琉球大学学術リポジトリ

可変速駆動時における同期電動機の乱調振動現象の解析と一抑制法

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学工学部 公開日: 2008-03-31 キーワード (Ja): キーワード (En): Hunting, Lyapunov method, Variable frequency, Suppression control of hunting 作成者: 上里, 勝實, 千住, 智信, 本部, 敦利, 友利, 好克, Uezato, Katsumi, Senjyu, Tomonobu, Honbu, Atsutoshi, Tomori, Yoshikatsu メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/5471

可変速駆動時における同期電動機の乱調振動現象の解析と一抑制法

上里勝實*　千住智信*　本部敦利**　友利好克***

Analysis and Suppression Control of Hunting for Variable Speed Drive of Synchronous Motor

Katsumi UEZATO*　Tomonobu SENJYU*
Atsutoshi HONBU**　and　Yoshikatsu TOMORI***

Abstract

In recent years, for progress of the semiconductor devices, synchronous motor is used for variable speed drive. However, the hunting often gives rise to speed fluctuation of the rotor. In this paper, the occurring conditions of hunting is investigated by Lyapunov's direct method, and the suppression control of the hunting is proposed. The all machine parameters and drive frequency affect the hunting. In these analysis, the physical aspect of hunting is derived from simulations.

The suppression control that bases on the physical aspect of the hunting is proposed.

The control method would suppress the hunting perfectly by controlling inverter output voltage.

Key Words: Hunting, Lyapunov method, Variable frequency, Suppression control of hunting

1．まえがき

近年の半導体技術の発達により，同期電動機（ブラシレスモータを含む）は可変速駆動電動機として用いられるようになった．しかし，駆動周波数の大幅な変化により，ある条件下では，同期速度を中心とした回転速度の変動（乱調）が発生し，安定な運転ができなくなることが知られている．従来，この現象に関する研究は，一般的に電動機とインバータによって構成されるシステムを対象として行われてきた[1]．しかし，不安定原因は電動機及びインバータ双方にあるため，その発生機構を明確にすることは困難であり，従って乱調抑制法に関して十分な検討がなされているとはいい難い．しかし，最近のPWMインバータは，電動機にほぼ理想的な電源を供給することが可能となっているため，インバータ側に有する乱調発生原因は改善されつつある．一方，最近の研究では，電動機の鎖交磁束の変動により，制動トルクが負になった場合にシス

受理：1993年5月10日

* 工学部電気工学科　Dept. of Electrical Engineering, Fac. of Eng.
** 横河電機株式会社　Yokogawa Electric Co., Ltd.
*** 大学院工学研究科電気・情報工学専攻　Graduate Student, Electrical and Information Eng.

テムが不安定となる[2]と考えられている．これは乱調抑制の観点から重要な考察であり，電動機側の物理的な乱調発生機構の検討に重要な研究である．

同期機の自励現象に関しては，古くから解析が行われている．しかし，乱調振動の解析は非線形システムを扱うため解明が容易でなく，従来，計算機によって直接解を求める位相面法[3]やエネルギー関数を用いる方法[4]などが報告されている．

また，従来の解析ではシステム方程式が複雑になるため，漏れ磁束の影響を無視してきた．しかし，小形機の乱調現象の解明に関しては十分とはいえず，漏れ磁束を考慮したシステム方程式の導出が必要となる．

本研究では，忠実に乱調振動現象を記述する同期機の回転子運動方程式を調波平衡法[3][5]を用いて導き，次いで，非線形微分方程式を直接解くことなく，簡単な数値計算だけで系の安定評価が行えるリヤプノフ法を乱調振動の解析に適用[6][7]する．リヤプノフ法は，エネルギー関数を一般化したリヤプノフ関数を用いて安定判別を行う判別法であり，特に非線形システムにおいては有限な安定，不安定領域を求めることができる．このリヤプノフ法の不安定定理を用いることにより，同期電動機の乱調発生条件を回転子運動方程式から求めることができ，乱調振動が発生する不安定領域を容易に求められる．筆者らは，既にこの手法を商用周波数駆動による同期電動機の乱調現象の解析に適用し，妥当な結果を得ている[6][7]．

本論文では，文献（8）を基本とし，これまで考慮されていなかった漏れ磁束を考慮した新たな回転子運動方程式を導き，乱調振動の物理的発生機構を明らかにする．そして，可変速駆動時における機器パラメータの乱調に及ぼす影響について解析を行う．それらの結果より，乱調抑制法を提案し，シミュレーションによってその有用性を検討する．そして，乱調抑制システムにおける回転子運動方程式を導出し，リヤプノフ法による安定性解析により，提案した乱調抑制法の有効性を検討する．

2．同期機の回転子運動方程式の導出

図1のような二相2極突極形同期機を考える[3]．固定子は電機子巻線Ⅰ及びⅡを持ち，回転子は直軸方向の界磁巻線D及び横軸方向の制動巻線Qを持つとする．これらの巻線を流れる電流を同図のように i_1，i_2，I_d，I_q とし，またそれに対応する巻線の磁束鎖交数をそれぞれ λ_1，λ_2，Λ_d，Λ_q とする．ここで，電機子巻線Ⅰ及びⅡ，界磁巻線D及び制動巻線Qの各々の自己誘導係数を ℓ_1，ℓ_2，L_d，L_q とし，相互誘導係数を m_{12}，m_{d1}，m_{q1}，m_{d2}，m_{q2}，m_{dq} とすると，磁束鎖交数は次のような行列で表すことができる．

$$\begin{bmatrix}\lambda_1\\ \lambda_2\\ \Lambda_d\\ \Lambda_q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\ell_1 & m_{12} & m_{d1} & m_{q1}\\ m_{12} & \ell_2 & m_{d2} & m_{q2}\\ m_{d1} & m_{d2} & L_d & m_{dq}\\ m_{q1} & m_{q2} & m_{dq} & L_q\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_1\\ i_2\\ I_d\\ I_q\end{bmatrix} \tag{1}$$

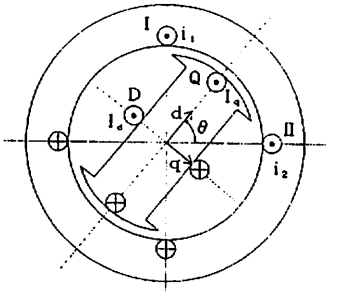


図1．二相2極同期機
Fig. 1. Two-phase two-pole synchronous machine.

図1に示すように角 θ を定めると，（1）式の各誘導係数は次のように θ の関数として表される．

$$\left.\begin{aligned}
\ell_1&=\ell_d\cos^2\theta+\ell_q\sin^2\theta\\
\ell_2&=\ell_d\sin^2\theta+\ell_q\cos^2\theta\\
m_{d1}&=M_d\cos\theta\\
m_{d2}&=-M_d\sin\theta\\
m_{q1}&=M_q\sin\theta\\
m_{q2}&=M_q\cos\theta\\
m_{12}&=-(\ell_d-\ell_q)\sin\theta\cos\theta\\
m_{dq}&=0
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

但し，ℓ_d，ℓ_q はそれぞれ直軸及び横軸方向の共通磁束による電機子巻線の自己誘導係数であり，同様に L_d，L_q は界磁巻線によるものである．また，相互誘導係数 M_d，M_q は各巻線の漏れインダクタンスを電機子巻線については ℓ_s，界磁巻線については L_{ds}，L_{qs} とおくとき次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned}
M_d^2&=(\ell_d-\ell_s)(L_d-L_{ds})\\
M_q^2&=(\ell_q-\ell_s)(L_q-L_{qs})
\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

次に電機子及び界磁巻線の回路方程式を導く．まず

1相当りの電機子回路抵抗をｒとし，電機子巻線Ⅰ，Ⅱ相の端子電圧（瞬時値）をe_1，e_2とすれば，電機子回路において次の電圧平衡式が成り立つ．

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\lambda_1}{dt}+ri_1+e_1=0\\ \frac{d\lambda_2}{dt}+ri_2+e_2=0\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

磁束鎖交数λ_1，λ_2，電圧e_1，e_2及び電流i_1，i_2を直軸，横軸成分に変換する．すなわち

$$\left.\begin{aligned}\lambda_d&=\lambda_1\cos\theta-\lambda_2\sin\theta\\ \lambda_q&=\lambda_1\sin\theta+\lambda_2\cos\theta\\ e_d&=e_1\cos\theta-e_2\sin\theta\\ e_q&=e_1\sin\theta+e_2\cos\theta\\ i_d&=i_1\cos\theta-i_2\sin\theta\\ i_q&=i_1\sin\theta+i_2\cos\theta\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

とおけば（4）式は

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\lambda_d}{dt}+\lambda_q\frac{d\theta}{dt}+ri_d=-e_d\\ \frac{d\lambda_q}{dt}-\lambda_d\frac{d\theta}{dt}+ri_q=-e_q\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

となる．

次に界磁巻線及び制動巻線の抵抗をそれぞれR_d，R_qとし，直流励磁電圧をE_dとすれば，これらの巻線の電圧平衡方程式は次のようになる．

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\Lambda_d}{dt}+R_dI_d=E_d\\ \frac{d\Lambda_q}{dt}+R_qI_q=0\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

以上の考察は一般に2p極機に対してもθを電気角と考えれば成立する．

回転子に生ずる時計方向（θの減る方向）の電磁トルクは，その巻線電流と磁束鎖交数の積の和で示され，

$$T=p(\lambda_1i_2-\lambda_2i_1)=p(\lambda_di_q-\lambda_qi_d) \tag{8}$$

となる．回転子を含む回転部分の慣性能率をＪとし，外部から加わる反時計方向トルクをT_Lとすれば回転子の運動方程式は次式のようになる．

$$J\frac{d^2}{dt^2}\left[\frac{\theta}{p}\right]+T=T_L \tag{9}$$

但し，θ／ｐは機械角である．

電機子巻線の端子電圧e_1，e_2は正弦波であるとして，

$$\left.\begin{aligned}e_1&=E\sin\omega t\\ e_2&=E\cos\omega t\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

と置く．ここに電源容量は十分に大きく，Ｅ及びωは一定とする．

（5）式のｄ－ｑ変換を行えば（10）式は

$$\left.\begin{aligned}e_d&=-E\sin\delta\\ e_q&=E\cos\delta\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

但し，$\delta=\theta-\omega t$

となる．ここでδは負荷角であり，同期速度に対する回転子の位相角を表す．

以上，同期機の微分方程式として，電機子回路方程式（6）式，回転子側回路方程式（7）式及び回転子運動方程式（9）式を導いた．次に各巻線電流について連立微分方程式を構成する．まず，（1）式に（2）式の関数を代入し，さらに（5）式のｄ－ｑ変換を用いると次式が得られる．

$$\left.\begin{aligned}\lambda_d&=\ell_di_d+M_dI_d\\ \lambda_q&=\ell_qi_q+M_qI_q\\ \Lambda_d&=M_di_d+L_dI_d\\ \Lambda_q&=M_qi_q+L_qI_q\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

(12) 式を用いて（6），（7）式を整理すると

$$\left.\begin{aligned}\ell_d\frac{di_d}{dt}+M_d\frac{dI_d}{dt}+(\ell_qi_q+M_qI_q)\frac{d\theta}{dt}+ri_d=E\sin\delta\\ \ell_q\frac{di_q}{dt}+M_q\frac{dI_q}{dt}-(\ell_di_d+M_dI_d)\frac{d\theta}{dt}+ri_q=-E\cos\delta\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

$$\left.\begin{aligned}M_d\frac{di_d}{dt}+L_d\frac{dI_d}{dt}+R_dI_d=\frac{E_oR_d}{\omega M_d}\\ M_q\frac{di_q}{dt}+L_q\frac{dI_q}{dt}+R_qI_q=0\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

但し，$E_o=\dfrac{\omega M_dE_d}{R_d}$：無負荷誘導起電力（最大値）

を得る．ここで，正規化時間$\tau=\omega t$として，(13) 及び (14) 式を書き直すと，次の連立微分方程式が得られる．

$$\left.\begin{aligned}\frac{di_d}{d\tau}&=\frac{1}{u}\Big[\omega L_d\Big\{E\sin\delta-(X_qi_q+X_{Mq}I_q)\Big(1+\frac{d\delta}{d\tau}\Big)\\ &\qquad-ri_d\Big\}-\{E_oR_d-X_{Md}R_dI_d\}\Big]\\ \frac{di_q}{d\tau}&=\frac{1}{v}\Big[\omega L_q\Big\{-E\cos\delta+(X_di_d+X_{Md}I_d)\Big(1+\frac{d\delta}{d\tau}\Big)\\ &\qquad-ri_q\Big\}+X_{Mq}R_qI_q\Big]\\ \frac{dI_d}{d\tau}&=-\frac{1}{u}\Big[X_{Md}\Big\{E\sin\delta-(X_qi_q+X_{Mq}I_q)\Big(1+\frac{d\delta}{d\tau}\Big)\\ &\qquad-ri_d\Big\}-X_d\Big\{\frac{E_oR_d}{X_{Md}}-R_dI_d\Big\}\Big]\\ \frac{dI_q}{d\tau}&=-\frac{1}{v}\Big[X_{Mq}\Big\{-E\cos\delta+(X_di_d+X_{Md}I_d)\\ &\qquad\Big(1+\frac{d\delta}{d\tau}\Big)-ri_q\Big\}+X_qR_qI_q\Big]\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

但し，

$X_d=\omega\ell_d$　：直軸同期リアクタンス

$X_q=\omega\ell_q$　：横軸同期リアクタンス

$X_{Md}=\omega M_d$：直軸相互リアクタンス

$X_{Mq}=\omega M_q$：横軸相互リアクタンス

$$u = \omega L_d X_d - X_{Md}^2$$
$$v = \omega L_q X_q - X_{Mq}^2$$

また，回転子運動方程式は（9）式に（8）式を代入し（12）式を用いて整理すると次式となる．

$$\frac{\omega^2 J}{p}\frac{d^2\delta}{d\tau^2} + p\left[(X_d - X_q)\, i_d\, i_q + X_{Md}\, I_d i_q - X_{Mq} i_d I_q\right] = T_L \qquad (16)$$

(16)式で表される回転子運動方程式は，各巻線電流を含んでいるが，これらは（15）式を解くことにより求められる．本研究では回転子の機械的振動を対象としているので，その変化は電気的過渡状態に比べて緩慢であると考えられる．従って電気的挙動を記述する常数項について

（15）式でその過渡解を無視すれば，定常解として

$$\left.\begin{aligned} i_d &= F_o + F_s \sin\delta + F_c \cos\delta \\ i_q &= G_o + G_s \sin\delta + G_c \cos\delta \\ I_d &= H_o + H_s \sin\delta + H_c \cos\delta \\ I_q &= I_o + I_s \sin\delta + I_c \cos\delta \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

を得る．係数F_o，F_s，……，は（17）式を（15）式に代入し，調波解析[5]を行うことにより求められる．

（17）式を（15）式に代入し，その両辺の常数項，SINδ，COSδの項の係数をそれぞれ等置することにより，次の2つの行列による関係式が得られる．

$$\begin{bmatrix} -\omega L_d r & -\omega L_d X_q (1+s) & X_{Md} R_d & -\omega L_d X_{Mq}(1+s) \\ \omega X_d L_q (1+s) & -\omega L_q r & \omega X_{Md} L_q (1+s) & X_{Mq} R_q \\ -X_{Md} r & -X_{Md} X_q (1+s) & X_d R_d & -X_{Md} X_{Mq}(1+s) \\ X_d X_{Mq}(1+s) & -X_{Mq} r & X_{Md} X_{Mq}(1+s) & X_q R_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_o \\ G_o \\ H_o \\ I_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_o R_d \\ 0 \\ \dfrac{E_o X_d R_d}{X_{Md}} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (18)$$

但し，$S = \dfrac{d\delta}{d\tau}$

$\sin\delta$，$sos\delta$の項について

$$\begin{bmatrix} -\omega L_d r & Su & -\omega L_d X_q (1+S) & 0 & X_{Md} R_d & 0 & -\omega L_d X_{Mq}(1+S) & 0 \\ -Su & -\omega L_d r & 0 & -\omega L_d X_q (1+S) & 0 & X_{Md} R_d & 0 & -\omega L_d X_{Mq}(1+S) \\ \omega X_d L_q (1+S) & 0 & -\omega L_q r & Sv & \omega X_{Md} L_q (1+S) & 0 & X_{Mq} R_q & 0 \\ 0 & \omega X_d L_q (1+S) & -Sv & -\omega L_q r & 0 & \omega X_{Md} L_q (1+S) & 0 & X_{Mq} R_q \\ -X_{Md} r & 0 & -X_{Md} X_q (1+S) & 0 & X_d R_d & -Su & -X_{Md} X_{Mq}(1+S) & 0 \\ 0 & -X_{Md} r & 0 & -X_{Md} X_q (1+S) & Su & X_d R_d & 0 & -X_{Md} X_{Mq}(1+S) \\ X_d X_{Mq}(1+S) & 0 & -X_{Mq} r & 0 & X_{Md} X_{Mq}(1+S) & 0 & X_q R_q & -Sv \\ 0 & X_d X_{Mq}(1+S) & 0 & -X_{Mq} r & 0 & X_{Md} X_{Mq}(1+S) & Sv & X_q R_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_s \\ F_c \\ G_s \\ G_c \\ H_s \\ H_c \\ I_s \\ I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\omega L_d E \\ 0 \\ 0 \\ \omega L_q E \\ -X_{Md} E \\ 0 \\ 0 \\ X_{Mq} E \end{bmatrix} \qquad (19)$$

（18）式，（19）式より，係数F_o，F_c，・・・，I_cの導出を行う．

(18)式，(19)式をZ I＝Vと表示する．ここでIが係数の行列となる．Iを求めるには，Zの逆行列Z^{-1}を求め $I = Z^{-1}V$を計算すれば導出できる．しかし，（19）式のように8×8の行列式の逆行列を求めるのは困難であり，次のような方法で逆行列式を求める[9]．

まず，8×8の行列Zを4×4の4つ小行列A，B，C，Dに分ける．

$$Z = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

そして次の公式によって逆行列Z^{-1}を求める．

$$Z^{-1} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} + A^{-1}BK^{-1}CA^{-1}, & -A^{-1}BK^{-1} \\ -K^{-1}CA^{-1}, & K^{-1} \end{bmatrix}$$

但し，$K = D - CA^{-1}B$ ($|A| \neq 0$ $|K| \neq 0$のとき)

以上のようにして（18）式，（19）式について逆行列を求め，（17）式の係数を求める．その結果を付録Ⅰに示す．

（17）式を（16）式に代入すると，回転子運動方程

式は結局，負荷角δに関する次式の2階の非線形微分方程式で得られる．

$$\frac{\omega^2 J}{p}\frac{d^2\delta}{d\tau^2}+g(\delta)\frac{d\delta}{d\tau}+f(\delta)=T_L \tag{20}$$

但し，f（δ）は出力トルク，g（δ）は制動係数であり，以下のようなSINδ，COSδを含む式となる．

$$\left.\begin{aligned} f(\delta)&=a_o+a_s\sin\delta+a_c\cos\delta+a_{ss}\sin^2\delta \\ &\quad+a_{sc}\sin\delta\cos\delta+a_{cc}\cos^2\delta \\ g(\delta)&=b_o+b_s\sin\delta+b_c\cos\delta+b_{ss}\sin^2\delta \\ &\quad+b_{sc}\sin\delta\cos\delta+b_{cc}\cos^2\delta \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

ここで，(21) 式右辺の係数 a_o，a_s，・・・b_o，b_s，・・・は付録Ⅰに示す．

この (20) 式を以後の同期電動機の安定性解析に用いる．

3．リヤプノフ関数の構成と乱調発生条件[6][7]

3．1　リヤプノフ関数の構成

リヤプノフ法は線形，非線形システムに適用可能であり，システムの挙動を表す微分方程式を直接解くことなしに，エネルギー関数を一般化したリヤプノフ関数と呼ばれる評価関数によって直ちにシステムの安定性判別を行うことができる．

ここでは，同期機の回転子運動方程式 (20) 式に対するリヤプノフ関数を構成する[10]．

まず，(20) 式を状態変数表示するために，新しい変数 x_1，x_2 を導入し次のようにおく．

$$\left.\begin{aligned} \delta&=\delta_0+x_1 \\ \frac{d\delta}{d\tau}&=x_2 \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

この (22) 式を (20) 式に代入すると次の一階の微分方程式を得る．

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_1}{d\tau}&=x_2 \\ \frac{dx_2}{d\tau}&=-k(x_1)x_2-h(x_1) \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

但し，

$$k(x_1)=\frac{p}{\omega^2 J}\,g(x_1)$$
$$h(x_1)=\frac{p}{\omega^2 J}\,[f(x_1)-T_L]$$

この (23) 式に関するリヤプノフ関数は次式で与えられる[6][7]

$$V=\frac{1}{2}\left[x_2+\int_0^{x_1}k(x_1)\,dx_1\right]^2+\int_0^{x_1}h(x_1)\,dx_1 \tag{24}$$

また (24) 式の時間微分は次式となる．

$$\begin{aligned} \dot{V}&=\frac{dV}{d\tau} \\ &=[x_2+K(x_1)]\left[\frac{dx_2}{d\tau}+k(x_1)x_2\right]+h(x_1)x_2 \\ &=-h(x_1)[x_2+K(x_1)]+h(x_1)x_2 \\ &=-h(x_1)K(x_1) \end{aligned} \tag{25}$$

但し，

$$K(x_1)=\int_0^{x_1}k(x_1)\,dx_1$$

リヤプノフの不安定定理より，V＞0であればシステムは不安定となる．従って同期機が同期はずれを起こさないならば，h（x_1）＞0であるから，システムの安定判別は，(25) 式より結果的に

$K(x_1)>0$ のとき　　安定
$K(x_1)<0$ のとき　　不安定

となる．

3．2　乱調発生条件

リヤプノフ法の不安定定理を用いると，同期電動機の乱調発生条件は，上記のK（x_1）＜0から

$$g(x_1)<0$$

となる．(22) 式より，動作点 δ_0 のまわりで不安定であるので，動作点においても不安定となり，結局，乱調発生条件は

$$g(\delta_o)<0 \tag{26}$$

となる．つまり，同期電動機の動作点における制動係数を調べるだけで乱調発生の有無が判定できることになる．

図2は負荷角δに対する出力トルクf（δ），制動係数g（δ）の変化を示したものである．f（δ），g（δ）は，負荷角δに対して正弦波状に変化し，またg（δ）は無負荷時の動作点近傍で負の値となるためその動作点において乱調が発生することになる．

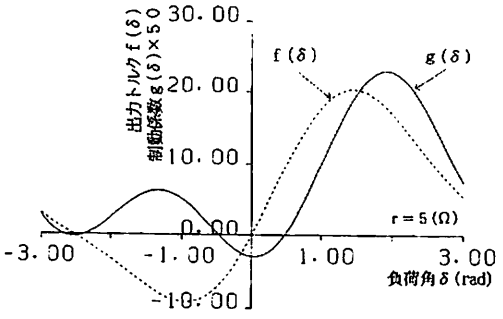


図2．負荷角δ対f(δ)及びg(δ)
Fig. 2. f(δ) and g(δ) versus load angle δ.

3．3 不安定領域・安定領域・解軌道

不安定領域は，(25)式より$\dot{V}>0$を満たす最大のエネルギーレベルをV_{max}とし，(24) 式のVとV_{max}を比較することで求めることができる．

図3は，(24) 式から得られる安定・不安定領域と(20) 式を数値計算して得られた解軌道である．図3より安定領域内に不安定領域があり，不安定領域では乱調が発生することを示している．

安定領域内を初期値とする解軌道（①）は，安定平衡点であるδ_0に収束しようとするが，δ_0が不安定領域内に存在するため，解軌道はδ_0に収束できず，最終的に不安定領域周辺に生じる安定なリミットサイクルに収束する．その振舞いが乱調振動として観測されることになる．

また，不安定領域内を初期値とする解軌道（②）は発散し，①の解軌道と同様に不安定領域周辺に生じる安定なリミットサイクルに収束する．

つまり，不安定領域の広さは乱調振動の大きさの目安になっていることがわかる．

なお，物理的な乱調発生機構は5章で述べる．

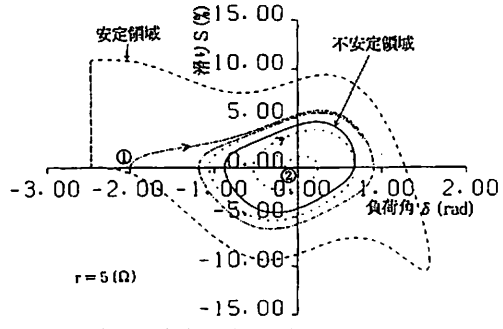


図3．安定・不安定領域・解軌道
Fig. 3. Stability and instability boundaries and trajectories.

4．可変速駆動時の乱調に及ぼす影響

前章の乱調発生条件に基づき，可変速駆動を行っている場合の機器パラメータが乱調に及ぼす影響について解析を行う．

解析を行うに際して，特に断りのない限り，表1の機器定数を用いるものとする．但し，LKは漏れインダクタンス比であり，電機子巻線，界磁巻線及び制動巻線の自己インダクタンスに対する比を表す．

$$LK \triangleq \ell_s/\ell_d = L_{ds}/L_d = L_{qs}/L_q (\times 100(\%))$$

また，インバータは理想的な正弦波を発生するものとし，電動機の電機子鎖交磁束を一定とするためにV/f一定制御されているものとする．

表1．機器定数
Table 1. Machine parameters

三相4極　定格1.5(kW)　定格電圧=200(V)　ω=377(rad/s)
$E_0=200\ (V)$　$r=0.5\ (\Omega)$　$X_d=16\ (\Omega)$　$X_q=10\ (\Omega)$
$R_d=225\ (\Omega)$　$\omega L_d=12900\ (\Omega)$　$R_q=1\ (\Omega)$　$\omega L_q=0\ (\Omega)$
$T_L=-0.34\ (Nm)$　$J=0.077\ (Nms^2)$　$LK=0\ (\%)$

4．1 可変周波数における乱調に及ぼす影響

図4は駆動周波数fを30, 40, 50, 60 (Hz) と変化したときの負荷角δ対制動係数g(δ)を示している．図4よりfを大きくすると，g(δ)が負値となる負荷角δの範囲が狭くなることがわかる．乱調の発生条件は，動作点（安定平衡点）における制動係数が負となる場合であるから，g(δ)の負となるδの範囲が広いと広範囲の動作点で，乱調が発生することになる．

図5は，そのときの不安定領域を示している．図5よりfを大きくすると負荷角，滑りともに範囲が小さくなり，不安定領域は狭くなることがわかる．滑りは，同期速度と回転子速度との差で決まるため，滑りの範囲が大きくなることは乱調の振幅が大きくなることを示している．

図6はそのときの乱調発生限界を示したもので，横軸は電機子抵抗，縦軸は無負荷誘導起電力である．また同図の各パラメータによる曲線を境界として，右上部分は乱調が発生する領域であり，左下部分は逆に乱調の発生しない領域を示している．図6よりfを大きくすると限界曲線は右上の方へ移動し，乱調発生領域

は狭くなることがわかる．

以上のことより，可変速駆動時は駆動周波数の低い低速駆動時において乱調が発生しやすいといえる．

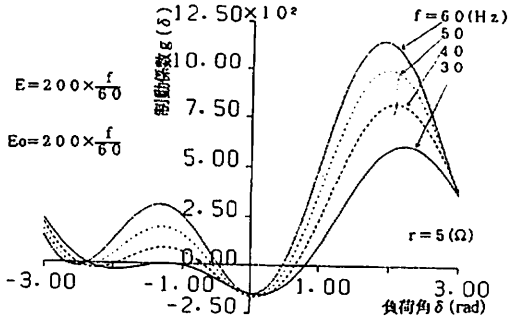


図4．駆動周波数f変化時のδ対g(δ)
Fig. 4. g(δ) versus δ for various driving frequency f.

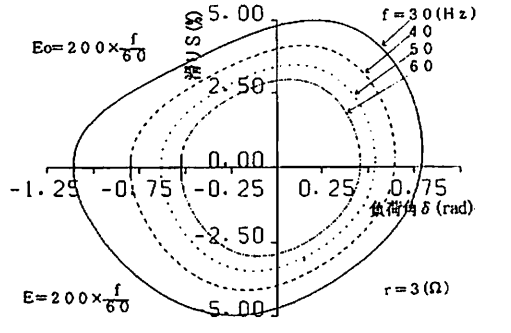


図5．f変化時の不安定領域
Fig. 5. Instability boundaries for various f.

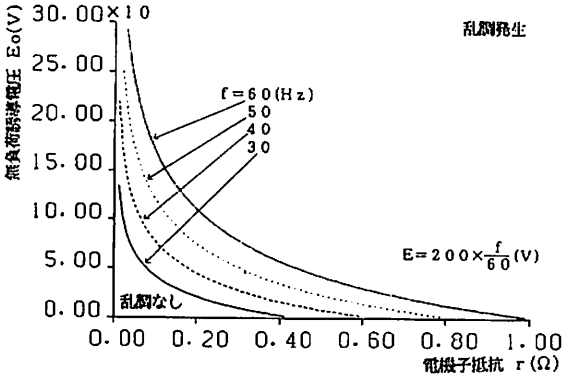


図6．f変化時の乱調発生限界特性
Fig. 6. Stability limits for drive frequency f.

4．2　可変速駆動時における機器パラメータの乱調に及ぼす影響

図7～図12は駆動周波数fを横軸にとり，各機器パラメータを変化したときの安定平衡点における制動係数$g(\delta_o)$を示したものである．乱調発生条件より$g(\delta_o)$が負の値のときに乱調が発生する．ところで，図7～図12は，いずれも駆動周波数の低いところで$g(\delta_o)$は負の値となっており，低速駆動時で乱調が発生しやすいことを示している．

図7は電機子抵抗rを0.5，1，2，3(Ω)と変化した場合の安定平衡点における制動係数$g(\delta_o)$である．同図よりrを大きくすると$g(\delta_o)$が負の値となるfの範囲が広くなり，また$g(\delta_o)$が最小値となるfの値が大きくなることがわかる．従って，電機子抵抗は可変速駆動時においても大きな影響を与え，電機子抵抗が大きいと乱調が発生しやすいといえる．

図8は，無負荷誘導起電力E_oを180，200，220，240(V)と変化したときの制動係数$g(\delta_o)$である．上記のパラメータは，商用周波数60(Hz)のときの値であり，V/f一定制御を行うため駆動周波数によってE_oの値は変化することになる．同図よりE_oを大きくすると，$g(\delta_o)$が負の値となるfの範囲が広くなることから，可変速駆動時においても無負荷誘導起電力が大きいと，乱調が発生しやすくなることがわかる．

図9は，制動巻線定数比$\omega L_q/R_q$を0，2，4，6と変化したときの制動係数$g(\delta_o)$である．$\omega L_q/R_q$の値は駆動角周波数ωを含むため，駆動周波数（$\omega=2\pi f$）によって変化する．同図より$\omega L_q/R_q$を大きくすると，$g(\delta_o)$が負の値となるfの範囲が狭くなることから，制動巻線を設けることにより乱調は抑制されることがわかる．しかし駆動周波数が低いところでは，$g(\delta_o)$は小さくなることから，低速時ではその抑制効果は弱くなるといえる．

図10は，直軸・横軸リアクタンス比K_Xを1.2，1.6，2.0，2.4と変化した場合の制動係数$g(\delta_o)$である．この場合，横軸リアクタンスを$X_q=10(\Omega)$一定としているため，実際にはX_dが変化することになる．また駆動周波数を変化させるため直軸，横軸リアクタンスはともに駆動周波数によって変化する．同図より，K_Xを大きく（X_dを大きく）すると，$g(\delta_o)$が負の値となるfの範囲が狭くなっていることがわかる．これは電機子抵抗を比較的小さい値$r=2(\Omega)$として，解析を行っているためで，電機子抵抗の値が大きい場合，X_dを変化してK_X（突極性）を大きくすると逆に

乱調の発生するfの範囲は広くなる．

図11は，図10と同様にK_Xをパラメータにしているが，今度は直軸リアクタンスを$X_d=16(\Omega)$一定としてX_qを変化している．同図よりK_Xを大きく（X_qを小さく）すると，$g(\delta_o)$が負の値となるfの範囲が広くなっており，X_qを変化させてK_Xを大きくすると乱調が発生しやすくなるといえる．

図12は，漏れインダクタンス比LKを0，6，10，20（%）と変化した場合の制動係数$g(\delta_o)$である．漏れインダクタンス比は本章文頭で述べたように，電機子巻線，界磁巻線及び制動巻線の自己誘導係数に対する漏れインダクタンスの比で示したものである．また，この解析についても駆動周波数によって漏れ磁束が変化することになる．同図よりLKを大きくすると，$g(\delta_o)$が負の値となるfの範囲が広くなっており，漏れ磁束が大きいと乱調が発生しやすいことがわかる．

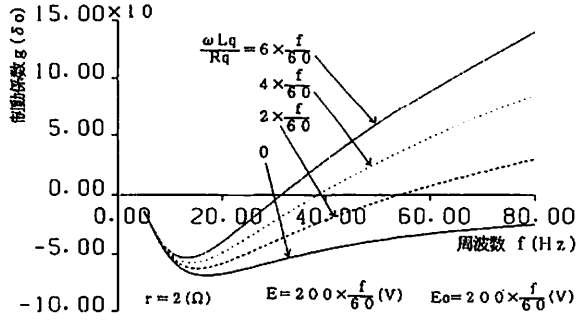


図9．制動巻線定数比$\omega L_q/R_q$変化時のf対$g(\delta_o)$
Fig. 9. $g(\delta_o)$ versus f for various parameter ratio of dumping winding $\omega L_q/R_q$.

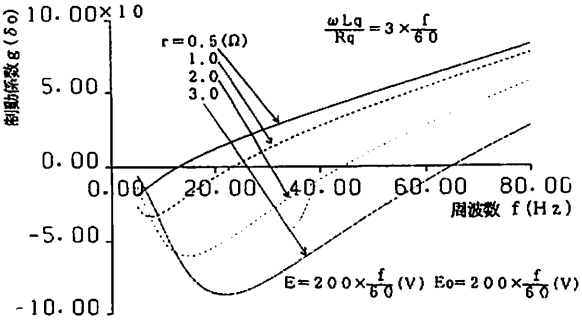


図7．電機子低抗r変化時のf対$g(\delta_o)$
Fig. 7. $g(\delta_o)$ versus f for various armature resistance r.

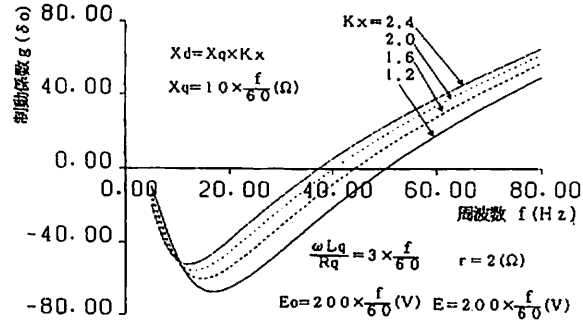


図10．直軸・横軸リアクタンス比Kx変化時のf対$g(\delta_o)$（X_q一定）
Fig. 10. $g(\delta_o)$ versus f for various reactance ratio Kx. (Const. X_q)

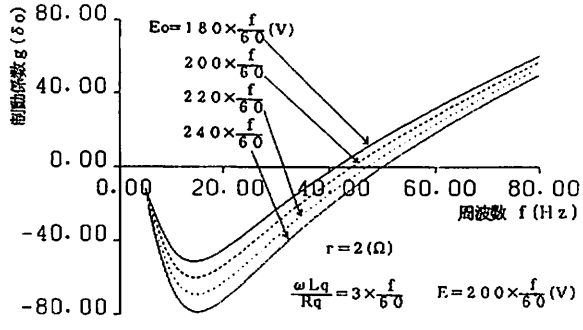


図8．無負荷誘導起電力E_o変化時のf対$g(\delta_o)$．
Fig. 8. $g(\delta_o)$ versus f for various no-load internal induced voltage E_o

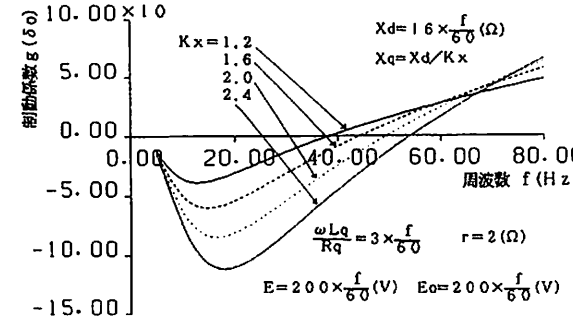


図11．Kx変化時のf対$g(\delta_o)$（X_d一定）
Fig. 11. $g(\delta_o)$ versus f for various Kx. (Const. X_q)

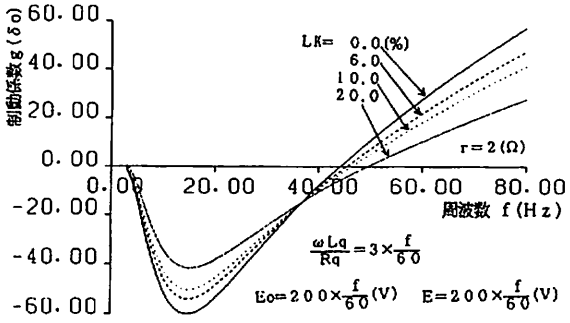


図12. 漏れ誘導係数比 LK 変化時の f 対 $g(\delta_o)$
Fig. 12. $g(\delta_o)$ versus f for various leakage inductance ratio L K.

5．乱調抑制法[8]

5．1　物理的乱調発生機構

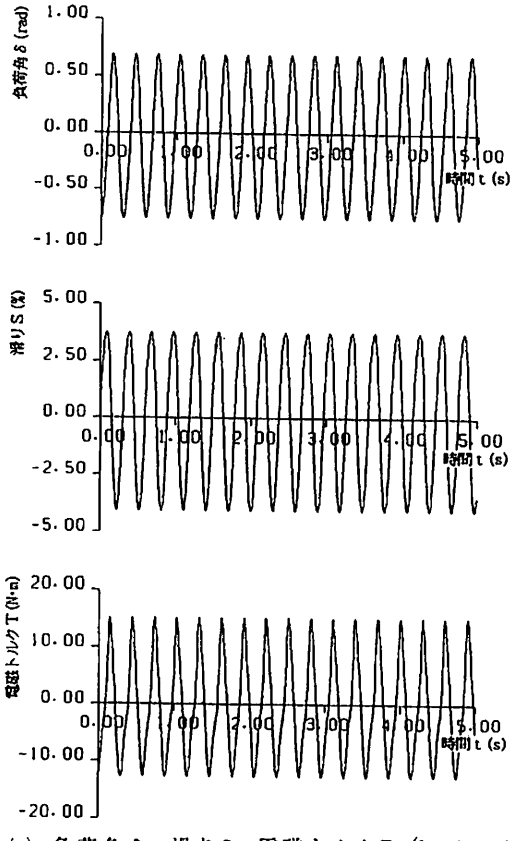
前章において機器パラメータの乱調に及ぼす影響について解析を行った．乱調発生を防止するには，前章の結果を基にして，乱調の発生しにくい同期電動機を設計すればよいが，機器パラメータの選定だけで乱調を抑制することは困難である．特に小形同期電動機の場合，電機子抵抗が比較的大きな値をもつため，乱調が発生しやすくなることから，乱調の抑制制御が必要となる．

ところで，乱調の挙動は最終的には電気的に発生する電磁トルクによって決定されることは簡単な考察により理解できる．最近の研究で熊野氏らは，乱調は空げき（ギャップ）において負の制動トルクを発生するような鎖交磁束の変動によって発生する[2]と報告している．この考察を参考にしてトルク発生に重要な鎖交磁束に注目し，物理的な乱調発生機構を明らかにする．

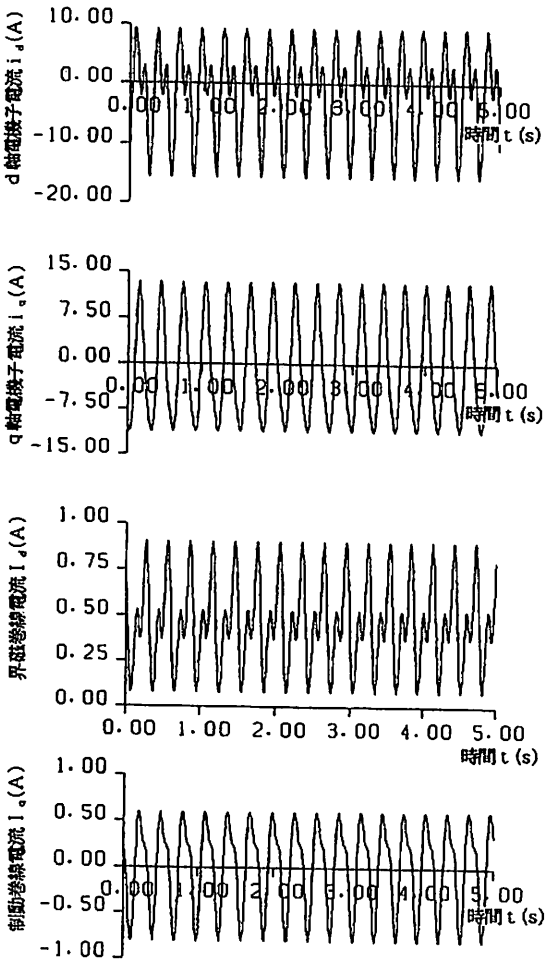
まず，乱調発生時における電機子巻線，界磁巻線及び制動巻線に流れる電流，鎖交する磁束，発生する電磁トルク，負荷角，滑り，端子電圧の様子を示すことにする．これらは (15)，(16) 式の微分方程式を計算機によって直接 θ，$\dot{\theta}$，i_d，i_q，I_d，I_q を求め，(12) 式より鎖交磁束，(9) 式より電磁トルク，(11) 式より負荷角及び端子電圧，$d\delta/d\tau=(\dot{\theta}-\omega)/\omega$ より滑りが求められる．但し，$\dot{\theta}$ は θ の時間による一階微分を表している．

図13は電機子抵抗を r ＝ 3 (Ω) としてシミュレーションを行った結果である．他の機器定数は表 1 の値を用いている．同図（a）は負荷角，滑り，電磁トルク，（b）は各巻線に流れる電流，（c）は各巻線に鎖交する磁束，(d) は端子電圧の時間変化を示している．

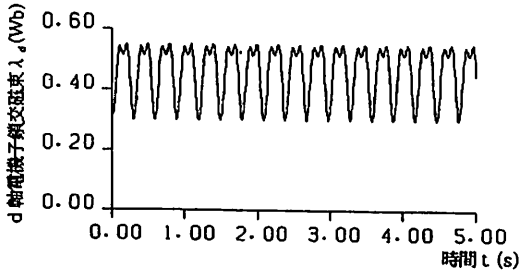
図13（a）より負荷角，滑り，電磁トルクはある周期（約3.7 Hz）で脈動しており，既に乱調が発生していることがわかる．つまり，電磁トルクの挙動が乱調振動に結び付いていることがこの図より理解できる．また同図（b）（c）（d）より，各巻線電流，鎖交磁束，端子電圧が（a）図と同じ周期で脈動していることがわかる．したがって，乱調現象は鎖交磁束の脈動により電磁トルクが脈動し，そのトルク脈動によって，回転子が同期速度を中心として上下に振動する現象であり，それが乱調振動として観測されることになる．以上の説明は（8）式及び（9）式より理解することができる．

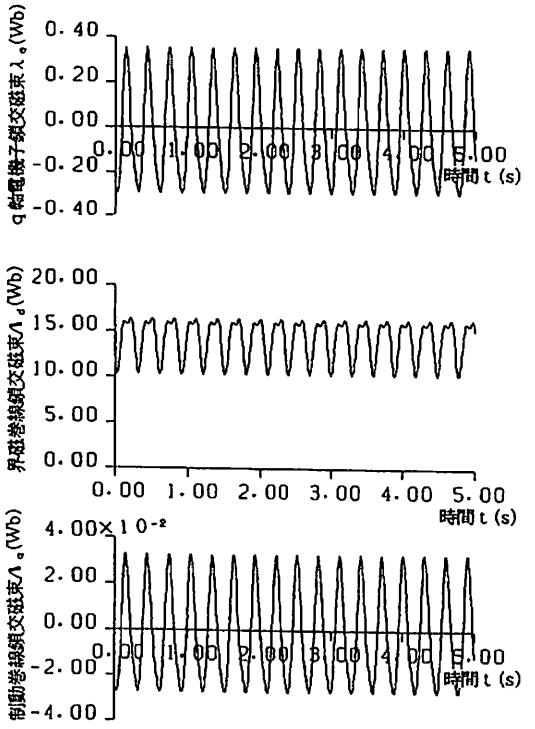


(a) 負荷角 δ，滑りS，電磁トルクT（Load angle δ, slip S and electromagnetic torque T.）

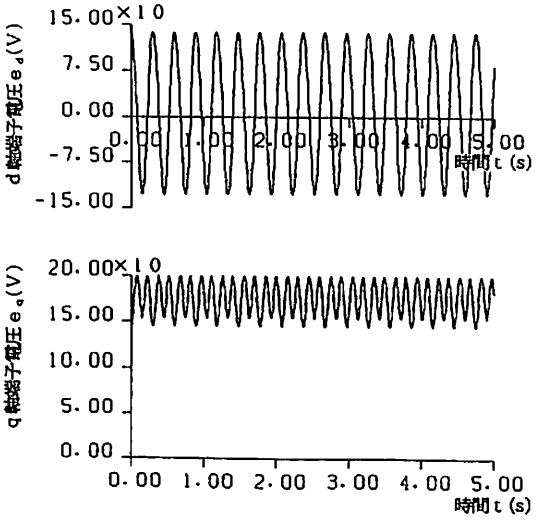


(b) 各巻線電流 (Each winding currents.)





(c) 各鎖交磁束 (Each linkage flux.)



(d) 端子電圧 (Each terminal voltage.)

図13. 物理的な乱調発生機構 (r =3(Ω))
Fig. 13. Simulation of hunting. (r =3(Ω))

5．2 乱調抑制法

前節において鎖交磁束の脈動が乱調振動を引き起こ

すことを示した．これは電機子抵抗が鎖交磁束の変動に影響を与えているためで，このことは（6）式から左辺第一項目の変圧器起電力を除いた次式より説明することができる．

$$\left.\begin{aligned}\lambda_q\frac{d\theta}{dt}+ri_d=-e_d\\-\lambda_d\frac{d\theta}{dt}+ri_q=-e_q\end{aligned}\right\}\tag{27}$$

(27) 式において，端子電圧は正弦波を仮定しているため $r\neq 0$ であれば，左辺第二項目の影響により磁束が脈動し乱調が発生することになる．しかし，$r=0$ であれば磁束は脈動しないため乱調は発生しない．このことは電機子抵抗の値が小さいほど，乱調が発生しにくいという従来の解析と一致する．従って，電機子抵抗によって生じる電圧降下分を供給電源へフィードバック補償することにより，電機子抵抗の影響を取り除き，鎖交磁束を一定にすることによって，乱調は抑制できるものと考えられる．この磁束一定制御を乱調抑制法として提案する．

5．3　システム構成及びシミュレーション結果

図14は乱調抑制制御のシステム構成図[11]である．供給電源には三相PWMインバータを用いて，理想的な正弦波を供給できるものとする．a相について説明すると，PWMインバータから同期電動機へ出力される電圧及び電流を検出し，電流検出値より電機子抵抗rによる電圧降下を算出して，電圧検出値との差分をとる．次にその差分を電圧指令値 e_a^* と比較し，その差分をとった後 e_a^* に加え，最後に三角波キャリアと比較することにより，a相に対する次の信号となる．b相，c相についてもa相から120度ずつずれて，a相と同様に動作する．

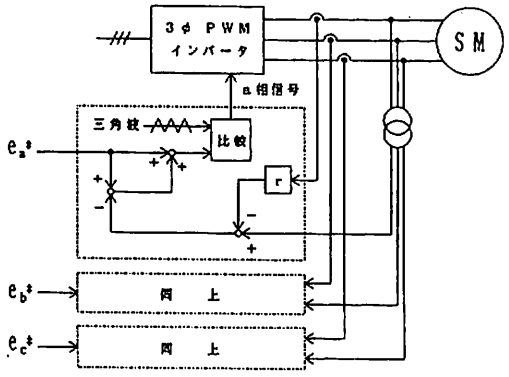


図14．乱調抑制制御システム構成図
Fig. 14. Block diagram of hunting suppression system.

フィードバック補償を行った場合の端子間電圧は次式となる．

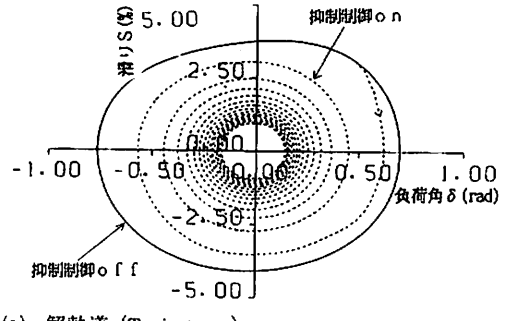
$$\left.\begin{aligned}e_d=-E\sin\delta-ri_d\\e_q=E\cos\delta-ri_q\end{aligned}\right\}\tag{28}$$

(11) 式の代わりに (28) 式を用いてシミュレーションを行う．

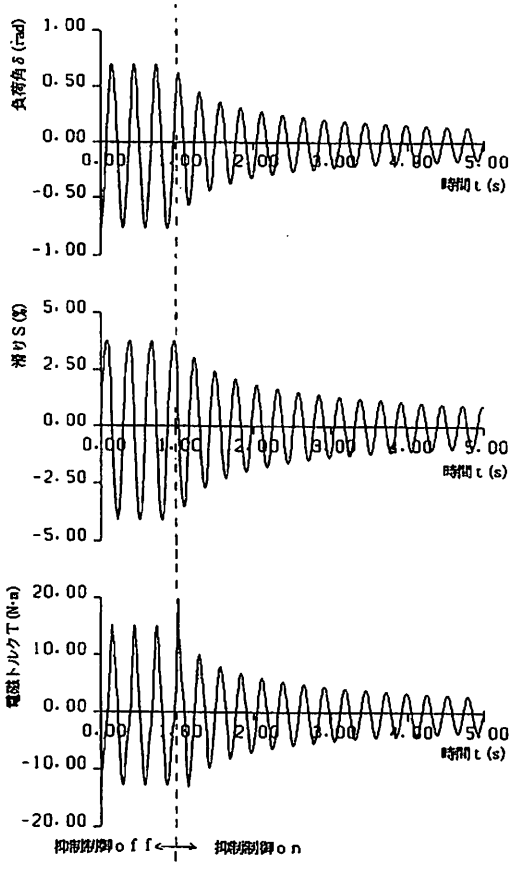
本制御法の有効性を検討するために，時間tが1(s)より以前では無制御，1(s)後より制御を開始する．図15はそのシミュレーション結果である．同図(a)は解軌道を負荷角対滑りの位相面上に描いている．リミットサイクルを描いていた制御前の解軌道は，制御を開始すると除々にらせんを描きながら中心方向へ進んでいき，負荷角，滑りともに振幅が小さくなっていくため，乱調は抑制されることがわかる．同図（b）はそのときの負荷角，滑り，電磁トルク，（c）は各巻線電流，（d）は各鎖交磁束，（e）は端子電圧の時間変化を示している．図（b）より制御を開始すると負荷角，滑り，電磁トルクの脈動が小さくなり，一定の値に収束しようとしている．このことにより，乱調振動が抑制されていることがわかる．また（c）（d）（e）図より，制御を開始すると，各巻線電流，鎖交磁束，端子電圧の脈動は小さくなり，一定の値に収束している．従って，この制御法により鎖交磁束は一定となり，乱調が抑制されることがわかる．

以上のことから，電機子抵抗による電圧降下をフィードバック補償して，電機子抵抗の影響を除き，鎖交磁束を一定にすることによって，乱調振動が抑制できることが示された．

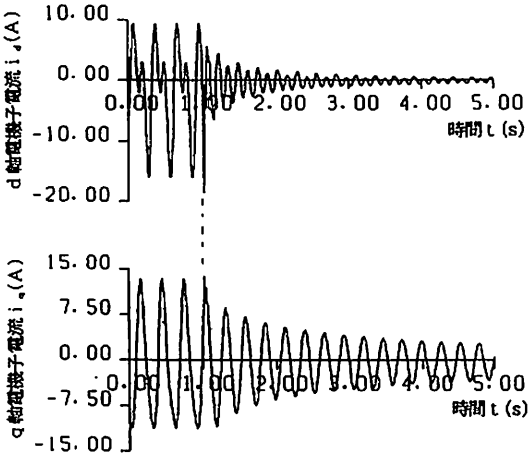
図16は，図15（a）を20(s)までとったものである．解軌道は収束し続けているが，制御を開始して19(s)経過しても完全には収束していない．収束時間を調べた結果，この解軌道は約60(s)でほぼ収束した．従って，抑制が完了するまでにはかなり時間を要するという問題を有することになる．

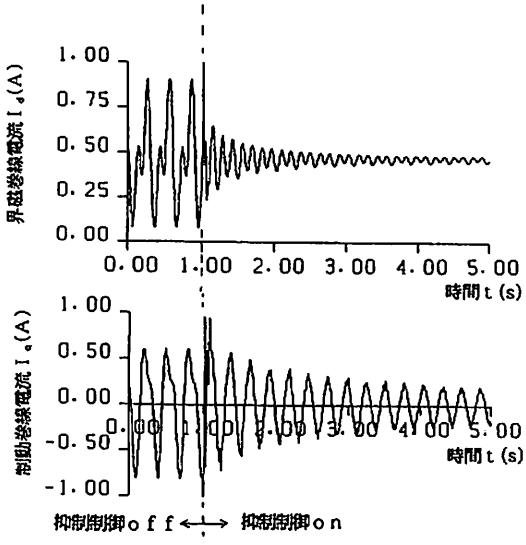


(a)　解軌道（Trajectory.）

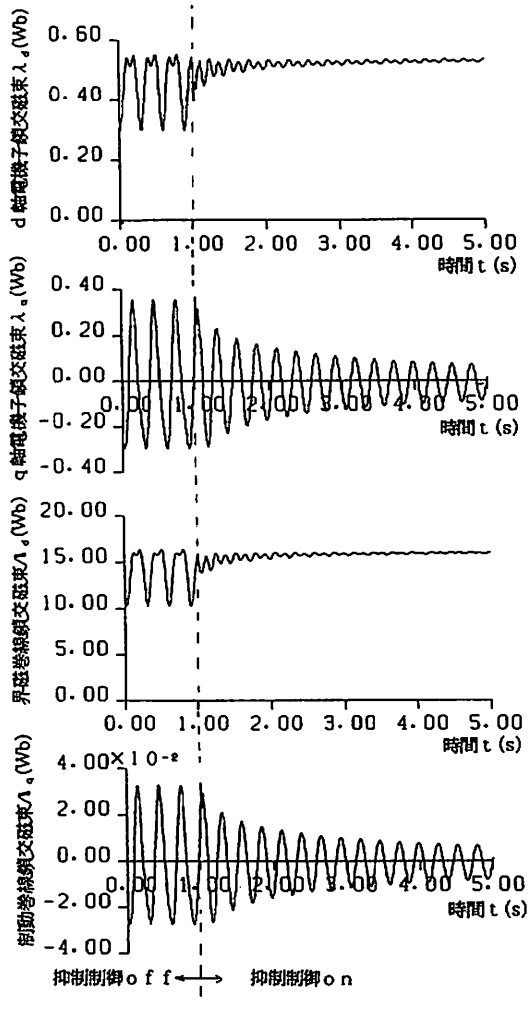


(b) 負荷角δ，滑りS，電磁トルクT (Load angle δ, slip S and electromagnetic torque T.)

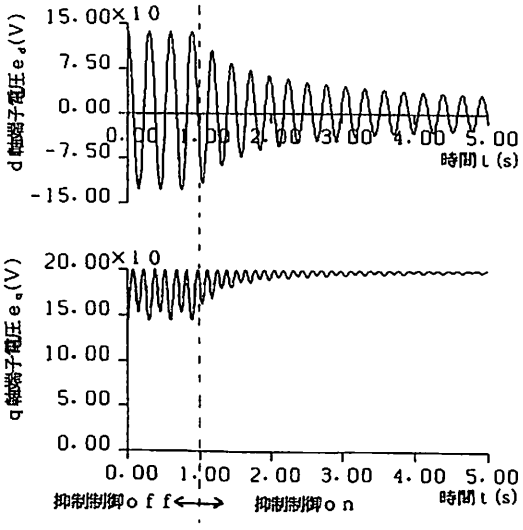




(c) 各巻線電流 (Each winding current.)



(d) 各鎖交磁束 (Each linkage flux.)



(e) 端子間電圧 (Each terminal voltage.)
図15. 乱調抑制制御のシミュレーション結果
Fig. 15. Simulation of suppression control of hunting.

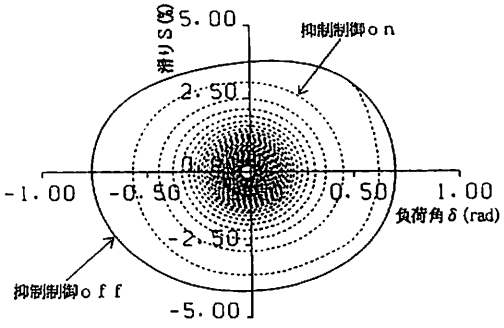


図16. 図15(a)の20(S)までとったときの解軌道
Fig. 16. Trajectory for 20 (sec) in case of fig. 15(a).

6．乱調抑制システムの安定性解析

6．1　乱調抑制システムの回転子運動方程式と安定判別条件

本章では乱調抑制制御システムの安定性解析を行い，前章で提案した本制御法の有効性を検討する．

2章で導出した各巻線電流についての連立微分方程式（15）式は，端子間電圧に（11）式を用いていることから，(11) 式の代わりにフィードバック補償を行ったときの端子間電圧（28）式を代入することによって乱調抑制システムの各巻線電流に対する微分方程式が導出される．その連立微分方程式は電機子抵抗が除去された次式のようになる．

$$\left.\begin{aligned}
\frac{di_d}{d\tau} &= \frac{1}{u}\Big[\omega L_d\Big\{E\sin\delta-(x_q i_q+X_{Mq}I_q)\Big(1+\frac{d\delta}{d\tau}\Big)\Big\} \\
&\qquad -\{E_0R_d-X_{Md}R_dI_d\}\Big] \\
\frac{di_q}{d\tau} &= \frac{1}{v}\Big[\omega L_q\Big\{-E\cos\delta+(X_d i_d+X_{Md}I_d)\Big(1+\frac{d\delta}{d\tau}\Big)\Big\} \\
&\qquad +X_{Mq}R_qI_q\Big] \\
\frac{dI_d}{d\tau} &= -\frac{1}{u}\Big[X_{Md}\Big\{E\sin\delta-(X_q i_q+X_{Mq}I_q)\Big(1+\frac{d\delta}{d\tau}\Big)\Big\} \\
&\qquad -X_d\Big\{\frac{E_oR_d}{X_{Md}}-R_dI_d\Big\}\Big] \\
\frac{dI_q}{d\tau} &= -\frac{1}{v}\Big[X_{Mq}\Big\{-E\cos\delta+(X_d i_d+X_{Md}I_d)\Big(1+\frac{d\delta}{d\tau}\Big)\Big\} \\
&\qquad +X_qR_qI_q\Big]
\end{aligned}\right\} \quad (29)$$

回転子運動方程式は（16）式と同じであり，次式のようになる．

$$\frac{\omega^2 J}{p}\frac{d^2\delta}{d\tau^2}+p\left[(X_d-X_q)i_di_q+X_{Md}I_di_q-X_{Mq}i_dI_q\right]=T_L \quad (30)$$

(30) 式は各巻線電流を含んでいるが，これらは (29) 式を解くことによって求められる．2章と同様に回転子の機械的振動は，その電気的過度状態に比べて緩慢であると考えられるので，電気的挙動を記述する (27) 式において，その過度解を無視すれば，次式の定常解を得る．

$$\left.\begin{aligned}
i_d &= F_o'+F_s'\sin\delta+F_c'\cos\delta \\
i_q &= G_o'+G_s'\sin\delta+G_c'\cos\delta \\
I_d &= H_o'+H_s'\sin\delta+H_c'\cos\delta \\
I_q &= I_o'+I_s'\sin\delta+I_c'\cos\delta
\end{aligned}\right\} \quad (31)$$

係数F_o'，F_s'，・・・は (31) 式を (29) 式に代入し，2章と同様に調波解析[5]を行うことにより求められる．

(31) 式を (29) 式に代入し，両辺の常数項，SINδ，COSδの項の係数をそれぞれ等置することにより，次の関係式が得られる．

常数項について

$$\begin{bmatrix}
0 & -\omega L_dX_q(1+S) & X_{Md}R_d & -\omega L_dX_{Mq}(1+S) \\
\omega X_dL_q(1+S) & 0 & \omega X_{Md}L_q(1+S) & X_{Mq}R_q \\
0 & -X_{Md}X_q(1+S) & X_dR_d & -X_{Md}X_{Mq}(1+S) \\
X_dX_{Mq}(1+S) & 0 & X_{Md}X_{Mq}(1+S) & X_qR_q
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} F_o' \\ G_o' \\ H_o' \\ I_o' \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} E_oR_d \\ 0 \\ \dfrac{E_oX_dR_d}{X_{Md}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

SINδ，COSδの項について

$$\begin{bmatrix} 0 & Su & -\omega L_d X_q(1+S) & 0 & X_{Md}R_d & 0 & -\omega L_d X_{Mq}(1+S) & 0 \\ -Su & 0 & 0 & -\omega L_d X_q(1+S) & 0 & X_{Md}R_d & 0 & -\omega L_d X_{Mq}(1+S) \\ \omega X_d L_q(1+S) & 0 & 0 & Sv & \omega X_{Md}L_q(1+S) & 0 & X_{Mq}R_q & 0 \\ 0 & \omega X_d L_q(1+S) & -Sv & 0 & 0 & \omega X_{Md}L_q(1+S) & 0 & X_{Mq}R_q \\ 0 & 0 & -X_{Md}X_q(1+S) & 0 & X_d R_d & -Su & -X_{Md}X_{Mq}(1+S) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -X_{Md}X_q(1+S) & Su & X_d R_d & 0 & -X_{Md}X_{Mq}(1+S) \\ X_d X_{Mq}(1+S) & 0 & 0 & 0 & X_{Md}X_{Mq}(1+S) & 0 & X_q R_q & -Sv \\ 0 & X_d X_{Mq}(1+S) & 0 & 0 & 0 & X_{Md}X_{Mq}(1+S) & Sv & X_q R_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_i' \\ F_i' \\ G_i' \\ G_i' \\ H_i' \\ H_i' \\ I_i' \\ I_i' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega L_d E \\ 0 \\ 0 \\ \omega L_q E \\ -X_{Md}E \\ 0 \\ 0 \\ X_{Mq}E \end{bmatrix} \quad (33)$$

(32) 式，(33) 式において，2章と同様な方法で逆行列を求めることにより，(31)式の係数は求められる．その結果を付録Ⅱに示す．

(31) 式を (30) 式に代入すると，回転子運動方程式は結局 (20) 式と同様な負荷角δに関する次式の2階の微分方程式で与えられる．

$$\frac{\omega^2 J}{p}\frac{d^2\delta}{d\tau^2} + g(\delta)'\frac{d\delta}{d\tau} + f(\delta)' = T_L \quad (34)$$

但し，f (δ)' は出力トルク，g (δ)' は制動係数であり，以下のようなSINδ，COSδを含む式となる．

$$\left.\begin{aligned} f(\delta)' &= \frac{pEE_0}{\omega X_d}\sin\delta + \frac{pE^2}{\omega X_d X_q}(X_d - X_q)\sin\delta\cos\delta \\ g(\delta)' &= \frac{pE^2 X_{Md}^2}{\omega X_d^2 R_d}\sin^2\delta + \frac{pE^2 X_{Mq}^2}{\omega X_q^2 R_q}\cos^2\delta \end{aligned}\right\} \quad (35)$$

(34) 式は (20) 式と同じ形であるため，(34) 式に関するリヤプノフ関数は，3章で導出したリヤプノフ関数 (24) 式と同じ形となる．リヤプノフの不安定定理より乱調発生条件は，結局 (26) 式と同様に

$$g(\delta_0)' < 0$$

となる．

図17は負荷角δに対する抑制後の出力トルク f (δ)'，制動係数 g (δ)' の変化を示したものである．f (δ)' は原点について点対称であり，g (δ)' は$\delta = 0$を境にして線対称となっていることがわかる．また g (δ)' は負の値になることはなく，全ての動作点で乱調は発生しないことを示している．

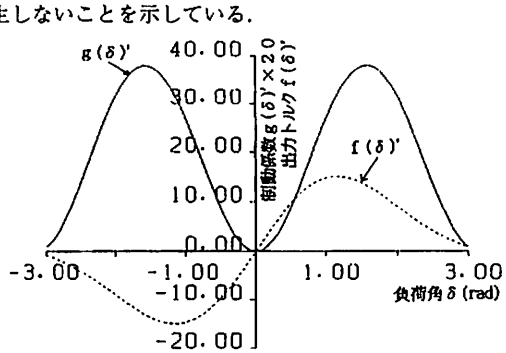


図17. 抑制システムにおけるδ対 f (δ)' 及び g (δ)'
Fig. 17. f (δ)' and g (δ)' versus δ by suppression control of hunting.

6．2　抑制システムの安定性解析

乱調抑制システムの安定性解析を行うにあたって，電機子抵抗を除いた機器定数は表1のものを用いることとする．また，駆動周波数を変化させる場合，インバータの出力電圧はV／f一定制御されている．

図18は，駆動周波数 f をパラメータとして変化させたときの負荷角δ対制動係数 g (δ)' を示したものである．制御前は4．2節でも述べたように，駆動周波数が低いほど乱調が発生しやすかったが，同図より f を小さくしても g (δ)' が負の値をとることがなく，正の値のみをとることがわかる．したがって，磁束一定制御である本制御法によって乱調は抑制され，抑制後は極めて安定となる．

図19は，制動巻線定数比$\omega L_q / R_q$をパラメータとしたときの負荷角δ対制動係数 g (δ)' を示している．

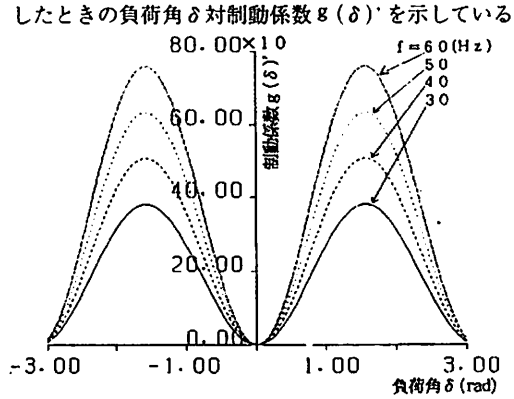


図18. 抑制システムにおける f 変化時のδ対 g (δ)'
Fig. 18. g (δ)' versus δ for various f by suppression control of hunting.

同図より$\omega L_q / R_q$を大きくすると無負荷時の動作点近傍で g (δ)' の値が上の方に上がるため，制動巻線を設けることによって，抑制後は完全に安定になる．

図20は，駆動周波数 f を横軸にとり$\omega L_q / R_q$をパラメータとしたときの安定平衡点における制動係数 g (δ_0)' を示している．駆動周波数を増加させると，g (δ_0)' は線形的に増加し，駆動周波数の低い低速駆動時においても負の値になることはなく，正の値と

なっていることがわかる．したがって，本乱調抑制システムにより同期機はほぼ全ての駆動周波数の範囲において安定に動作し，乱調は発生しない．

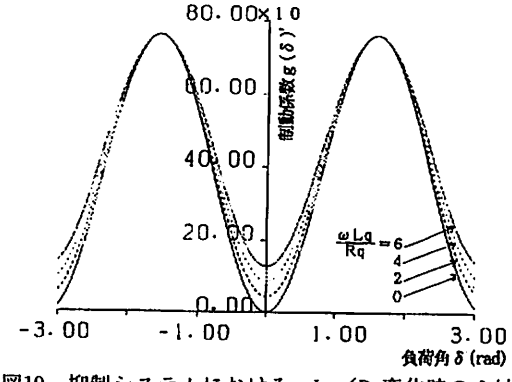


図19. 抑制システムにおける $\omega L_q/R_q$ 変化時の δ 対 $g(\delta)'$

Fig. 19. $g(\delta)'$ versus δ for various $\omega L_q/R_q$ by suppression control of hunting.

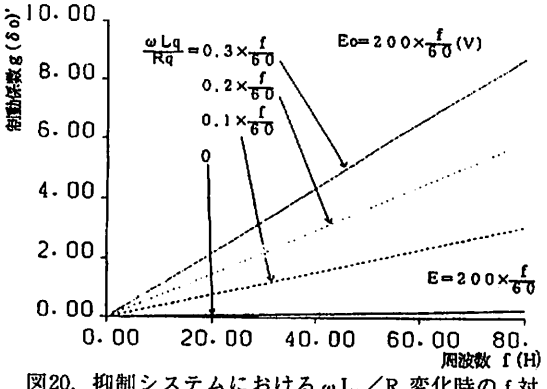


図20. 抑制システムにおける $\omega L_q/R_q$ 変化時の f 対 $g(\delta)'$

Fig. 20. $g(\delta)'$ versus f for various $\omega L_q/R_q$ by suppression control of hunting.

図21は，直軸・横軸リアクタンス比 K_X をパラメータにとったときの負荷角 δ 対制動係数 $g(\delta)'$ を示している．この場合は横軸リアクタンスを $X_q=10(\Omega)$ 一定としており，実際には X_d がパラメータとして変化する．同図より Kx を大きくしても，$g(\delta)'$ は負の値をとらないことがわかる．図22及び図23は，横軸に駆動周波数 f をとり，Kx をパラメータとしたときの安定平衡点における制動係数 $g(\delta_o)'$ を示し，図22は X_d，図23は X_q を変化させたものである．両図より，ほぼ全ての駆動周波数において，$g(\delta_o)'$ は負の値をとることがなく，Kx の大きい（突極比の大きい）同期電動機においても本制御法により乱調は抑制され，安定化できることがわかる．

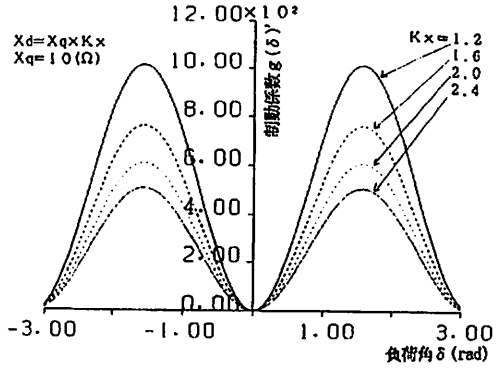


図21. 抑制システムにおける Kx 変化時の δ 対 $g(\delta)'$ (X_q 一定)

Fig. 21. $g(\delta)'$ versus δ for various Kx by suppression control of hunting. (Const. X_q)

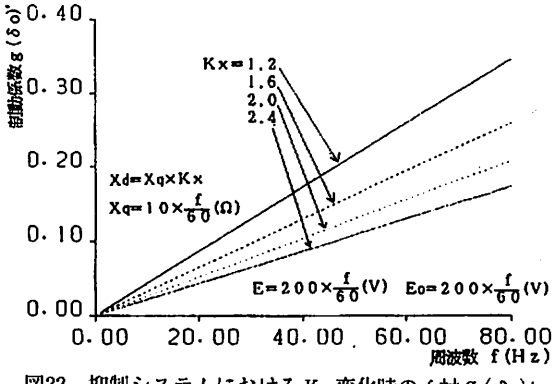


図22. 抑制システムにおける Kx 変化時の f 対 $g(\delta_o)'$ (X_q 一定)

Fig. 22. $g(\delta_o)'$ versus δ for various Kx by suppression control of hunting. (Const. X_q)

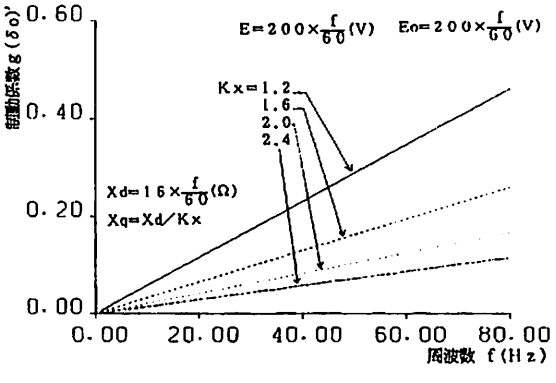


図23. 抑制システムにおける Kx 変化時の f 対 $g(\delta_o)'$ (X_d 一定)

Fig. 23. $g(\delta_o)'$ versus δ for various Kx by suppression control of hunting. (Const. X_d)

図24は，無負荷誘導起電力 E_0 をパラメータとしたときの駆動周波数 f 対安定平衡点における制動係数 $g(\delta_0)'$ を示している．同図より，ほぼ全ての駆動周波数において，$g(\delta_0)'$ は負の値をとることがなく，乱調抑制後同期機は安定となる．

図25は，漏れインダクタンス比ＬＫをパラメータにとったときの負荷角 δ 対制動係数 $g(\delta)'$ を示している．４章でも述べたように，ＬＫが大きくなると漏れ磁束が増大することになる．同図よりＬＫを大きくしても，$g(\delta)'$ は負の値をとらないことがわかる．図26は駆動周波数fを横軸にとり，ＬＫをパラメータとしたときの安定平衡点における制動係数 $g(\delta_0)'$ を示したものである．同図より，ほぼ全ての駆動周波数において，$g(\delta_0)'$ は負の値をとることがなく，乱調抑制後は安定となることがわかる．

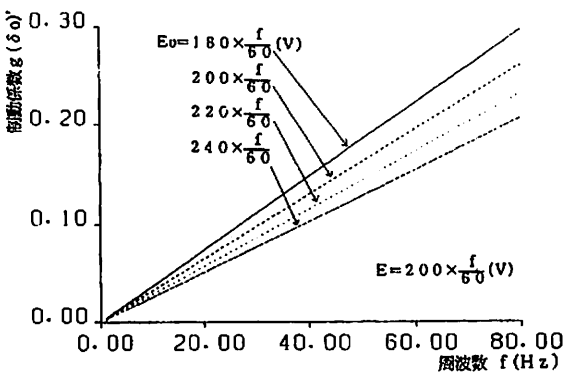


図24. 抑制システムにおける E_0 変化時の f 対 $g(\delta_0)'$
Fig. 24. $g(\delta_0)'$ versus δ for various E_0 by suppression control of hunting.

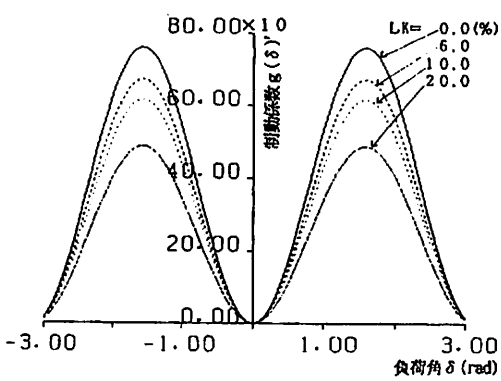


図25. 抑制システムにおける LK 変化時の δ 対 $g(\delta)'$
Fig. 25. $g(\delta)'$ versus δ for various LK by suppression control of hunting.

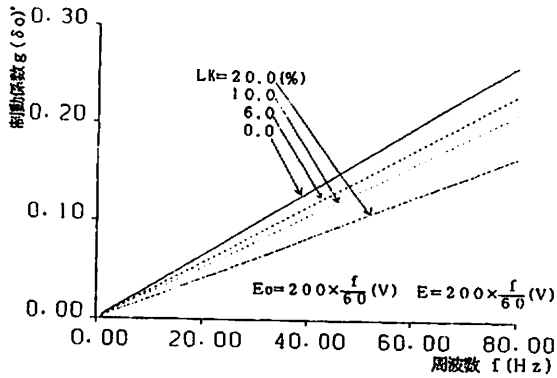


図26. 抑制システムにおける LK 変化時の f 対 $g(\delta_0)'$
Fig. 26. $g(\delta_0)'$ versus δ for various LK by suppression control of hunting.

以上のことから，電機子抵抗の電圧降下をフィードバック補償して鎖交磁束を一定する本制御法により，乱調は抑制されシステムは安定となることがわかる．また，本制御法により，機器パラメータの選定にかかわらず，ほぼ全ての駆動周波数において乱調は抑制され，安定な運転が可能となる．

7．むすび

本論文では，これまでの解析で無視されてきた漏れリアクタンス（磁束）を考慮にいれた回転子運動方程式を調波平衡法を用いて導出し，リヤプノフ関数を構成して可変速駆動時における同期電動機の安定性について解析を行い，機器パラメータや駆動条件が乱調発生や振動の大きさに及ぼす影響を調べた．その結果，駆動周波数の低い，低速駆動時において乱調が発生しやすいことがわかった．また，商用周波数駆動において乱調発生に大きな影響を与えた電機子抵抗，無負荷誘導起電力，直軸・横軸リアクタンスは可変速駆動時においても乱調発生に大きな影響を及ぼすことがわかった．さらに制動巻線による乱調抑制効果は低速駆動時においては弱くなることがわかった．また漏れ磁束は，可変速駆動時において乱調にやや影響を及ぼすことがわかった．

また，本論文では乱調抑制法として，まず物理的な乱調発生機構を明らかにし，鎖交磁束の脈動が乱調振動に影響を与えていることを示した．次いで，電機子抵抗の電圧降下を電源電圧にフィードバック補償することによって，電機子抵抗の影響を除いて鎖交磁束を一定にする磁束一定制御を提案し，シミュレーションによってその有用性を確かめた．更に乱調抑制システ

ムに対する安定性解析を行い，抑制後は安定となること，機器パラメータの選択にかかわらず本制御法を用いることによって，乱調は抑制され安定となることがわかった．しかし，抑制制御を開始してから安定となるまでにはかなりの時間を要するので，速やかに収束できるシステムを構成することが今後の課題となる．

参考文献

(1) 佐藤・関：「SCRインバータによる同期電動機の運転」，電学誌，919，135（昭40－4）

(2) 熊野・関根：「空げき磁束の挙動解析に基づく同期機の負制動現象に関する一考察」，電学論B，108，339（昭63－8）

(3) 島谷・渋谷・林：「同期機の乱調振動の一算定法」電学論B，98，823（昭53－10）

(4) 近藤・大窪・藤原：「同期電動機の乱調振動の解析」，電学論B，107，501（昭62－10）

(5) C.Hayashi："Nonlinear Oscillation in Physical systems"，Mc Graw-Hill（1946）

(6) 千住・上里：「リヤプノフ法による同期電動機の乱調振動の解析」，電学論D，109，602（平元－8）

(7) 千住・上里・宮城：「リヤプノフ法による突極形同期電動機の乱調振動現象の解析」，電気学会回転機研究会，RM－90－104，137（平2）

(8) 千住・宮城・上里：「可変速駆動同期電動機の乱調解析と安定化制御法」，産業電力電気応用研究会，IEA－91－7－11（平3－5）

(9) 小郷・美多：「システム制御理論入門」，実教出版㈱

(10) H.Miyagi & T.Taniguchi："Lagrange－Charpit Method and Stability Problem of Power Systems"，IEEE Proc.，Pt，D，128，3，117（1981－5）

(11) 古賀・上田・園田：「インバータ駆動誘導機の安定性解析と安定化制御」，電学論D，109，106（平元－2）

付　録

付録Ⅰ．(17) 式の係数および (21) 式の係数の導出

(18) 式，(19) 式について逆行列を求め，(17) 式の係数を求めると，以下のようになる．但し，負荷角 δ の時間変化は比較的緩慢であるとして，Sの2乗以上の項を無視した．また逆行列の計算には数式処理ソフトREDUCE 3．3を使用した．

$$F_o=-\frac{E_oX_q}{X^2}(2r^2S+X)$$

$$F_s=E\left[\frac{S}{X^2}\left\{-rX_q(X_d-X_q)-\frac{X_q^2X_{Md}^2}{R_d}+\frac{r^2X_{Mq}^2}{R_q}\right\}+\frac{r}{X}\right]$$

$$F_c=E\left[\frac{S}{X^2}\left\{-r^2(X_d-X_q)+r\left(\frac{X_dX_{Mq}^2}{R_q}+\frac{X_qX_{Md}^2}{R_d}\right)\right\}+\frac{X_q}{X}\right]$$

$$G_o=-\frac{rE_o}{X^2}[(X-2r^2)S-X]$$

$$G_s=E\left[\frac{S}{X^2}\left\{r^2(X_d-X_q)+r\left(\frac{X_dX_{Mq}^2}{R_q}+\frac{X_qX_{Md}^2}{R_d}\right)\right\}+\frac{X_d}{X}\right]$$

$$G_c=E\left[\frac{S}{X^2}\left\{-rX_d(X_d-X_q)-\frac{r^2X_{Md}^2}{R_d}+\frac{X_d^2X_{Mq}^2}{R_q}\right\}-\frac{r}{X}\right]$$

$$H_o=\frac{E_o}{X_{Md}}$$

$$H_s=\frac{EX_qX_{Md}}{XR_d}S$$

$$H_c=-\frac{ErX_{Md}}{XR_d}S$$

$$I_o=0$$

$$I_s=-\frac{ErX_{Mq}}{XR_q}S$$

$$I_c=-\frac{EX_dX_{Mq}}{XR_q}S$$

但し，　$X=(r^2+X_dX_q)$

以上の係数を用いることにより，(21) 式の係数は以下のようになる．

$$a_o=\frac{pE_o^2}{\omega X^2}(X_q^2+r^2)$$

$$a_s=\frac{pEE_o}{\omega X^2}\{XX_q-2r^2(X_d-X_q)\}$$

$$a_c=\frac{pEE_or}{\omega X^2}\{X-2(X_q^2+r^2)\}$$

$$a_{ss}=\frac{pE^2rX_d}{\omega X^2}(X_d-X_q)$$

$$a_{sc}=\frac{pE^2}{\omega X^2}(X_d-X_q)(X-2r^2)$$

$$a_{cc}=\frac{pE^2rX_q}{\omega X^2}(X_d-X_q)$$

$$b_o=-\frac{pE_o^2r}{\omega X^3}\{X(X_q^2+3r^2)-4r^2(X_q^2+r^2)\}$$

$$b_s=-\frac{2pEE_or}{\omega X^3}\left\{-rX(2X_d-3X_q)+\frac{rX_{Mq}^2}{R_q}(X_d-X_q)\right.$$
$$\left.+\frac{X_qX_{Md}^2}{R_d}(X_q^2+r^2)+r(3r^2-X_q^3-4r^2X_q)\right\}$$

$$b_c=-\frac{2pEE_or}{\omega X^3}\left\{X^2-X(X_q^2+5r^2)+\frac{X_qX_{Md}^2}{R_d}(X_q^2+r^2)\right.$$
$$\left.+\frac{rX_{Mq}^2}{R_q}(X-X_d^2-r^2)+r^2(X_d^2+3X_q^2+4r^2)\right\}$$

$$b_{sc}=-\frac{2pE^2}{\omega X^3}\left\{r^2X(X_d-X_q)(3-(2r^2+X+X_d^2+X_q^2))-\frac{rX_{Md}^2}{R_q}(rX_d+X_q^3)+\frac{rX_{Mq}^2}{R_q}(X_d^3+rX_q)\right\}$$

$$b_{ss}=-\frac{pE^2}{\omega X^3}\left\{r(X-2r^2)(X_d-X_q)^2+\frac{r^2X_{Mq}^2}{R_q}(X-2(X_d^2+r^2))+\frac{X_{Md}^2}{R_d}(X(X_q^2-2r^2)-2r^2(X_q^2-r^2))\right\}$$

$$b_{cc}=\frac{pE^2}{\omega X^3}\left\{r(X-2r^2)(X_d-X_q)^2-\frac{r^2X_{Md}^2}{R_d}(X-2(X_q^2+r^2))+\frac{X_{Mq}^2}{R_q}(X(X_d^2+2r^2)-2r^2(X_d^2+r^2))\right\}$$

付録Ⅱ．(31) 式の係数の導出

(32) 式，(33) 式について逆行列を求め，(31) 式の係数を求めると以下のようになる．但し，付録Ⅰと同様に負荷角 δ の時間変化は比較的緩慢であるとして，Sの2乗以上の項を無視した．

$$F_o'=-\frac{E_o}{\omega X_d} \qquad H_o'=\frac{E_o}{\omega X_{Md}}$$

$$F_s'=-\frac{EX_{Md}^2}{X_d^2R_d}S \qquad H_s'=\frac{EX_{Md}}{X_dR_d}S$$

$$F_c'=\frac{E}{\omega X_d} \qquad H_c'=0$$

$$G_o'=0 \qquad I_o'=0$$

$$G_s'=\frac{E}{\omega X_q} \qquad I_s'=0$$

$$G_c'=\frac{EX_{Mq}^2}{X_q^2R_q}S \qquad I_c'=-\frac{EX_{Mq}}{X_qR_q}S$$

以上の係数を用いることにより，(32) 式の出力トルク f (δ)'，制動係数 g (δ)' は (32) 式のようになる．

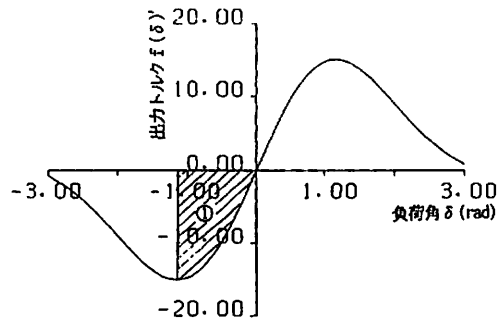
付録Ⅲ．抑制システムの f (δ)' についての検討

6章において乱調抑制システムの回転子運動方程式を導出した．安定性解析については，安定平衡点における制動係数 g (δ_o)' を調べればよかったので，f (δ)' について解析することはなかった．そこで，本付録Ⅲにおいて乱調抑制システムの f (δ)' について検討を行う．

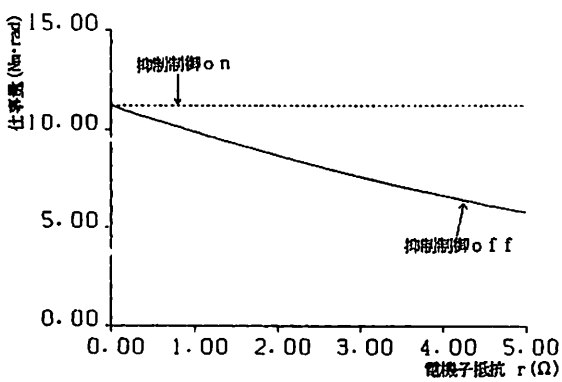
解析方法として，付図1は δ 対 f (δ)' であるが，まず，f (δ)' の極小値における負荷角を求め，ついで，そこから $\delta=0$ までの積分を行い，図の①の部分の面積を求める．その面積は，仕事量（エネルギー）を表し，面積が大きいほど同期電動機の安定度は増すことを示している．比較のために無制御の出力トルク f (δ) についても面積を求めた．

付図2は横軸に電機子抵抗 r をとった場合の仕事量の様子である．無制御の場合，r が大きくなるとともに仕事量は減少していくため，不安定になりやすくなることがわかる．しかし，制御を行った場合，r を変化させても電機子抵抗の影響は除去されているので仕事量に変化はなく，無制御に比べて安定となることがわかる．

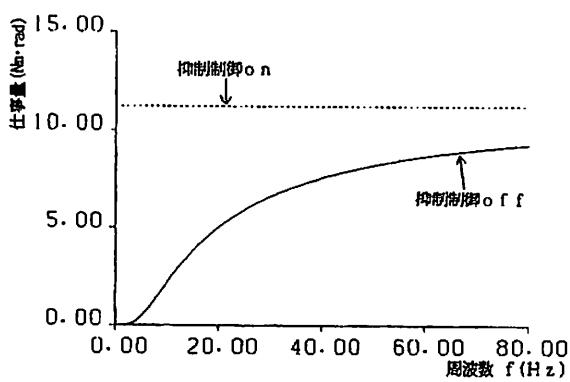
付図3は横軸に駆動周波数 f をとった場合の仕事量



付図1．抑制システムにおける δ 対 f (δ)'
Appendix−fig. 1. f (δ)' versus δ.



付図2．r 対仕事量
Appendix−fig. 2. Work quantity versus r. (f =60Hz)



付図3．f 対仕事量
Appendix−fig. 3. Work quantity versus f. (r =3Ω)

の様子である．無制御の場合，f が低い低速駆動のときは仕事量が減少し，不安定になりやすいことがわかる．しかし，制御を行った場合，f に関係なく仕事量は一定となり，無制御に比べて安定となることがわかる．