AHPを基盤としたファジィ多目的意思決定の一手法

ＡＨＰを基盤としたファジィ多目的意思決定の一手法

宮城隼夫*　翁長　久**　山下勝己*

A Multiple-Criteria Fuzzy Decision-Making Method Based on the AHP

Hayao MIYAGI* Hisashi ONAGA** and Katsumi YAMASHITA*

Abstract

This paper presents a new fuzzy decision-making method for the multiple-criteria problem, utilizing the eigenvector technique developed in AHP (Analytic Hierarchy Process). The matrix based on a series of linguistic paired-comparisons is transformed into a fuzzy matrix by a hyperbolic-type membership function. The resulting fuzzy entries are additive-type, and thus can easily have numerical consistency. A vector of priorities is obtained from the fuzzy matrix.

In the proposed method, the perfect "forced consistency" technique is repeatedly used. Then, a way of choosing the independent entries is also discussed by employing the graph theory. The repetition of that technique is useful to extract the decision maker's potential sense of values or ambiguity.

A score of an alternative is calculated by fuzzy connectives. To show the availability of the method, examples are also given.

Key Words: Multiple-criteria decision-making problem, Fuzzy decision-making, Fuzzy matrix, AHP, Eigenvector technique, Fuzzy connectives

1．はじめに

人間の欲求は多種多様であり，人間によって構成されるシステムもまた，種々雑多な要求に応えなければならない．多目的意思決定問題は，人間の価値基準，すなわち好みや気分など人間特有の感情をもシステムの目的としてとらえ，総合的見地からシステムの意思決定を行うところに特徴がある．

人間の主観を評点化する手法として，現在最も注目されているのが，T.L.Saatyによって提唱されたＡＨＰ (Analytic Hierarchy Process)[1)~3)]であろう．この手法によれば，人間の持つイメージなどのような定量化不可能と思われる指標に対しても，一対比較による評価法で主観的数値を割り付けることができる．また，従来の多目的意思決定手法に比べて，手続きが簡単でわかりやすいなどの利点もある．

ＡＨＰは大きく分けて，次の４つの過程から成り立っている．

受理：1993年５月10日

* 工学部電子・情報工学科　Dept.of Electronics and Information Eng., Fac. of Eng.

** 郵政省　The Ministry of Postal Services.

(a) 目標，評価項目の階層構造を作る．
(b) 階層構造に基づき，評価項目間の一対比較を行って一対比較行列を作成する．
(c) 一対比較行列から各評価項目の相対的重要度を行列の固有ベクトルとして求める．
(d) すべての評価項目の相対的重要度を何らかの形で合成し，代替案の全体としての総合評点を求め，意思決定を行う．

Saatyは，Perron-Frobenius[4]の定理をうまく活用するために，一対比較によって得られる行列において，対称成分は互いに他の逆数と設定している．しかしながら我々の感覚からすれば項目間の比較において，何倍重要という数値は与えにくい．そこでSaatyは，言葉による尺度で数値を割り付けることを提案しているが，人間の感覚量のあいまいさから，行列の要素間の整合性がなかなかとりにくいという欠点は依然として残る．むしろ，一対比較行列における相対的重要度は比の形ではなく，差の形で得る方が我々の感覚とよく一致した結果を得ることができ，要素間の整合性もとりやすい．

一方，あいまいな環境のもとでの意思決定にファジィ理論を適用する研究はBellman－Zadeh以来多くの研究者によってなされてきた[5)～8)]．複数目的の評価合成法についても，min演算，max演算などのファジィ結合演算の他に，Zimmermannのγ演算[5)]や前田・村上の拡張γ演算[6)]などが知られている．

本論文では，人間の持つあいまい性がファジィ理論によってうまく処理できることから，ＡＨＰにおける一対比較行列をファジィ行列で表現した一連の意思決定法を確立する．ファジィ行列で与えられる一対比較行列では，要素はある項目を重要視する程度と別の項目を重要視する程度の差で与えられるため，要素間の整合性がとりやすい利点がある．また本論においては，一対比較行列と人間の感覚量との整合性をとるために，意思決定者の言語的尺度をそのまま数値化して一対比較行列を得ることをせず，双曲線関数で与えられるメンバーシップ関数を媒介にして一対比較行列を得る方法をとっている．評価項目間の相対的重要度は，ＡＨＰに従い，行列の固有ベクトルを採用するが，行列の要素間の数値的整合性をとるために，意思決定者の与える要素の数はn-1個に限定する．この数値的厳密さによって意思決定者の潜在的価値観が相対的重要度に反映しにくくなることを避けるため，異なる何組かのn-1個のデータに対して総合的評点を求める方法を採用している．総合評点のバラツキは，見方を変えればそのまま意思決定者の評価に対するあいまい度を与えることになる．従来のＡＨＰでは結果が１個しか出てこないため，意思決定のもとになるデータの信頼性については言及できなかったが，本方法によれば，複数個の総合評点の分散から，意思決定者の潜在的価値観やデータの信ぴょう性についても考察できる．

２．ＡＨＰによる意思決定

代替案，評価項目の集合をそれぞれ，

$$X=\{X_1, X_2, \ldots, X_m\} \tag{1}$$

$$C=\{C_1, C_2, \ldots, C_n\} \tag{2}$$

とするとき，ＡＨＰは，評価項目C_1，C_2，…，C_n間の相対的重要度を次のように決定していく．　まず最初に，意思決定者に「評価項目C_iは評価項目C_jよりもどの程度重要か」といった質問をおこない，これに対して意思決定者はその度合いを主観的判断に基づいて下記のようにランクづけされた１～９の数値あるいはその逆数で回答する．

１	：同じ位	(equally)
３	：少し	(moderately)
５	：かなり	(strongly)
７	：非常に	(very strongly)
９	：圧倒的に	(extremely)

このようにして得られた１対比較結果はn×nの１対比較行列

$$A=\begin{bmatrix} a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{1n} \\ a_{21}, a_{22}, \ldots, a_{2n} \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ a_{n1}, a_{n2}, \ldots, a_{nn} \end{bmatrix} \tag{3}$$

の形にまとめられる．
この１対比較行列Ａは次の性質を持っている．

$$a_{ii}=1,\ a_{ij}>0 \quad {}^{\forall}i,\ j=1,2,\ldots,n \tag{4}$$

$$a_{ji}=1/\ a_{ij}>0 \quad {}^{\forall}i,\ j=1,2,\ldots,n \tag{5}$$

(4)，(5)式よりAは既約な正行列となるので，Perron-Frobeniusの定理より$\lambda_{max}>0$，$v>0$なるλ_{max}，vの存在が保証される．そこで，AHPではAの最大固有値λ_{max}，これに対応する固有ベクトルvを計算し，正規化された固有ベクトルvを評価項目間の相対的重要度とする．

上記の手順にしたがって相対的重要度を求めると1対比較データの整合性に関して次の2つの問題が生じる[9]．

（i）$a_{12}=3$，$a_{23}=3$，$a_{13}=9$ と回答したときの整合性

（ii）$a_{12}=9$，$a_{23}=9$，$a_{13}=9$ と回答したときの整合性

（i）は「C_1はC_2よりも少し重要」，「C_2はC_3よりも少し重要」であれば普通「C_1はC_3よりもかなり重要（$a_{13}=5$）」かせいぜい「非常に重要（$a_{13}=7$）」くらいとなるはずであるのに「C_1はC_3よりも圧倒的に重要（$a_{13}=9$）」と回答され，「理論と感覚とのギャップ」が生じる．

（ii）は「C_1はC_2よりも圧倒的に重要」，「C_2はC_3よりも圧倒的に重要」であれば「C_1はC_3よりも（圧倒的にさらに圧倒的）に重要」を表現する必要があるが，上限が設定されているため無理な回答をせざる得なくなってしまっている．すなわち，「言語的表現の限界」が生じる．

（i），（ii）の問題を解決するために，Aの各成分に対する整合度C．I．(Consistency Index)を計算し，整合度のずれに応じてAを修正する方法1)，あるいはこの整合度C．I．および相対的重要度vの感度係数からAを修正する方法[10]が提案されている．しかしながら，いずれの手法も整合性がとれるまで，Aの修正をおこなう必要があるうえに，修正をかけたあとのAは整合性は満足するものの，最初にイメージしていた重要度が正確に表現されているとは限らない．たとえば，（ii）において$a_{13}=9$とする限り，整合性を保つために，$a_{12}=3$, $a_{23}=3$と修正しなければならず，これは最初のイメージとかけ離れてしまう．

3．ファジィ意思決定法

3.1　最大固有値λ_{max}と固有ベクトルv

本論文では，2章で述べたように問題が生じた後に行列を修正するのではなく，むしろ問題が生じないように評価項目C_1，C_2，…，C_n間の相対的重要度を求める手法を考える．まず最初に，意思決定者に「評価項目C_iは評価項目C_jよりもどの程度重要か」といった質問をおこなう．これに対して意思決定者はその度合いを主観的判断によって表1に基づいた，0~1の数値あるいはその負の数で回答する．

表1　言語的表現に対応したρの値

同じように重要	→	0.0
やや重要	→	0.2
かなり重要	→	0.4
非常に重要	→	0.6
きわめて重要	→	0.8

このようにして得られた1対比較結果は$n\times n$の1対比較行列

$$P=\begin{bmatrix} \rho_{11}, \rho_{12}, \ldots, \rho_{1n} \\ \rho_{21}, \rho_{22}, \ldots, \rho_{2n} \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \rho_{n1}, \rho_{n2}, \ldots, \rho_{nn} \end{bmatrix} \tag{6}$$

の形にまとめられる．この1対比較行列Pは次の性質を持っている．

$$\rho_{ii}=0, \rho_{ji}=-\rho_{ij} \quad \forall i, j=1,2,\ldots,n \tag{7}$$

(7)式が満足されているので，行列Pの右上三角部分かあるいは左下三角部分さえ意思決定者に与えてもらえば十分である．また，Pの右上三角部分には$n(n-1)/2$個のρがあるが，これもすべて与える必要はない．すなわち，本論文では相対的重要度を大きさの差の形で与えているので要素間の整合性は

$$\begin{aligned} \rho_{ik}+\rho_{kj} &= (\rho_i-\rho_k)+(\rho_k-\rho_j) \\ &= \rho_{ij} \end{aligned} \tag{8}$$

となり，この関係よりいくつかのρは自動的に決定される．したがって前章で述べた問題（i）は生じない．しかしながら，今度は1対比較行列PはPerron-Frobeniusの定理を満足せず，$\lambda_{max}>0$，$v>0$の存在が保証されない．さらに前章で述べた問題（ii）も

依然として解決されていない．問題(ii)を解決するには$\rho_{ik}+\rho_{kj}=\rho_{ij}$を計算したときに$\rho_{ij}$が表1で定めた範囲を越えたときでも何ならかの対応ができなければならない，そこでρ_{ij}を用いて，グレードμ_{ij}を次のメンバーシップ関数で定義する．

$$\mu_{ij}=\frac{1}{2}[1+\tanh\rho_{ij}] \tag{9}$$

上式を用いれば，μ_{ij}とρ_{ij}の関係は図1のようになり，ρ_{ij}からμ_{ij}へ写像する際のρ_{ij}の上限が無くなり問題(ii)が解決されることになる．
また(9)式で得られたμ_{ij}を n×n の1対比較ファジィ行列

$$F=\begin{bmatrix}\mu_{11},\mu_{12},\ldots,\mu_{1n}\\ \mu_{21},\mu_{22},\ldots,\mu_{2n}\\ \vdots\quad\vdots\quad\vdots\quad\vdots\\ \vdots\quad\vdots\quad\vdots\quad\vdots\\ \mu_{n1},\mu_{n2},\ldots,\mu_{nn}\end{bmatrix} \tag{10}$$

の形にまとめると，

$$\mu_{ji}=0.5,\ \mu_{ij}>0,\ \forall i,\ j=1,2,\ldots,n \tag{11}$$

$$\mu_{ji}=1-\mu_{ij}>0,\ \forall i,\ j=1,2,\ldots,n \tag{12}$$

となる．

(11)，(12)式よりファジィ行列Fは既約な正行列となるため，Perron-Frobeniusの定理より$\lambda_{max}>0$，$v>0$なるλ_{max}，vの存在も保証される．本論文ではFの最大固有値λ_{max}，これに対応する固有ベクトルvを計算し，正規化された固有ベクトルvを評価項目間の相対的重要度とする．代替案X_1，X_2，…，X_m間の相対的重要度も同様に求めることができる．

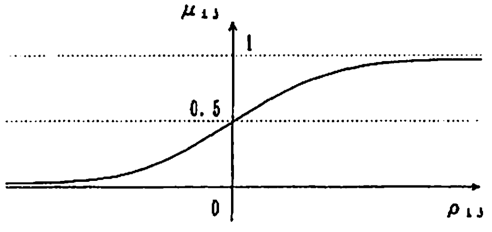

図1　メンバーシップ関数　μ_{ij}

(8)式を満足させることによって，n-1個のρを用いてすべてのρを算出するが，任意にn-1個のρを与えても，ρがすべて独立でなければ残りのすべての要素を算出することができない場合がある．したがって，n-1個のρが独立で残りのすべての要素がこれらの従属関係になる必要がある．次節で独立なρの与え方について論じる．

3.2　独立なρの選定

Pの右上三角部分の要素ρはn個のノードを持つグラフの枝と考えることができる．すなわち，もし右上三角部分の要素がすべて与えられているなら，これは，n個のノードと n(n-1)/2 本の枝をもつ完全グラフを構成することになる．これをn＝5の場合について図示したのが図2である．また，n個のノードをもつ完全グラフの接続行列Dは次式のように与えられる．

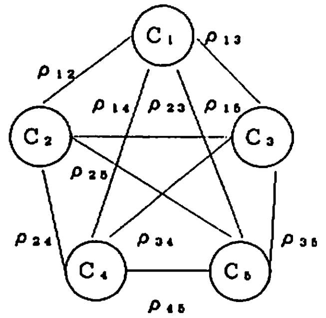

図2　完全グラフ　(n=5)

$$\begin{aligned}D&=[\rho_{12},\rho_{13},\ldots,\rho_{1n}\mid\rho_{23},\rho_{24},\\&\quad\ldots,\rho_{2n}\mid\ldots\mid\rho_{(n-1)n}]\\&=[D_{n-1}\mid D_{n-2}\mid\ldots\mid D_1]\end{aligned} \tag{13}$$

ただし，ρ_{ij}はi行とj行の値が1で他は0の列ベクトルである．

そこで，n個のノードを持つ連結グラフの接続行列のランクはn-1である[11]ことを考慮すれば

$$rank[D]=n-1 \tag{14}$$

が得られる．すなわちDの中にはたかがかn-1本しか独立な列ベクトルρは存在しない．

ここで

$$\rho_{ij}=\rho_{ik}+\rho_{kj}\quad(mod\ 2) \tag{15}$$

と(8)式が対応することを考えれば，Dの中からn-1本の列ベクトルρを選ぶという操作は，すなわち，Aの中からn-1個のρを選ぶことに相当する．したがって，n(n-1)/2個のρのうちn-1個さえ与えれば，あとは演算によって自動的に求まることになる．

n-1本の独立な列ベクトルを得るには，D_{n-1}，D_{n-2}，…，D_1の中から1本ずつ列ベクトルを抜き出せば十分である．この操作は行列Aの右上三角部分の各行から1個ずつρを取っていくことに相当する．また，接続行列Dを

$$D=[\rho_{12}|\,\rho_{13},\rho_{23}\,|\,\rho_{1n},\ \rho_{2n}\ldots\rho_{(n-1)n}\,] =[\,D_1|D_2\,|\ldots|D_{n-1}\,] \tag{16}$$

と置き換えると，D_1，D_2，…，D_{n-1}の行列の中から1本ずつ列ベクトルを抜き出すという操作は，Aの右上三角部分の各列から1個ずつρを取っていくことを意味する．

すなわち結論として，Aの要素ρを与える際にはAの右上三角部分の各列から1個ずつ総計n-1個のρを与えるか，もしくは各行から1個ずつ総計n-1個のρを与えれば十分であるということができる．

3.3　ファジィ結合演算

代替案X_iが目的Cを達成する度合いが

$$\mu_{xi}: C\rightarrow[0,\ 1] \tag{17}$$

なるメンバーシップ関数によって表わされるものとする．この場合，代替案X i が各目的を達成する度合いは

$$E_{xi}(C)=\{\mu_{xi}(C_1)/C_1,\ \mu_{xi}(C_2)/C_2,\ \ldots,\ \mu_{xi}(C_n)/C_n\} \tag{18}$$

なるファジィ集合，また代替案のすべての目的を統合した達成度合いは

$$E(X)=\{\mu_c(X_1)/(X_1),\ \mu_c(X_2)/(X_2),\ \ldots,\ \mu_c(X_m)/(X_m)\} \tag{19}$$

なるファジィ集合で表わされ，$\mu_c(X_i)$，(i=1,2…,m)を最大にするX_iが最良の代替案になる．ここで$\mu_c(X_i)$は個々の目的に対するX_iの達成度合をスカラー値に合成したものであり，この関係は一般的に

$$\mu_c(X_i)=f(\mu_{xi}(C_1)/C_1,\ \mu_{xi}(C_2)/C_2,\ \ldots,\ \mu_{xi}(C_n)/C_n) \tag{20}$$

と表わされる．従来，fとして min演算，max演算，γ演算等が用いられている．本論文では，まず，意思決定者が目的Cに対して持っている重要度を

$$W(C)=\{\mu_w(C_1)/C_1,\ \mu_w(C_2)/C_2,\ \ldots,\ \mu_w(C_n)/C_n\} \tag{21}$$

で表わされるファジィ集合とする．ただし，

$$\mu_w(C_i)/C_i=v_i \tag{22}$$

である．そこで，(21)式のW(C)を用いて，(20)式における評価合成値$\mu_c(X_i)$を次式で計算する．

$$\mu_{cg}(X_i)=\sum_{k=1}^{m}\{\mu_{xi}(C_k)\bullet\mu_w(C_k)\} \tag{23}$$

$$\mu_{cs}(X_i)=\underset{k}{max\bullet min}\{\mu_{xi}(C_k),\ \mu_w(C_k)\} \tag{24}$$

$$\mu_{cc}(X_i)=\underset{k}{min\bullet max}\{\mu_{xi}(C_k),\ \mu_w(C_k)\} \tag{25}$$

ここで，(23)式は総合的評価，(24)式は代替的評価，(25)式は補完的評価をそれぞれ決定する．

3.4　重要度の判断に対するあいまい性

意思決定者の与える要素の数はn-1個のデータに限定している．この数値的厳密さによって意思決定者の潜在的価値観が相対的重要度に反映しにくくなることを避けるため，以下の手順に従って，重要度の判定に対するあいまい度A．I．
(Ambiguity Index)を定義する．

(step.1) 異なるL組のn-1のデータに対して代替案X_iの総合評点$\mu_c(X_i)$を求める．
(step.2) L個の$\mu_c(X_i)$に対して標準偏差σ_iを求める．
(step.3) xσ_iを次式のようなあいまい度A．I．と定義する．

$$A.I.=\sum_{i=1}^{m}\sigma_i \tag{26}$$

相対的重要度に対して意思決定者のあいまいさがまったく無かった場合は，異なるL組のデータに対して算出された$\mu_c(X_i)$はすべて等しくなり，$\sigma_i=0$となる．すなわち(26)式より，A．I．=0が得られる．あいまいさが増していくとσ_iが増加していき，比例してA．I．も増加していく．したがって，A．Iは意思決定者が相対的重要度の判定に対して持っているあいまいさを示すことになる．

多目的意思決定問題では代替案の順位付けが目標となるので，どの程度まであいまい性を許容できるかという問題に対しては，異なるL個のデータの組に対して代替案の順位が変動しなければ許容できるあいまいさだと判断する．また，一つでも順位が変動していれば許容できる範囲を逸脱したものと判断し，最初から意思決定をやり直すことになる．

4．数値例

本論文で提案した手法を検証するために，簡単な例を示す．ここでは学生が就職先企業を決定する問題を考える．代替案，評価項目の集合はそれぞれ，

$$X=\{X_1,\ X_2,\ X_3\} \tag{27}$$

$$C=\{C_1,\ C_2,\ C_3,\ C_4\} \tag{28}$$

ただし，X_1：A社，X_2：B社，X_3：C社
C_1：給与，C_2：勤務地，
C_3：ステイタス，C_4：業種

とする．まず，評価項目間の相対的重要度を表1に基づいた一対比較によって求める．ただし，3．2節で述べた方法に従って n-1=3 個のρを与え，残りはこれらのρを用いて算出する．このようにして行列P

$$P=\begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccc}C_1 & C_2 & C_3 & C_4\end{array}\\ \begin{array}{c}C_1\\C_2\\C_3\\C_4\end{array} & \begin{bmatrix}0.0 & 0.3 & -0.4 & -1.3\\ -0.3 & 0.0 & -0.7 & -1.6\\ 0.4 & 0.7 & 0.0 & -0.9\\ 1.3 & 1.6 & 0.9 & 0.0\end{bmatrix}\end{array} \tag{29}$$

が得られたとしよう．なお，Pにおいてρ_{ij} j=i+1, i=1～3が意思決定者によって与えられたデータであり，これは，行列Pの右上三角部分の各行から1個ずつρを選んでデータを与える場合に相当する．次に，(9)式を用いて一対比較ファジィ行列FをPから求めると，

$$F=\begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccc}C_1 & C_2 & C_3 & C_4\end{array}\\ \begin{array}{c}C_1\\C_2\\C_3\\C_4\end{array} & \begin{bmatrix}0.500 & 0.646 & 0.310 & 0.069\\ 0.354 & 0.500 & 0.198 & 0.039\\ 0.690 & 0.802 & 0.500 & 0.142\\ 0.931 & 0.961 & 0.858 & 0.500\end{bmatrix}\end{array} \tag{30}$$

となり，Fの最大固有値λ^{max}とλ^{max}に対応する固有ベクトルvは

$$\lambda_{max}=1.5884 \tag{31}$$

$$V=\begin{array}{c}\begin{array}{cccc}C_1 & C_2 & C_3 & C_4\end{array}\\ [\,0.307\ \ 0.212\ \ 0.456\ \ 0.808\,]\end{array} \tag{32}$$

となる．就職先決定問題は各評価項目に対する代替案の重要度が意思決定者によって異なる．さらに，ステイタス等，数値化が困難な評価項目があるため代替案が評価項目を達成する度合いについても相対的重要度として同様の手続きで求める．結果を次に示す．

（a）C1すなわち給与に対する各代替案の一対比較行列および相対的重要度：

$$P=\begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccc}X_1 & X_2 & X_3\end{array}\\ \begin{array}{c}X_1\\X_2\\X_3\end{array} & \begin{bmatrix}0.0 & -0.5 & 0.4\\ 0.5 & 0.0 & 0.9\\ -0.4 & -0.9 & 0.0\end{bmatrix}\end{array} \tag{33}$$

$$V=\begin{array}{c}\begin{array}{ccc}X_1 & X_2 & X_3\end{array}\\ [\,0.522\ \ 0.787\ \ 0.330\,]\end{array} \tag{34}$$

（b）C2すなわち勤務地に対する各代替案の一対比較行列および相対的重要度：

$$P=\begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccc}X_1 & X_2 & X_3\end{array}\\ \begin{array}{c}X_1\\X_2\\X_3\end{array} & \begin{bmatrix}0.0 & 0.9 & 0.3\\ -0.9 & 0.0 & -0.6\\ -0.3 & 0.6 & 0.0\end{bmatrix}\end{array} \tag{35}$$

$$V=\begin{array}{c}\begin{array}{ccc}X_1 & X_2 & X_3\end{array}\\ [\,0.753\ \ 0.295\ \ 0.588\,]\end{array} \tag{36}$$

（ｃ）C_3すなわちステイタスに対する各代替案の一対比較行列および相対的重要度：

$$P=\begin{array}{c} \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} X_1 & X_2 & X_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & -0.9 \\ 0.0 & 0.0 & -0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.0 \end{bmatrix} \end{array} \quad (37)$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} X_1 & X_2 & X_3 \end{array} \\ V=[0.394 \quad 0.394 \quad 0.830] \end{array} \quad (38)$$

（ｄ）C_4すなわち職種に対する各代替案の一対比較行列および相対的重要度：

$$P=\begin{array}{c} \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} X_1 & X_2 & X_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.0 & 0.2 & -0.6 \\ -0.2 & 0.0 & -0.8 \\ 0.6 & 0.8 & 0.0 \end{bmatrix} \end{array} \quad (39)$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} X_1 & X_2 & X_3 \end{array} \\ V=[0.477 \quad 0.378 \quad 0.793] \end{array} \quad (40)$$

上記の結果に基づいた各企業の評価値を表２に示す．ただし，演算１，２，３は，それぞれ，(23)式，(24)式，(25)式による評価である．

表２　各企業の評価値

代替案	Ａ社	Ｂ社	Ｃ社
演算１	0.885	0.789	1.245
演算２	0.477	0.394	0.793
演算３	0.456	0.295	0.330

次に(29)式のＰを求める際に，n-1=3個のρを他の組，すなわち行列Ｐの右上三角部分の各列から１個ずつρをとって，ρ_{12}=0.3，ρ_{13}=-0.5，　ρ_{14}=-0.8でデータを与えて，同様に各企業の評価値を算出した結果を表３に示す．なお，この場合には，(33)式，(35)式，(37)式，(39)式のＰは変わらないとした．

表３　各企業の評価値

代替案	Ａ社	Ｂ社	Ｃ社
演算１	0.919	0.833	1.286
演算２	0.477	0.394	0.707
演算３	0.522	0.295	0.346

表２と表３の結果を比較してみると，各演算に対して順位には変動はなく，許容できるあいまいさであるといえる．本例題では演算１による結果のみについて，あいまいさを示す指標Ａ．Ｉ．を(26)式より求めてみる．まず，代替案Ｘｉの合計得点における標準偏差σ_iはそれぞれ

$$\sigma_1=0.024,\ \sigma_2=0.031,\ \sigma_3=0.029 \quad (41)$$

となり，意思決定者のあいまい度は

$$\begin{aligned} A.I. &= \sum_{i=1}^{3}\sigma_i \\ &= 0.084 \end{aligned} \quad (42)$$

となる．

以上の結果より，就職先にふさわしい企業は，演算１，２すなわち総合的評価と代替的評価においては，Ｃ社，Ａ社，Ｂ社という順位になり，演算３の補完的評価においては，Ａ社，Ｃ社，Ｂ社という順位になる．

５．おわりに

ＡＨＰは，従来の多目的意思決定手法に比べて，手続きが簡単でわかりやすいため，利用者の負担が軽く実用的である．また，人間の好みのような定量化不可能と思われる指標に対しても一対比較による評価で主観的数値を割り付けることのできるすぐれた手法である．しかしながら，一対比較行列において，対称成分は互いに他の逆数という積形の配置を行うため，各要素に対する数値的整合性が得にくく，人間の言語的感覚と割り付けられる数値とのアンバランスも発生しやすいという欠点がある．本論文では，一対比較行列をファジィ行列で与え，対称成分は互いに他の補集合と

いう加法形の配置を行って，ＡＨＰの欠点を補正する一連のファジィ意思決定法を提案した．また，言語的表現と割り付けられる数値とのアンバランスが生じないように，双曲線関数による写像でファジィ行列を与えている．相対的重要度の算出はＡＨＰの固有ベクトル法によるが，重要度の評価合成にはファジィ結合演算を用いている．本論文では，意思決定者の重要度判定に対するあいまい性を判断する尺度として，評価合成値の分散を用いた一つの指標も提案している．

参考文献

1) T. L. saaty: The Analytic Hierachy Process. New York: Mc Graw–Hill, 1980.
2) A. Arbel, T. L. Saaty and L. G. Vargas: Nuclear Balance and the Parity Index: The Role of Intangibles in Decisions, IEEE Trans. on Systems. Man, and Cybernetics, Vol. SMC–17, No.5, pp. 821–828, 1987.
3) P. S. Pak, K. Tsuji and Y. Suzuki: Comprehensive Evaluati on of New Urban Trans portation Systems by AHP, Int. J. of Systems Sci., Vol. 18, No.6, pp.1179–1190, 1987.
4) 児玉慎三,須田信英：システム制御のためのマトリクス理論，計測自動制御学会，1984.
5) H.J.Zimmermann and P.Zysno : Decisions and Evaluations by Hierarchical Aggregation of Information, Fuzzy Sets and Systems, Vol.10, pp.243-260, 1983.
6) 前田博，村上周太：ファジィ結合演算による選好表現を用いた多目的問題のファジィ意思決定手法，計測自動制御学会論文集，Vol. 23, No.5, pp.517-524, 1987.
7) F. Seo and M.Sakawa:Fuzzy Multiattribute Utility Analysis for Collective Choice, IEEE Trans.on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-15, No.1, pp.45-53, 1985.
8) S. M. Chen: A New Approach to Handling Fuzzy Decision Making Problems, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-18, No.6, pp.1012-1016, 1987.
9) 中山弘隆：多目的意思決定－理論と応用－(2)－多目的意思決定と AHP －，システムと制御，Vol.30, No. 7, pp.430－438, 1986.
10) 増田達也：ＡＨＰにおける整合度および相対的重要度の感度係数，電子情報通信学会論文誌 A, Vol. J 70－A, No.11, pp. 1562–1567, 1987.
11) 尾崎弘，白川功，翁長健治：グラフ理論，コロナ社，1975.