増加する場合を取扱う。

つぎに資本と労働の内、一方が不変で他の生産要素が減少するケース、両要素とも減少するケース、一方が増加し、他方が減少するケースは各第V節、第VI節、第VII節で分析される。

II　仮定と若干の性質

以下の諸仮定をおく。

(1) 二要素、二財モデルである。生産要素は労働(L)と資本(K)からなり、産出物はX、Yの二財から構成される。

(2) 生産関数は労働と資本に関して一次同次である。

(3) 常にY財生産部門がより資本集約的であるとする。生産要素の賦存量の変化により資本集約度の逆転はないものとする[(1)]。

(4) 二財間の価格比率は一定とする[(2)]。

(5) 生産要素の部門間移動は自由であり、かつ完全雇用を仮定する。

つぎに全体の資本・労働比率と各部門の資本・労働比率、全体の生産要素の変化率と各部門の生産要素の変化率との間には各つぎのような関係が導出される。

資本・労働比率について

$$\frac{K}{L}=\frac{L_x}{L}\frac{K_x}{L_x}+\frac{L_y}{L}\frac{K_y}{L_y}=\frac{L_x}{L}(k_x-k_y)+k_y \qquad (2-1)$$

$$=\frac{L_y}{L}(k_y-k_x)+k_x \qquad (2-2)$$

労働の変化率について

$$\frac{\Delta L}{L_0}=\frac{\Delta L_x+\Delta L_y}{L_{x0}+L_{y0}}=\frac{L_{x0}}{L_0}\frac{\Delta L_x}{L_{x0}}+\frac{L_{y0}}{L_0}\frac{\Delta L_y}{L_{y0}}$$

$$=\frac{L_{x0}}{L_0}[G(L_x)-G(L_y)]+G(L_y) \qquad (2-3)$$

$$=\frac{L_{y0}}{L_0}[G(L_y)-G(L_x)]+G(L_x) \qquad (2-4)$$

資本の変化率について

$$\frac{\Delta K}{K_0}=\frac{\Delta K_x+\Delta K_y}{K_{x0}+K_{y0}}=\frac{K_{x0}}{K_0}\frac{\Delta K_x}{K_{x0}}+\frac{K_{y0}}{K_0}\frac{\Delta K_y}{K_{y0}}$$

$$=\frac{K_{x0}}{K_0}[G(K_x)-G(K_y)]+G(K_y) \qquad (2-5)$$

$$=\frac{K_{y0}}{K_0}[G(K_y)-G(K_x)]+G(K_x) \qquad (2-6)$$

ここで、下付きの0は初期点の値を表わし、x、yは各X財部門、Y財部門の値であることを示す。又Gは変化率を表わす。[3] たとえば$G(L)$は労働Lの変化率である。kは資本・労働比率を示す。Δは変化分である。

生産要素の完全雇用とX財、Y財の産出量が同時に正の値であると仮定すると次の関係式が導出される。

資本・労働比率について

$$k_x = k_y \Leftrightarrow k = k_y (= k_x) \qquad (2-7)$$

$$k_x > k_y \Leftrightarrow k_x > k > k_y \qquad (2-8)$$

$$k_y > k_x \Leftrightarrow k_y > k > k_x \qquad (2-9)$$

労働の変化率について

$$G(L_x) = G(L_y) \Leftrightarrow G(L) = G(L_y) = G(L_x) \qquad (2-10)$$

$$G(L_x) > G(L_y) \Leftrightarrow G(L_x) > G(L) > G(L_y) \qquad (2-11)$$

$$G(L_y) > G(L_x) \Leftrightarrow G(L_y) > G(L) > G(L_x) \qquad (2-12)$$

資本の変化率について

$$G(K_x) = G(K_y) \Leftrightarrow G(K) = G(K_x) = G(K_y) \qquad (2-13)$$

$$G(K_x) > G(K_y) \Leftrightarrow G(K_x) > G(K) > G(K_y) \qquad (2-14)$$

$$G(K_y) > G(K_x) \Leftrightarrow G(K_y) > G(K) > G(K_x) \qquad (2-15)$$

以上の関係式は、我々の仮定のもとで、資本・労働比率、生産要素の変化率の取りうる値にある制約を課すことを意味する。たとえば資本・労働比率は生産要素が変化した後でも（２－７）式～（２－９）式を満たさなければならない。すなわち変化分による資本・労働比率（$\frac{\Delta K}{\Delta L}$）の大きさに制約を課すのである。[4]

Ⅲ　リプチンスキーのケース

労働と資本の二つの生産要素の内、一方が不変で、他方が増加するリプチンスキーのケースから取りあげよう。以下の分析の基本的なケースになるものであり、労働が増加し、資本が不変である場合と資本が増加し、労働が不変の場合に細分される。このケースでは、おなじみのリプチンスキー定理は次のようになる。「一生産要素が増加した後も同一の生産の代替率が維持される場合は、増加した生産要素を相対的により多く使用する財の産出量は増加し、より少なく使用する財の産出量は減少する」。

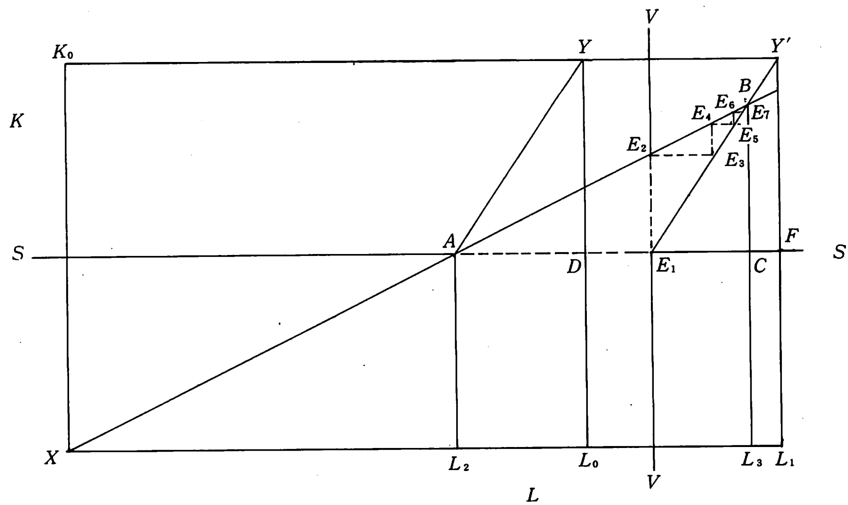
Ⅲ－１　$G(L) > 0$，$G(K) = 0$ のケース

生産要素のうち、労働の要素賦存量が増加し、資本量が不変の場合のボック

ス ダイアグラムを第1図に示した。ここでは横軸には労働、縦軸には資本が測られ、X財、Y財の原点は各X、Yである。初期ボックス ダイアグラムは

第1図 $G(L)>0$, $G(K)=0$のケース

$YA \mathbin{/\!/} Y'E_1$



$X\ L_0\ Y\ K_0$、生産要素が変化した後の新ボックス ダイアグラムは$X\ L_1\ Y'\ K_0$である。労働が増加(ΔL)した結果、生産点はA点からB点になり、X財は増加し、他方Y財は減少する。Y財はX財と比べてより資本集約的であると仮定されている。ここでX財はXAからXBに増加し、Y財は $Y'E_1(=YA)$から $Y'B$に減少した。

我々は初期生産点Aから新生産点Bへの移動をY財部門からX財部門への生産要素の移動の波及過程として分析することができる。

再び第1図を注目しよう。VV線とSS線は初期生産点Aからの距離が各労働の増加分($\Delta L=AE_1$)、資本の増加分($\Delta K=0$)に等しくなるように描かれ

ている。（以下の分析でも同様である）。すると$AD=E_1F$からY財の初期生産量（$Y_0=YA$）は$Y'E_1$に等しくなる。したがってY財のYAから$Y'B$への減少は、$Y'E_1$から$Y'B$への減少となる。

以上の準備のもとで、初期生産点Aから新生産点Bへの移動を両部門間の生産要素の移動として把握することができる。

労働の増加分（$\Delta L=AE_1$）はより労働集約的であるX財部門に吸収される[5]（$\Delta L_{x1}=\Delta L=AE_1$）。つぎにX財部門は増加した労働($\Delta L_{x1}$)に対して資本量が$E_1E_2$($\Delta K_{x1}$)必要である。この資本量はY財部門の産出量の縮小により、Y財部門からX財部門へ移動しなければならない。同時にY財部門ではE_2E_3($|\Delta L_{y1}|$)の労働が過剰となる。以上を生産要素移動の第一次波及と呼ぶならば、この第一次波及によりX財はXAからXE_2に増加し、Y財は$Y'E_1$から$Y'E_3$に減少する。つぎに第二次の波及はY財部門の過剰労働をX財部門が吸収することから始まる。X財部門ではこの吸収した労働（$\Delta L_{x2}=E_2E_3$）に対する必要な資本量はE_3E_4（ΔK_{x2}）である。これはまたY財部門の産出量の縮小により賄われなければならない。同時にY財部門ではE_4E_5だけの労働過剰になる。以上が第二次の波及であり、X財の産出量はXE_2からXE_4へ、E_2E_4だけ増加し、逆にY財はE_3E_5だけ減少したことになる。

引き続き第三次、第四次の波及過程を考察することができ、最終的にはこの波及過程は直線XBと直線$Y'B$の交点であるB点に収束する。収束するための条件はY財がより資本集約的であること、すなわち$k_y>k_x$となることである。第1図ではこの波及過程を点線、$A\rightarrow E_1\rightarrow E_2\rightarrow E_3\rightarrow E_4\rightarrow\cdots\rightarrow B$で示した。X財部門の生産要素の増加は、労働がAC、資本がBCである。労働増加のうち、AE_1は要素賦存量の増加量、E_1CはY財部門からの移動量である。資本増加BCはすべてY財部門からの移動である。Y財部門の生産要素の減少は労働E_1C、資本BCである。両部門の生産要素の変化量についての資本・労働比率、$\Delta K_x/\Delta L_x$、$|\Delta K_y|/|\Delta L_y|$は各両部門の資本・労働比率、$k_x$、$k_y$に等しい。

つぎに各部門の生産要素の変化量を簡単な代数式（等比級数の和）により求

めることができる。

〈X財部門の生産要素の増加量〉

両部門間の生産要素移動の波及過程を第2図に示した。

第2図　生産要素移動の波及過程　$G(L)>0$，$G(K)=0$ のケース

	(第一次波及)	(第二次波及)	(第三次波及)
X財部門の資本増加 (ΔK_x)	$\Delta K_{x1}=\Delta L_{x1}k_x$ $=\Delta Lk_x$	$\Delta K_{x2}=\Delta L_{x2}k_x$ $=\dfrac{\Delta L\,k_x^2}{k_y}$	$\Delta K_{x3}=\Delta L_{x3}k_x$ $=\dfrac{\Delta L\,k_x^2}{k_{y2}}$
	(E_1E_2)	(E_3E_4)	(E_5E_6)
労働の増加 (AE_1)	ΔL		
X財部門の労働増加 (ΔL_x)	$\Delta L_{x1}=\Delta L$	$\Delta L_{x2}=\dfrac{\Delta K_{x1}}{k_y}=\dfrac{\Delta Lk_x}{k_y}$	$\Delta L_{x3}=\dfrac{\Delta K_{x2}}{k_y}$ $=\dfrac{\Delta Lk_x^2}{k_y^2}$
	(AE_1)	(E_2E_3)	(E_4E_5)

X財部門の労働の増加(ΔL_x)、資本の増加(ΔK_x)は労働の増加(ΔL)と各部門の資本・労働比率(k_y, k_x)の式として求まる。

$$\Delta L_x=\Delta L_{x1}+\Delta L_{x2}+\Delta L_{x3}+\cdots\cdots$$

$$=\Delta L\{1+\frac{k_x}{k_y}+(\frac{k_x}{k_y})^2+(\frac{k_x}{k_y})^3+\cdots\cdots\cdots\}$$

$$=\frac{\Delta L\ \ k_y}{k_y-k_x}{}^{(6)} \qquad (3-1)$$

$$\Delta K_x=\Delta K_{x1}+\Delta K_{x2}+\Delta K_{x3}+\cdots\cdots$$

$$=\Delta Lk_x\{1+\frac{k_x}{k_y}+(\frac{k_x}{k_y})^2+(\frac{k_x}{k_y})^3+\cdots\cdots\}$$

$$=\frac{\Delta L\cdot k_x\,k_y}{k_y-k_x} \qquad (3-2)$$

ここで $\Delta K_x/\Delta L_x = k_x$ が確かめられる。

〈Y財部門の生産要素の減少量〉

Y財部門の生産要素の減少は波及過程から容易に知れるように各次式になる。

$$|\Delta L_y| = \Delta L_x - \Delta L = \frac{\Delta L\ k_x}{k_y - k_x} \qquad (3-3)$$

$$|\Delta K_y| = \Delta K_x = \frac{\Delta L\ k_x k_y}{k_y - k_x} \qquad (3-4)$$

同様に $|\Delta K_y|/|\Delta L_y| = k_y$ が確かめられる。

我々は（３－１）式～（３－４）式から、初期生産点の変数の値と各部門の資本・労働比率が既知ならば生産要素賦存量の変化量が与えられると、新生産点のすべての変数の値を求めることができる。

次に各変数の変化率は次式で与えられる。

$$G(L) = \frac{\Delta L}{L_0} \qquad (3-5)$$

$$G(K) = 0 \qquad (3-6)$$

$$G(L_x) = \frac{1}{L_{x0}} \cdot \frac{\Delta L\ k_y}{k_y - k_x} \qquad (3-7)$$

$$G(K_x) = \frac{1}{K_{x0}} \frac{\Delta L\ k_x k_y}{k_y - k_x} \qquad (3-8)$$

$$|G(L_y)| = \frac{1}{L_{y0}} \cdot \frac{\Delta L\ k_x}{k_y - k_x} \qquad (3-9)$$

$$|G(K_y)| = \frac{1}{K_{y0}} \cdot \frac{\Delta L\ k_x k_y}{k_y - k_x} \qquad (3-10)$$

ここで $K_{x0}/L_{x0} = k_x$、$K_{y0}/L_{y0} = k_y$ を考慮すると（３－７）式と（３－８）式そして（３－９）式と（３－10）式は各等しい値であり、かつ各部門の産出量の変化率である。このことは仮定(2)と(4)からの当然の帰結である。我々はまた生産要素と産出量の変化率に関する次の不等式を得る。

$$G(X) > G(L) > G(K) > G(Y) \qquad (3-11)$$
[7]

とくにX財の増加率は労働の増加率より大きい。

ここで労働増加（ΔL）は任意の正の値を取りうるであろうか。前節で指摘したように生産要素賦存量の変化についてはある制約が課されなければならない。ここでは（２－９）式が満たされない場合を第３図を用いて考察しよう。

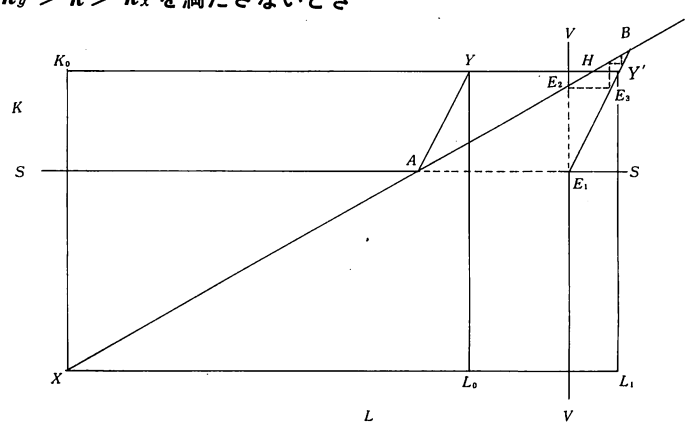
初期ボックス　ダイアグラムはXL_0YK_0である。今労働が$\Delta L=L_0L_1$増加したことにより新ボックス　ダイアグラムは$XL_1Y'K_0$となる。直線XBと直線YY'の交点HはY財部門の新原点Y'の左側に位置している。このときは全体の資本・労働比率はX財部門のそれより小さいから、次の不等式が成立している。

$$k_y > k_x > \frac{K_0}{L_0+\Delta L} = k \qquad (3-12)$$

このケースでは我々の波及過程はB点に収束するが、しかし実際には、この波及過程は実行不可能である。H点でY財の産出量はゼロであり、労働過剰の世界である。波及過程が収束するための条件は満たすが、（２－９）式と矛盾し、完全雇用の仮定と両立できない。

第３図　条件　$k_y > k > k_x$ を満たさないとき

$YA \mathbin{/\!/} Y'E_1$

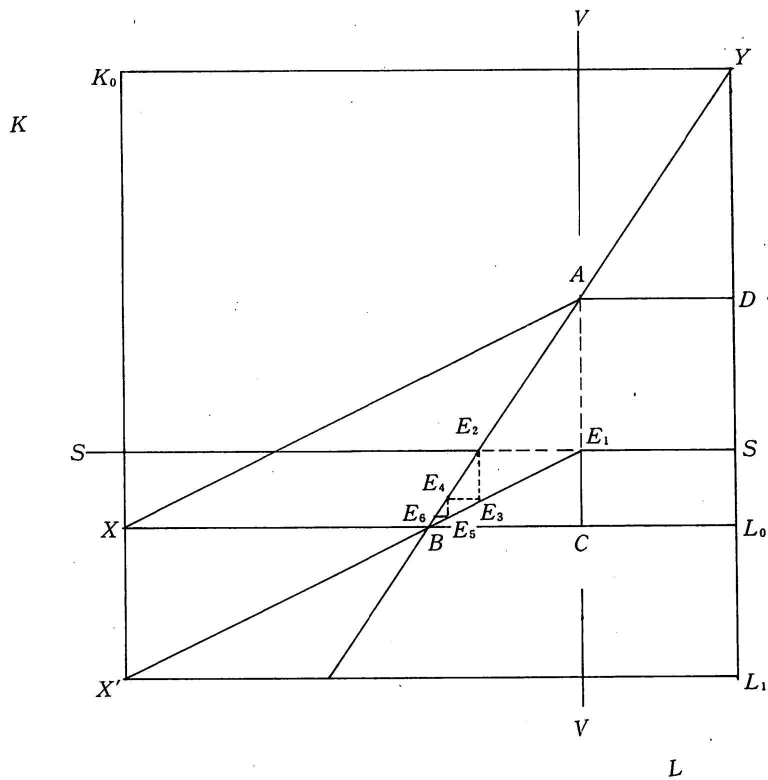


III－2　$G(K)>0$，$G(L)=0$ のケース

今度は資本のみが増加し、労働は不変であるリプチンスキーの第二のケースを考察する。生産要素移動の波及過程は第4図のボックス　ダイアグラムに点線で描かれている。[8]

第4図　$G(K)>0$，$G(L)=0$ のケース

$XA \mathbin{/\!/} X'E_1$



初期ボックス　ダイアグラムは XL_0YK_0 である。資本が増加したことにより新ボックス　ダイアグラムは $X'L_1YK_0$ に拡張され、X財部門の原点はXからX'に移動する。[9] そして初期生産点Aから新生産点Bへの移動により、Y財は

YAからYBへ増加し、逆にX財はXAから$X'B$に減少する。補助線のVV線とSS線は第1図と同様に、初期生産点Aからの距離が各労働の増加分($\varDelta L=0$)、資本の増加分($\varDelta K=XX'$)に等しくなるように描かれている。すると$AE_1=XX'$であり、線分XA、$X'E_1$は平行で、かつ等しいから、X財は$X'E_1$から$X'B$に減少したことになる。

この場合の両部門間の生産要素移動の波及過程は初期生産点Aから新生産点Bへの点線で示されている。[10] 第一次波及は、より資本集約部門であるY財部門が資本の増加($\varDelta K_{y1}=\varDelta K=AE_1$)を吸収し、その資本に必要な労働量($\varDelta L_{y1}=E_1E_2$)を$Y$財部門が$X$財部門から吸収する過程である。$Y$財部門の生産点は$A$から$E_2$に移動し、$X$財部門の生産は$X'E_1$から$X'E_3$に減少する。$X$財部門で$E_2E_3$の資本の余剰が生じる。第二次波及は$Y$財部門がこの余剰資本を吸収することから始まるが、リプチンスキーの第一のケースと同様に考察されるので省略する。引き続き第三次、第四次の波及が生じ、やがてB点に収束する。波及の全過程を通じて、Y財部門の資本の増加はAC、労働の増加はBCである。資本増加のうちAE_1は賦存量の増加、残りE_1CはX財部門からY財部門への移動分である。労働の増加量はすべてX財部門から移動したものである。このケースでの生産要素の波及過程を第5図に示した。

第5図　生産要素移動の波及過程　$G(K)>0$，$G(L)=0$のケース

	(第一次波及)	(第二次波及)	(第三次波及)
Y財部門の資本増加($\varDelta K_y$)	$\varDelta K_{y1}=\varDelta K$ (AE_1)	$\varDelta K_{y2}=\varDelta L_{y1}k_x$ $=\dfrac{\varDelta K k_x}{k_y}$ (E_2E_3)	$\varDelta K_{y3}=\varDelta L_{y2}k_x$ $=\dfrac{\varDelta K k_x^2}{k_y^2}$ (E_4E_5)
資本の増加(AE_1)	$\varDelta K$		
Y財部門の労働増加($\varDelta L_y$)	$\varDelta L_{y1}=\dfrac{\varDelta K_{y1}}{k_y}$ $=\dfrac{\varDelta K}{k_y}$ (E_1E_2)	$\varDelta L_{y2}=\dfrac{\varDelta K_{y2}}{k_y}$ $=\dfrac{\varDelta K k_x}{k_y^2}$ (E_3E_4)	$\varDelta L_{y3}=\dfrac{\varDelta K_{y3}}{k_y}$ $=\dfrac{\varDelta K k_x^2}{k_y^3}$ (E_5E_6)

各部門の生産要素の変化量及び変化率は各次式で表わされる。

（Y財部門の資本増加）

$$\Delta K_y \quad = \Delta K\ k_y/(k_y - k_x) \qquad (3-13)$$

（Y財部門の労働増加）

$$\Delta L_y \quad = \Delta K/(k_y - k_x) \qquad (3-14)$$

(11)

（X財部門の資本減少）

$$|\Delta K_x| \quad = \Delta K\ k_x/(k_y - k_x) \qquad (3-15)$$

（X財部門の労働減少）

$$|\Delta L_x| \quad = \Delta L_y = \Delta K/(k_y - k_x) \qquad (3-16)$$

(12)

$$G(K_y) = \frac{\Delta K\ k_y}{K_{y0}(k_y - k_x)} = \frac{\Delta K}{L_{y0}(k_y - k_x)} \qquad (3-17)$$

$$G(L_y) = \frac{\Delta K}{L_{y0}(k_y - k_x)} \qquad (3-18)$$

$$|G(K_x)| = \frac{\Delta K\ k_x}{K_{x0}(k_y - k_x)} = \frac{\Delta K}{L_{x0}(k_y - k_x)} \qquad (3-19)$$

$$|G(L_x)| = \frac{\Delta K}{L_{x0}(k_y - k_x)} \qquad (3-20)$$

我々の仮定の下では（３－17）式と（３－18）式、（３－19）式と（３－20）式は各等しく、かつ各Y財の増加率、X財の減少率に等しい。我々はまた生産要素と産出物の変化率に関する次の不等式を導出することができる。

$$G(Y) > G(K) > G(L) > G(X) \qquad (3-21)$$

(13)

このケースではY財の増加率は資本の増加率より大きい。

以上で我々はリプチンスキーのケースの考察を終る。次節以下のすべてのケースが基本的にはリプチンスキーのケースを組合わせる（合成する）ことによって分析することができる。

Ⅳ　両生産要素賦存量が増加するケース[14]

資本と労働の相対的増加の大きさによってさらに以下の7つのケースに細分する。

(1)　$\frac{\Delta K}{\Delta L}>k_y>k_0>k_x$ のケース

(2)　$k_y>k_0>k_x>\frac{\Delta K}{\Delta L}$ のケース

(3)　$\frac{\Delta K}{\Delta L}=k_y>k_0>k_x$ のケース

(4)　$k_y>\frac{\Delta K}{\Delta L}=k_0>k_x$ のケース

(5)　$k_y>k_0>\frac{\Delta K}{\Delta L}=k_x$ のケース

(6)　$k_y>\frac{\Delta K}{\Delta L}>k_0>k_x$ のケース

(7)　$k_y>k_0>\frac{\Delta K}{\Delta L}>k_x$ のケース

我々は(1)と(2)、(3)~(5)そして(6)と(7)の3グループに分類する。最初の(1)と(2)は既に天野氏等[15]によって分析されており、天野氏のケースとして第Ⅳ－1項で取扱う。(3)~(5)のグループは、増加量による資本・労働比率($\frac{\Delta K}{\Delta L}$)が各$Y$財部門、全体そして$X$財部門の資本・労働比率に等しい場合であり、第Ⅳ－2項で取扱われる。最後に(6)と(7)は第Ⅳ－3項で取扱う。

Ⅳ－1　天野氏のケース

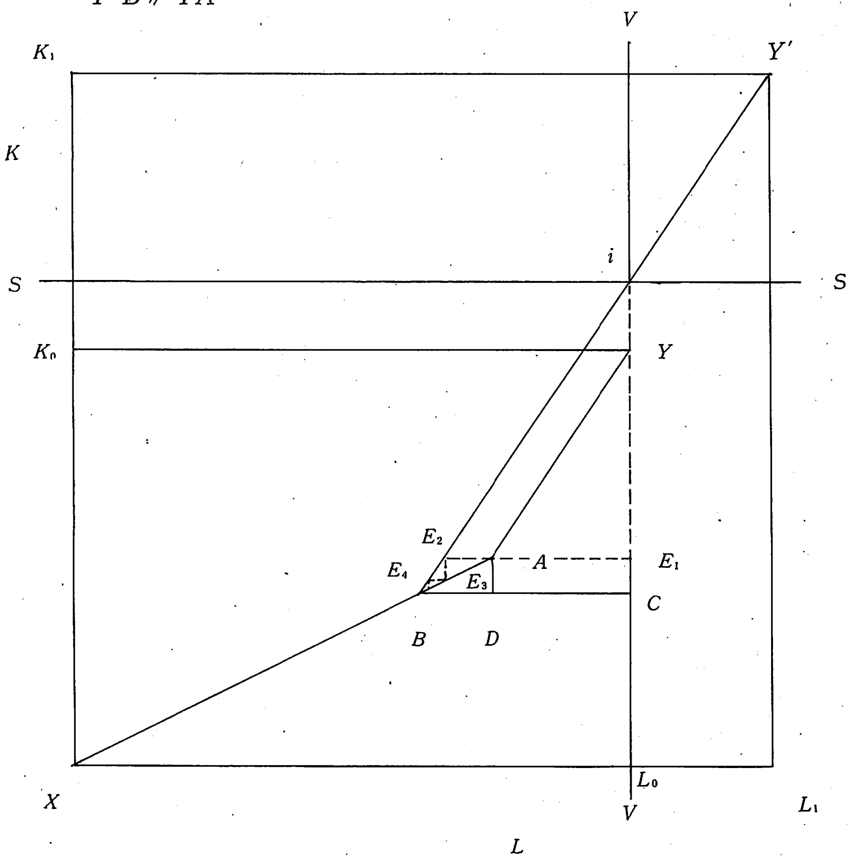
(a)　$\frac{\Delta K}{\Delta L}>k_y>k_0>k_x$ のケース

資本の増加率が労働の増加率より大きく、増加量での資本・労働比率がより資本集約部門であるY財部門のそれより大きなケースである。生産要素移動の

波及過程を第6図に示した。

第6図 $\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L} > k_y > k_0 > k_x$ **のケース**

$Y'B \mathbin{/\!/} YA$



初期ボックス　ダイアグラムは XL_0YK_0 である。労働が L_0L_1、資本が K_0K_1 増加したことにより新ボックス　ダイアグラムは $XL_1Y'K_1$ に拡張される。$\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L} > k_y$ という不等式は直線 YY' の横軸に対する勾配が直線 BY' のそれより

大きいことにより表現されている。また補助線VV線、SS線は初期生産点Aからの距離が各労働の増加、資本の増加に等しくなるように描かれており、i点で交わる。したがってY財の初期産出量YAは$Y'i$に等しい。生産要素の増加の結果、より資本集約的であるY財の産出量は$Y'i$から$Y'B$に増加し、逆にX財はXAからXBにその絶対量が減少する。X財が減少する理由は次のように考えることができる。$\frac{\Delta K}{\Delta L}>k_y$の不等式が成立しているから、$Y$財部門で、増加した資本量をすべて利用するには労働不足となる。この労働不足はX財部門の生産の縮小により、X財部門からY財部門へ移動しなければならないからである。(この過程が第一次波及である)。

全波及はiから始まり、新生産点Bに到る点線で示されている。そして最終的にはY財部門の資本増加は要素賦存量の増加(ΔK)より大きいから、明らかに$G(K_y)>G(K)$となる。すなわち、より資本集約的であるY財の産出量の増加率は全体の資本の増加率より大きい。

つぎに第7図で生産要素移動の波及過程を考察しよう。

第7図　生産要素移動の波及過程　$\frac{\Delta K}{\Delta L}>k_y>k_0>k_x$のケース

	(第一次波及)	(第二次波及)	(第三次波及)
Y財部門の資本増加(ΔK_y)	$\Delta K_{y1}=\Delta K$ (iE_1)	$\Delta K_{y2}=\dfrac{\Delta L\left(\frac{\Delta K}{\Delta L}-k_y\right)k_x}{k_y}$ (E_2E_3)	$\Delta K_{y3}=\dfrac{\Delta L\left(\frac{\Delta K}{\Delta L}-k_y\right)k_x^2}{k_y^2}$ (E_4E_5)
資本の増加($\Delta K=K_0K_1$)	ΔK		
労働の増加($\Delta L=L_0L_1$)	ΔL		
Y財部門の労働増加ΔL_y	$\Delta L_{y1}=\dfrac{\Delta K}{k_y}=\Delta L+\boxed{\dfrac{\Delta L\left(\frac{\Delta K}{\Delta L}-k_y\right)}{k_y}}$ $(E_1A)+(AE_2)$	$\Delta L_{y2}=\dfrac{\Delta L\left(\frac{\Delta K}{\Delta L}-k_y\right)k_x}{k_y^2}$ (E_3E_4)	$\Delta L_{y3}=\dfrac{\Delta L\left(\frac{\Delta K}{\Delta L}-k_y\right)k_x^2}{k_y^3}$ (E_5E_6)

我々は第７図を利用して、各部門の生産要素の変化量とその変化率を求めることができる。

（Y財部門の資本増加と労働増加）

$$\Delta K_y = \frac{\Delta L\, k_y\left(\frac{\Delta K}{\Delta L} - k_x\right)}{k_y - k_x} \tag{4-1}$$

$$\Delta L_y = \frac{\Delta L\left(\frac{\Delta K}{\Delta L} - k_x\right)}{k_y - k_x} \tag{4-2}$$

（X財部門の資本減少と労働減少）

$$|\Delta K_x| = \frac{\Delta L\, k_x\left(\frac{\Delta K}{\Delta L} - k_y\right)}{k_y - k_x} \tag{4-3}$$

$$|\Delta L_x| = \frac{\Delta L\left(\frac{\Delta K}{\Delta L} - k_y\right)}{k_y - k_x} \tag{4-4}$$

$$G(K_y) = \frac{\Delta L\, k_y\left(\frac{\Delta K}{\Delta L} - k_x\right)}{K_{y0}(k_y - k_x)} = \frac{\Delta L\left(\frac{\Delta K}{\Delta L} - k_x\right)}{L_{y0}(k_y - k_x)} \tag{4-5}$$

$$G(L_y) = \frac{\Delta L\left(\frac{\Delta K}{\Delta L} - k_x\right)}{L_{y0}(k_y - k_x)} \tag{4-6}$$

$$|G(K_x)| = \frac{\Delta L\, k_x\left(\frac{\Delta K}{\Delta L} - k_y\right)}{K_{x0}(k_y - k_x)} = \frac{\Delta L\left(\frac{\Delta K}{\Delta L} - k_y\right)}{L_{x0}(k_y - k_x)} \tag{4-7}$$

$$|G(L_x)| = \frac{\Delta L\left(\frac{\Delta K}{\Delta L} - k_y\right)}{L_{x0}(k_y - k_x)} \tag{4-8}$$

前節と同じように(4−5)式と(4−6)式、(4−7)式と(4−8)式は各等しく、またY財の増加率、X財の減少率に各等しい。そして生産要素と産出物の変化率に関する次の不等式を導くことができる。

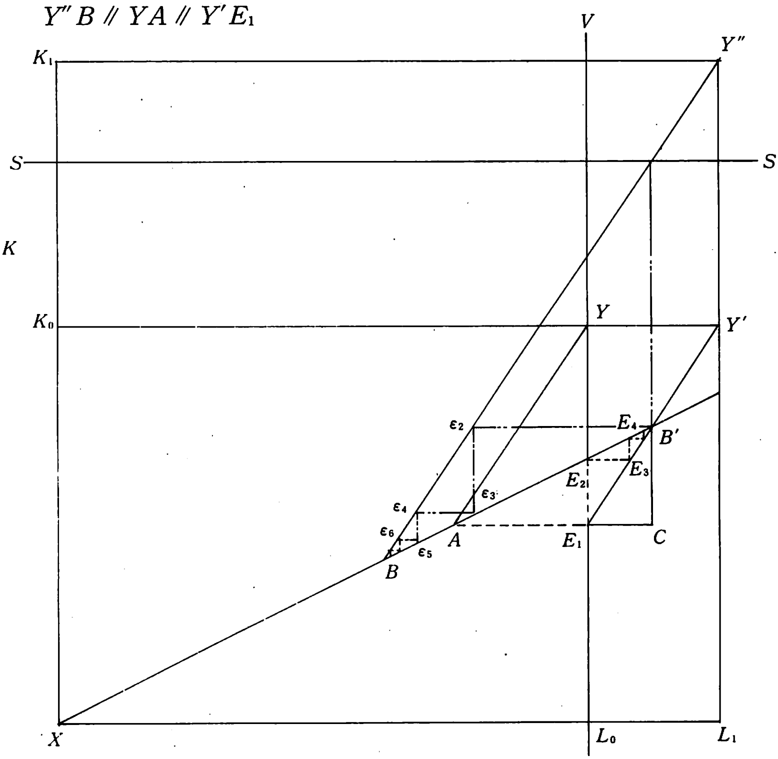
$$G(Y)\overset{(16)}{>}G(K)>G(L)>G(X) \qquad (4-9)$$

すなわち、より資本集約的であるY財の増加率は資本の増加率より大きい。

つぎに我々は現在の天野氏の最初のケースが基本的なリプチンスキーの二つのケースの合成として構成されていることを示そう。合成された場合の生産要素移動の波及過程は第8図に示した。

第8図 $\dfrac{\Delta K}{\Delta L}>k_y>k_0>k_x$のケースの合成図

$Y''B \mathbin{/\!/} YA \mathbin{/\!/} Y'E_1$



初期生産点Aから新生産点Bへの移動を次の二つの過程に分解する。

(1)　初期生産点AからB'に到る点線で示した波及過程。

(2)　ε_1からB点に到る二点鎖線で示した波及過程。

ここで補助線VV線はAE_1が労働の増加(ΔL)に等しくなるように、またSS線は$\varepsilon_1 B'$が資本の増加(ΔK)に等しくなるように描かれている。したがって$YA = Y'E_1$、$Y'B' = Y''\varepsilon_1$である。

最初の過程はボックス　ダイアグラムが$XL_0\ YK_0$から$XL_1\ Y'K_0$に拡張された場合であり、リプチンスキーの〔$G(L) > 0$, $G(K) = 0$〕のケースである。後者はボックス　ダイアグラムが$XL_1\ Y'K_0$から$XL_1\ Y''K_1$に拡張された場合であり、リプチンスキーの〔$G(K) > 0$, $G(L) = 0$〕のケースである。

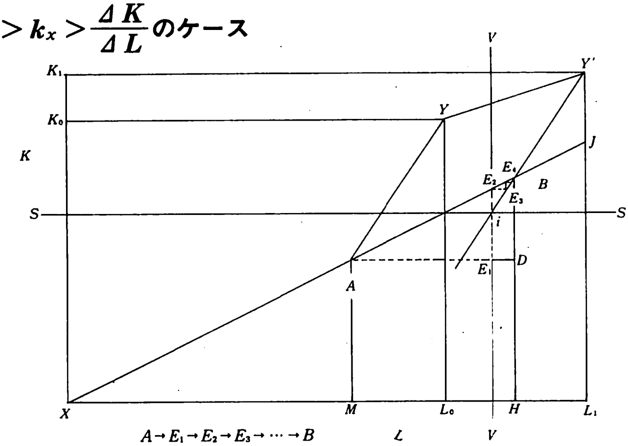
(b)　$k_y > k_0 > k_x > \dfrac{\Delta K}{\Delta L}$

今度は逆に、労働の増加率が資本の増加率より大きく、しかも増加量での資本・労働比率がより労働集約的であるX財部門の資本・労働比率より小さいケースを考察する。

生産要素移動の波及過程は第9図の初期生産点Aから新生産点Bに到る点線で示した。

第9図　$k_y > k_0 > k_x > \dfrac{\Delta K}{\Delta L}$のケース

$YA \parallel Y'B$



ここで資本の増加はK_0K_1、労働の増加はL_0L_1である。補助線VV線、SS線は各労働の増加がAE_1に、資本の増加がiE_1に等しくなるように描かれている。生産要素の増加の結果としてX財はXAからXBに増加し、他方Y財は$Y'i$($=YA$)から$Y'B$に減少する。図から明らかなようにX財部門の労働増加は労働要素賦存量の増加より大きいから、X財の増加率は労働の増加率より大きい。

我々は第9図から、生産要素移動の波及過程を第10図のように表現することができる。

前項と同様に第10図から各部門の生産要素の変化量と変化率を求めることができる。

(X財部門の資本増加と労働増加)

$$\Delta K_x = \frac{\Delta L\ k_x\left(k_y - \frac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{(k_y - k_x)} \qquad (4-10)$$

$$\Delta L_x = \frac{\Delta L\left(k_y - \frac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{(k_y - k_x)} \qquad (4-11)$$

(Y財部門の資本減少と労働減少)

$$|\Delta K_y| = \Delta K_x - \Delta K = \frac{\Delta L\ k_y\left(k_x - \frac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{k_y - k_x} \qquad (4-12)$$

$$|\Delta L_y| = \Delta L_x - \Delta L = \frac{\Delta L\left(k_x - \frac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{k_y - k_x} \qquad (4-13)$$

$$G(K_x) = \frac{\Delta L\ k_x\left(k_y - \frac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{K_{x0}(k_y - k_x)} = \frac{\Delta L\left(k_y - \frac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{L_{x0}(k_y - k_x)} \qquad (4-14)$$

$$G(L_x)\ =\frac{\Delta L\left(k_y-\dfrac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{L_{x0}(k_y-k_x)} \tag{4-15}$$

$$|G(K_y)|=\frac{\Delta L\ k_y\left(k_x-\dfrac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{K_{y0}(k_y-k_x)}=\frac{\Delta L\left(k_x-\dfrac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{L_{y0}(k_y-k_x)} \tag{4-16}$$

$$|G(L_y)|=\frac{\Delta L\left(k_x-\dfrac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{L_{y0}(k_y-k_x)} \tag{4-17}$$

第10図　生産要素移動の波及過程　$k_y>k_0>k_x>\dfrac{\Delta K}{\Delta L}$ のケース

	（第一次波及）	（第二次波及）	（第三次波及）------→
X財部門の資本増加（ΔK_x）	$\Delta K_{x1}=\Delta K+\boxed{\Delta L\left(k_x-\frac{\Delta K}{\Delta L}\right)}$ （iE_1）+（iE_2）	$\Delta K_{x2}=\dfrac{\Delta L k_x\left(k_x-\frac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{k_y}$ （E_3E_4）	$\Delta K_{x3}=\dfrac{\Delta L k_x^2\left(k_x-\frac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{k_y^2}$ （E_5E_6）------→
資本の増加（$\Delta K=K_0K_1$）	ΔK		
労働の増加（$\Delta L=L_0L_1$）	ΔL		
X財部門の労働増加（ΔL_x）	$\Delta L_{x1}=\Delta L$ （AE_1）	$\Delta L_{x2}=\dfrac{\Delta L\left(k_x-\frac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{k_y}$ （E_2E_3）	$\Delta L_{x3}=\dfrac{\Delta L k_x\left(k_x-\frac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{k_y^2}$ （E_4E_5）------→

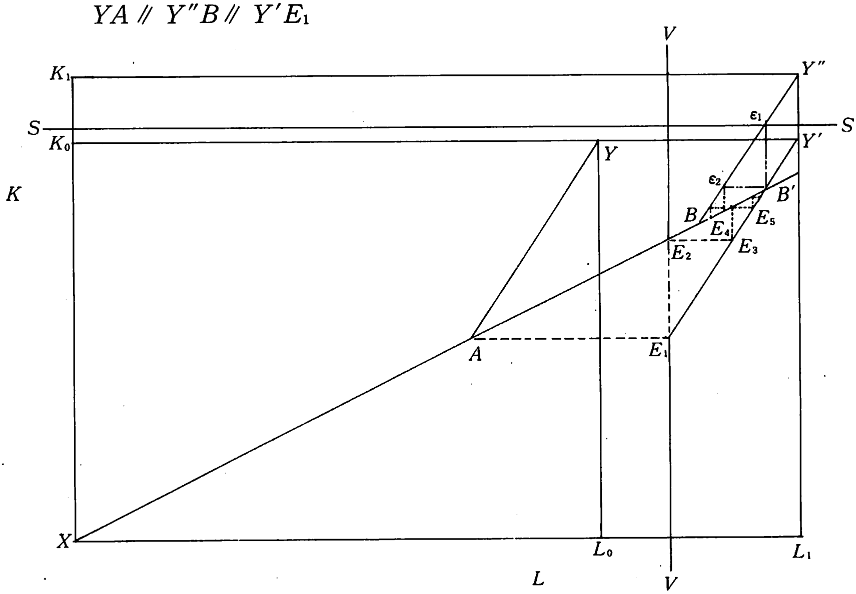
（4－10）式と（4－11）式から明らかに、$\Delta K_x>\Delta L\ k_x>\Delta K$、$\Delta L_x>\Delta L$ がいえる。すなわちX財部門の産出量の増加率は労働の増加率より大きい。したがって産出物と生産要素の変化率に関する次の不等式が成立する。

$$G(X)>G(L)>G(K)>G(Y) \tag{4-18}$$ [17]

つぎに、前項と同様に、初期生産点Aから新生産点Bへの波及過程を基本的なリプチンスキーのケースを合成することによって示すことができる。合成図を第11図に示した。

第11図　$k_y > k_0 > k_x > \frac{\Delta K}{\Delta L}$ のケースの合成図

$YA /\!/ Y''B /\!/ Y'E_1$



$A \to E_1 \to E_2 \to E_3 \to E_4 \to \cdots \to B'$

$\varepsilon_1 \to B' \to \varepsilon_2 \to \varepsilon_3 \to \cdots \to B$

同図で補助線VV線、SS線は各労働の増加がAE_1、資本の増加が$\varepsilon_1 B'$に等しくなるように描かれている。線分YAと$Y'E_1$は平行で、かつ等しい。線分$Y''\varepsilon_1$と$Y'B'$も同様である。ボックス ダイアグラム、$XL_1Y'K_0$がリプチンスキーの〔$G(L)>0$, $G(K)=0$〕のケースで、初期生産点AからB'点に到る点線で示されている。ボックス ダイアグラム、$XL_1Y''K_1$がリプチンスキーの〔$G(K)>0$, $G(L)=0$〕のケースである。波及過程はε_1点からB点に到

る二点鎖線で示した。

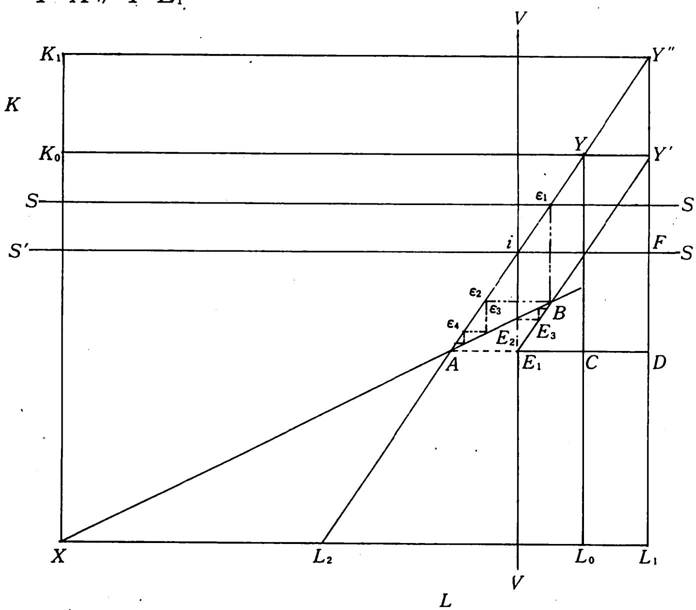
Ⅳ－2　$\dfrac{\Delta K}{\Delta L}$が初期資本・労働比率（$k_0$）及び各部門の資本・労働比率（$k_y$, k_x）に等しいケース

(a)　$\dfrac{\Delta K}{\Delta L}=k_y>k_0>k_x$のケース

このケースは資本の増加率が労働の増加率より大きく、増加量での資本・労働比率がより資本集約的なY財のそれに等しい場合である。第12図に生産点の移動と波及過程の合成図を示した。

第12図　$\dfrac{\Delta K}{\Delta L}=k_y>k_0>k_x$のケース

$Y''A \mathbin{/\!/} Y'E_1$



合成図

$A \to E_1 \to E_2 \to E_3 \to \cdots \to B$

$\varepsilon_1 \to B \to \varepsilon_2 \to \varepsilon_3 \to \varepsilon_4 \to \cdots \to A$

ここで補助線$S'S'$線とSS線は線分$E_1 i$と$\varepsilon_1 B$が資本増加に等しいように描かれている。初期ボックス ダイアグラムは$XL_0 YK_0$であり、要素賦存量が増加したことにより、ボックス ダイアグラムは$XL_1 Y'' K_1$に拡張された。この結果、Y財産出量は$Y'' i(=YA)$から$Y''A$に増加する。他方X財の産出量はXAで不変である。このケースでは増加した要素賦存量はすべてY財に雇用され、X財部門からY財部門への生産要素の移動は存在しない。

合成図はA点からB点に到る点線とε_1点からA点に到る二点鎖線によって示されている。前者はリプチンスキーの〔$G(L)>0$, $G(K)=0$〕のケース、後者は〔$G(K)>0$, $G(L)=0$〕のケースである。このケースの産出物と生産要素の変化率との間には次の不等式が成り立つ。

$$G(Y)\overset{(18)}{>}G(K)>G(L)>G(X) \qquad (4-19)$$

(b) $k_y > k_0 > k_x = \dfrac{\Delta K}{\Delta L}$のケース

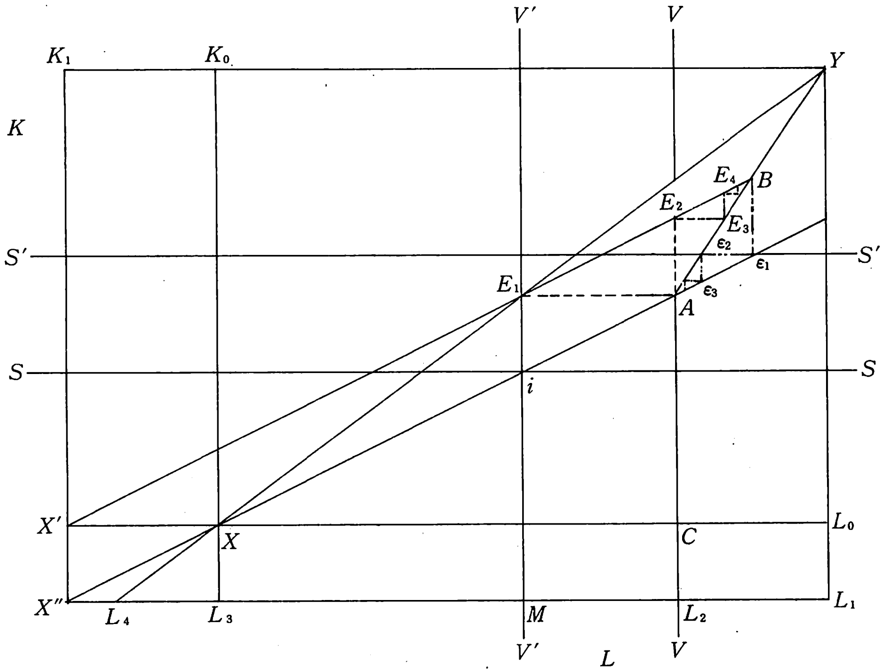
(a)とは逆に、労働の増加率が資本の増加率より大きく、増加量の資本・労働比率がより労働集約的なX財のそれに等しいケースである。生産点の移動と波及過程の合成図を第13図に示した。補助線$V'V'$線とSS線($S'S'$線)は各AE_1、$E_1 i(B\varepsilon_1)$が労働の増加、資本の増加に等しくなるように描かれている。

X財の産出量は$X'' i(=XA)$から$X''A$に増加し、他方Y財はYAで不変である。生産要素移動の波及過程はE_1点からB点に到る点線とB点からA点に到る二点鎖線で示されている。前者はリプチンスキーの〔$G(L)>0$, $G(K)=0$〕のケースであり、後者は〔$G(K)>0$, $G(L)=0$〕のケースである。増加した生産要素はすべてX財部門に雇用されるから、明らかにX財の増加率が労働の増加率より大きい。したがってつぎの不等式が成立する。

$$G(X)\overset{(19)}{>}G(L)>G(K)>G(Y) \qquad (4-20)$$

第13図　$k_y < k_0 < k_x = \dfrac{\Delta K}{\Delta L}$ のケース

$X'B /\!/ X''A$



合成図

$E_1 \to A \to E_2 \to E_3 \to E_4 \to \cdots \to B$

$B \to \varepsilon_1 \to \varepsilon_2 \to \varepsilon_3 \to \cdots \to A$

(c)　$k_y > k_0 = \dfrac{\Delta K}{\Delta L} > k_x$ のケース

このケースは資本と労働の増加率が等しいケースである。このことは第14図でX財部門とY財部門の原点X、Y、Y'が直線上に位置することによって表わされている。生産要素増加の結果として、X財の産出量はXAからXBに増加し、Y財は$Y'\varepsilon_1(=YA)$から$Y'B$に増加する。相似三角形XAYとXBY'に注目すると次の式が成立する。

$$XB/XA = Y'B/YA = XY'/XY \qquad (4-21)$$

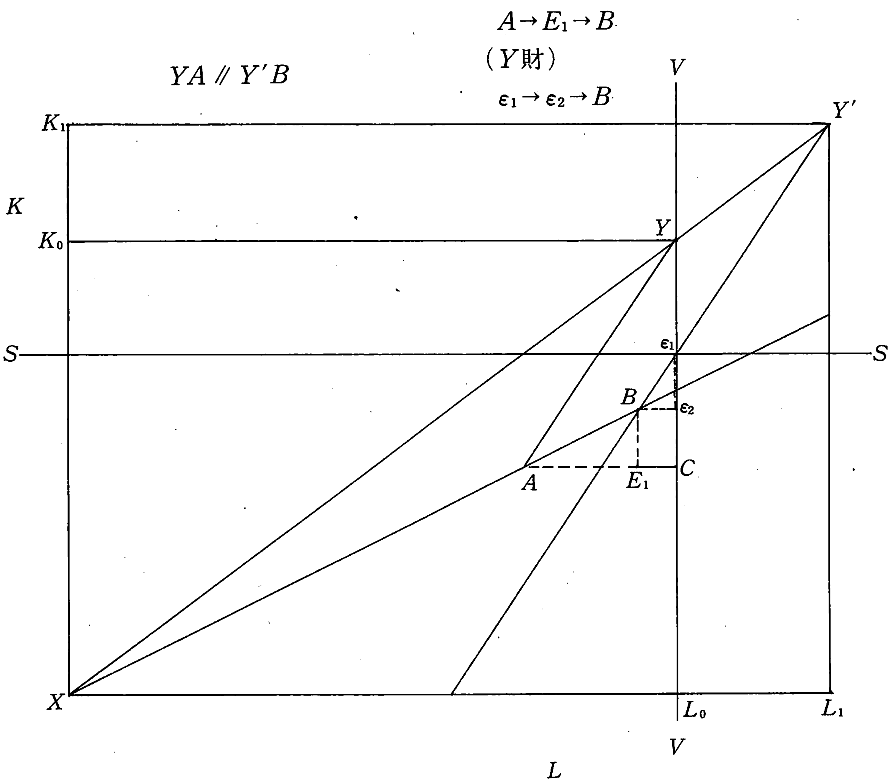
すなわちX財、Y財、そして生産要素の増加率がすべて等しいのである。

$$G(X) = G(Y) = G(L) = G(K) \qquad (4-22)$$

したがって、生産要素の増加率が与えられると両部門の生産要素の増加量、増加率を求めることができる。(20)

第14図　$k_y > \dfrac{\Delta K}{\Delta L} = k_0 > k_x$のケース

（X財）

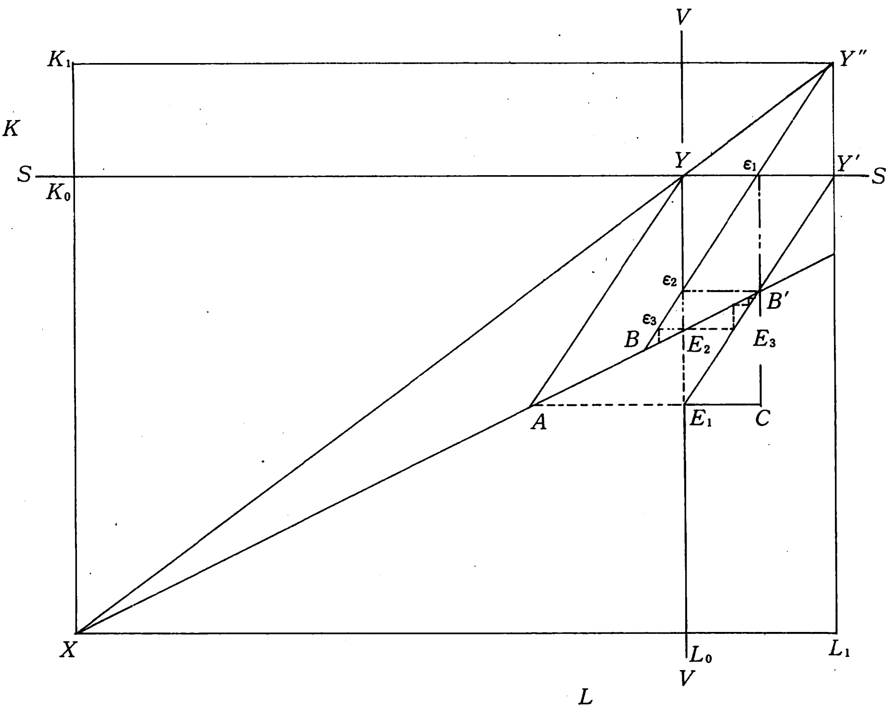


このケースの合成図を第15図に示した。初期生産点AからB'点に到る点線がリプチンスキーの〔$G(L) > 0$，$G(K) = 0$〕のケースであり、ε_1点からB点に到る二点鎖線が〔$G(K) > 0$，$G(L) = 0$〕のケースである。

第15図　$k_y > \dfrac{\Delta K}{\Delta L} = k_0 > k_y$ のケースの合成図

$A \to E_1 \to E_2 \to E_3 \to \cdots \to B'$

$AY /\!/ Y''B /\!/ Y'E_1$　　$\varepsilon_1 \to B' \to \varepsilon_2 \to E_2 \to \varepsilon_3 \to \cdots \to B$



Ⅳ－3　$k_y > \dfrac{\Delta K}{\Delta L} > k_0 > k_x$, $k_y > k_0 > \dfrac{\Delta K}{\Delta L} > k_x$ のケース

つぎに資本の増加率が労働の増加率より大きいが、増加量による資本・労働比率がより資本集約的であるY財部門の資本・労働比率より小さいケース、逆に労働の増加率が資本のそれより大きいが、増加量による資本・労働比率が、より労働集約的であるX財部門の資本・労働比率より大きな場合を取扱う。ここでは前者から取り上げよう。

(a)　$k_y > \frac{\Delta K}{\Delta L} > k_0 > k_x$ のケース

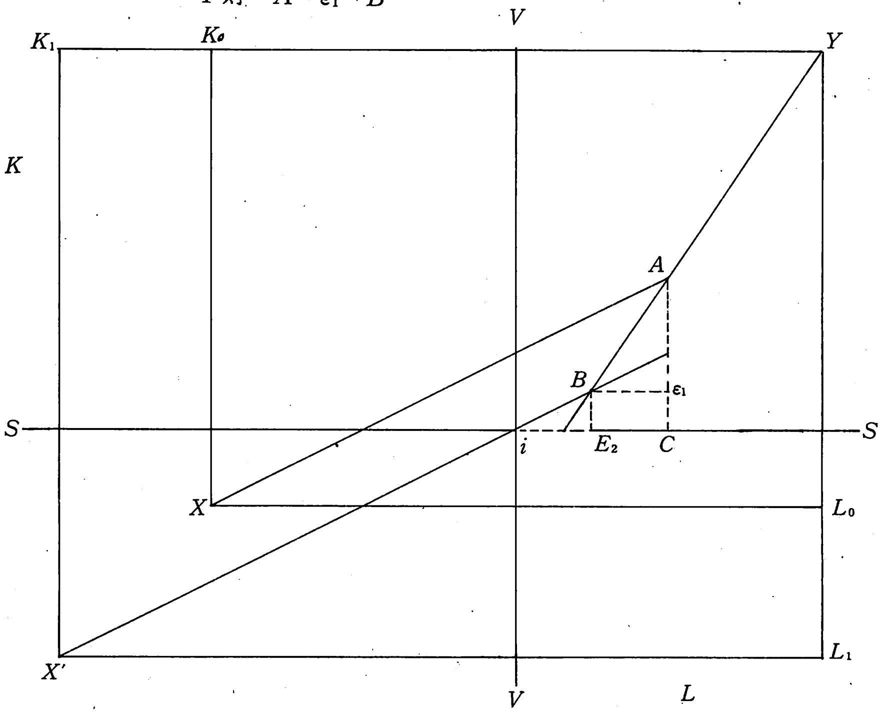
初期生産点Aから新生産点Bへの移動を第16図に示した。Y財はYAからYBに増加し、X財は$X'i(=XA)$から$X'B$に増加する。そして産出量と生産要素の増加率との間には次の不等式が成立する。

第16図　$k_y > \frac{\Delta K}{\Delta L} > k_0 > k_x$のケース

$XA \mathbin{/\!/} X'B$

X財　$i \to E_2 \to B$

Y財　$A \to \varepsilon_1 \to B$

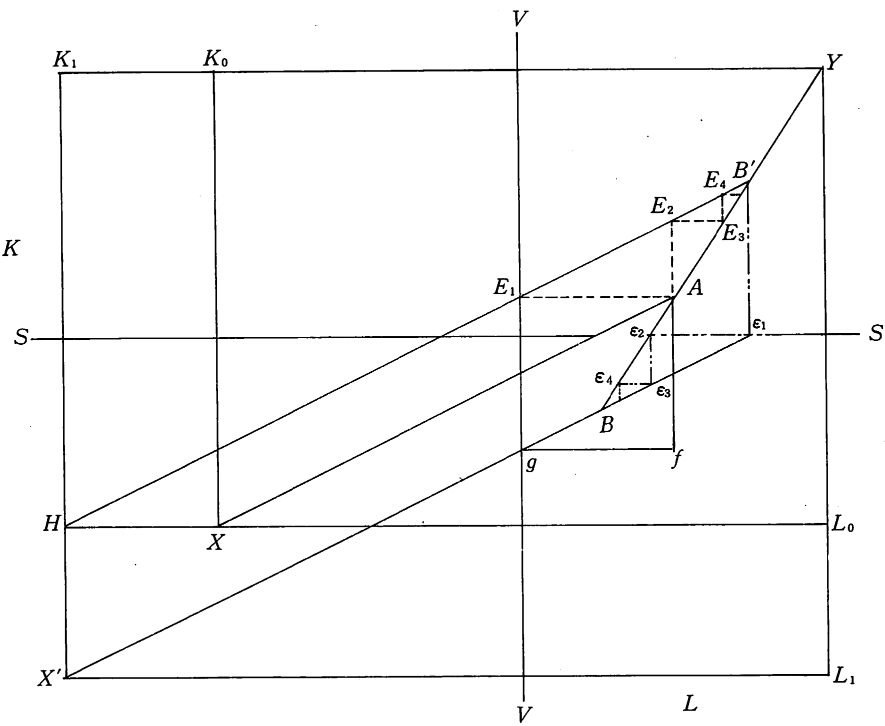


$$G(Y) > \overset{(21)}{G}(K) > G(L) > G(X), \qquad G(X) > 0 \tag{4 −23}$$

このケースの合成図を第17図で示した。E_1点からB'点に到る点線で示された波及過程がリプチンスキーの〔$G(L) > 0$, $G(K) = 0$〕のケースであり、B'点からB点に到る二点鎖線が〔$G(K) > 0$, $G(L) = 0$〕のケースである。

第17図　$k_y > \dfrac{\Delta K}{\Delta L} > k_0 > k_x$のケースの合成図

$HB' /\!/ XA /\!/ X'\varepsilon_1$



(b)　$k_y > k_0 > \dfrac{\Delta K}{\Delta L} > k_x$のケース

このケースのボックス　ダイアグラムを第18図に示した。X財の生産はXA

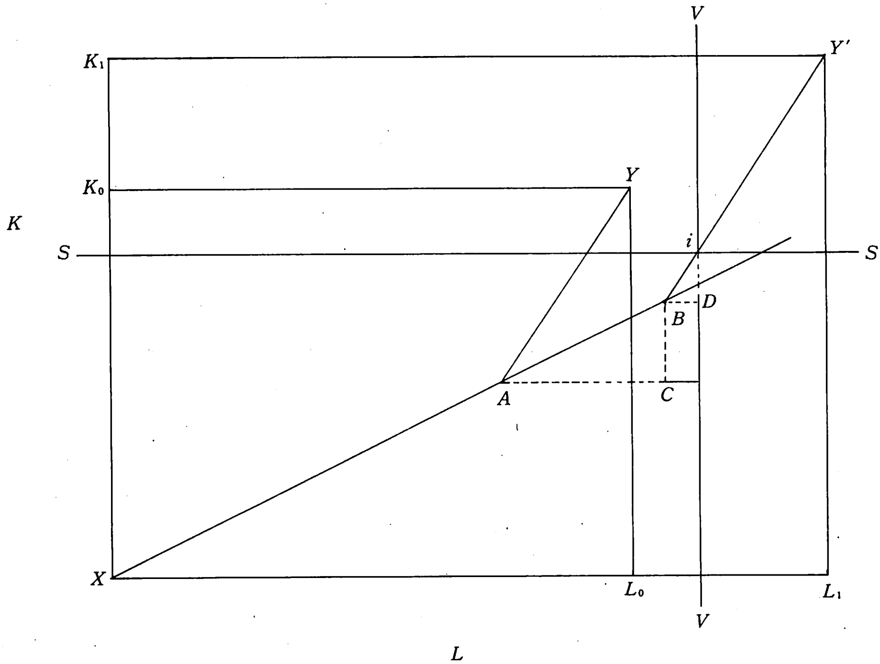
からXBに増加し、Y財は$Y'i(=YA)$から$Y'B$に増加する。また産出量と生産要素の増加率との間には次の不等式が成立する。

$$G(X)>\overset{(22)}{G(L)}>G(K)>G(Y),\quad G(Y)>0 \qquad (4-24)$$

不等式の向きは（４－23）式と正反対となる。

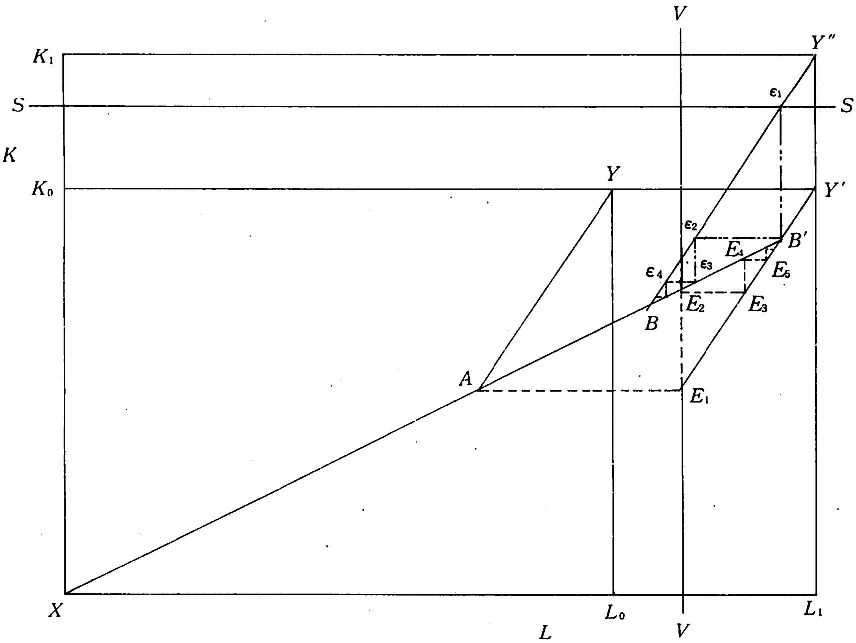
第19図に合成図を示した。初期生産点AからB'に到る点線がリプチンスキーの〔$G(L)>0$, $G(K)=0$〕のケースであり、ε_1点からB点に到る二点鎖線が〔$G(K)>0$, $G(L)=0$〕のケースである。

第18図　$k_y>k_0>\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}>k_x$のケース



第19図　$k_y > k_0 > \dfrac{\Delta K}{\Delta L} > k_x$ のケースの合成図

$YA \parallel Y''B \parallel Y'E_1$



我々は以上で、両生産要素賦存量が増加するケースの分析を終了した。最後にリプチンスキーのケースとの対応関係を整理しておこう。ここで変化率の比較を可能にするために、あらゆるケースで初期ボックス　ダイアグラムは同一であると仮定する。すなわち初期値（K_0, L_0, K_{y0}, L_{y0}, K_{x0}, L_{x0}）が同一の値であるとする。リプチンスキーのケースの結果を次表に整理した。

第１表　リプチンスキーのケース

各値＼ケース	$G(L)>0,\ G(K)=0$ のケース		$G(K)>0,\ G(L)=0$ のケース	
ΔL_x or $\lvert\Delta L_x\rvert$	$\dfrac{\Delta L\ k_y}{(k_y-k_x)}$	（３－１）	$\dfrac{\Delta K}{k_y-k_x}$	（３－16）
ΔK_x or $\lvert\Delta K_x\rvert$	$\dfrac{\Delta L k_x k_y}{(k_y-k_x)}$	（３－２）	$\dfrac{\Delta K\ k_x}{k_y-k_x}$	（３－15）
ΔL_y or $\lvert\Delta L_y\rvert$	$\dfrac{\Delta L\ k_x}{(k_y-k_x)}$	（３－３）	$\dfrac{\Delta K}{k_y-k_x}$	（３－14）
ΔK_y or $\lvert\Delta K_y\rvert$	$\dfrac{\Delta L\ k_x k_y}{(k_y-k_x)}$	（３－４）	$\dfrac{\Delta K k_y}{k_y-k_x}$	（３－13）
$G(L_x)$ or $\lvert G(L_x)\rvert$	$\dfrac{\Delta L\ k_y}{L_{x0}(k_y-k_x)}$	（３－７）	$\dfrac{\Delta K}{L_{x0}(k_y-k_x)}$	（３－20）
$G(L_y)$ or $\lvert G(L_y)\rvert$	$\dfrac{\Delta L\ k_x}{L_{y0}(k_y-k_x)}$	（３－９）	$\dfrac{\Delta K}{L_{y0}(k_y-k_x)}$	（３－18）

この表で負値は絶対値で示した。つぎに各数値について、〔$G(L)>0$，$G(K)=0$〕のケースから〔$G(K)>0$，$G(L)=0$〕のケースの差を求めると各次の式になる。（正値から負値の絶対値を引いた）。

X財部門の労働の変化 ……
$$\frac{\Delta L\left(k_y-\dfrac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{k_y-k_x} \qquad (4-25)$$

X財部門の資本の変化 ……
$$\frac{\Delta L\ k_x\left(k_y-\dfrac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{k_y-k_x} \qquad (4-26)$$

Y財部門の労働の変化 $\cdots\dfrac{\varDelta L\left(\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}-k_x\right)}{k_y-k_x}$ （４－27）

Y財部門の資本の変化 $\cdots\dfrac{\varDelta L\ k_y\left(\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}-k_x\right)}{k_y-k_x}$ （４－28）

X財の変化率 $\cdots\dfrac{\varDelta L\left(k_y-\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}\right)}{L_{x0}(k_y-k_x)}$ （４－29）

Y財の変化率 $\cdots\dfrac{\varDelta L\left(\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}-kx\right)}{L_{y0}(k_y-k_x)}$ （４－30）

（４－25）式、（４－26）式、（４－29）式の三つの式については、$k_y=\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}$、$k_y>\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}$、$k_y<\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}$に応じて零、正、負となり、残りの三つの式は、$k_x=\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}$、$k_x>\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}$、$k_x<\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}$に応じて零、負、正となる。以上のことから、この節で検討したケースの各部門の生産要素の変化と両財の変化率は各（４－25）式～（４－30）式で表わすことができる。これらの式の符号を第２表で示した。尚各列の符号のつぎの括弧は本節の対応する式の番号である。また(6)と(7)のケースは注(20)、注(21)で式は求められている。

第2表　$G(L)>0$，$G(K)>0$のケース

各値 ＼ ケース	$\dot{\Delta}L_x$	ΔK_x	$G(X)$	ΔL_y	ΔK_y	$G(Y)$	$G(X)$, $G(Y)$, $G(L)$, $G(K)$の関係
(1) $\frac{\Delta K}{\Delta L}>k_y>k_0>k_x$	負 (4−4)	負 (4−3)	負 (4−8)	正 (4−2)	正 (4−1)	正 (4−6)	$G(Y)>G(K)>G(L)>G(X)$
(2) $k_y>k_0>k_x>\frac{\Delta K}{\Delta L}$	正 (4−11)	正 (4−10)	正 (4−15)	負 (4−13)	負 (4−12)	負 (4−17)	$G(X)>G(L)>G(K)>G(Y)$
(3) $\frac{\Delta K}{\Delta L}=k_y>k_0>k_x$	零	零	零	正	正	正	$G(Y)>G(K)>G(L)>G(X)$
(4) $k_y>\frac{\Delta K}{\Delta L}=k_0>k_x$	正	正	正	正	正	正	$G(X)=G(K)=G(L)=G(Y)$
(5) $k_y>k_0>\frac{\Delta K}{\Delta L}=k_x$	正	正	正	零	零	零	$G(X)>G(L)>G(K)>G(Y)$
(6) $k_y>\frac{\Delta K}{\Delta L}>k_0>k_x$	正	正	正	正	正	正	$G(Y)>G(K)>G(L)>G(X)$
(7) $k_y>k_0>\frac{\Delta K}{\Delta L}>k_x$	正	正	正	正	正	正	$G(X)>G(L)>G(K)>G(Y)$

V　生産要素の一方が減少し、他方が不変のケース

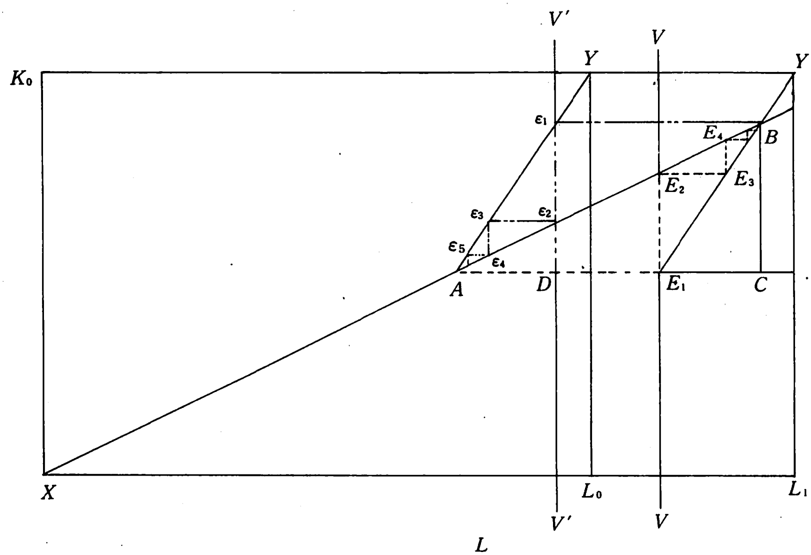
このケースは生産要素が減少したときのリプチンスキーのケースと呼ぶことができよう。〔$G(L)<0$，$G(K)=0$〕と〔$G(K)<0$，$G(L)=0$〕という二つのケースに細分する。第Ⅲ節のリプチンスキーのケースで生産要素の変化を負とおいたのに対応する。

V－1　$G(L)<0$，$G(K)=0$のケース

第20図は第1図のボックス　ダイアグラムと同一の図である。今度はボックス　ダイアグラムが$XL_1Y'K_0$からXL_0YK_0に縮小した場合であり、生産点の移動はB点からA点に到る二点鎖線で示されている。ここで補助線$V'V'$線はB点からの距離が労働の減少の絶対値に等しくなるように描かれている。我々は第2図の「生産要素の波及過程」で労働の変化量を負とおけば、現在のケースにそのまま利用することができる。したがって両部門の生産要素の変化及び両財の変化率は各つぎのように表わされる。

第20図　$G(L)<0$，$G(K)=0$ のケース

$YA \parallel Y'E_1$



$$\Delta L_y = \frac{|\Delta L| k_x}{k_y - k_x}$$ ……（3－3）式に対応　（5－1）

$$\Delta K_y = \frac{|\Delta L| k_x k_y}{k_y - k_x}$$ ……（3－4）式に対応　（5－2）

$$|\Delta L_x| = \frac{|\Delta L| k_y}{k_y - k_x}$$ ……（3－1）式に対応　（5－3）

$$|\Delta K_x| = \frac{|\Delta L| k_x k_y}{k_y - k_x}$$ ……（3－2）式に対応　（5－4）

$$|G(X)| = \frac{|\Delta L| k_y}{L_{x0}(k_y - k_x)}$$ ……（3－7）式に対応　（5－5）

$$G(Y) = \frac{|\Delta L| k_x}{L_{y0}(k_y - k_x)}$$ ……（3－9）式に対応　（5－6）

また（3－11）式に対応して、次の不等式が成立する。

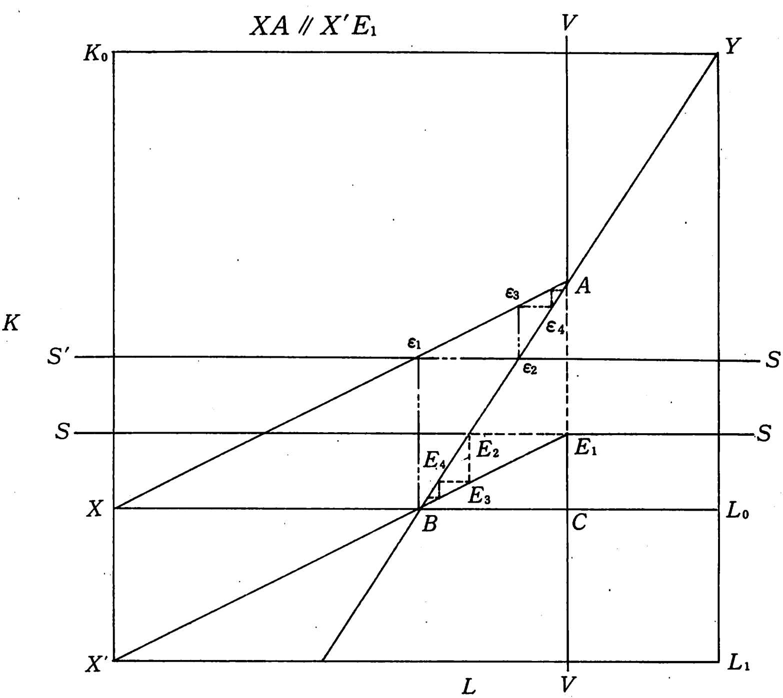
$$G(Y)>G(K)>G(L)>G(X) \qquad (5-7)$$

ここで $G(K)=0$、$|G(L)|<|G(X)|$ である。（3－11）式と（5－7）式の不等式の向きは逆である。とくにX財の減少率は労働のそれより絶対値で大きい。

V－2　$G(K)<0$，$G(L)=0$ のケース

このケースのボックス　ダイアグラムを第21図に示した。第4図と同一の図である。A点からB点への点線の波及過程がリプチンスキーの〔$G(K)>0$，$G(L)=0$〕のケースであり、B点からA点に到る二点鎖線が今のケースである。補助線$S'S'$線はB点からの距離が資本の減少量の絶対値に等しくなるようにとられている。

第21図　$G(K)<0$，$G(L)=0$ のケース



資本の変化量($\varDelta K$)が負であることに注意すれば、第５図の「生産要素移動の波及過程」はこのケースにも適用することができる。したがって両部門の生産要素の変化と両財の変化率は各次式となる。

$$|\varDelta L_y| = \frac{|\varDelta K|}{k_y - k_x} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（３－14）式に対応} \qquad (5-8)$$

$$|\varDelta K_y| = \frac{|\varDelta K| k_y}{k_y - k_x} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（３－13）式に対応} \qquad (5-9)$$

$$\varDelta L_x = \frac{|\varDelta K|}{k_y - k_x} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（３－16）式に対応} \qquad (5-10)$$

$$\varDelta K_x = \frac{|\varDelta K| k_x}{k_y - k_x} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（３－15）式に対応} \qquad (5-11)$$

$$G(X) = \frac{|\varDelta K|}{L_{x0}(k_y - k_x)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（３－20）式に対応} \qquad (5-12)$$

$$|G(Y)| = \frac{|\varDelta K|}{L_{y0}(k_y - k_x)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（３－18）式に対応} \qquad (5-13)$$

そして産出量と生産要素の変化率との間には次の不等式が成立する。

$$G(X) > G(L) > G(K) > G(Y) \qquad (5-14)$$

ここで$G(L)=0$, $|G(K)|<|G(Y)|$である。減少した要素の減少率はその要素をより集約的に使用する財の減少率よりその絶対値で小さい。前のケースと同様に、上式は（３－21）式と比べて不等式の向きが逆転している。

Ⅵ　両生産要素賦存量が減少するケース

第Ⅳ節と同様に次の７つのケースに細分される。ここでも生産要素の減少量は絶対値で示した。

（１）′ $\dfrac{|\varDelta K|}{|\varDelta L|} > k_y > k_0 > k_x$のケース

（２）′ $k_y > k_0 > k_x > \dfrac{|\varDelta K|}{|\varDelta L|}$のケース

(3)′ $\dfrac{|\varDelta K|}{|\varDelta L|}=k_y>k_0>k_x$のケース

(4)′ $k_y>\dfrac{|\varDelta K|}{|\varDelta L|}=k_0>k_x$のケース

(5)′ $k_y>k_0>\dfrac{|\varDelta K|}{|\varDelta L|}=k_x$のケース

(6)′ $k_y>\dfrac{|\varDelta K|}{|\varDelta L|}>k_0>k_x$のケース

(7)′ $k_y>k_0>\dfrac{|\varDelta K|}{|\varDelta L|}>k_x$のケース

我々は両生産要素賦存量が共に増加する場合は基本的なリプチンスキーのケースを組み合わせることにより分析することが可能である。現在の諸ケースも生産要素が減少したときのリプチンスキーのケースを組み合わせることによって分析できることを示すことができる。しかしながら繰り返しを避けるために(1)′のケースのみに分析を限定した。

(a) $\dfrac{|\varDelta K|}{|\varDelta L|}>k_y>k_0>k_x$のケース

このケースは両生産要素が増加するときの天野氏のケース(a)に対応する。第22図にこのケースの生産点の移動を図示した。この図は第6図と同一の図である。[23] ボックス ダイアグラムが $XL_1Y'K_1$ から XL_0YK_0 に縮小した場合を考える。初期生産点Bから新生産点Aへの移動が i' 点からA点に到る二点鎖線で示され、Y財の産出量は $Yi'(=Y'B)$ から YA に減少し、X財はXBからXAに増加する。ここで補助線 $V'V'$ 線、$S'S'$ 線は各B点からの距離が労働の減少、資本の減少の絶対値に等しくなるように描かれている。我々はまた、生産要素の変化量が負であることを留意すれば第7図の「生産要素移動の波及過程」をそのまま利用することができる。したがって両部門の生産要素の変化と両財の変化率は各次式になる。

$$|\varDelta L_y| = \frac{|\varDelta L|\left(\frac{|\varDelta K|}{|\varDelta L|}-k_x\right)}{k_y-k_x} \cdots\cdots (4-2)\text{式に対応} \qquad (6-1)$$

$$|\varDelta K_y| = \frac{|\varDelta L|\,k_y\left(\frac{|\varDelta K|}{|\varDelta L|}-k_x\right)}{k_y-k_x} \cdots\cdots (4-1)\text{式に対応} \qquad (6-2)$$

$$\varDelta L_x = \frac{|\varDelta L|\left(\frac{|\varDelta K|}{|\varDelta L|}-k_y\right)}{k_y-k_x} \cdots\cdots (4-4)\text{式に対応} \qquad (6-3)$$

$$\varDelta K_x = \frac{|\varDelta L|\,k_x\left(\frac{|\varDelta K|}{|\varDelta L|}-k_y\right)}{k_y-k_x} \cdots\cdots (4-3)\text{式に対応} \qquad (6-4)$$

$$G(X) = \frac{|\varDelta L|\left(\frac{|\varDelta K|}{|\varDelta L|}-k_y\right)}{L_{x0}(k_y-k_x)} \cdots\cdots (4-8)\text{式に対応} \qquad (6-5)$$

$$|G(Y)| = \frac{|\varDelta L|\left(\frac{|\varDelta K|}{|\varDelta L|}-k_x\right)}{L_{y0}(k_y-k_x)} \cdots\cdots (4-6)\text{式に対応} \qquad (6-6)$$

また生産要素と両財の変化率との間には次の不等式が成立する。

$G(X) > G(L) > G(K) > G(Y)$ ……（４－９）式に対応　（６－７）

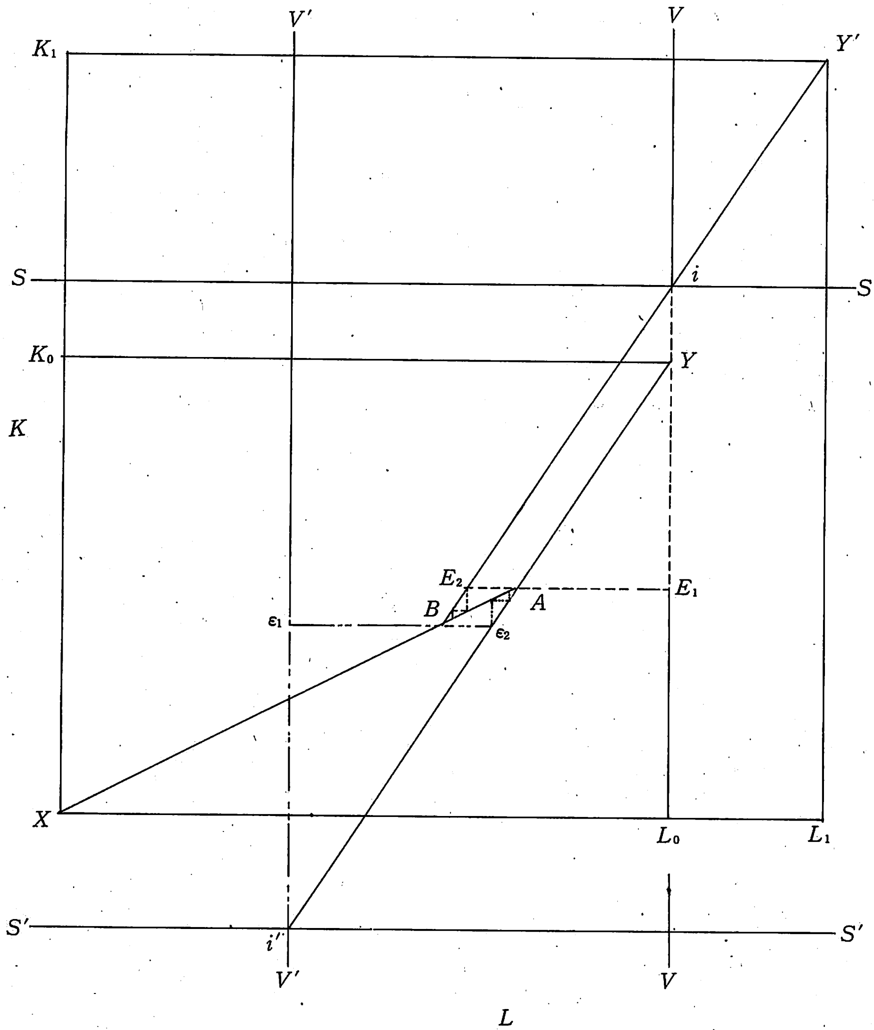
ここで $|G(L)| < |G(K)| < |G(Y)|$ である。

我々は第22図による分析を前節の生産要素が減少したときのリプチンスキーのケースを組み合わせて考察することができる。

第23図でボックス ダイアグラム、$XL_1Y'K_1$ から $XL_0Y''K_1$ への縮小を考える。これは〔$G(L) < 0$，$G(K) = 0$〕のケースである。生産点の移動は B 点から C 点に到る点線で示されている。ここで補助線 VV 線は初期生産点 B からの距離が労働の減少量の絶対値に等しいように描かれている。つぎにボッ

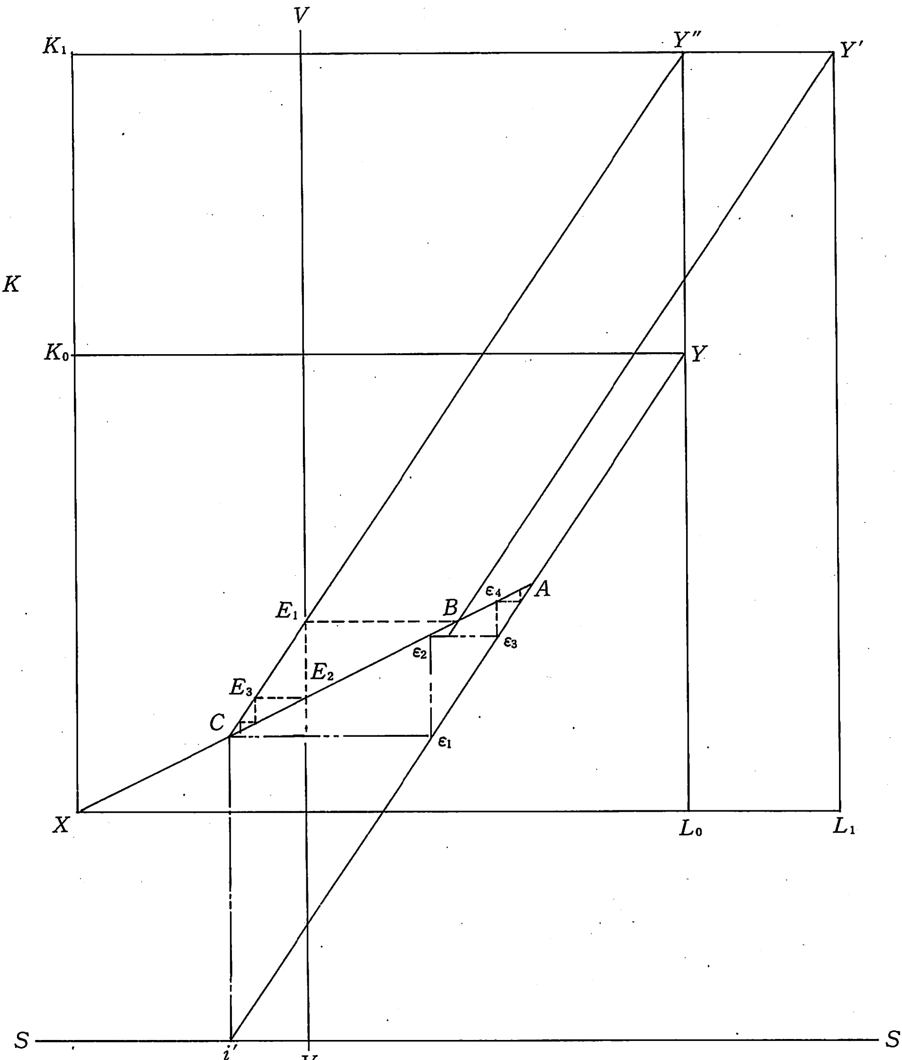
第22図 $\dfrac{|\Delta K|}{|\Delta L|} > k_y > k_0 > k_x$ **のケース**

$Y'B /\!/ i'A$



第23図 $\dfrac{|\Delta K|}{|\Delta L|} > k_y > k_0 > k_x$ **のケースの合成図**

$Y''C \mathbin{/\!/} Y'B \mathbin{/\!/} YA$



クス ダイアグラム、$XL_0Y''K_1$ から XL_0YK_0 への縮小を考えよう。これは〔$G(K)<0$, $G(L)=0$〕のケースである。初期生産点Cから新生産点Aへの移動が i' 点からA点に到る二点鎖線で示されている。ここで補助線SS線はこれまでと同様にC点からの距離が資本の減少量の絶対値に等しいように描かれている。以上で第22図で示した生産点のB点からA点への移動を生産要素が減少したときのリプチンスキーのケースの組み合わせ、すなわち第23図でB点からC点への移動、C点からA点への移動として理解することができる。

(b) その他のケース

生産要素が減少したときのリプチンスキーのケースの諸結果を第3表に整理した。この表は第1表に対応するものである。負値は絶対値で示した。この表

第3表 リプチンスキーのケース

各値＼ケース	$G(L)<0$, $G(K)=0$のケース		$G(K)<0$, $G(L)=0$のケース	
ΔL_x or $\|\Delta L_x\|$	$\dfrac{\|\Delta L\|k_y}{k_y-k_x}$	(5－3)	$\dfrac{\|\Delta K\|}{k_y-k_x}$	(5－10)
ΔK_x or $\|\Delta K_x\|$	$\dfrac{\|\Delta L\|k_xk_y}{k_y-k_x}$	(5－4)	$\dfrac{\|\Delta K\|k_x}{k_y-k_x}$	(5－11)
ΔL_y or $\|\Delta L_y\|$	$\dfrac{\|\Delta L\|k_x}{k_y-k_x}$	(5－1)	$\dfrac{\|\Delta K\|}{k_y-k_x}$	(5－8)
ΔK_y or $\|\Delta K_y\|$	$\dfrac{\|\Delta L\|k_yk_x}{k_y-k_x}$	(5－2)	$\dfrac{\|\Delta K\|k_y}{k_y-k_x}$	(5－9)
$G(X)$ or $\|G(X)\|$	$\dfrac{\|\Delta L\|k_y}{L_{x0}(k_y-k_x)}$	(5－5)	$\dfrac{\|\Delta K\|}{L_{x0}(k_y-k_x)}$	(5－12)
$G(Y)$ or $\|G(Y)\|$	$\dfrac{\|\Delta L\|k_x}{L_{y0}(k_y-k_x)}$	(5－6)	$\dfrac{\|\Delta K\|}{L_{y0}(k_y-k_x)}$	(5－13)

と第1表の差は ΔL、ΔK を各 $|\Delta L|$、$|\Delta K|$ で置き換えただけである。つぎに両生産要素が減少したときの両部門の生産要素の変化と両財の変化率は〔$G(L)<0$、$G(K)=0$〕のケースと〔$G(K)<0$、$G(L)=0$〕のケースとの各対応する式の差を求めることによって導出できる。ここでは正値から負値の絶対値を引いた。

X財部門の労働の変化………$\dfrac{|\Delta L|\left(\dfrac{|\Delta K|}{|\Delta L|}-k_y\right)}{k_y-k_x}$　（6－8）

X財部門の資本の変化………$\dfrac{|\Delta L|\,k_x\left(\dfrac{|\Delta K|}{|\Delta L|}-k_y\right)}{k_y-k_x}$　（6－9）

Y財部門の労働の変化………$\dfrac{|\Delta L|\left(k_x-\dfrac{|\Delta K|}{|\Delta L|}\right)}{k_y-k_x}$　（6－10）

Y財部門の資本の変化………$\dfrac{|\Delta L|\,k_y\left(k_x-\dfrac{|\Delta K|}{|\Delta L|}\right)}{k_y-k_x}$　（6－11）

X財の変化率…………………$\dfrac{|\Delta L|\left(\dfrac{|\Delta K|}{|\Delta L|}-k_y\right)}{L_{x0}(k_y-k_x)}$　（6－12）

Y財の変化率…………………$\dfrac{|\Delta L|\left(k_x-\dfrac{|\Delta K|}{|\Delta L|}\right)}{L_{y0}(k_y-k_x)}$　（6－13）

X財部門に関する3つの式の符号は $\dfrac{|\Delta K|}{|\Delta L|} \gtreqless k_y$ に応じて正、零、負となり、Y財部門に関する3つの式は $\dfrac{|\Delta K|}{|\Delta L|} \gtreqless k_x$ に応じて負、零、正となる。我々は

両生産要素が減少する場合の両部門の生産要素の変化と両財の変化率を（6－8）式～（6－13）式で表わすことができる。つぎに各ケースについて上式の符号を確定しよう。第2表に対応する表を第4表に示した[24]。

第4表　$G(L)<0$，$G(K)<0$ のケース

ケース ＼ 各値	ΔL_x	ΔK_x	$G(X)$	ΔL_y	ΔK_y	$G(Y)$	$G(X)$，$G(Y)$，$G(L)$，$G(K)$ の関係
(1)′ $\frac{\lvert\Delta K\rvert}{\lvert\Delta L\rvert}>k_y>k_0>k_x$	正	正	正	負	負	負	$G(X)>G(L)>G(K)>G(Y)$ $\lvert G(L)\rvert<\lvert G(K)\rvert<\lvert G(Y)\rvert$
(2)′ $k_y>k_0>k_x>\frac{\lvert\Delta K\rvert}{\lvert\Delta L\rvert}$	負	負	負	正	正	正	$G(Y)>G(K)>G(L)>G(X)$ $\lvert G(K)\rvert<\lvert G(L)\rvert<\lvert G(X)\rvert$
(3)′ $\frac{\lvert\Delta K\rvert}{\lvert\Delta L\rvert}=k_y>k_0>k_x$	零	零	零	負	負	負	$G(X)>G(L)>G(K)>G(Y)$ $\lvert G(L)\rvert<\lvert G(K)\rvert<\lvert G(Y)\rvert$
(4)′ $k_y>\frac{\lvert\Delta K\rvert}{\lvert\Delta L\rvert}=k_0>k_x$	負	負	負	負	負	負	$G(X)=G(L)=G(K)=G(Y)$
(5)′ $k_y>k_0>\frac{\lvert\Delta K\rvert}{\lvert\Delta L\rvert}=k_x$	負	負	負	零	零	零	$G(Y)>G(K)>G(L)>G(X)$ $\lvert G(K)\rvert<\lvert G(L)\rvert<\lvert G(X)\rvert$
(6)′ $k_y>\frac{\lvert\Delta K\rvert}{\lvert\Delta L\rvert}>k_0>k_x$	負	負	負	負	負	負	$G(X)>G(L)>G(K)>G(Y)$ $\lvert G(X)\rvert<\lvert G(L)\rvert<\lvert G(K)\rvert<\lvert G(Y)\rvert$
(7)′ $k_y>k_0>\frac{\lvert\Delta K\rvert}{\lvert\Delta L\rvert}>k_x$	負	負	負	負	負	負	$G(Y)>G(K)>G(L)>G(X)$ $\lvert G(X)\rvert>\lvert G(L)\rvert>\lvert G(K)\rvert>\lvert G(Y)\rvert$

Ⅶ　[$G(L)>0$，$G(K)<0$] と [$G(K)>0$，$G(L)<0$] のケース

一方の生産要素は増加し、他方の要素が減少する場合を考察しよう。これらのケースもリプチンスキーのケースを合成することによって分析することができる。

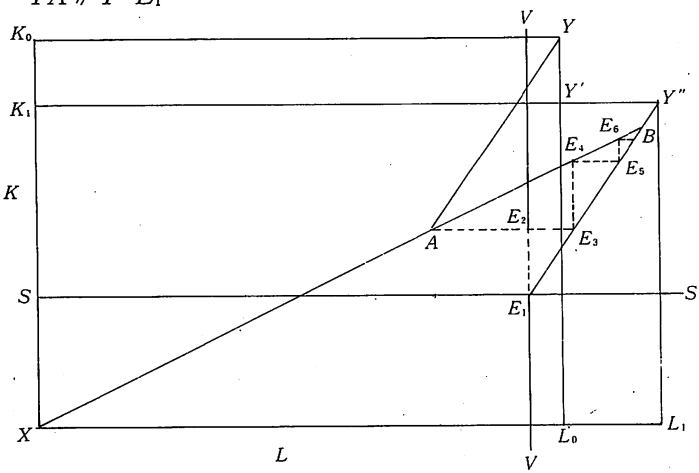
Ⅶ－1　$G(L)>0$，$G(K)<0$ のケース

このケースの生産点の移動を第24図に、その合成図を第25図に示した。

第24図で生産点はA点からB点に到る点線で示されている。X財はXAからXBに増加し、Y財は $Y''E_1(=YA)$ から $Y''B$ に減少する。つぎに第25図は、初期ボックス　ダイアグラム、XL_0YK_0 が資本の減少の結果として、$XL_0Y'K_1$

第24図　$G(L)>0,\ G(K)<0$ のケース

$YA /\!/ Y''E_1$

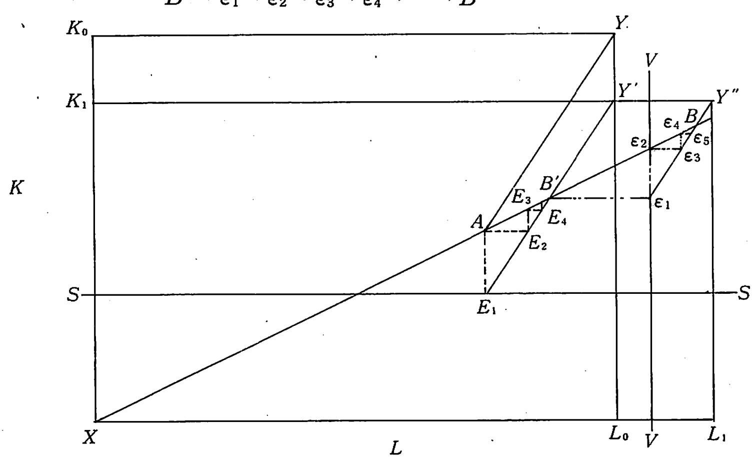


第25図　$G(L)>0,\ G(K)<0$ のケースの合成図

$YA /\!/ Y'E_1 /\!/ Y''\varepsilon_1$

$E_1 \to A \to E_2 \to E_3 \to E_4 \to \cdots \to B'$

$B' \to \varepsilon_1 \to \varepsilon_2 \to \varepsilon_3 \to \varepsilon_4 \to \cdots \to B$



に縮小し、さらに労働の増加の結果として $XL_1Y''K_1$ に拡張するものとして描かれている。補助線 SS 線は A 点からの距離が資本の減少量の絶対値に等しくなるように、そして VV 線は B' 点からの距離が労働の増加量に等しくなるように描かれている。我々はボックス ダイアグラム、XL_0YK_0 から $XL_0Y'K_1$ への縮小を〔$G(K)<0$, $G(L)=0$〕のケースとして、同様にボックス ダイアグラム、$XL_0Y'K_1$ から $XL_1Y''K_1$ への拡張を〔$G(L)>0$, $G(K)=0$〕のケースとして分析することができる。同図で前者は E_1 点から B' 点に到る点線で示され、後者は B' 点から B に到る二点鎖線で示されている。

したがってこのケースの生産要素の変化と両財の変化率は第3表の〔$G(K)<0$, $G(L)=0$〕のケースと第1表の〔$G(L)>0$, $G(K)=0$〕のケースの対応する式を各加えることによって求めることができる[(25)]。

X財部門の労働の増加……(5－10)式＋(3－1)式

$$\Delta L_x=\frac{\Delta L\left(k_y+\dfrac{|\Delta K|}{\Delta L}\right)}{k_y-k_x} \tag{7－1}$$

X財部門の資本の増加……(5－11)式＋(3－2)式

$$\Delta K_x=\frac{\Delta L\,k_x\left(k_y+\dfrac{|\Delta K|}{\Delta L}\right)}{k_y-k_x} \tag{7－2}$$

Y財部門の労働の変化……(5－8)式＋(3－3)式

$$|\Delta L_y|=\frac{\Delta L\left(k_x+\dfrac{|\Delta K|}{\Delta L}\right)}{k_y-k_x} \tag{7－3}$$

Y財部門の資本の変化……(5－9)式＋(3－4)式

$$|\Delta K_y|=\frac{\Delta L\,k_y\left(k_x+\dfrac{|\Delta K|}{\Delta L}\right)}{k_y-k_x} \tag{7－4}$$

X財の増加率……（５－12）式＋（３－７）式

$$G(X)=\frac{\Delta L\left(k_y+\frac{|\Delta K|}{\Delta L}\right)}{L_{x0}(k_y-k_x)} \tag{7-5}$$

Y財の変化率……（５－13）式＋（３－９）式

$$|G(Y)|=\frac{\Delta L\left(k_x+\frac{|\Delta K|}{\Delta L}\right)}{L_{y0}(k_y-k_x)} \tag{7-6}$$

そして両財及び生産要素の変化率の間には次の不等式が成立する。

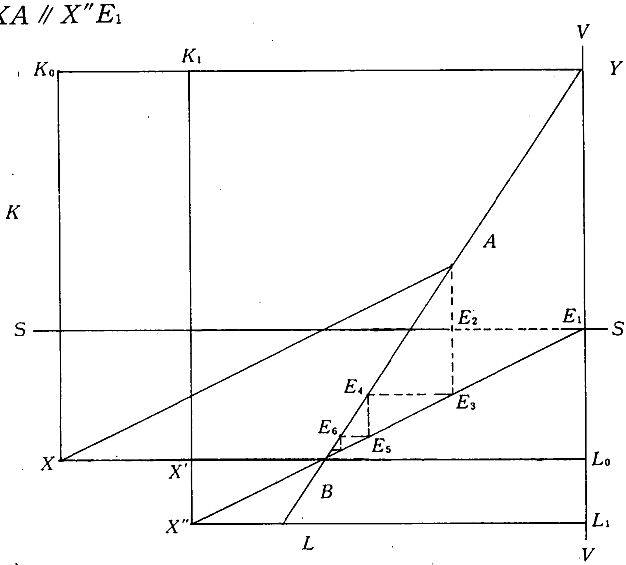
$G(X)>G(L)>G(K)>G(Y)$……（５－14）式と（３－11）式から（7－7）

Ⅶ－２　$G(K)>0$，$G(L)<0$のケース

前項とは逆に資本が増加し、労働が減少するケースを考察しよう。このケースのボックス　ダイアグラムは第26図に、その合成図は第27図に示されている。

第26図　$G(K)>0$，$G(L)<0$のケース

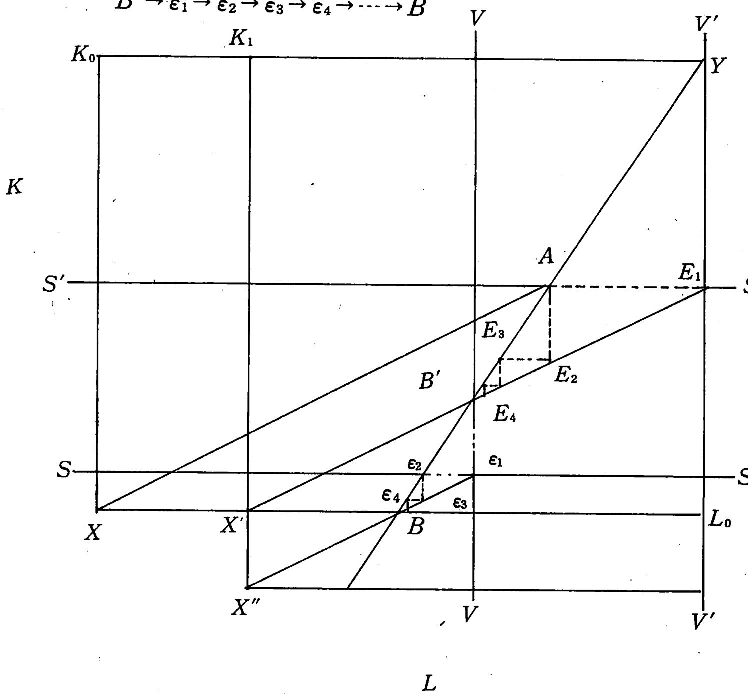
$XA /\!/ X''E_1$



第27図　$G(K)>0$, $G(L)<0$ のケースの合成図

$E_1 \to A \to E_2 \to E_3 \to E_4 \to \cdots \to B'$　　　$XA /\!/ X'E_1 /\!/ X''\varepsilon_1$

$B' \to \varepsilon_1 \to \varepsilon_2 \to \varepsilon_3 \to \varepsilon_4 \to \cdots \to B$



第26図で、Y財の産出量はYAからYBに増加し、X財は$X''E_1(=XA)$から$X''B$に減少する。前項と同じように、A点からB点への移動を第27図を用いて、〔$G(L)<0$, $G(K)=0$〕と〔$G(K)>0$, $G(L)=0$〕との２つのケースを合成して分析することができる。 前者はE_1点からB'点に到る点線で示され、後者はB'点からB点に到る二点鎖線で示されている。したがってこのケースについても、生産要素の変化と両財の変化率は第3表の〔$G(L)<0$, $G(K)=0$〕のケースと第１表の〔$G(K)>0$, $G(L)=0$〕のケースの各対応する式を加えることによって求めることができる。

X財部門の労働の変化……（３－16）式＋（５－３）式　　　（７－８）

$$|\varDelta L_x| = \frac{|\varDelta L|\left(k_y + \dfrac{\varDelta K}{|\varDelta L|}\right)}{k_y - k_x}$$

X財部門の資本の変化……（３－15）式＋（５－４）式 （７－９）

$$|\varDelta K_x| = \frac{|\varDelta L|\,k_x\left(k_y + \dfrac{\varDelta K}{|\varDelta L|}\right)}{k_y - k_x}$$

Y財部門の労働の増加……（３－14）式＋（５－１）式 （７－10）

$$\varDelta L_y = \frac{|\varDelta L|\left(k_x + \dfrac{\varDelta K}{|\varDelta L|}\right)}{k_y - k_x}$$

Y財部門の資本の増加……（３－13）式＋（５－２）式 （７－11）

$$\varDelta K_y = \frac{|\varDelta L|\,k_y\left(k_x + \dfrac{\varDelta K}{|\varDelta L|}\right)}{k_y - k_x}$$

X財の変化率……（３－20）式＋（５－５）式 （７－12）

$$|G(X)| = \frac{|\varDelta L|\left(k_y + \dfrac{\varDelta K}{|\varDelta L|}\right)}{L_{x0}(k_y - k_x)}$$

Y財の増加率……（３－18）式＋（５－６）式 （７－13）

$$G(Y) = \frac{|\varDelta L|\left(k_x + \dfrac{\varDelta K}{|\varDelta L|}\right)}{L_{y0}(k_y - k_x)}$$

また生産要素と両財の変化率との間には次の不等式が成立する。

$G(Y) > G(K) > G(L) > G(X)$……（３－21）式と（５－７）式から

（７－14）

Ⅷ 結び

我々は以上の分析を通じて小国経済の場合について、生産要素賦存量があらゆる方向へ変化するときのリプチンスキーの定理を考察した。第Ⅲ節で分析したリプチンスキーのケースが基本となり、他のケースはこのリプチンスキーのケースの合成として理解することが可能である。我々の分析の助けとなったのは「生産要素移動の波及過程」という視点であった。このような視点からの分析は生産点の移動を代数的に求めることを可能にし、さらに何よりもリプチンスキーの定理そのものの理解を容易にするものであった。たとえば我々は第IV節で「天野氏のケース」を考察したが、このケースに関する天野氏の命題[26]を、我々が生産要素移動の「第一次波及」と呼んだ段階ですでに部門間の要素移動が起ることから理解することができる。

生産要素の部門間移動が起る経済的理由は何か。世界価格比率一定の仮定は賃金・レンタル比率を固定することを意味する。このことはより増加率の高い生産要素の限界生産力を高い水準に維持することになろう。したがってより増加率の高い生産要素をより多く使用する財の生産は有利となるであろう。しかしこの生産要素の有利さをいつまでも享受することは不可能である。財価格比率一定のもとでは価格線は生産可能性曲線と交わり、収入(所得)の低下を伴うことになるからである。

つぎに生産要素移動の波及過程が収束するためには、$k_x/k_y<1$ という条件が満たされなければならない。さらに新生産点が完全雇用と両立するためには(2-9)式が満たされなければならない。

最後に、生産要素移動の波及過程における乗数 $\frac{k_y}{k_y-k_x}$ は k_y の増加につれて低下し、k_x の増加につれて上昇する。ここでの k_y、k_x の変化は賃金・レンタル比率一定のもとでの各部門の生産技術の変化を意味する。

昭和57年6月30日

注

(1) サミュエルソンの“strong factor intensity”の仮定である。

(2) 生産における限界代替率が不変であると仮定してもよい。

(3) 変化率のこのような表し方は文献〔2〕で用いられている。

(4) このような制約を越えて生産要素が変化するときの帰結は完全雇用の仮定が維持できないということである。第III節第3図参照。

(5) 労働増加分がより資本集約的であるY財部門に吸収されることはない。もしこのようなケースが生じると、資本不足、労働過剰の状態からやがてX財の産出量はゼロになるであろう。

(6) 仮定(3)から $k_x / k_y < 1$ である。

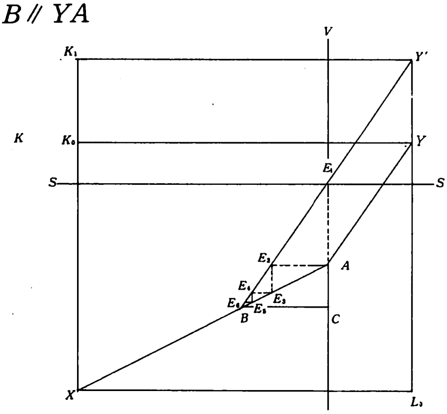
(7) $G(X) - G(L) = \dfrac{\Delta L}{L_{x0}} \cdot \dfrac{k_0}{k_y - k_x} > 0$、あるいは第1図から、Xの増加

$$= \frac{XB}{XA} = \frac{XL_3}{XL_2} = 1 + \frac{L_2L_3}{XL_2} > \frac{XL_1}{XL_0} = 1 + \frac{L_0L_1}{XL_0} = \text{労働の増加。}$$

なぜなら、$XL_2 = L_{x0} < XL_0 = L_0,\ L_2L_3 = \Delta Lx > XL_1 = \Delta L$ から明らかである。

(8) 資本増加を K_0Y の上方にとっても同様に考察できる。

$Y'B /\!/ YA$



(9) 以下の図でもX財部門の原点は左下、Y財部門の原点は右上のそれとする。

(10) 波及過程の収束の実行可能条件である（２－９）式は満されている。

(11) $\varDelta K_y / \varDelta L_y = k_y$が確かめられる。

(12) $|\varDelta K_x| / |\varDelta L_x| = k_x$が確かめられる。

(13) $G(Y) - G(K) = \dfrac{\varDelta K(K_{x0} + L_{y0} k_x)}{K_0 L_{y0} (k_y - k_x)} > 0$。あるいは第4図から$G(Y) > G(K)$がいえる。

$$Y\text{の増加}\cdots\cdots\cdots\frac{YB}{YA} = \frac{YL_0}{YD} = 1 + \frac{DL_0}{YD}$$

$$K\text{の増加}\cdots\cdots\cdots\frac{YL_1}{YL_0} = 1 + \frac{L_0L_1}{YL_0} = 1 + \frac{\varDelta K}{YL_0}$$

ここで $YD < YL_0$, $DL_0 > \varDelta K$。よって $G(Y) > G(K)$。

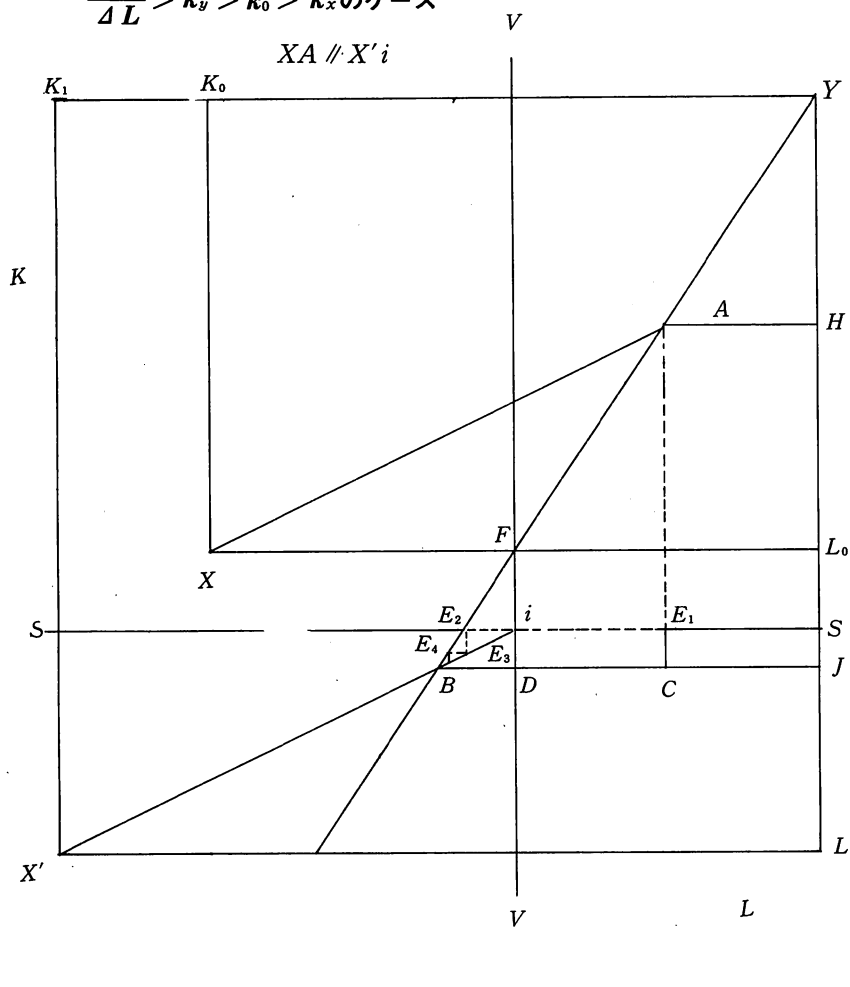
(14) 両生産要素が増加するケースは文献〔１〕、〔５〕でも分析されている。

(15) 天野明弘〔１〕、参照。

(16) 第６図とは逆に要素賦存量の変化量を左、下方に描いた図である。波及過程はA点からB点への点線で示してある。

$$Y\text{の増加} = \frac{YB}{YA} = \frac{YJ}{YH} = 1 + \frac{HJ}{YH}$$

$\frac{\varDelta K}{\varDelta L} > k_y > k_0 > k_x$ **のケース**



$$K\text{の増加} = \frac{YL_1}{YL_0} = 1 + \frac{\varDelta K}{YL_0}$$

両式の右辺から、$YL_0 > YH,\ HJ > \varDelta K$。ゆえに $G(Y) > G(K)$ が導かれる。あるいは、代数的に

$$G(Y)-G(K)=\frac{\Delta L\,k_y\left(\dfrac{\Delta K}{\Delta L}-k_x\right)}{K_{y0}\,(k_y-k_x)}-\frac{\Delta K}{K_0}$$

$$=\frac{K_{x0}\,\Delta L\,k_y\left(\dfrac{\Delta K}{\Delta L}-k_x\right)+K_{y0}\,\Delta L\,k_x\left(\dfrac{\Delta K}{\Delta L}-k_y\right)}{K_0\,K_{y0}\,(k_y-k_x)}>0$$

(17) 第9図から $G(X)>G(L)$ を導く。

X財の増加$=\dfrac{XB}{XA}=\dfrac{XH}{XM}=1+\dfrac{\Delta L_x}{XM}$

Lの増加 $=\dfrac{XL_1}{XL_0}=1+\dfrac{\Delta L}{XL_0}$

ここで $XM<XL_0$, $\Delta L_x>\Delta L$から明らかである。

又は $G(L_x)-G(L)=\dfrac{\Delta L\left(k_0-\dfrac{\Delta K}{\Delta L}\right)}{L_{x0}\,(k_y-k_x)}>0$、あるいは $G(L_x)>\dfrac{\Delta L}{L_{x0}}>\dfrac{\Delta L}{L_0}$。

(18) Y財の増加$=\dfrac{Y''A}{Y''i}=\dfrac{Y''D}{Y''F}=1+\dfrac{\Delta K}{Y''F}$

K財の増加$=\dfrac{Y''L_1}{Y'L_1}=1+\dfrac{\Delta K}{Y'L_1}$

ここで $Y''F=K_{y0}<Y'L_1=K_0$ から $G(Y)>G(K)$。

(19) X財の増加$=\dfrac{X''A}{X''i}=\dfrac{X''L_2}{X''M}=1+\dfrac{\Delta L}{X''M}=1+\dfrac{\Delta L}{L_{x0}}$

Lの増加 $=\dfrac{L_1X''}{L_1L_3}=1+\dfrac{\Delta L}{L_1L_3}=1+\dfrac{\Delta L}{L_0}$

ここで $L_0>L_{x0}$ から $G(X)>G(L)$。

(20) 代数的には次の連立方程式を解いて求めることができる。

① $\varDelta L = AE_1 + E_1 C$

② $\varDelta K = \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2 C$

③ $\varepsilon_1\varepsilon_2 = E_1 C k_y$

④ $\varepsilon_2 C = AE_1 k_x$

解は次式になる。

㋑ $\varDelta L_x = \dfrac{\varDelta L\left(k_y - \dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}\right)}{k_y - k_x}$　㋺ $\varDelta K_x = \dfrac{\varDelta L k_x\left(k_y - \dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}\right)}{k_y - k_x}$

㋩ $\varDelta L_y = \dfrac{\varDelta L\left(\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L} - k_x\right)}{k_y - k_x}$　㊁ $\varDelta K_y = \dfrac{\varDelta L k_y\left(\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L} - k_x\right)}{k_y - k_x}$

(21) 第16図から両部門の生産要素の増加は次の連立方程式から求めることができる。

① $\varDelta L = iE_2 + E_2 C$　② $\varDelta K = A\varepsilon_1 + BE_2$

③ $BE_2 = k_x i E_2$　④ $A\varepsilon_1 = k_y E_2 C$

解は次式となる。

㋑ $\varDelta L_x = \dfrac{\varDelta L\left(k_y - \dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}\right)}{k_y - k_x}$　㋺ $\varDelta K_x = \dfrac{\varDelta L k_x\left(k_y - \dfrac{\varDelta K}{\varDelta L}\right)}{k_y - k_x}$

㋩ $\varDelta L_y = \dfrac{\varDelta L\left(\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L} - k_x\right)}{k_y - k_x}$　㊁ $\varDelta K_y = \dfrac{\varDelta L k_y\left(\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L} - k_x\right)}{k_y - k_x}$

生産要素と産出量の増加率の大小関係は次のように求まる。

$$G(Y) - G(X) = \frac{\varDelta L\, L_0\left(\dfrac{\varDelta K}{\varDelta L} - k_0\right)}{L_{x0}\, L_{y0}\,(k_y - k_x)} > 0$$

上式と（２－12）式、あるいは（２－15）式から、

$G(Y) > G(K) > G(L) > G(X)$

の不等式が導出できる。この不等式はボックス　ダイアグラムからも導くことができる。

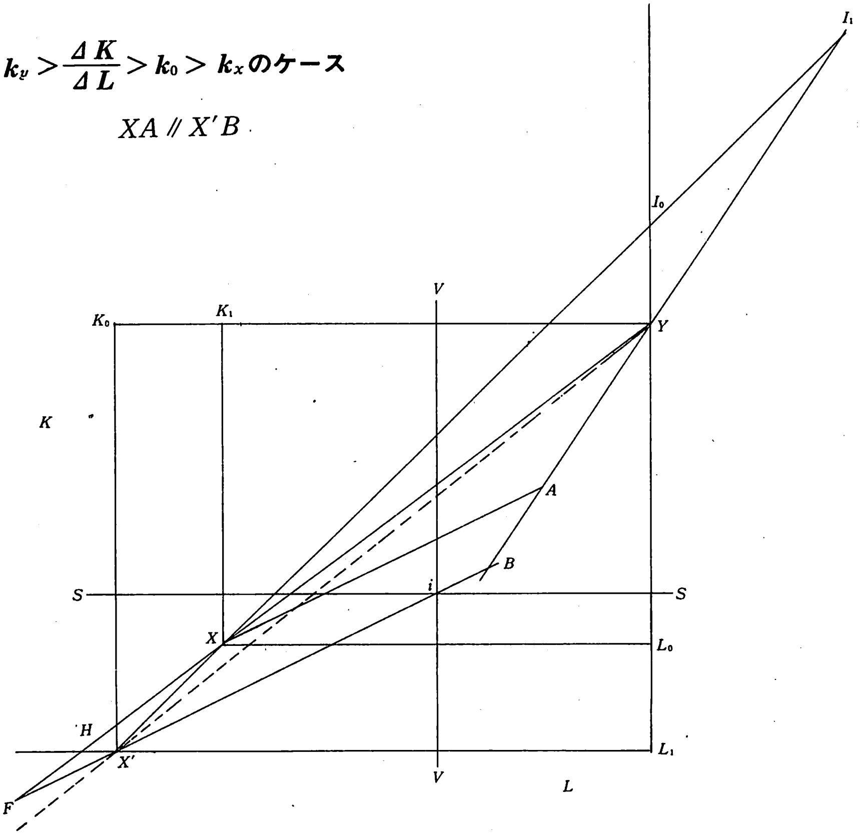
(1)Y財の増加$= \dfrac{YB}{YA} = \dfrac{YF}{YX} = \dfrac{FB}{XA} > \dfrac{X'B}{XA} =$ X財の増加

(2)資本の増加$= \dfrac{YL_1}{YL_0} = \dfrac{YH}{YX} < \dfrac{YF}{YX} =$ Y財の増加

(3)労働の増加$= \dfrac{X'L_1}{XL_0} < \dfrac{HL_1}{XL_0} = \dfrac{YL_1}{YL_0} =$資本の増加

$k_y > \dfrac{\Delta K}{\Delta L} > k_0 > k_x$のケース

$XA \,/\!/\, X'B$



(4)X財の増加　直線 $X'X$ と直線 YL_1 との交点を I_0、直線 $X'X$ と直線 AB との交点を I_1 とする。交点 I_1 は $k_y > \dfrac{\Delta K}{\Delta L}$ から必ず存在する。すると労働の増加 $= \dfrac{X'L_1}{XL_0} = \dfrac{X'I_0}{XI_0} = 1 + \dfrac{XX'}{XI_0}$。$X$財の増加 $= \dfrac{X'B}{XA} = \dfrac{X'I_1}{XI_1} = 1 + \dfrac{XX'}{XI_1}$。

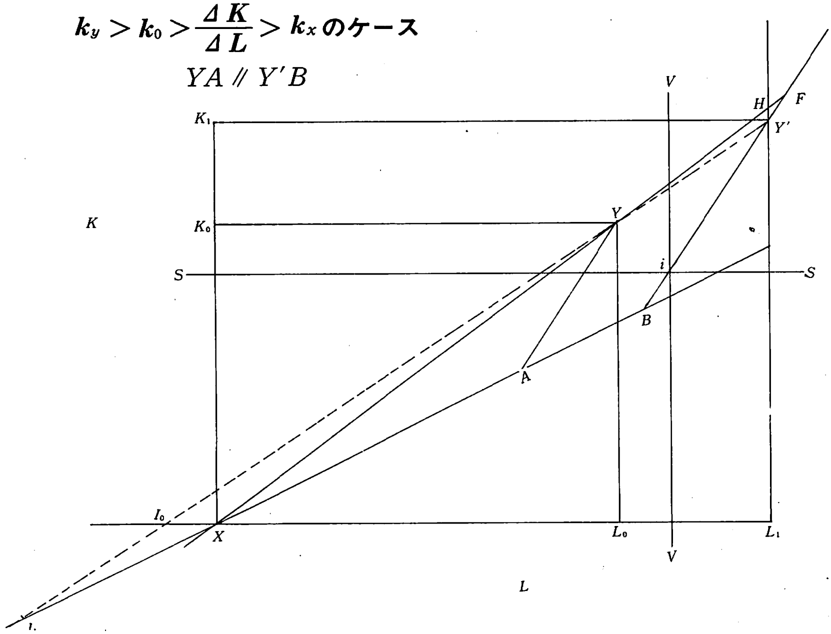
$XI_0 < XI_1$ から労働の増加がX財の増加より大きい。(1)〜(4)から（４－23）式が成立する。

(22)　各部門の生産要素の増加は注(20)、注(21)と全く同様な解として求まる。その理由は要素賦存量の増加量が両部門へ雇用され、初期賦存量の部門間移動がないからである。そして注(21)から $G(Y) - G(X) < 0$ となる。さらに（２－11）式を考慮すると（４－24）式が導ける。

そして注(21)と同様にこの不等式はボックス　ダイアグラムからも導くことができる。

$k_y > k_0 > \dfrac{\Delta K}{\Delta L} > k_x$ のケース

$YA \mathbin{/\!/} Y'B$



上図から産出量と生産要素の増加は次のようになる。

(1)X財の増加$=\dfrac{XB}{XA}=\dfrac{XF}{XY}=\dfrac{FB}{YA}>\dfrac{Y'B}{YA}=$ Y財の増加

(2)労働の増加$=\dfrac{XL_1}{XL_0}=\dfrac{HL_1}{YL_0}=\dfrac{XH}{XY}<\dfrac{XF}{XY}=$ X財の増加

(3)資本の増加$=\dfrac{Y'L_1}{YL_0}<\dfrac{HL_1}{YL_0}=$ 労働の増加

(4)Y財の増加$=\dfrac{Y'B}{YA}=\dfrac{Y'I_1}{YI_1}<\dfrac{Y'I_0}{YI_0}=$ 資本の増加

なぜならば $YI_1>YI_0$ から。

よって(1)～(4)から（4－24）式が導かれる。

(23) 必ずしも同一の図形を用いる必要はないが、種々のケースの対応を考えるときに同一の図形を用いることは便利である。

(24) 第2表と第4表は正、負が逆になっている。（4－25）式～（4－30）式と（6－8）式～（6－13）式から理由は明らかである。

(25) 両ケースの生産要素は同一方向へ変化するから。

(26) 天野明弘〔1〕

参 考 文 献

〔1〕 Amano, A., "Factor Endowment and Relative Prices:A Generalization of Rybczynski's Theorem," *Economica*, Nov. 1963, pp. 413～414.

〔2〕 荒憲治郎、『経済成長論』、岩波書店、1969。

〔3〕 Foley, D.K. and M. Sidrauski, *Monetary and Fiscal Policy in a Growing Economy*, 1971.

〔4〕 Gerakis, A., "A Geometrical Note on the Box Diagram," *Economica*, August 1961, pp.310～313.

〔5〕 Guha, A., "Factor and Commodity Prices in An Expanding Economy," *Quarterly. Journal of Economics*, Feb. 1963, pp. 149～155.

〔6〕 稲田、宇沢、『経済発展と変動』、岩波書店、1972。

〔7〕 Lancaster, K., "The Heckscher-Ohlin Trade Model : A Geometric Treatment," *Economica*, Feb. 1957, pp. 19～39.

〔8〕 Rybczynski, T. M., "Factor Endowment and Relative Commodity Prices," *Economica*, Nov. 1955, pp. 336～341.

〔9〕 Stolper, W. F. and P. A. Samuelson, "Protection and Real Wages," *Review of Economic Studies*, Nov. 1955, pp. 336～341.