

琉球大学学術リポジトリ

開放経済の最適収支動学：二国モデル

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学法文学部 公開日: 2008-01-29 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 徳島, 武, 徳島, 武 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/3217

開放経済の最適収支動学：二国モデル

徳島 武

1. はじめに

徳島（2002、2004）において、小国開放経済の最適収支動学が分析された。本論文において、これを二国モデルへ拡張する。小国モデルと二国モデルの違いは、前者は利子率が所与であり、後者はそれが二国のそれらの間に調整される所にある。但し、時間選好率は後者においても所与であり、二国共通であって、均衡において利子率と一致する。これは横断面の条件を満足するためである。また後者においては、両国の対外債務ストックの合計、または経常収支の合計がゼロとなる。これらの点が、小国から二国へと拡張する時の留意点である。これらの点を考慮して、この拡張は比較的容易である。本論文と小国モデルの分析と合わせて、一連の分析が、国際マクロ経済学の最適収支動学分析のプロトタイプとなるであろう。

論文の構成は、第2節でモデルについて説明し、第3節で投資の調整費用が存在するケースの分析を示し、第4節でそれが存在しないケースの分析を示し、第5節でまとめとする。

2. モデル

対称的な自国と外国を想定し、外国の変数は上付き添字のアスタリスク(*)で区別する。よって自国のモデルのみ示す。政府部門を捨象したモデルを示し、分析の展開で、それも含んだケースを説明する。徳島（2002）同様に、社会的最適（パレート最適）の見地からの動学的最適化分析を想定し、中央計画当局が第0期（今期）における民間非銀行部門の代表的家計の厚生を、制約条件の下で最大化することを仮定する。代表的家計の瞬時的効用関数は、時間に関して加法分離的であり、

$$(2.1) \quad u_t = u(c_t)$$

とする。 c_t は消費であり、下付きの添字 t は時間を示している。この効用関数は非負で強い凹関数であり、

$$0 < u_1, u_{11} < 0$$

を仮定する¹⁾。また

$$\lim_{c \rightarrow 0} u_1 = +\infty, \lim_{c \rightarrow +\infty} u_1 = 0$$

も仮定する。無限期間モデルを仮定すると、代表的家計の厚生は、その消費の効用の総現在価値となり、

$$(2.2) \quad \int_0^{\infty} u(c_t) e^{-\theta t} dt$$

となる。 θ は時間選好率あるいは主観的割引率であり、

$$(2.3) \quad 0 < \theta = \theta^* = \theta'' < 1$$

の、所与の値をとると仮定する。制約条件は、対外債務ストックと資本ストックの各々と、フローの変数の関係を示す式であり、

$$(2.4) \quad \dot{F}_t = c_t + i_t [1 + \phi(i_t/k_t)] + r_t^* F_t - f(k_t, A)$$

$$(2.5) \quad \dot{k}_t = i_t$$

である。 F_t は対外債務ストック、 k_t は資本ストック、 i_t は純投資、 r_t^* は外国利子率で、対外取引はすべて対外債務で決済される。 A は技術レベルを示す所与のパラメータであり、 $f(k_t, A)$ は生産関数で、国内純生産（NDP）に相当し、

$$0 < f_1, f_2, f_{11}, f_{22} < 0, 0 < f_{12} = f_{21}, \lim_{k \rightarrow 0} f_1 = +\infty, \lim_{k \rightarrow +\infty} f_1 = 0$$

を仮定する²⁾。 $\phi(i_t/k_t)$ は投資の調整費用関数であり、

$$\phi(0) = 0, 0 < \phi', \phi''$$

を仮定する³⁾。

自国における動学的最適化分析は、以下のようにまとめられる。

$$\begin{aligned} & \max \int_0^{\infty} u(c_t) e^{-\theta t} dt \\ \text{s.t. } & \dot{F}_t = c_t + i_t [1 + \phi(i_t/k_t)] + r_t^* F_t - f(k_t, A) \end{aligned}$$

$$\dot{k}_t = i_t$$

$$k_0, A \geq 0, 0 < \theta < 1, F_0 \text{ given}$$

$$c_t, k_t \geq 0 \text{ for all } t$$

但し投資の調整費用が存在しないケースでは、対外債務の制約式からそれが除かれる。また投資の調整費用が存在するケースでは、

$$(2.6) \quad 0 < \theta = \theta^* = r_t = r_t^* < 1$$

として分析する。そして二国の収支を分析する際には、

$$(2.7) \quad F_t + F_t^* = 0$$

としなければならない。制御変数は、 c_t 、 i_t であり、状態変数は、 F_t 、 k_t である。各変数は一人あたりのものであり、人口成長は仮定せず、今期（第0期）の人口を1とする。また以下の分析では特に必要を認めない限り、下付きの添字 t は省略する。

3. 投資の調整費用が存在するケース

このケースにおける自国のハミルトニアンは、 $-\lambda$ 、 λq を共役変数とし、(2.6) より、

$$H = u(c) - \lambda \{c + i[1 + \phi] + \theta F - f(k, A)\} + \lambda q i$$

である。最適のための条件は、

$$(3.1) \quad \frac{\partial H}{\partial c} = u_1 - \lambda = 0$$

$$(3.2) \quad \frac{\partial H}{\partial i} = -\lambda \{[1 + \phi] + \frac{i}{k} \phi'\} + \lambda q = 0$$

$$(3.3) \quad \dot{\lambda} = \lambda \theta + \frac{\partial H}{\partial F} = \lambda \theta - \lambda \theta = 0$$

$$(3.4) \quad (\dot{\lambda} q) = \lambda q \theta - \frac{\partial H}{\partial k} = \lambda \{q \theta - f_1 - \left(\frac{i}{k}\right)^2 \phi'\}$$

$$(3.5) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (-\lambda F) e^{-\theta t} = 0$$

$$(3.6) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (\lambda q k) e^{-\theta t} = 0$$

となり、徳島（2002）と全く同様になる。よって（2.7）に注意して、二国モデルの分析は、小国のそれが適用できる。上付き添字 e で均衡値を示し、経常収支 CB 、貿易収支 TB を

$$CB_t = -\dot{F}_t = f(k_t, A) - c_t - i_t[1 + \phi_t] - \theta F_t$$

$$TB_t = f(k_t, A) - c_t - i_t[1 + \phi_t]$$

と定義して、最適動学経路（収束経路）を図示すると、

$$\text{図 1} : A = A^*, k_0^* < k_0, k^e = k^{e*}, F_0^* < 0 < F_0, F^e = F^{e*} = 0$$

$$\text{図 2} : A^* < A, k_0 = k_0^*, k^{e*} < k^e, F_0 = F_0^* = 0, F^{e*} < 0 < F^e$$

$$\text{図 3} : A^* < A, k_0 = k_0^*, k^{e*} < k^e, F_0^* < 0 < F_0, F^{e*} < 0 < F^e$$

$$\text{図 4} : A^* < A, k_0 = k_0^*, k^{e*} < k^e, F_0 < 0 < F_0^*, F^{e*} < 0 < F^e$$

となる。 $A < A^*$ の場合は、自国と外国が逆になるだけである。貿易収支均衡線

$$TB = 0, TB^* = 0$$

の右側が貿易黒字で、左側が貿易赤字であり、経常収支均衡線

$$CB = 0, CB^* = 0$$

の右側が経常黒字で、左側が経常赤字である。最適経路上の F (F^*) と F^e (F^{e*}) の差は、

$$(\text{減少すべき対外債務ストック}) = (\text{経常黒字})$$

$$(\text{増加すべき対外債務ストック}) = (\text{経常赤字})$$

という意味で、最適経常赤字 ($F < F^e, F^* < F^{e*}$ の領域)、最適経常黒字 ($F^e < F, F^{e*} < F^*$ の領域) の大きさを示している。但しこの場合の経常収支は、長期分析におけるそれである。貿易収支の大きさは、この図では示せない。また図 1 は、

$$k_0 < k_0^*, F_0 < 0 < F_0^*$$

のケースもありうるし、図 3 の第 0 期の貿易収支は、自国と外国の黒字・赤字・均衡の計 9 通りの組み合わせがあることに、注意しなければならない。

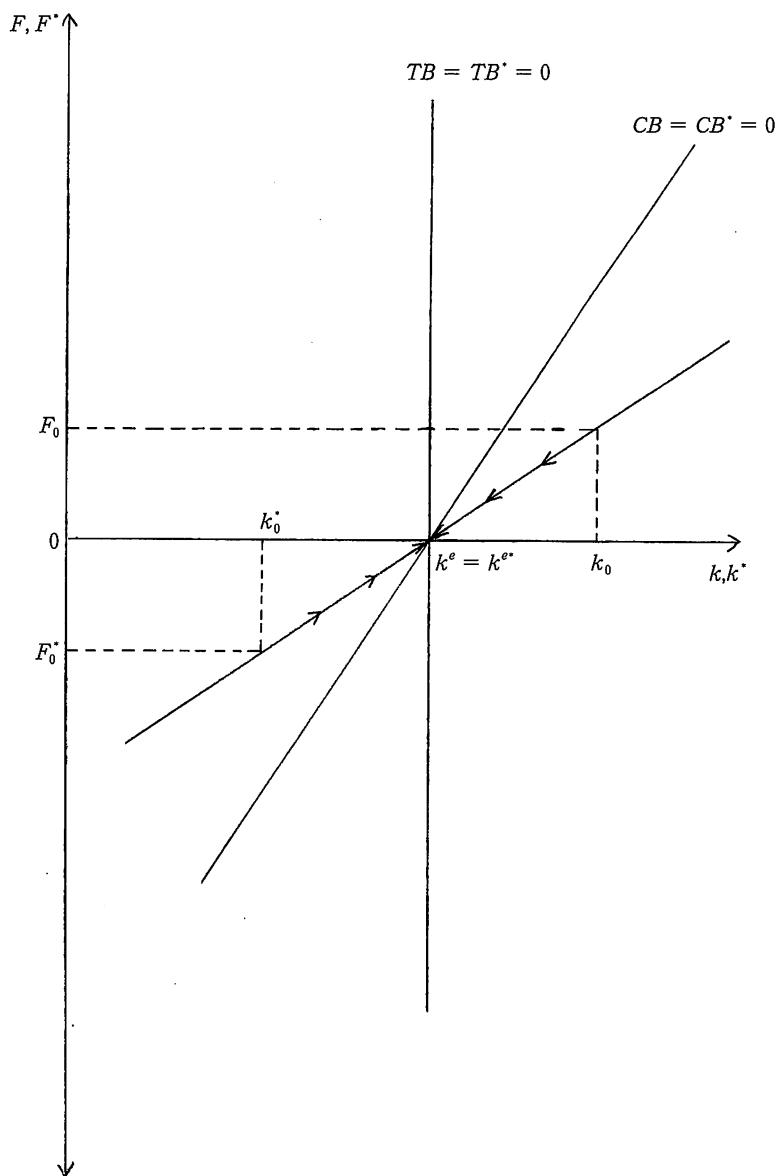


図 1

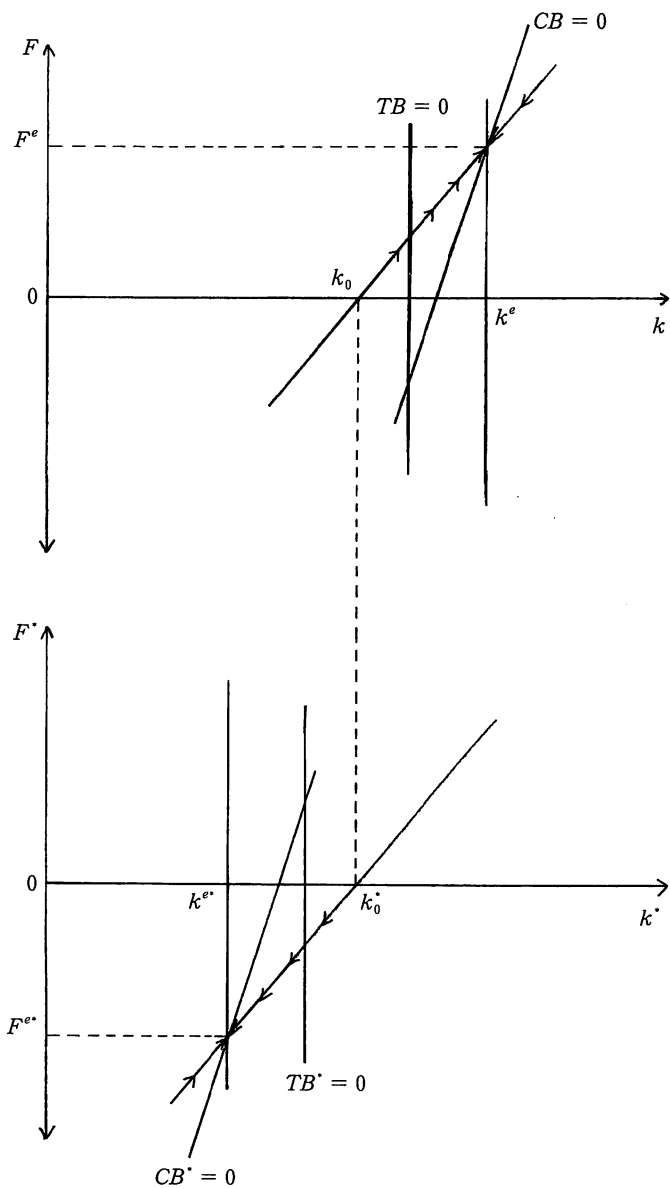


図 2

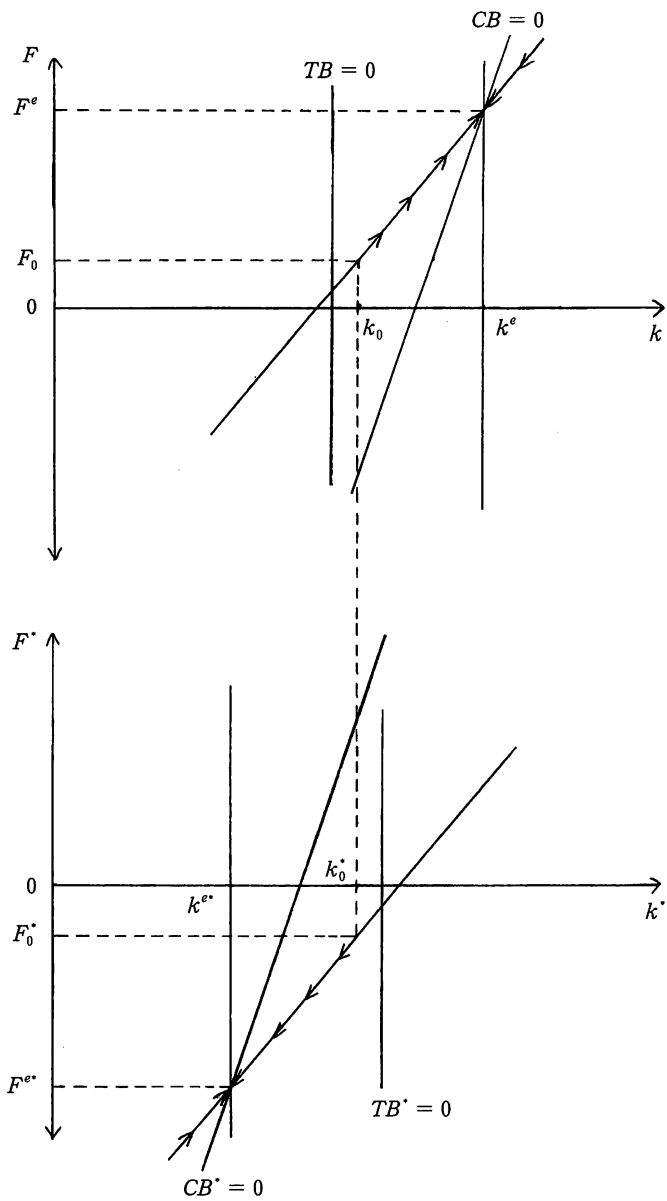


図 3

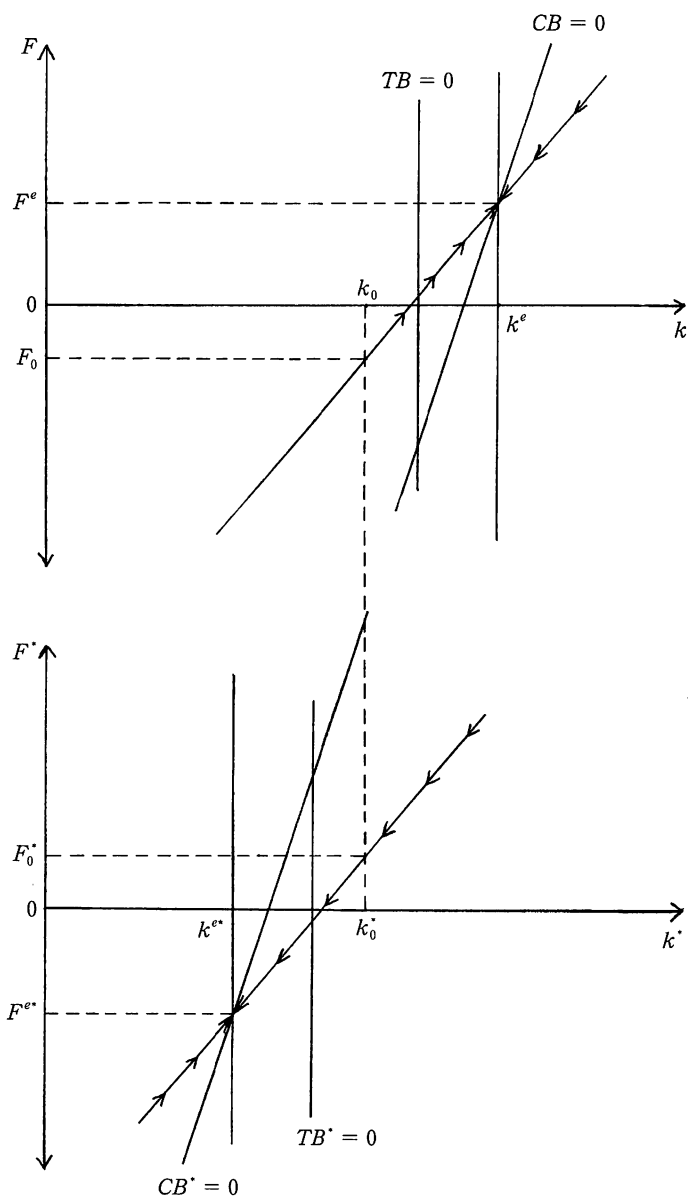


图 4

以上の分析より、政府部門を含んだ場合も、小国モデルの徳島（2004）同様に財政収支均衡となり、生産性ショックの分析も同様となつて、(2.7) を満足するように、自国と外国の対称的な動学経路となることは自明である。

4. 投資の調整が存在しないケース

このケースにおける自国のハミルトニアンは、 $-\lambda$ 、 β を共役変数とすると、

$$H = u(c) - \lambda [c + i + r^*F - f(k, A)] + \beta i$$

である。最適のための条件は、

$$(4.1) \quad \frac{\partial H}{\partial c} = u_1 - \lambda = 0 \quad \therefore u_1 = \lambda$$

$$(4.2) \quad \frac{\partial H}{\partial i} = -\lambda + \beta = 0 \quad \therefore \lambda = \beta$$

$$(4.3) \quad \dot{\lambda} = \lambda\theta + \frac{\partial H}{\partial F} = \lambda(\theta - r^*)$$

$$(4.4) \quad \dot{\beta} = \beta\theta - \frac{\partial H}{\partial k} = \beta\theta - \lambda f_1$$

$$(4.5) \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} (-\lambda F) e^{-\theta t} = 0$$

$$(4.6) \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} \beta k e^{-\theta t} = 0$$

となる。(4.2)、(4.3)、(4.4)より

$$\dot{\lambda} = \dot{\beta} = \lambda(\theta - r^*) = \beta(\theta - f_1)$$

となり、

$$(4.7) \quad r^* = f_1$$

となる。横断面の条件 (4.5) ・ (4.6) を満足するためには、定常均衡

$$\dot{\lambda} = \dot{\beta} = 0$$

に収束する動学システムでなければならないので、(4.1)、(4.7)、(2.3) を考慮して⁴⁾、

$$i) \quad r_0 < \theta^w < r_0^* (A = A^*, k_0 < k_0^* / A^* < A, k_0 = k_0^*) \text{ のとき}$$

$$\dot{c}^*, i^* < 0 < \dot{c}, i, \quad CB < 0 < CB^*$$

ii) $r_0^* < \theta^w < r_0(A = A^*, k_0^* < k_0 / A < A^*, k_0 = k_0^*)$ のとき

$$\dot{c}, i < 0 < \dot{c}^*, i^* \quad , CB^* < 0 < CB$$

となり、

$$i_k = \frac{\partial i}{\partial k} < 0$$

の条件が得られるので⁵⁾、 k と F の動学システムは、均衡の近傍で線形近似し、(2.6)を考慮して、

$$\begin{bmatrix} \dot{k} \\ \dot{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_k & 0 \\ i_k - f_i & \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k - k^c \\ F - F^c \end{bmatrix}$$

となり、係数行列式が負になるので、鞍点となる。また

$$\left. \frac{dF}{dk} \right|_{F=0} = -\frac{1}{\theta}(i_k - f_i) > 0$$

$$\left. \frac{dF}{dk} \right|_{k=0} = +\infty$$

なので、前節同様の動学システムとなり、経常収支と貿易収支

$$CB_t = -\dot{F}_t = f(k_t, A) - c_t - i_t - \theta F_t$$

$$TB_t = f(k_t, A) - c_t - i_t$$

の最適動学も前節同様となる。このケースでは c が ϕ の役割を果たしているのである。よって政府部門を含んだ場合の分析と生産性ショックの分析も、前節同様となる。

5. おわりに

二国モデルの最適収支動学分析は、小国モデルのその応用であることが示された。但し小国モデルの分析と大きく異なる点は、投資の調整費用の有無による最適動学の違いがないことである。これは、投資の調整費用が存在する場合はその関数 ϕ が、存在しない場合は消費 c が、動学システムの調整

役になっているからである。

最後に第4節の奇妙な条件

$$(4.7) \quad r^* = f_1$$

$$(4.7) \quad r = f_1^* \quad \text{※注の4) より}$$

について説明しておく。これらは世界利子率、すなわち他国からの借金の利子率が、自分の国の資本の限界生産力と等しいということである⁶⁾。世界利子率は対外債務ストックの増加関数なので⁷⁾、自分の国が経常赤字で資本ストックが過少 ($k_0 < k^*, k_0^* < k^{**}$) の場合に世界利子率が均衡値 θ^* を上回り、経常黒字で過大 ($k^* < k_0, k^{**} < k_0^*$) の場合にそれが θ^* を下回り、資本ストックと対外債務ストックが国際資本移動により調整されて、均衡へ至るといふ動学システムが成立するための条件になっている。

注

1) $u_1 = \frac{\partial u}{\partial c}, u_{11} = \frac{\partial^2 u}{\partial c^2}$ である。

2) $f_1 = \frac{\partial f}{\partial k}, f_2 = \frac{\partial f}{\partial A}, f_{11} = \frac{\partial^2 f}{\partial k^2}, f_{22} = \frac{\partial^2 f}{\partial A^2}, f_{12} = \frac{\partial^2 f}{\partial A \partial k}, f_{21} = \frac{\partial^2 f}{\partial k \partial A}$ である。

3) 調整費用は $i\phi(i/k)$ である。

4) 外国では、

$$\dot{\lambda}^* = \dot{\beta}^* = \lambda^*(\theta^* - r) = \beta^*(\theta^* - f_1^*)$$

となり、

$$r = f_1^*$$

となる。

5) $i = i_k(k - k^*)$ と線形近似する。

6) (借金の利子率) \leq (資本の限界生産力) でなければ、借金の元利合計は増大して行く。

- 7) 二国モデルは両国が大国のモデルなので、経常赤字による世界の資本市場からの資金吸収が、世界利子率を上昇させる。

参考文献

- 足立英之（1994）『マクロ動学の理論』有斐閣
- 井堀利宏（1996）『公共経済の理論』有斐閣
- 岩井克人・伊藤元重編（1994）『現代の経済理論』東京大学出版会
- 大住圭介（2003）『経済成長分析の方法』九州大学出版会
- 大和瀬達二（1987）『経済学におけるダイナミカルシステムの理論』税務経理協会
- 奥野信宏（1988）『公共経済』東洋経済新報社
- 小野善康（1992）『貨幣経済の動学理論』東京大学出版会
- （1999）『国際マクロ経済学』岩波書店
- 河合正弘（1994）『国際金融論』東京大学出版会
- 齋藤 誠（1996）『新しいマクロ経済学』有斐閣
- 須田美矢子編（1992）『対外不均衡の経済学』日本経済新聞社
- 大東一郎（1996）『内生的経済成長の基礎理論』三菱経済研究所
- 竹中平蔵・小川一夫（1987）『対外不均衡のマクロ分析』東洋経済新報社
- 津曲正俊（1993）『経済成長理論の新展開』三菱経済研究所
- 徳島 武（1996）「小国開放経済の新古典派成長モデルにおける財政収支、経常収支、そして貿易収支の動学分析：定額一括税と動学的最適化」『琉球大学経済研究』第52号、313-328
- （1997a）「小国開放経済の内生的成長モデル（バロー・モデル）における、財政収支、経常収支、そして貿易収支の動学分析：定額一括税と動学的最適化」『琉球大学経済研究』第53号、221-236
- （1997b）「内生的成長モデル（ローマー＝バロー・モデル）における3収支の動学的最適化分析」『琉球大学経済研究』第54号、21-37

- (1998) 「資本の限界生産力と最適貿易収支動学」『琉球大学経済研究』第56号、93-108
- (1999) 「小国開放経済における政府支出の最適構造」『琉球大学経済研究』第58号、73-86
- (2002) 「小国開放経済における経常収支と貿易収支の最適動学：生産性と横断面の条件」『琉球大学経済研究』第63号、179-197
- (2004) 「小国開放経済の最適収支動学：財政収支と生産性ショック」『琉球大学経済研究』第67号、13-34
- 西村清彦 (1990) 『経済学のための最適化理論入門』東京大学出版会
- 羽森茂之 (1996) 『消費者行動と日本の資産市場』東洋経済新報社
- 村田安雄 (1990) 「経常収支変動の異時点分析—無限期間モデル—」『関西大学経済論集』第40巻第1号、51-76
- (1994) 『現代マクロ経済学（新版）』有斐閣
- (1998) 『動的経済システムの最適制御』関西大学出版会
- 山口利夫 (1994) 『最適制御理論とカオス動学の基礎』三菱経済研究所
- Barro, R. J. (1974) "Are government bonds net wealth ?", *Journal of Political Economy* 82(6), 1095-1117
- (1990) "Government spending in a simple model of endogenous growth ", *Journal of Political Economy* 98, s103-125
- and X., Salai-i-Martin (1990) "Public finance in models of economic growth", *NBER Working Paper* No.3362
- and ————— (1995) *Economic Growth*, McGraw-Hill
- Bazdarich, M. J. (1978) "Opimal growth and stages in the balance of payments", *Journal of International Economics* 4, 425-443
- Blanchard, O. J. and S. Fischer (1989) *Lectures on Macroeconomics*, MIT Press
- Devereux. M. B. and S. Shi (1991) "Capital accumulation and the

- current account in a two-country model" *Journal of International Economics* 30 1-25
- Ferguson, B. S. and G. C. Lim (1998) *Introduction to dynamic economic models*, Manchester University Press
- Frenkel, J. A. and A. Razin (1992) *Fiscal Policy and the World Economy second ed.*, MIT Press
- Gandolfo, G. (1996) *Economic Dynamics third ed.*, Springer
- Hayashi, F. (1982) "Tobin's marginal q and average q: neoclassical interpretation", *Econometrica* 50(1), 213-224
- Ikeda, S. and I. Gombi (1998) "Habits, costly investment, and current account dynamics" *Journal of International Economics* 49, 363-384
- Kamin, M. I. and N. Schwartz (1991) *Dynamic Optimization second ed.*, North-Holland
- Karayalcin, C. (1994) "Adjustment costs in investment, time preferences, and the current account", *Journal of International Economics* 37, 81-95
- Krady, A. and J. Ventura (2000) "Current Accounts in Debtor and Creditor Countries" *The Quarterly Journal of Economics* CXV (463), November 1137-1167
- Lucas, R. E., Jr. (1988) "On the mechanics of economic development" *Journal of Monetary Economics* 22, July 3-42
- Matsuyama, K. (1987) "Current account dynamics in a finite horizon model" *Journal of International Economics* 23, 299-313
- Obstfeld, M. and K. Rogoff (1995) "The Intertemporal Approach to the Current Account" in G. Grossman and K. Rogoff eds., *Handbook of International Economics Vol.3* (Amsterdam, The Netherlands; Elsevier)

- and —— (1996) *Foundations of International Macroeconomics*, MIT Press
- Petit, M. L. (1990) *Control Theory and Dynamic Games in Economic Political Analysis*, Cambridge University Press
- Pitchford, J. (1995) *The Current Account and Foreign Debt*, Routledge
- Romer, P. (1986) "Increasing returns and long-run growth", *Journal of Political Economy* 94(5), 1002-1037
- Salai-i-Martin, X. (1990) "Lecture note on economic growth (II) :five proto-type models of endogenous growth", *NBER Working Paper* No.3564
- Sengupta, J.K. (1998) *New Growth Theory*, Edward Elgar
- Serven, L. (1995) "Capital goods imports, the real exchange rate and the current account", *Journal of International Economics* 39,79-101
- Turnovsky, S. J. (1995) *Methods of Macroeconomic Dynamics*, MIT Press
- (1996) "Fiscal policy, growth, and macroeconomic performances in a small open economy", *Journal of International Economics* 40, 41-66
- (1997) *International Macroeconomic Dynamics*, MIT Press
- and W. H. Fischer (1995) "The composition of government expenditure and its consequences for macroeconomic performance", *Journal of Economic Dynamics and Control* 19, 747-786
- Van der Ploeg, F. (ed.) (1994) *The Handbook of International Macroeconomics*, Basil Blackwell