

琉球大学学術リポジトリ

AHPを基盤としたファジィ多目的意思決定の一手法

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学工学部 公開日: 2008-03-31 キーワード (Ja): キーワード (En): Multiple-criteria, decision-making problem, Fuzzy decision-making, Fuzzy matrix, AHP, Eigenvector technique, Fuzzy connectives 作成者: 宮城, 隼夫, 翁長, 久, 山下, 勝己, Miyagi, Hayao, Onaga, Hisashi, Yamashita, Katsumi メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/5472

AHPを基盤としたファジィ多目的意思決定の一手法

宮城隼夫* 翁長久** 山下勝己*

A Multiple-Criteria Fuzzy Decision-Making Method
Based on the AHP

Hayao MIYAGI* Hisashi ONAGA** and Katsumi YAMASHITA*

Abstract

This paper presents a new fuzzy decision-making method for the multiple-criteria problem, utilizing the eigenvector technique developed in AHP (Analytic Hierarchy Process). The matrix based on a series of linguistic paired-comparisons is transformed into a fuzzy matrix by a hyperbolic-type membership function. The resulting fuzzy entries are additive-type, and thus can easily have numerical consistency. A vector of priorities is obtained from the fuzzy matrix.

In the proposed method, the perfect "forced consistency" technique is repeatedly used. Then, a way of choosing the independent entries is also discussed by employing the graph theory. The repetition of that technique is useful to extract the decision maker's potential sense of values or ambiguity.

A score of an alternative is calculated by fuzzy connectives. To show the availability of the method, examples are also given.

Key Words: Multiple-criteria decision-making problem, Fuzzy decision-making, Fuzzy matrix, AHP, Eigenvector technique, Fuzzy connectives

1. はじめに

人間の欲求は多種多様であり、人間によって構成されるシステムもまた、種々雑多な要求に応えなければならない。多目的意思決定問題は、人間の価値基準、すなわち好みや気分など人間特有の感情をもシステムの目的としてとらえ、総合的見地からシステムの意思決定を行うところに特徴がある。

人間の主観を評点化する手法として、現在最も注目

されているのが、T.L.Saatyによって提唱されたAHP (Analytic Hierarchy Process)^{1)~3)}であろう。この手法によれば、人間の持つイメージなどのような定量化不可能と思われる指標に対しても、一対比較による評価法で主観的数値を割り付けることができる。また、従来の多目的意思決定手法に比べて、手続きが簡単でわかりやすいなどの利点もある。

AHPは大きく分けて、次の4つの過程から成り立っている。

受理：1993年5月10日

* 工学部電子・情報工学科 Dept. of Electronics and Information Eng., Fac. of Eng.

** 郵政省 The Ministry of Postal Services.

- (a) 目標，評価項目の階層構造を作る。
- (b) 階層構造に基づき，評価項目間の一対比較を行って一対比較行列を作成する。
- (c) 一対比較行列から各評価項目の相対的重要度を行列の固有ベクトルとして求める。
- (d) すべての評価項目の相対的重要度を何らかの形で合成し，代替案の全体としての総合評点を求め，意思決定を行う。

Saatyは，Perron-Frobenius⁴⁾の定理をうまく活用するために，一対比較によって得られる行列において，対称成分は互いに他の逆数と設定している。しかしながら我々の感覚からすれば項目間の比較において，何倍重要という数値は与えにくい。そこでSaatyは，言葉による尺度で数値を割り付けることを提案しているが，人間の感覚量のあいまいさから，行列の要素間の整合性がなかなかとりにくいという欠点は依然として残る。むしろ，一対比較行列における相対的重要度は比の形ではなく，差の形で得る方が我々の感覚とよく一致した結果を得ることができ，要素間の整合性もとりにやすい。

一方，あいまいな環境のもとでの意思決定にファジィ理論を適用する研究はBellman-Zadeh以来多くの研究者によってなされてきた^{5)~8)}。複数目的の評価合成法についても，min演算，max演算などのファジィ結合演算の他に，Zimmermannの γ 演算⁵⁾や前田・村上の拡張 γ 演算⁶⁾などが知られている。

本論文では，人間の持つあいまい性がファジィ理論によってうまく処理できることから，AHPにおける一対比較行列をファジィ行列で表現した一連の意思決定法を確立する。ファジィ行列で与えられる一対比較行列では，要素はある項目を重要視する程度と別の項目を重要視する程度の差で与えられるため，要素間の整合性がとりにやすい利点がある。また本論においては，一対比較行列と人間の感覚量との整合性をとるために，意思決定者の言語的尺度をそのまま数値化して一対比較行列を得ることをせず，双曲線関数で与えられるメンバーシップ関数を媒介にして一対比較行列を得る方法をとっている。評価項目間の相対的重要度は，AHPに従い，行列の固有ベクトルを採用するが，行列の要素間の数値的整合性をとるために，意思決定者の与える要素の数は $n-1$ 個に限定する。この数値的厳密さによって意思決定者の潜在的価値観が相対的重要度に反映しにくくなることを避けるため，異なる何組かの $n-1$ 個のデータに対して総合的評点を求める方法

を採用している。総合評点のパラツキは，見方を変えればそのまま意思決定者の評価に対するあいまい度を与えることになる。従来のAHPでは結果が1個しか出てこないため，意思決定のもとになるデータの信頼性については言及できなかったが，本方法によれば，複数個の総合評点の分散から，意思決定者の潜在的価値観やデータの信ぴょう性についても考察できる。

2. AHPによる意思決定

代替案，評価項目の集合をそれぞれ，

$$X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\} \quad (1)$$

$$C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\} \quad (2)$$

とするとき，AHPは，評価項目 C_1, C_2, \dots, C_n 間の相対的重要度を次のように決定していく。まず最初に，意思決定者に「評価項目 C_i は評価項目 C_j よりもどの程度重要か」といった質問をおこない，これに対して意思決定者はその度合いを主観的判断に基づいて下記のようにランクづけされた1~9の数値あるいはその逆数で回答する。

1：同じ位	(equally)
3：少し	(moderately)
5：かなり	(strongly)
7：非常に	(very strongly)
9：圧倒的に	(extremely)

このようにして得られた1対比較結果は $n \times n$ の1対比較行列

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (3)$$

の形にまとめられる。

この1対比較行列Aは次の性質を持っている。

$$a_{ii} = 1, a_{ij} > 0 \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

$$a_{ji} = 1/a_{ij} > 0 \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

(4), (5)式よりAは既約な正行列となるので, Perron-Frobeniusの定理より $\lambda_{max} > 0$, $v > 0$ なる λ_{max} , v の存在が保証される. そこで, AHPではAの最大固有値 λ_{max} , これに対応する固有ベクトル v を計算し, 正規化された固有ベクトル v を評価項目間の相対的重要度とする.

上記の手順にしたがって相対的重要度を求めると1対比較データの整合性に関して次の2つの問題が生じる⁹⁾.

(i) $a_{12}=3, a_{23}=3, a_{13}=9$ と回答したときの整合性

(ii) $a_{12}=9, a_{23}=9, a_{13}=9$ と回答したときの整合性

(i)は「 C_1 は C_2 よりも少し重要」, 「 C_2 は C_3 よりも少し重要」であれば普通「 C_1 は C_3 よりもかなり重要 ($a_{13}=5$)」かせいぜい「非常に重要 ($a_{13}=7$)」くらいとなるはずであるのに「 C_1 は C_3 よりも圧倒的に重要 ($a_{13}=9$)」と回答され, 「理論と感覚とのギャップ」が生じる.

(ii)は「 C_1 は C_2 よりも圧倒的に重要」, 「 C_2 は C_3 よりも圧倒的に重要」であれば「 C_1 は C_3 よりも(圧倒的にさらに圧倒的に)重要」を表現する必要があるが, 上限が設定されているため無理な回答をせざる得なくなっている. すなわち, 「言語的表現の限界」が生じる.

(i), (ii)の問題を解決するために, Aの各成分に対する整合度C. I. (Consistency Index)を計算し, 整合度のずれに応じてAを修正する方法¹⁾, あるいはこの整合度C. I. および相対的重要度 v の感度係数からAを修正する方法¹⁰⁾が提案されている. しかしながら, いずれの手法も整合性がとれるまで, Aの修正をおこなう必要があるうえに, 修正をかけたあとのAは整合性は満足するものの, 最初にイメージしていた重要度が正確に表現されているとは限らない. たとえば, (ii)において $a_{13}=9$ とする限り, 整合性を保つために, $a_{12}=3, a_{23}=3$ と修正しなければならず, これは最初のイメージとかけ離れてしまう.

3. ファジィ意思決定法

3.1 最大固有値 λ_{max} と固有ベクトル v

本論文では, 2章で述べたように問題が生じた後に

行列を修正するのではなく, むしろ問題が生じないように評価項目 C_1, C_2, \dots, C_n 間の相対的重要度を求める手法を考える. まず最初に, 意思決定者に「評価項目 C_i は評価項目 C_j よりもどの程度重要か」といった質問をおこなう. これに対して意思決定者はその度合いを主観的判断によって表1に基づいた, 0-1の数値あるいはその負の数で回答する.

表1 言語的表現に対応した ρ の値

同じように重要	→ 0.0
やや重要	→ 0.2
かなり重要	→ 0.4
非常に重要	→ 0.6
きわめて重要	→ 0.8

このようにして得られた1対比較結果は $n \times n$ の1対比較行列

$$P = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \dots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & \rho_{nn} \end{bmatrix} \quad (6)$$

の形にまとめられる. この1対比較行列Pは次の性質を持っている.

$$\rho_{ii} = 0, \rho_{ji} = -\rho_{ij} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

(7)式が満足されているので, 行列Pの右上三角部分かあるいは左下三角部分さえ意思決定者に与えてもらえば十分である. また, Pの右上三角部分には $n(n-1)/2$ 個の ρ があるが, これもすべて与える必要はない. すなわち, 本論文では相対的重要度を大きさの差の形で与えているので要素間の整合性は

$$\begin{aligned} \rho_{ik} + \rho_{kj} &= (\rho_i - \rho_k) + (\rho_k - \rho_j) \\ &= \rho_{ij} \end{aligned} \quad (8)$$

となり, この関係よりいくつかの ρ は自動的に決定される. したがって前章で述べた問題(i)は生じない. しかしながら, 今度は1対比較行列PはPerron-Frobeniusの定理を満足せず, $\lambda_{max} > 0, v > 0$ の存在が保証されない. さらに前章で述べた問題(ii)も

依然として解決されていない。問題(ii)を解決するには $\rho_{ik} + \rho_{kj} = \rho_{ij}$ を計算したときに ρ_{ij} が表1で定めた範囲を越えたときでも何ならかの対応ができなければならない、そこで ρ_{ij} を用いて、グレード μ_{ij} を次のメンバーシップ関数で定義する。

$$\mu_{ij} = \frac{1}{2} [1 + \tanh \rho_{ij}] \quad (9)$$

上式を用いれば、 μ_{ij} と ρ_{ij} の関係は図1のようになり、 ρ_{ij} から μ_{ij} へ写像する際の ρ_{ij} の上限が無くなり問題(ii)が解決されることになる。

また(9)式で得られた μ_{ij} を $n \times n$ の1対比較ファジィ行列

$$F = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \dots & \mu_{1n} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \dots & \mu_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{n1} & \mu_{n2} & \dots & \mu_{nn} \end{bmatrix} \quad (10)$$

の形にまとめると、

$$\mu_{ji} = 0.5, \mu_{ij} > 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

$$\mu_{ji} = 1 - \mu_{ij} > 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

となる。

(11), (12)式よりファジィ行列Fは既約な正行列となるため、Perron-Frobeniusの定理より $\lambda_{max} > 0$, $v > 0$ なる λ_{max} , v の存在も保証される。本論文ではFの最大固有値 λ_{max} , これに対応する固有ベクトル v を計算し、正規化された固有ベクトル v を評価項目間の相対的重要度とする。代替案 X_1, X_2, \dots, X_m 間の相対的重要度も同様に求めることができる。

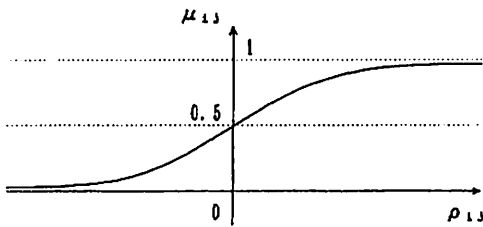


図1 メンバーシップ関数 μ_{ij}

(8)式を満足させることによって、 $n-1$ 個の ρ を用いてすべての ρ を算出するが、任意に $n-1$ 個の ρ を与

えても、 ρ がすべて独立でなければ残りのすべての要素を算出することができない場合がある。したがって、 $n-1$ 個の ρ が独立で残りのすべての要素がこれらの従属関係になる必要がある。次節で独立な ρ の与え方について論じる。

3.2 独立な ρ の選定

Pの右上三角部分の要素 ρ は n 個のノードを持つグラフの枝と考えることができる。すなわち、もし右上三角部分の要素がすべて与えられているなら、これは、 n 個のノードと $n(n-1)/2$ 本の枝をもつ完全グラフを構成することになる。これを $n=5$ の場合について図示したのが図2である。また、 n 個のノードをもつ完全グラフの接続行列Dは次式のように与えられる。

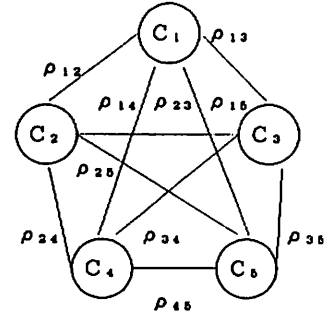


図2 完全グラフ ($n=5$)

$$D = [\rho_{12} \rho_{13} \dots \rho_{1n} \mid \rho_{23} \rho_{24} \dots \rho_{2n} \mid \dots \mid \rho_{(n-1)n}] \\ = [D_{n-1} \mid D_{n-2} \mid \dots \mid D_1] \quad (13)$$

ただし、 ρ_{ij} は i 行と j 行の値が1で他は0の列ベクトルである。

そこで、 n 個のノードを持つ連結グラフの接続行列のランクは $n-1$ である¹¹⁾ことを考慮すれば

$$\text{rank}[D] = n - 1 \quad (14)$$

が得られる。すなわちDの中にはたかが $n-1$ 本しか独立な列ベクトル ρ は存在しない。

ここで

$$\rho_{ij} = \rho_{ik} + \rho_{kj} \pmod{2} \quad (15)$$

と(8)式が対応することを考えれば、Dの中からn-1本の列ベクトルρを選ぶという操作は、すなわち、Aの中からn-1個のρを選ぶことに相当する。したがって、n(n-1)/2個のρのうちn-1個さえ与えれば、あとは演算によって自動的に求まることになる。

n-1本の独立な列ベクトルを得るには、D_{n-1}, D_{n-2}, ..., D₁の中から1本ずつ列ベクトルを抜き出せば十分である。この操作は行列Aの右上三角部分の各行から1個ずつρを取っていくことに相当する。また、接続行列Dを

$$D = [\rho_{12} | \rho_{13}, \rho_{23} | \rho_{1n}, \rho_{2n} \dots \rho_{(n-1)n}] = [D_1 | D_2 | \dots | D_{n-1}] \quad (16)$$

と置き換えると、D₁, D₂, ..., D_{n-1}の行列の中から1本ずつ列ベクトルを抜き出すという操作は、Aの右上三角部分の各列から1個ずつρを取っていくことを意味する。

すなわち結論として、Aの要素ρを与える際にはAの右上三角部分の各列から1個ずつ総計n-1個のρを与えるか、もしくは各行から1個ずつ総計n-1個のρを与えれば十分であるといえることができる。

3.3 ファジィ結合演算

代替案X_iが目的Cを達成する度合いが

$$\mu_{xi} : C \rightarrow [0, 1] \quad (17)$$

なるメンバーシップ関数によって表わされるものとす。この場合、代替案X_iが各目的を達成する度合いは

$$E_{xi}(C) = \{\mu_{xi}(C_1)/C_1, \mu_{xi}(C_2)/C_2, \dots, \mu_{xi}(C_n)/C_n\} \quad (18)$$

なるファジィ集合、また代替案のすべての目的を統合した達成度合いは

$$E(X) = \{\mu_c(X_1)/(X_1), \mu_c(X_2)/(X_2), \dots, \mu_c(X_m)/(X_m)\} \quad (19)$$

なるファジィ集合で表わされ、μ_c(X_i), (i=1,2,...,m)を最大にするX_iが最良の代替案になる。ここでμ_c(X_i)は個々の目的に対するX_iの達成度合をスカ

ラー値に合成したものであり、この関係は一般的に

$$\mu_c(X_i) = f(\mu_{xi}(C_1)/C_1, \mu_{xi}(C_2)/C_2, \dots, \mu_{xi}(C_n)/C_n) \quad (20)$$

と表わされる。従来、fとしてmin演算、max演算、γ演算等が用いられている。本論文では、まず、意思決定者が目的Cに対して持っている重要度を

$$W(C) = \{\mu_w(C_1)/C_1, \mu_w(C_2)/C_2, \dots, \mu_w(C_n)/C_n\} \quad (21)$$

で表わされるファジィ集合とする。ただし、

$$\mu_w(C_i)/C_i = v_i \quad (22)$$

である。そこで、(21)式のW(C)を用いて、(20)式における評価合成値μ_c(X_i)を次式で計算する。

$$\mu_{cg}(X_i) = \sum_{k=1}^m \{\mu_{xi}(C_k) \cdot \mu_w(C_k)\} \quad (23)$$

$$\mu_{cs}(X_i) = \max_k \min\{\mu_{xi}(C_k), \mu_w(C_k)\} \quad (24)$$

$$\mu_{cc}(X_i) = \min_k \max\{\mu_{xi}(C_k), \mu_w(C_k)\} \quad (25)$$

ここで、(23)式は総合的評価、(24)式は代替的評価、(25)式は補完的評価をそれぞれ決定する。

3.4 重要度の判断に対するあいまい性

意思決定者の与える要素の数はn-1個のデータに限定している。この数値的厳密さによって意思決定者の潜在的価値観が相対的重要度に反映しにくくなることを避けるため、以下の手順に従って、重要度の判定に対するあいまい度A₁、

(Ambiguity Index)を定義する。

(step.1) 異なるL組のn-1のデータに対して

代替案X_iの総合評点μ_c(X_i)を求める。

(step.2) L個のμ_c(X_i)に対して標準偏差σ_iを求める。

(step.3) x σ_iを次式のようなあいまい度A₁、I₁と定義する。

$$A.I. = \sum_{i=1}^m \sigma_i \tag{26}$$

相対的重要度に対して意思決定者のあいまいさがまったく無かった場合は、異なるL組のデータに対して算出された $\mu_c(X_i)$ はすべて等しくなり、 $\sigma_i=0$ となる。すなわち(26)式より、 $A.I.=0$ が得られる。あいまいさが増していくと σ_i が増加していき、比例して $A.I.$ も増加していく。したがって、 $A.I.$ は意思決定者が相対的重要度の判定に対して持っているあいまいさを示すことになる。

多目的意思決定問題では代替案の順位付けが目標となるので、どの程度まであいまい性を許容できるかという問題に対しては、異なるL個のデータの組に対して代替案の順位が変動しなければ許容できるあいまいさだと判断する。また、一つでも順位が変動していれば許容できる範囲を逸脱したものと判断し、最初から意思決定をやり直すことになる。

4. 数値例

本論文中で提案した手法を検証するために、簡単な例を示す。ここでは学生が就職先企業を決定する問題を考える。代替案、評価項目の集合はそれぞれ、

$$X = \{X_1, X_2, X_3\} \tag{27}$$

$$C = \{C_1, C_2, C_3, C_4\} \tag{28}$$

ただし、 X_1 ：A社、 X_2 ：B社、 X_3 ：C社

C_1 ：給与、 C_2 ：勤務地、

C_3 ：ステイタス、 C_4 ：業種

とする。まず、評価項目間の相対的重要度を表1に基づいた一対比較によって求める。ただし、3. 2節で述べた方法に従って $n-1=3$ 個の ρ を与え、残りはこれらの ρ を用いて算出する。このようにして行列P

$$P = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0 & 0.3 & -0.4 & -1.3 \\ -0.3 & 0.0 & -0.7 & -1.6 \\ 0.4 & 0.7 & 0.0 & -0.9 \\ 1.3 & 1.6 & 0.9 & 0.0 \end{bmatrix} \end{matrix} \tag{29}$$

が得られたとしよう。なお、Pにおいて $\rho_{ij}=i+1, i=1\sim 3$ が意思決定者によって与えられたデータであ

り、これは、行列Pの右上三角部分の各行から1個ずつ ρ を選んでデータを与える場合に相当する。次に、(9)式を用いて一対比較ファジィ行列FをPから求めると、

$$F = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.500 & 0.646 & 0.310 & 0.069 \\ 0.354 & 0.500 & 0.198 & 0.039 \\ 0.690 & 0.802 & 0.500 & 0.142 \\ 0.931 & 0.961 & 0.858 & 0.500 \end{bmatrix} \end{matrix} \tag{30}$$

となり、Fの最大固有値 λ^{\max} と λ^{\max} に対応する固有ベクトルvは

$$\lambda_{\max} = 1.5884 \tag{31}$$

$$V = [0.307 \quad 0.212 \quad 0.456 \quad 0.808] \tag{32}$$

となる。就職先決定問題は各評価項目に対する代替案の重要度が意思決定者によって異なる。さらに、ステイタス等、数値化が困難な評価項目があるため代替案が評価項目を達成する度合いについても相対的重要度として同様の手続きで求める。結果を次に示す。

(a) C1すなわち給与に対する各代替案の一対比較行列および相対的重要度：

$$P = \begin{matrix} & X_1 & X_2 & X_3 \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0 & -0.5 & 0.4 \\ 0.5 & 0.0 & 0.9 \\ -0.4 & -0.9 & 0.0 \end{bmatrix} \end{matrix} \tag{33}$$

$$V = [0.522 \quad 0.787 \quad 0.330] \tag{34}$$

(b) C2すなわち勤務地に対する各代替案の一対比較行列および相対的重要度：

$$P = \begin{matrix} & X_1 & X_2 & X_3 \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0 & 0.9 & 0.3 \\ -0.9 & 0.0 & -0.6 \\ -0.3 & 0.6 & 0.0 \end{bmatrix} \end{matrix} \tag{35}$$

$$V = [0.753 \quad 0.295 \quad 0.588] \tag{36}$$

(c) C₃すなわちステイタスに対する各代替案の
対比較行列および相対的重要度：

$$P = \begin{matrix} & X_1 & X_2 & X_3 \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & -0.9 \\ 0.0 & 0.0 & -0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (37)$$

$$V = \begin{matrix} & X_1 & X_2 & X_3 \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.394 & 0.394 & 0.830 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (38)$$

(d) C₄すなわち職種に対する各代替案の対比較
行列および相対的重要度：

$$P = \begin{matrix} & X_1 & X_2 & X_3 \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0 & 0.2 & -0.6 \\ -0.2 & 0.0 & -0.8 \\ 0.6 & 0.8 & 0.0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (39)$$

$$V = \begin{matrix} & X_1 & X_2 & X_3 \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.477 & 0.378 & 0.793 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (40)$$

上記の結果に基づいた各企業の評価値を表2に示す。
ただし、演算1, 2, 3は、それぞれ、(23)式, (24)式,
(25)式による評価である。

表2 各企業の評価値

代替案	A社	B社	C社
演算1	0.885	0.789	1.245
演算2	0.477	0.394	0.793
演算3	0.456	0.295	0.330

次に(29)式のPを求める際に、n-1=3個のPを他の
組、すなわち行列Pの右上三角部分の各列から1個ず
つPをとって、 $P_{12}=0.3, P_{13}=-0.5, P_{14}=-0.8$
でデータを与えて、同様に各企業の評価値を算出した
結果を表3に示す。なお、この場合には、(33)式, (35)
式, (37)式, (39)式のPは変わらないとした。

表3 各企業の評価値

代替案	A社	B社	C社
演算1	0.919	0.833	1.286
演算2	0.477	0.394	0.707
演算3	0.522	0.295	0.346

表2と表3の結果を比較してみると、各演算に対して
順位には変動はなく、許容できるあいまいさであるとい
える。本例題では演算1による結果のみについて、
あいまいさを示す指標A.I.を(26)式より求めてみ
る。まず、代替案X_iの合計得点における標準偏差σ_i
はそれぞれ

$$\sigma_1 = 0.024, \sigma_2 = 0.031, \sigma_3 = 0.029 \quad (41)$$

となり、意思決定者のあいまい度は

$$A.I. = \frac{\sum_{i=1}^3 \sigma_i}{= 0.084} \quad (42)$$

となる。

以上の結果より、就職先にふさわしい企業は、演算
1, 2すなわち総合的評価と代替的評価においては、
C社, A社, B社という順位になり、演算3の補完的
評価においては、A社, C社, B社という順位になる。

5. おわりに

AHPは、従来の多目的意思決定手法に比べて、手
続きが簡単でわかりやすいため、利用者の負担が軽く
実用的である。また、人間の好みのような定量化不可
能と思われる指標に対しても一対比較による評価で主
観的数値を割り付けることのできるすぐれた手法であ
る。しかしながら、一対比較行列において、対称成分
は互いに他の逆数という積形の配置を行うため、各要
素に対する数値的整合性が得にくく、人間の言語的感
覚と割り付けられる数値とのアンバランスも発生しや
すいという欠点がある。本論文では、一対比較行列を
ファジィ行列で与え、対称成分は互いに他の補集合と

いう加法形の配置を行って、AHPの欠点を補正する一連のファジィ意思決定法を提案した。また、言語的表現と割り付けられる数値とのアンバランスが生じないように、双曲線関数による写像でファジィ行列を与えている。相対的重要度の算出はAHPの固有ベクトル法によるが、重要度の評価合成にはファジィ結合演算を用いている。本論文では、意思決定者の重要度判定に対するあいまい性を判断する尺度として、評価合成値の分散を用いた一つの指標も提案している。

要度の感度係数，電子情報通信学会論文誌 A，Vol. J 70-A, No.11, pp. 1562-1567, 1987.

- 11) 尾崎弘，白川功，翁長健治：グラフ理論，コロナ社，1975.

参考文献

- 1) T. L. Saaty: The Analytic Hierarchy Process. New York: Mc Graw-Hill, 1980.
- 2) A. Arbel, T. L. Saaty and L. G. Vargas: Nuclear Balance and the Parity Index: The Role of Intangibles in Decisions, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-17, No.5, pp. 821-828, 1987.
- 3) P. S. Pak, K. Tsuji and Y. Suzuki: Comprehensive Evaluation of New Urban Transportation Systems by AHP, Int. J. of Systems Sci., Vol. 18, No.6, pp.1179-1190, 1987.
- 4) 児玉慎三，須田信英：システム制御のためのマトリクス理論，計測自動制御学会，1984.
- 5) H.J.Zimmermann and P.Zysno : Decisions and Evaluations by Hierarchical Aggregation of Information, Fuzzy Sets and Systems, Vol.10, pp.243-260, 1983.
- 6) 前田博，村上周太：ファジィ結合演算による選好表現を用いた多目的問題のファジィ意思決定手法，計測自動制御学会論文集，Vol. 23, No.5, pp.517-524, 1987.
- 7) F. Seo and M.Sakawa:Fuzzy Multiattribute Utility Analysis for Collective Choice, IEEE Trans.on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-15, No.1, pp.45-53, 1985.
- 8) S. M. Chen: A New Approach to Handling Fuzzy Decision Making Problems, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-18, No.6, pp.1012-1016, 1987.
- 9) 中山弘隆：多目的意思決定－理論と応用－(2)－多目的意思決定とAHP－，システムと制御，Vol.30, No. 7, pp.430-438, 1986.
- 10) 増田達也：AHPにおける整合度および相対的重