河川ダム洪水の調節の計算法(農業工学科)

河川ダム洪水の調節の計算法

東　郷　成　蔵*

Seizo TOGO : Computation of flood control of a dam

I　緒　　言

河川を締め切って築造せられたダムのように貯水池水面形が細長であり、洪水時その上下流間に水面コウ配のある貯水池の洪水調節については、これまでの洪水調節の解法として採用された貯水池水面をレベルと仮定する解析は適当でない。(1)ダムアップされた河川の水面コウ配が2次放物線形であるということと、(2)貯水池の洪水調節解析水理微分方程式の解が、同じく貯水池の水面コウ配を非線形の2次関数式としてのみ得られることの両原理に基き、新に河川ダムの河水調節の解析とその計算法を考案し、各位の御批判をこうものである。

II　貯水池の水面積

Fig. 1においてA′B C′を河川とし、そのコウ配をIとする。今下流端AA′のダムアップがなされたとすれば、貯水池の水面コウ配はAB′C′となり、これはAおよびC′においてそれぞれ水平面ABと河床面BC′に接する2次放物線形となる。ダムクレストAを座標原点とし上方に水深h、水平方向に貯水池縦距ℓの両軸を考えると、この放物線は

$$\ell = 2\left(\ell_0 / I\right)^{1/2} h^{1/2} \quad \cdots\cdots (1)$$

ℓ …… 貯水面縦距

ℓ_1 …… 貯水池満水面縦距

I …… 河床コウ配

h …… 貯水池満水面よりの水深

で表わされる。

次に貯水池の水面積を考察するに、貯水池の水面形は地形図の等高線で見られるやうに其の形甚だしく不整形で、上述の縦距ℓに対応する横距bも種々雑多であってこれを一つの平均値b_0を求めて、水面積Aを計算してみると、

$$A = \ell \times b_0 = 2\, b_0 \left(\ell_0 / I\right)^{1/2} h^{1/2} \quad \cdots\cdots (2)$$

A …… hに対応する貯水池水面積

b_0 …… 平均横距

(2)式は非常なる姑息手段であるがやむを得ない。この説明は後節にゆずる。

* 琉球大学農学部農業工学科

琉球大学農学部学術報告　22 : 263～268 (1975)

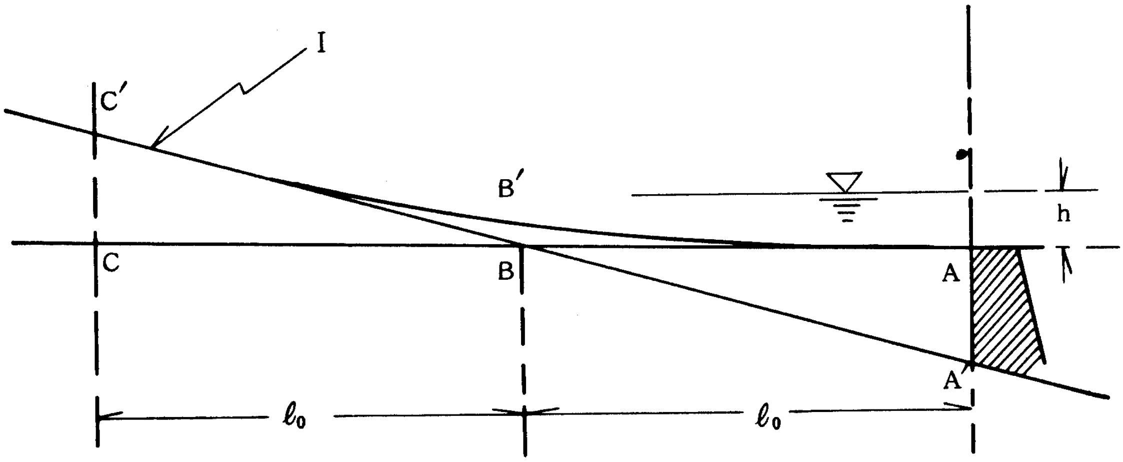

Fig 1. Water surface of a reservoir

Ⅲ　洪水調節基本解析

貯水池洪水調節の基本解析を述べるに、今時間をxとすれば流入量fはxの関数としてあらわさるから$f(x)$とする。同じく貯水池からの流出量φもxの関数となるから$\varphi(x)$とする。貯水池からの流出量は余水吐越流ゼキによるものとすれば、越流ゼキの長さをL、越流係数をC、セキ上水深をhとすれば、

$$\varphi(x) = \mathrm{C\,L\,h}^{3/2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

$\varphi(x)$…… 流出量

C …… セキ越流係数

L …… セキの長さ

ある微小時間dxを考えこの時間中に貯水池に流入する流入量をdf、貯水池から流出する流出量をdφ、貯水池水深の増減をdhとすると次の微分方程式が得られる。

$$\frac{df}{dx} - \frac{d\varphi}{dx} = A\frac{dh}{dx}$$

A …… 貯水池水面積

書き直して

$$f(x) - \varphi(x) = A\frac{dh}{dx}$$

(3)式を代入して

$$f(x) - \mathrm{CLh}^{3/2} = A\frac{dh}{dx} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

(4)式は貯水池洪水調節の基本微分方程式であるがこれの一般解はない。但し面積Aが次のやうな形で表わされる場合にのみ解が得られるのである。

$$A = \mathrm{Kh}^{1/2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

K…… 常数

すなわち貯水池の水面積がセキ越流水深の$1/2$乗に比例して変化する場合にのみ限定され、その解は次の如くなる(1)。

$$\varphi(x) = ae^{-ax}\int f(x)e^{ax}dx - ae^{-ax}\left|\int f(x)e^{ax}dx\right|_{x=0}$$

$$\varphi(x) = f(x) - \frac{f'(x)}{a} + \frac{f''(x)}{a^2} - \frac{f^{(3)}(x)}{a^3} + \cdots\cdots$$

$$- \left[f(0) - \frac{f'(0)}{a} + \frac{f''(0)}{a^2} - \frac{f^{(3)}(0)}{a^3} + \cdots\cdots \right] \qquad \cdots\cdots (6)$$

a ＝ 3 C L ／ 2K

e ＝ 2,718 自然対数の底

(6)式は貯水池洪水調節の基本解析式でxに任意の時刻を代入することにより、その時刻における流出量を知ることができる。また係数aは(2)および(3)式から容易に求められるが、aが$1>a$になる場合において、流入量$f(x)$がまた初期において小さい時は、$\varphi(x)$が負数となって計算される場合もあるが極めて初期に限定された場合は本計算を適用して充分である。大略の見当として、$a \geqq 1$なる場合は本計算法によって支障はないが、$a<1$なる場合は貯水池の地形状況が本計算に不適当であり、改めて貯水池洪水調節の一般解法[3]によらねばならぬ。

Ⅳ 計 算 例

1） 貯水池流入量曲線式$f(x)$の推定

貯水池流入量は時間xの関数であって、その時間的変化の状況は概ね次のやうな形態をとる。すなわち最初$x=0$においては$f(x)$は0、以下順次増加して$x=x_1$において$f(x)$は最大、以下順次減少して$x=x_2$において再び$f(x)=0$となる。その間$0<x<x_1$において増加趨勢が変曲する変曲点a、並びに$x_1<x<x_2$において減小趨勢が変曲する変曲点bが存在する。これらの諸性質を具備する代数関数式は

$$f(x) = x^m(x_2-x)^{(x_2/x_1-1)m} \qquad \cdots\cdots (7)$$

m …… 常数

(7)式中の常数mは変曲点aの値に最適するやう正の整数をとる必要がある。また指数$(x_2/x_1-1)m$も正の整数とするやうx_2/x_1の値を定むる必要がある。x_1は流入量最大の時刻であるから動かすことはできないがx_2は流入量終局の時刻でもあり、また貯水池洪水調節時限に殆んど関係薄いから$(x_2/x_1-1)m$が正の整数となるやう多小変化しても流入量曲線式には影響しない。いずれにしても流入量曲線式$f(x)$は積分可能な形体にするためである。

(6)式をみて明らかなる如く$f(x)$を代数関数式とし、かつその指数を正の整数とすれば、流出量曲線式$\varphi(x)$も亦極めて簡潔計算容易である。本計算例もこれを採用して遂行してみるために下に再記して計算に便ならしむと、

$$\varphi(x) = f(x) - f'(x)/a + f''(x)/a^2 - f^{(3)}(x)/a^3 + f^{(4)}(x)/a^4 - \cdots\cdots$$

$$- \left[f(0) - f'(0)/a + f''(0)/a^2 - f^{(3)}(0)/a^3 + f^{(4)}(0)/a^4 - \cdots\cdots \right] \qquad \cdots\cdots (8)$$

a ＝ 3 C L ／ 2 K

K ＝ $2 b_0 (\ell_0 / I)^{1/2}$

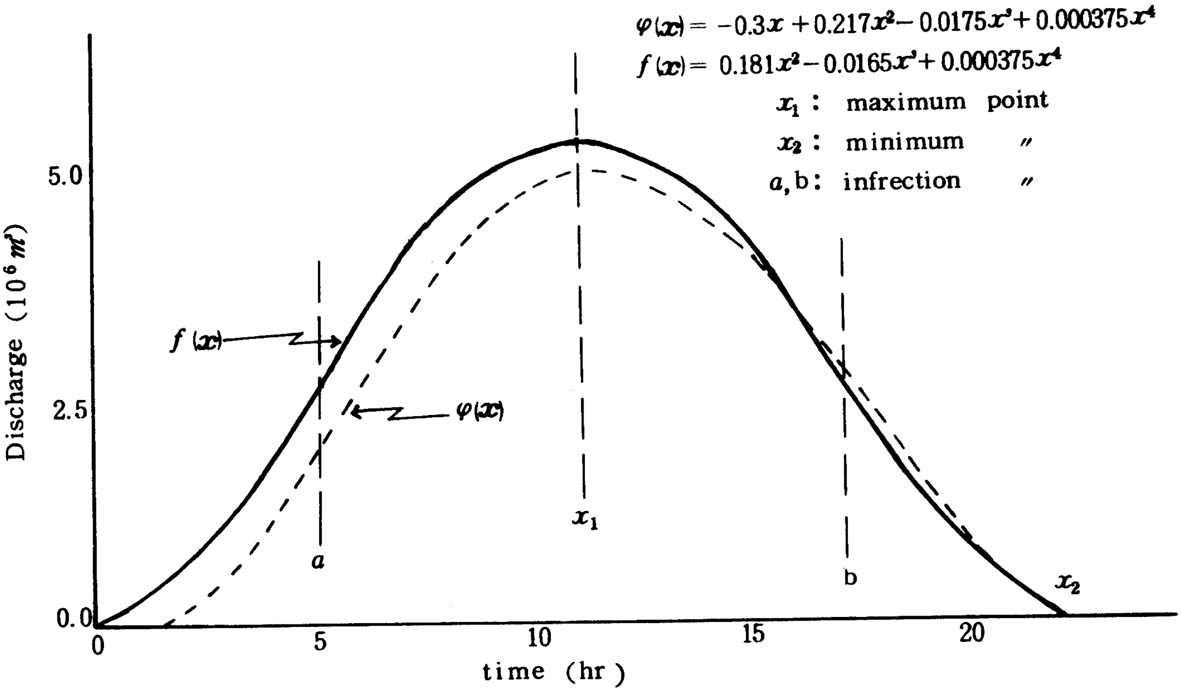

Fig 2. Graph of flood control of a reseruoir

2）計算例

貯水池に関するデータ

貯水池満水縦距	ℓ_0	=	5,000 m
河床コウ配	I	=	1/800
平均横距	b_0	=	1,000 m
越流ゼキ長	L	=	600 m
越流ゼキ越流係数	C	=	6,400
越流ゼキ越流水深	h	=	m
貯水池流入量	f	=	$10^6 m^3$ (Table 1)
貯水池流出量	φ	=	$10^6 m^3$
時限	x	=	hour

まず貯水池水面積を求むるに、式2)において

$$b_0 = 1000 \qquad \ell_0 = 5000 \qquad I_0 = 1/800$$

を代入して

$$A = 2 \times 1000 \times (5000 \times 800)^{1/2}\ h^{1/2}$$

$$A = 4 \times 10^6\ h^{1/2}$$

従ってKは

$$K = 4 \times 10^6$$

となる。次にこのKの値とC、Lの値よりaを求むると、

$$a = 3CL/2K = \frac{3 \times 6400 \times 600}{2 \times 4 \times 10^6} = 1.44$$

貯水池流入量曲線式を求むるに、式7)において、流入量データより最大流入量の起きる時刻x_1は$x_1 = 11$

最小流入量の起きる時刻x_2は $x_2=22$ であることがわかる。またmの値を $m=2$ とすればこの流入量曲線式$f(x)$は

$$f(x) = x^2(22-x)^2$$
$$f(x) = 484x^2-44x^3+x^4$$
$$f'(x) = 968x-132x^2+4x^3=4x\,(11-x)\,(22-x)$$
$$f''(x) = 968-264x+12x^2 \fallingdotseq 4\,(4.65-x)\,(17.34-x)$$
$$f'''(x) = -264+24x$$
$$f^{(4)}(x) = 24$$
$$f^{(5)}(x) = 0$$

Table 1. Value of inflow and outflow discharge

Time*	x	Inflow**			Outflow***
		data	calculate	point	
0		0.00	0.000		− 0.000
1		0.15	0.165		− 0.100
2		0.55	0.600		0.134
3		1.20	1.220		0.610
4		2.05	1.947		1.248
5	a	2.95	2.713	infrection	1.971
6		3.80	3.461		2.718
7		4.50	4.140		3.421
8		4.90	4.711		4.064
9		5.20	5.141		4.580
10		5.40	5.408		4.950
11	x_1	5.50	5.499	maximum	5.154
12		5.30	5.408		5.184
13		5.00	5.191		5.035
14		4.50	4.711		4.718
15		3.70	4.140		4.246
16		2.70	3.461		3.648
17	b	1.90	2.713	infrection	2.956
18		1.20	1.947		2.214
19		0.70	1.220		1.475
20		0.30	0.600		0.800
21		0.20	0.165		0.260
22	x_2	0.10	0.000	minimum	− 0.066

* Time hr

** Discharge 10^6 m^3

*** Discharge 10^6 m^3

これによってこれをみれば$f(x)$は $x=11$ において最大、$x=22$ において最小、また $x \fallingdotseq 4.65$ において変曲する、すなわちこの式が最も与えられたデータに類似することがわかる。よって最大流入量の出現時限と最大流入量の数量と一致さすため$f(x)$に係数 $5.5/[11\times(22-11)]^2=375.6\times10^{-6}$ を乗じて流入量曲線式を完成すれば

$$f(x)=375.6\times10^{-6}(484x^2-44x^3+x^4)$$
$$=0.181x^2-0.0165x^3+0.000375x^4 \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9)$$

この式に $x=0,1,2,\cdots\cdots,22$ を代入して流入量を求めたものがTeble 1 である。(9)式が求められた以降は順次計算を繰り返して

$$f'(x) = 0.362x-0.049x^2+0.0015x^3$$
$$f''(x) = 0.362-0.099x+0.0045x^2$$
$$f'''(x) = -0.099+0.009x$$
$$f^{(4)}(x) = 0.009$$

$a=1.44$ を代入して

$$f'(x)/a = 0.25x-0.0342x^2+0.001x^3$$
$$f''(x)/a^2 = 0.173-0.0473x+0.00215x^2$$
$$f^{(3)}(x)/a^3 = 0.0327+0.00297x$$
$$f^{(4)}(x)/a^4 = 0.00206$$

以上の諸式の値を(8)式にあてはめると所求の貯水池流出量曲線式$\varphi(x)$の全貌が判明する。今この式を(10)とすると、(10)式に 順次$x=0,1,2,3,\cdots\cdots,22$を代入し求めたものがTable 1である。

$$\varphi(x)=-0.3x+0.217x^2-0.0175x^3+0.000375x^4 \cdots\cdots\cdots \quad (10)$$

V 結 言

傾斜水面を持つ貯水池の洪水調節現象を努めて解析したものであるが未だ不可解な点など多々続出し、本稿は決して完璧ではない。さらばとて明らかに水面傾斜せる貯水池の洪水調節現象を黙視して一般の水平木面貯水池として取扱うことには賛し難い。これからのダムはむしろ傾斜水面が多くなるばかりでなく、ダムによらない普通河川の洪水現象解析にも、この傾斜水面貯水池の洪水調節論は準用さるべきであると思う。脱稿にあたり諸家の御批判と御教示を希ってやまない。

1975年5月25日

参 考 文 献

1. 本間仁、安芸皎一 1970 物部水理学、P 249、岩波書店
2. 東郷成蔵 1936 貯水池洪水調節の理論的解法、農業土木研究6(3)
3. 東郷成蔵 1974 貯水池洪水調節の計算、琉球大学農学部学術報告 **21**：231～236

Summary

The author has solved the differential equation of flood control of a reservoir, and newly devised the analysis of flood control of a reservoir which has a shaped water surface.