

琉球大学学術リポジトリ

同期電動機の乱調振動現象の解析

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学工学部 公開日: 2008-03-31 キーワード (Ja): キーワード (En): Hunting, Harmonic balance method, Lyapunov method 作成者: 上里, 勝實, 千住, 智信, 本部, 敦利, 友利, 好克, Uezato, Katsumi, Senjyu, Tomonobu, Honbu, Atsutoshi, Tomori, Yoshikatsu メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/5474

同期電動機の乱調振動現象の解析

上里 勝實* 千住 智信*
 本部 敦利** 友利 好克***

Analysis of Hunting of Synchronous Motors.

Katsumi UEZATO* Tomonobu SENJYU*
 Atsutoshi HONBU** Yoshikatsu TOMORI***

Abstract

In recent years, many small synchronous motors are used in industry applications. But it is known that the hunting occurs by machine parameters or driving conditions. The hunting is a phenomenon that rotor has cyclical oscillation at the center of synchronous speed. That has bad effect on the source and that machine. In the worst case, that machine pulls out and comes to standstill.

In this paper, we solve the rotor dynamical equations of synchronous machine by harmonic balance method. Using Lyapunov method, we investigate the effect of machine parameters on the hunting oscillation of the motor.

Key Words; Hunting, Harmonic balance method, Lyapunov method.

1. まえがき

従来、同期電動機は比較的低速で、大きな出力を要する負荷に対して用いられてきたが、最近では、高速の小形同期電動機としても多く用いられるようになってきている。しかし、電動機の小形化にともない、機器パラメータや駆動条件によって乱調振動が発生し、安定な運転ができなくなることが知られている。

乱調は、同期運転中において、負荷の変動、電源電圧、供給周波数の周期的な変動などの条件により、回転子が同期速度を中心として周期的に振動することであり、負荷角がある周期をもって変化する現象のことである。乱調が発生すると、高精度の速度制御が不可能となるばかりでなく、電動機が加熱したり、また電源などに悪影響を及ぼし、系の安定性を損うおそれがある

ため好ましくない現象である。また最悪の場合、同期運転からの脱調を起こすことがある。このような乱調を防止するためには、乱調発生機構を明らかにすると共に、その発生原因を明確にすることが重要となる。しかし、乱調振動の解析は非線形システムを扱うため解明が容易でなく、従来、計算機によって直接解を求める位相面法⁽¹⁾やエネルギー関数を用いる方法⁽²⁾などが報告されている。

ところで、従来の解析ではシステム方程式の複雑化をさけるため、漏れ磁束の影響を無視してきた。しかし、このことは小形機の乱調現象の解明に関しては十分とはいえず、漏れ磁束を考慮したシステム方程式の導出が必要となる。

本研究では、忠実に振動現象を記述する同期機の回転子運動方程式を調波平衡法⁽¹⁾⁽³⁾を用いて導き、次の

受理：1992年11月9日

*工学部電気工学科

Dept. of Electrical Engineering, Fac. of Eng.

**横河電機株式会社

Yokogawa Electric Co., Ltd.

***大学院工学研究科電気・情報工学専攻

Graduate Student, Electrical and Information Engineering

で、非線形微分方程式を直接解くことなく、簡単な数値計算だけで系の安定評価が行えるリアプノフ法を乱調振動の解析に適用⁽⁴⁾⁽⁵⁾した。リアプノフ法は、エネルギー関数を一般化したリアプノフ関数を用いて安定判別を行う判別法であり、特に非線形システムにおいては有限な安定、不安定領域を求めることができる。このリアプノフ法の不安定定理を用いることにより、同期電動機の乱調発生条件を回転子運動方程式について求めることができ、乱調振動が発生する不安定領域を容易に求められる。

本論文では、従来考慮されていなかった漏れリアクタンスを考慮し、新たな回転子運動方程式を導いた。さらに、リアプノフ法を適用して乱調発生条件を導出し、機器パラメータおよび駆動条件の乱調に及ぼす影響について検討を行う。

2. 同期機の回転子運動方程式の導出

図1のような二相二極突極形同期機を考える⁽¹⁾。固定子は電機子巻線 I 及び II を持ち、回転子は直軸方向の界磁巻線 D 及び横軸方向の制動巻線 Q を持つとする。これらの巻線を通る電流を同図のように i_1, i_2, I_d, I_q とし、またそれに対応する巻線の磁束鎖交数をそれぞれ $\lambda_1, \lambda_2, \Lambda_d, \Lambda_q$ とする。ここで、電機子巻線 I 及び II、界磁巻線 D 及び制動巻線 Q の各々の自己誘導係数を ℓ_1, ℓ_2, L_d, L_q とし、相互誘導係数を $m_{12}, m_{d1}, m_{d2}, m_{q1}, m_{q2}, m_{dq}$ とすると、磁束鎖交数は次のような行列で表すことができる。

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \Lambda_d \\ \Lambda_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ell_1 & m_{12} & m_{d1} & m_{q1} \\ m_{12} & \ell_2 & m_{d2} & m_{q2} \\ m_{d1} & m_{d2} & L_d & m_{dq} \\ m_{q1} & m_{q2} & m_{dq} & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ I_d \\ I_q \end{bmatrix} \quad (1)$$

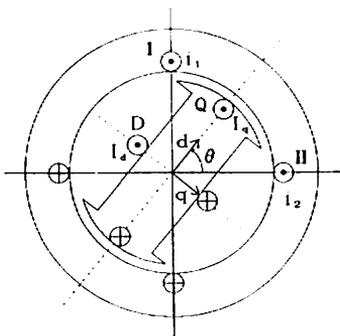


図1. 二相二極同期機
Fig. 1. Two-phase two-pole synchronous machine.

図1に示すように角 θ を定めると、(1)式の各誘導係数は次のように θ の関数として表される。

$$\left. \begin{aligned} \ell_1 &= \ell_d \cos^2\theta + \ell_q \sin^2\theta \\ \ell_2 &= \ell_d \sin^2\theta + \ell_q \cos^2\theta \\ m_{d1} &= M_d \cos\theta \\ m_{d2} &= -M_d \sin\theta \\ m_{q1} &= M_q \sin\theta \\ m_{q2} &= M_q \cos\theta \\ m_{12} &= -(\ell_d - \ell_q) \sin\theta \cos\theta \\ m_{dq} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

但し、 ℓ_d, ℓ_q はそれぞれ直軸及び横軸方向の共通磁束による電機子巻線の自己誘導係数であり、同様に L_d, L_q は界磁巻線によるものである。また、漏れ誘導係数を電機子巻線については ℓ_s 、界磁巻線については L_{ds}, L_{qs} とおくととき相互誘導係数 M_d, M_q は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_d^2 &= (\ell_d - \ell_s)(L_d - L_{ds}) \\ M_q^2 &= (\ell_q - \ell_s)(L_q - L_{qs}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

次に電機子及び界磁巻線の回路方程式を導く。まず1相当りの電機子回路抵抗を r とし、電機子巻線 I、II 相の端子電圧(瞬時値)を e_1, e_2 とすれば、電機子回路において次の電圧平衡式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\lambda_1}{dt} + r i_1 + e_1 &= 0 \\ \frac{d\lambda_2}{dt} + r i_2 + e_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

磁束鎖交数 λ_1, λ_2 、電圧 e_1, e_2 及び電流 i_1, i_2 を直軸、横軸成分に変換する。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \lambda_d &= \lambda_1 \cos\theta - \lambda_2 \sin\theta \\ \lambda_q &= \lambda_1 \sin\theta + \lambda_2 \cos\theta \\ e_d &= e_1 \cos\theta - e_2 \sin\theta \\ e_q &= e_1 \sin\theta + e_2 \cos\theta \\ i_d &= i_1 \cos\theta - i_2 \sin\theta \\ i_q &= i_1 \sin\theta + i_2 \cos\theta \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

とおけば(4)式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\lambda_d}{dt} + \lambda_q \frac{d\theta}{dt} + r i_d &= -e_d \\ \frac{d\lambda_q}{dt} - \lambda_d \frac{d\theta}{dt} + r i_q &= -e_q \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

となる。

次に界磁巻線及び制動巻線の抵抗をそれぞれ $R_d,$

R_q とし, 直流励磁電圧を E_d とすれば, これらの巻線の電圧平衡方程式は次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Lambda_d}{dt} + R_d I_d &= E_d \\ \frac{d\Lambda_q}{dt} + R_q I_q &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

以上の考察は一般に 2p 極機に対しても θ を電気角と考えれば成立する.

回転子に生ずる時計方向 (θ の減る方向) の電磁トルクは, その巻線電流と磁束鎖交数の積の和で示され,

$$T = p(\lambda_{i2} - \lambda_{i1}) = p(\lambda_{di} i_q - \lambda_{qi} i_d) \quad (8)$$

となる. 回転子を含む回転部分の慣性性能率を J とし, 外部から加わる反時計方向トルクを T_L とすれば回転子の運動方程式は次式のようになる.

$$J \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\theta}{p} \right) + T = T_L \quad (9)$$

但し, θ/p は機械角である.

電機子巻線の端子電圧 e_1, e_2 は正弦波であると考え,

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= E \sin \omega t \\ e_2 &= E \cos \omega t \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

と置く. ここに電源容量は十分に大きく, E 及び ω は一定とする. (5)式の $d-q$ 変換を行えば(10)式は

$$\left. \begin{aligned} e_d &= -E \sin \delta \\ e_q &= E \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

但し, $\delta = \theta - \omega t$

となる. ここに δ は負荷角で, 同期速度に対する回転子の位相角を表す.

以上, 同期機の微分方程式として, 電機子回路方程式(6)式, 界磁回路方程式(7)式及び回転子運動方程式(9)式を導いた. 次に各巻線電流について連立微分方程式を構成する. まず, (1)式に(2)式の関係代入し, さらに(5)式の $d-q$ 変換を用いると次式が得られる.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_d &= \ell_d i_d + M_d I_d \\ \lambda_q &= \ell_q i_q + M_q I_q \\ \Lambda_d &= M_d i_d + L_d I_d \\ \Lambda_q &= M_q i_q + L_q I_q \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(12)式を用いて(6),(7)式を整理すると以下のようになる.

$$\left. \begin{aligned} \ell_d \frac{di_d}{dt} + M_d \frac{dI_d}{dt} + (\ell_q i_q + M_q I_q) \frac{d\theta}{dt} + r_i i_d &= E \sin \delta \\ \ell_q \frac{di_q}{dt} + M_q \frac{dI_q}{dt} - (\ell_d i_d + M_d I_d) \frac{d\theta}{dt} + r_i i_q &= -E \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} M_d \frac{di_d}{dt} + L_d \frac{dI_d}{dt} + R_d I_d &= \frac{E_o R_d}{\omega M_d} \\ M_q \frac{di_q}{dt} + L_q \frac{dI_q}{dt} + R_q I_q &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

但し,

$$E_o = \frac{\omega M_d E_d}{R_d} : \text{無負荷誘導起電力 (最大値)}$$

ここで, 正規化時間 $\tau = \omega t$ とし, (13)及び(14)式を書き直すと, 次の連立微分方程式が得られる.

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_d}{d\tau} &= \frac{1}{u} \{ \omega L_d (E \sin \delta - (X_q i_q + X_{Mq} I_q) (1 + \frac{d\delta}{d\tau}) - r_i i_d) - (E_o R_d - X_{Md} R_d I_d) \} \\ \frac{di_q}{d\tau} &= \frac{1}{v} \{ \omega L_q (-E \cos \delta + (X_d i_d + X_{Md} I_d) (1 + \frac{d\delta}{d\tau}) - r_i i_q) + X_{Mq} R_q I_q \} \\ \frac{dI_d}{d\tau} &= -\frac{1}{u} \{ X_{Md} (E \sin \delta - (X_q i_q + X_{Mq} I_q) (1 + \frac{d\delta}{d\tau}) - r_i i_d) - X_d (\frac{E_o R_d}{X_{Md}} - R_d I_d) \} \\ \frac{dI_q}{d\tau} &= -\frac{1}{v} \{ X_{Mq} (-E \cos \delta + (X_d i_d + X_{Md} I_d) (1 + \frac{d\delta}{d\tau}) - r_i i_q) \} + X_q R_q I_q \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

但し,

$$X_d = \omega \ell_d : \text{直軸同期リアクタンス}$$

$$X_q = \omega \ell_q : \text{横軸同期リアクタンス}$$

$$X_{Md} = \omega M_d : \text{直軸相互リアクタンス}$$

$$X_{Mq} = \omega M_q : \text{横軸相互リアクタンス}$$

$$u = \omega L_d X_d - X_{Md}^2$$

$$v = \omega L_q X_q - X_{Mq}^2$$

また, 回転子運動方程式は(9)式に(8)式を代入し(12)式を用いて整理すると次式となる.

$$\frac{\omega^2 J}{p} \frac{d^2 \delta}{d\tau^2} + p \{ (X_d - X_q) i_d i_q + X_{Md} I_d i_q - X_{Mq} i_d I_q \} = T_L \quad (16)$$

(16)式で表される回転子運動方程式には, 各巻線電流を含んでいるが, これらは(15)式を解くことにより求められる. 本研究では回転子の機械的振動を対象としているので, その変化は電氣的過渡状態に比べて緩慢であると考えられる. 従って電氣的挙動を記述する(15)式でその過渡解を無視すれば, 定常解として

$$\left. \begin{aligned} i_d &= F_o + F_s \sin \delta + F_c \cos \delta \\ i_q &= G_o + G_s \sin \delta + G_c \cos \delta \\ I_d &= H_o + H_s \sin \delta + H_c \cos \delta \\ I_q &= I_o + I_s \sin \delta + I_c \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

常数項について

$$\begin{bmatrix} -\omega L_d r & -\omega L_d X_q(1+S) & X_{Md} R_d & -\omega L_d X_{Mq}(1+S) \\ \omega X_d L_q(1+S) & -\omega L_q r & \omega X_{Md} L_q(1+S) & X_{Mq} R_q \\ -X_{Md} r & -X_{Md} X_q(1+S) & X_d R_d & -X_{Md} X_{Mq}(1+S) \\ X_d X_{Mq}(1+S) & -X_{Mq} r & X_{Md} X_{Mq}(1+S) & X_q R_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_o \\ G_o \\ H_o \\ I_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_o R_d \\ 0 \\ \frac{E_o X_d R_d}{X_{Md}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

但し、 $S = \frac{d\delta}{d\tau}$

$\sin \delta$, $\cos \delta$ の項について

$$\begin{bmatrix} -\omega L_d r & S u & -\omega L_d X_q(1+S) & 0 & X_{Mz} R_d & 0 & -\omega L_d X_{Mq}(1+S) & 0 \\ -S u & -\omega L_d r & 0 & -\omega L_d X_q(1+S) & 0 & X_{Md} R_d & 0 & -\omega L_d X_{Mq}(1-S) \\ \omega X_d L_q(1+S) & 0 & -\omega L_q r & S v & \omega X_{Md} L_q(1+S) & 0 & X_{Mq} R_q & 0 \\ 0 & \omega X_z L_q(1-S) & -S v & -\omega L_q r & 0 & \omega X_{Md} L_q(1+S) & 0 & X_{Mq} R_q \\ -X_{Md} r & 0 & -X_{Md} X_q(1+S) & 0 & X_d R_d & -S u & -X_{Md} X_{Mq}(1+S) & 0 \\ 0 & -X_{Md} r & 0 & -X_{Md} X_q(1+S) & S u & X_d R_d & 0 & -X_{Md} X_{Mq}(1+S) \\ X_d X_{Mq}(1+S) & 0 & -X_{Mq} r & 0 & X_{Md} X_{Mq}(1+S) & 0 & X_q R_q & -S v \\ 0 & X_z X_{Mz}(1+S) & 0 & -X_{Mq} r & 0 & X_{Md} X_{Mq}(1+S) & S v & X_q R_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_s \\ E_c \\ G_s \\ G_c \\ H_s \\ H_c \\ I_s \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega L_z E \\ 0 \\ 0 \\ \omega L_q E \\ -X_{Md} E \\ 0 \\ 0 \\ X_{Mq} E \end{bmatrix} \quad (19)$$

(18)式、(19)式より、係数 F_o 、 F_s 、……… I_c の導出を行う。

(18)式、(19)式を $ZI = V$ と表示する。ここで I が係数の行列となる。 I を求めるには、 Z の逆行列 Z^{-1} を求め $I = Z^{-1}V$ を計算することにより導出できる。しかし、(19)式のように 8×8 の行列の逆行列を求めるのは困難であり、次のような方法で逆行列を求める¹⁶⁾。

まず、 8×8 の行列 Z を 4×4 の4つの小行列 A 、 B 、 C 、 D に分ける。

$$Z = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

そして次の公式によって逆行列 Z^{-1} を求める。

$$Z^{-1} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} + A^{-1} B K^{-1} C A^{-1} & -A^{-1} B K^{-1} \\ -K^{-1} C A^{-1} & K^{-1} \end{bmatrix}$$

を得る。係数 F_o 、 F_s 、……… I_c は(17)式を(15)式に代入し、調波解析¹⁵⁾を行うことにより求められる。

(17)式を(15)式に代入し、その両辺の常数項、 $\sin \delta$ 、 $\cos \delta$ の項の係数をそれぞれ等置することにより、次の2つの行列による関係式が得られる。

但し、 $K = D - CA^{-1}B$ ($|A| \neq 0$, $|K| \neq 0$ のとき)

以上のようにして(18)式、(19)式について逆行列を求め、(17)式の係数を求める。その結果を付録 I に示す。

(17)式を(16)式に代入すると、回転子運動方程式は最終的に、負荷角 δ に関する次式の2階の非線形微分方程式が得られる。

$$\frac{\omega^2}{p} \frac{d^2 \delta}{d\tau^2} + g(\delta) \frac{d\delta}{d\tau} + f(\delta) = T_L \quad (20)$$

但し、 $f(\delta)$ は出力トルク、 $g(\delta)$ は制動係数であり、以下のような $\sin \delta$ 、 $\cos \delta$ を含む式となる。

$$\left. \begin{aligned} f(\delta) &= a_o + a_s \sin \delta + a_c \cos \delta + a_{ss} \sin^2 \delta \\ &\quad + a_{sc} \sin \delta \cos \delta + a_{cc} \cos^2 \delta \\ g(\delta) &= b_o + b_s \sin \delta + b_c \cos \delta + b_{ss} \sin^2 \delta \\ &\quad + b_{sc} \sin \delta \cos \delta + b_{cc} \cos^2 \delta \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ここで、(21)式右辺の係数 a_o 、 a_s 、……、 b_o 、 b_s 、……、 b_{cc} は付録 I に示す。

この(20)式を以後の同期電動機の安定性解析に用いる。

3. リヤプノフ関数の構成と乱調発生条件^{4),5)}

3.1 リヤプノフ関数の構成

リヤプノフ法は線形, 非線形を問わずどんなシステムにも適用可能であり, システムの挙動を表す微分方程式を直接解くことなしに, エネルギー関数を一般化したリヤプノフ関数と呼ばれる評価関数によって直ちにシステムの安定性判別を行うことができる.

ここでは, 同期機の回転子運動方程式(20)式に対するリヤプノフ関数を構成する⁷⁾.

まず, (20)式を状態変数表示するために, 新しい変数 x_1, x_2 を導入し次のおく.

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \delta_0 + x_1 \\ \frac{d\delta}{dt} &= x_2 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

この(21)式を(20)式に代入すると次の一階の連立微分方程式を得る.

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -k(x_1) x_2 - h(x_1) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

但し,

$$k(x_1) = \frac{p}{\omega^2 J} g(x_1)$$

$$h(x_1) = \frac{p}{\omega^2 J} [f(x_1) - T_L] : \text{復元トルク}$$

この(22)式に関するリヤプノフ関数は次式で与えられる^{4),5)}.

$$V = \frac{1}{2} [x_2 + \int_0^{x_1} k(x_1) dx_1]^2 + \int_0^{x_1} h(x_1) dx_1 \quad (23)$$

また(24)式の時間微分は次式となる.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{dV}{dt} \\ &= [x_2 + K(x_1)] \left[\frac{dx_2}{dt} + k(x_1) x_2 \right] + h(x_1) x_2 \\ &= -h(x_1) [x_2 + K(x_1)] + h(x_1) x_2 \\ &= -h(x_1) K(x_1) \end{aligned} \quad (24)$$

但し,

$$K(x_1) = \int_0^{x_1} k(x_1) dx_1$$

リヤプノフの不安定定理より, $\dot{V} > 0$ であればシステムは不安定となる. 従って, 同期機が同期はずれを起こさないならば, 同期機運転時には通常 $h(x_1) >$

0 であるため, システムの安定性判別は, (24)式より

$K(x_1) > 0$ のとき 安定

$K(x_1) < 0$ のとき 不安定

となる.

3.2 乱調発生条件

リヤプノフ法の不安定定理を用いると, 同期電動機の乱調発生条件は, 上記の $K(x_1) < 0$ から

$$g(x_1) < 0$$

となる. (24)式より, 動作点 δ_0 のまわりで不安定であるので, 動作点においても不安定となり, 結局, 乱調発生条件は

$$g(\delta_0) < 0 \quad (25)$$

となる. つまり, 同期電動機の動作点における制動係数を調べるだけで乱調発生の有無が判定できることになる.

図2は負荷角 δ に対する出力トルク $f(\delta)$, 制動係数 $g(\delta)$ の変化を示したものである. $f(\delta), g(\delta)$ は, 負荷角 δ に対して正弦波状に変化し, また $g(\delta)$ は無負荷時の動作点近傍で負の値になり, その近傍において乱調が発生することを示している.

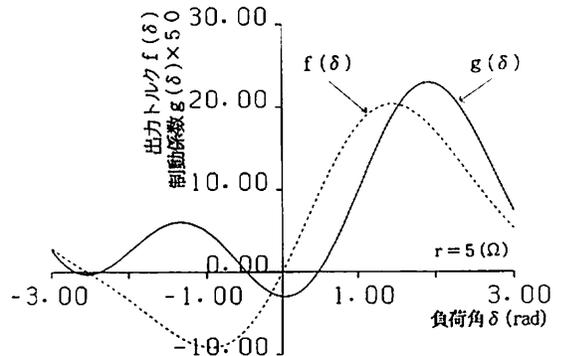


図2. 負荷角 δ 対 $f(\delta)$ 及び $g(\delta)$
Fig. 2. $f(\delta)$ and $g(\delta)$ versus load angle δ .

3.3 不安定領域・安定領域・解軌道

不安定領域は, (24)式より $\dot{V} > 0$ を満たす最大のエネルギーレベルを V_{max} とし, (24)式の V と比較することで求めることができ, $V < V_{max}$ のとき不安定となる.

図3は, (24)式から得られる安定・不安定領域と(20)式を数値計算して得られる解軌道である. 図3より安定領域内に不安定領域があり, 不安定領域では乱調が発

生ずることを示している。

安定領域内を初期値とする解軌道(①)は、安定平衡点である δ_0 に収束しようとするが、 δ_0 が不安定領域内に存在するため、解軌道は δ_0 に収束できず、最終的に不安定領域周辺に生じるリミットサイクルに収束する。その振舞いが乱調振動として観測されることになる。

また、不安定領域内を初期値とする解軌道(②)は発散し、①の解軌道と同様に不安定領域周辺に生じる安定なリミットサイクルに収束する。

つまり、不安定領域の広さは乱調振動の大きさの目安になっていることがわかる。

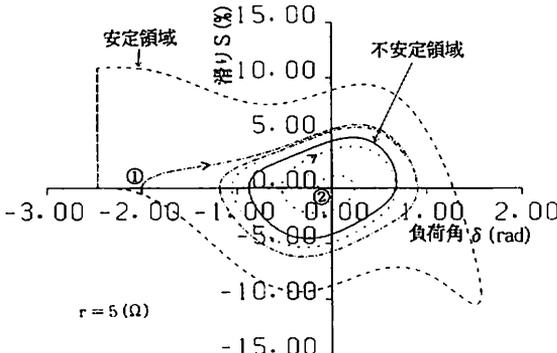


図3. 安定・不安定領域・解軌道
Fig. 3. Stability and instability boundaries and trajectories.

4. 機器パラメータの乱調に及ぼす影響

前章の乱調発生条件より、機器パラメータや駆動条件が乱調の発生及び振幅の大きさに及ぼす影響について検討する。解析を行うに際して、特に断りの無い限り表1の機器定数を用いるものとする。但し、LKは漏れインダクタンス比であり、電機子巻線、界磁巻線及び制動巻線の自己誘導係数に対する比を表す。

$$LK = \frac{l_a}{l_d} = \frac{L_{da}}{L_d} = \frac{L_{qa}}{L_q} (\times 100(\%))$$

表1. 機器定数

Table-1. Machine parameters

三相	4極	定格1.5 (kW)	定格電圧=200 (V)	$\omega=377$ (rad/s)
$E_a=200$ (V)	$r=0.5$ (Ω)	$X_d=16$ (Ω)	$X_q=10$ (Ω)	
$R_d=225$ (Ω)	$\omega L_d=12900$ (Ω)	$R_q=1$ (Ω)	$\omega L_q=0$ (Ω)	
$T_L=-0.34$ (Nm)	$J=0.077$ (Nms ²)	$LK=0$ (%)		

4.1 電機子巻線抵抗

図4は電機子抵抗 r の値を1, 3, 5, 7 (Ω)と変化したときの負荷角 δ 対制動係数 $g(\delta)$ を示している。同図から r の値を大きくすると、制動係数 $g(\delta)$ が負値となる負荷角 δ の範囲が広がっていることがわかる。乱調の発生条件は、動作点(安定平衡点)において制動係数が負となるときであるから、 $g(\delta)$ の負となる δ の範囲が広いと広範囲の動作点で、乱調が発生することになる。

図5は、図4と同様に r をパラメータとしたときの不安定領域を、負荷角、滑りの位相面上に示したものである。同図において、 r を大きくすると不安定領域が広がることからわかる。滑りは同期速度と実際の回転子との差で決まるため、滑りの範囲が大きくなることは乱調の振幅が大きくなることを示している。

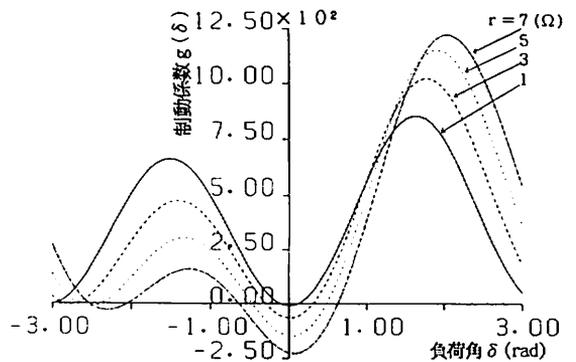


図4. 電機子抵抗 r 変化時の δ 対 $g(\delta)$
Fig. 4. $g(\delta)$ versus δ for various armature resistance r .

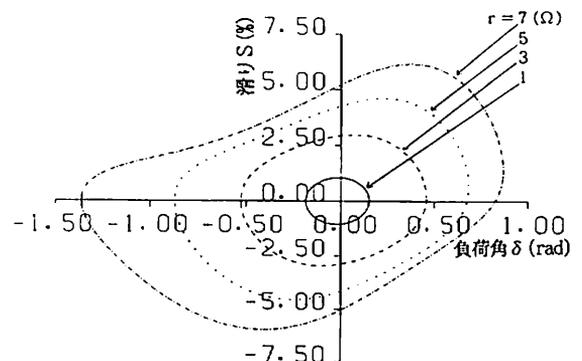


図5. r 変化時の不安定領域
Fig. 5. Instability boundaries for various r .

したがって、電機子抵抗は乱調に影響を与え、電機子抵抗が大きいと乱調が発生しやすくなるとともに、乱調振動の振幅も大きくなるといえる。

4.2 無負荷誘導起電力

図6は無負荷誘導起電力 E_0 を180, 200, 220, 240 (V) と変化したときの負荷角 δ 対制動係数 $g(\delta)$ を示しており、図7はそのときの不安定領域を示したものである。図6より、 E_0 を大きくすると $g(\delta)$ が負値となる δ の範囲が広くなることがわかる。図7より、 E_0 を大きくすると、不安定領域が広くなることがわかる。

図8は横軸に電機子抵抗 r をとり、 E_0 をパラメータとしたときの安定平衡点における制動係数 $g(\delta_0)$ を示したものである。乱調発生条件より、 $g(\delta_0)$ が負値になる範囲で乱調が発生することになる。同図より、 r の大きい場合の $g(\delta_0)$ は負値となり、前節で述べたように電機子抵抗が大きいと乱調が発生しやすいことがここでもわかる。また、 E_0 が大きい場合、 $g(\delta_0)$ を正值とするためには、 r の上限値を小さくしなければならないことがわかる。

以上のことから、無負荷誘導起電力 E_0 は乱調に影響を与え、 E_0 が大きくなると乱調は発生しやすくなり、乱調振動の振幅も大きくなるといえる。2章からわかるように、 E_0 は $E_0 = \omega M_d E_d / R_d$ であるので、直流励磁電圧 E_d を大きくする（励磁電流を大きくする；すなわち過励磁（進み力率））ことが乱調発生の要因となる。

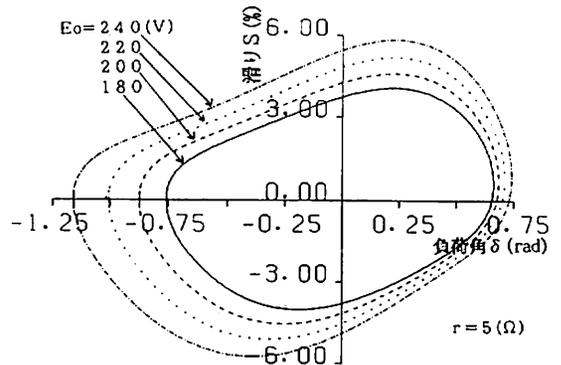


図7. E_0 変化時の不安定領域
Fig. 7. Instability boundaries for various E_0 .

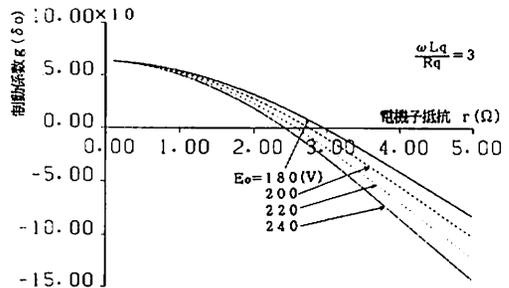


図8. E_0 変化時の r 対 $g(\delta_0)$
Fig. 8. $g(\delta_0)$ versus r for various E_0 .

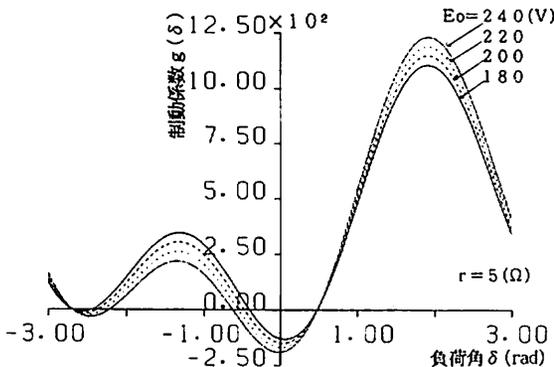


図6. 無負荷誘導起電力 E_0 変化時の δ 対 $g(\delta)$
Fig. 6. $g(\delta)$ versus δ for various no-load internal induced voltage E_0 .

4.3 制動巻線定数比

図9は制動巻線定数比 $\omega L_q / R_q$ を0, 2, 4, 6 と変化したときの負荷角 δ 対制動係数 $g(\delta)$ であり、図10はそのときの不安定領域を示している。 $\omega L_q / R_q = 0$ のときは制動巻線を設けていない場合を表している。図9より制動巻線定数比を大きくすると、 $g(\delta)$ が負値となる δ の範囲が狭くなることがわかる。また図10からも制動巻線定数比を大きくすると不安定領域は狭くなることがわかる。

図11は横軸に電機子抵抗 r をとり、 $\omega L_q / R_q$ をパラメータとしたときの安定平衡点における制動係数 $g(\delta_0)$ を示している。同図より $\omega L_q / R_q$ を大きくすると、縦軸の正方向にはほぼ平行移動することから、 $g(\delta_0)$ が正值となる r の上限値は大きくなる。また制動巻線を設けない場合は、 $g(\delta_0)$ は正值になることはないので、 r の値に関係なく軽負荷時に乱調が

発生することがわかる。

図12は $\omega L_q/R_q$ をパラメータとしたときの乱調発生限界特性を示したもので、横軸は電機子抵抗、縦軸は無負荷誘導起電力である。また同図の各パラメータによる曲線を境界として、右上部分は電機子抵抗及び無負荷誘導起電力が大きいため前節までの結果より、乱調が発生する領域であり、左下部分は逆に乱調の発生しない領域である。図12より、 $\omega L_q/R_q$ を大きくすると限界曲線は右上方向に移動し、乱調発生領域が狭くなっていくことがわかる。

以上のことより、制動巻線を設けることにより乱調は発生しにくくなり、巻線定数比を大きくすると振動の振幅が小さくなり、乱調抑制効果があることがわかる。

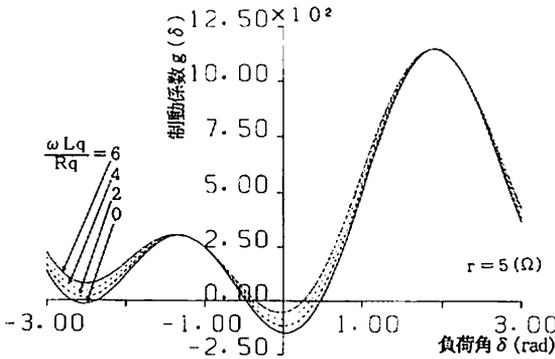


図9. 制動巻線定数比 $\omega L_q/R_q$ 変化時の δ 対 $g(\delta)$
 Fig. 9. $g(\delta)$ versus δ for various parameter ratio of dumping winding $\omega L_q/R_q$

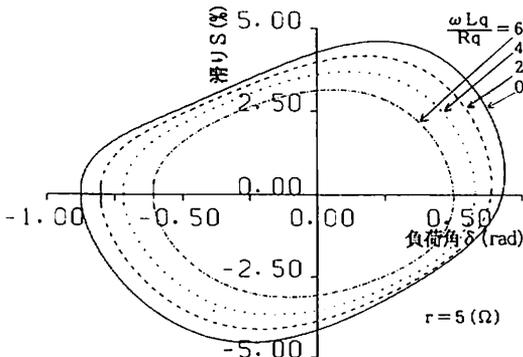


図10. $\omega L_q/R_q$ 変化時の不安定領域
 Fig. 10. Instability boundaries for various $\omega L_q/R_q$.

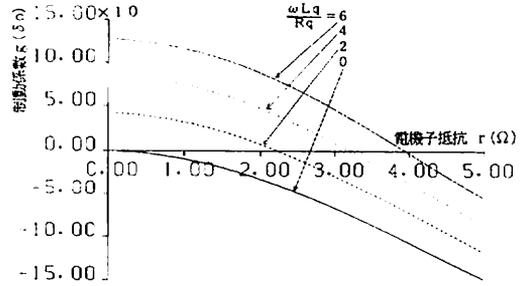


図11. $\omega L_q/R_q$ 変化時の r 対 $g(\delta_0)$
 Fig. 11. $g(\delta_0)$ versus r for various $\omega L_q/R_q$.

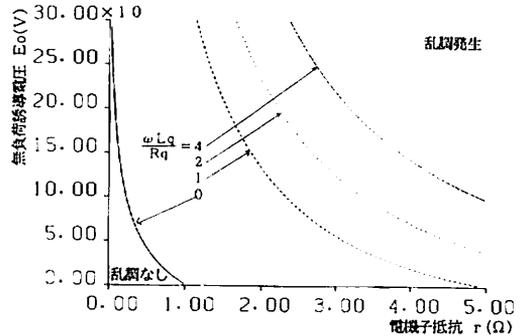


図12. $\omega L_q/R_q$ 変化時の乱調発生限界特性
 Fig. 12. Stability limit for various $\omega L_q/R_q$.

4.4 直軸・横軸リアクタンス比 (直軸リアクタンス可変)

図13は直軸・横軸リアクタンス比 K_x を1.2, 1.6, 2.0, 2.4と変化したときの負荷角 δ 対制動係数 $g(\delta)$ であり、図14はそのときの不安定領域を示している。本節では、横軸リアクタンスを $X_q = 10 (\Omega)$ 一定として、直軸リアクタンス X_d を12, 16, 20, 24 (Ω) と変化している。図13より K_x を大きくすると、 $g(\delta)$ が負値となる δ の範囲が狭くなっていることがわかる。また、図14より K_x を大きくすると不安定領域は狭くなる。一般的に、突極性が強くなる (直軸・横軸リアクタンス比が大きくなる) と、最大出力は増大するが、乱調は発生しやすくなる。しかし、図13, 図14は K_x を大きくすると、乱調は発生しにくいという逆の結果となる。これは、乱調が発生しやすいように電機子抵抗の値を $r = 5 (\Omega)$ として解析を行っているためであると思われる。図15及び図16は、

電機子抵抗の値を $r=1$ (Ω) としたときの負荷角 δ 対制動係数 $g(\delta)$ 及び不安定領域を示している。図15及び図16より、図13及び図14とは逆に K_x を大きくするとわずかではあるが、不安定領域は広がる。このように電機子抵抗は直軸リアクタンスによる乱調発生条件にも影響を与えることがわかる。

図17は横軸に電機子抵抗 r をとり、 K_x をパラメータとしたときの安定平衡点における制動係数を示している。同図より電機子抵抗 r が 0.1 (Ω) を越える範囲では、すべての K_x の値に対して $g(\delta_0)$ は負の値となっている。また電機子抵抗 r が 0.2 (Ω) を越え

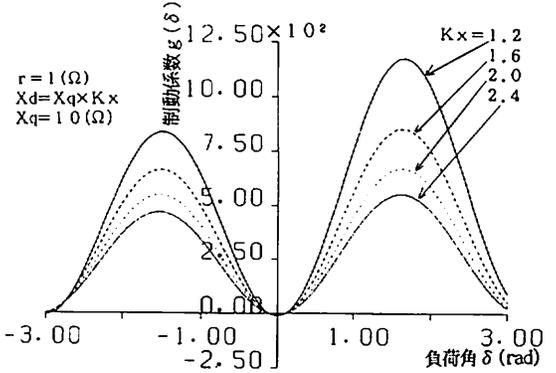
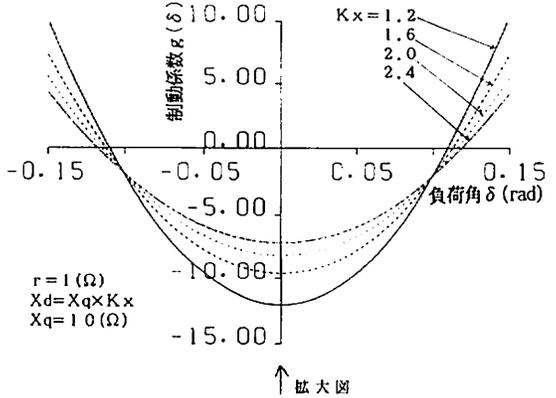


図15. K_x 変化時の δ 対 $g(\delta)$ (X_q 一定, $r=1$ (Ω))
Fig. 15. $g(\delta)$ versus δ for various K_x .
(const. X_q , $r=1$ (Ω))

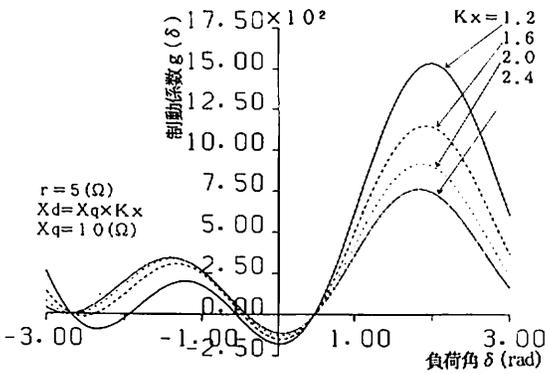


図13. 直軸・横軸リアクタンス比 K_x 変化時の δ 対 $g(\delta)$ (X_q 一定, $r=5$ (Ω))
Fig. 13. $g(\delta)$ versus δ for various direct-axis and quadrature-axis reactance ratio K_x .
(const. X_q , $r=5$ (Ω))

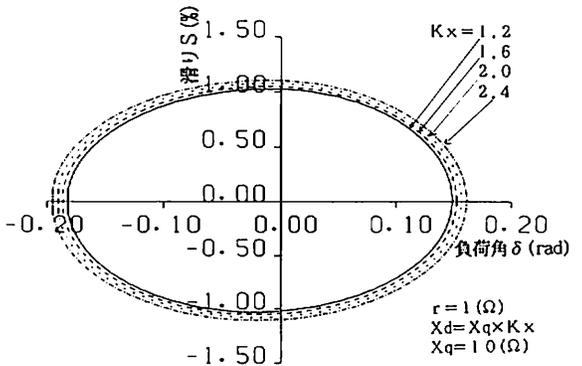


図16. K_x 変化時の不安定領域 (X_q 一定, $r=1$ (Ω))
Fig. 16. Instability boundaries for various K_x .
(const. X_q , $r=1$ (Ω))

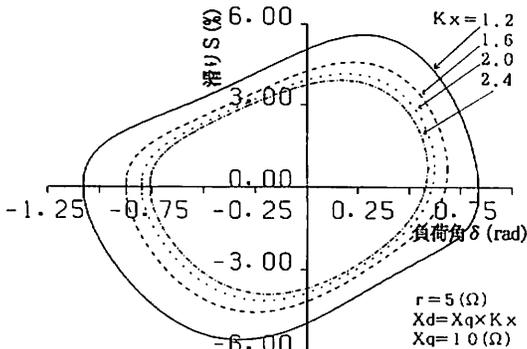


図14. K_x 変化時の不安定領域 (X_q 一定, $r=5$ (Ω))
Fig. 14. Instability boundaries for various K_x .
(const. X_q , $r=5$ (Ω))

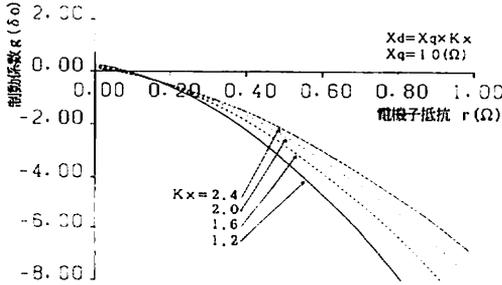


図17. K_x 変化時の r 対 $g(\delta_0)$ (X_q 一定)
 Fig. 17. $g(\delta_0)$ versus r for various K_x .
 (const. X_q)

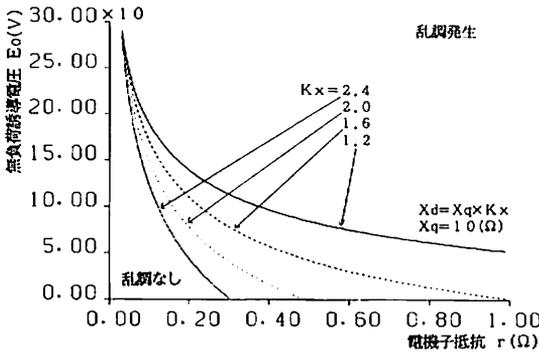


図18. K_x 変化時の乱調発生限界特性 (X_q 一定)
 Fig. 18. Stability limit for various K_x .
 (const. X_q)

ると、同じ電機子抵抗の値に対して、 K_x が小さい程 $g(\delta_0)$ の値は小さくなっている。したがって、制動巻線を設けることによって、 $g(\delta_0)$ の曲線を上方方向に平行移動させると（前節参照）、動作点においては K_x が小さい程乱調が発生しやすくなる。

図18は K_x をパラメータとしたときの乱調発生限界特性を示したものである。同図において K_x を大きくすると限界曲線は左下方向へ移動し、乱調発生領域が広がることになる。

以上より K_x を大きくすると乱調は発生しやすくなるが、直軸リアクタンスを変化させる場合、電機子抵抗が大きいと逆に乱調抑制の効果が現れるといえる。

4.5 直軸・横軸リアクタンス（横軸リアクタンス可変）

図19及び図20は、直軸・横軸リアクタンス比 K_x を 1.2, 1.6, 2.0, 2.4 と変化したときの負荷角 δ 対制動係数 $g(\delta)$ 及び不安定領域を示したものである。パラメータ変化は前節と同じであるが、本節では直軸リアクタンスを $X_d = 16$ (Ω) 一定とし、横軸リアクタンス X_q を 13.3, 10, 8, 6.7 (Ω) と変化している。図19より、 K_x を大きくすると $g(\delta)$ が負値となる δ の範囲が広がるのがわかり、また図20から K_x を大きくすると、不安定領域が広がるのがわかる。このことより K_x を大きくすると、乱調が発生しやすいという一般的な概念と一致する。

図21は横軸に電機子抵抗 r をとり、 K_x をパラメー

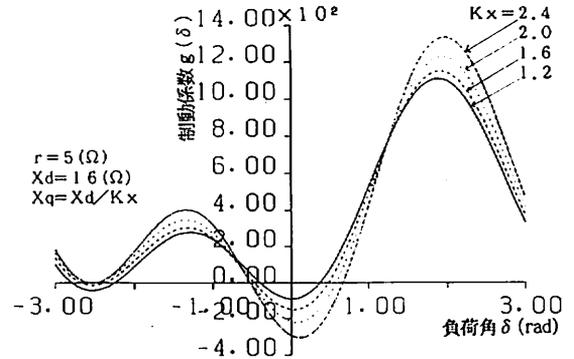


図19. K_x 変化時の δ 対 $g(\delta)$ (X_d 一定)
 Fig. 19. $g(\delta)$ versus δ for various K_x .
 (const. X_d)

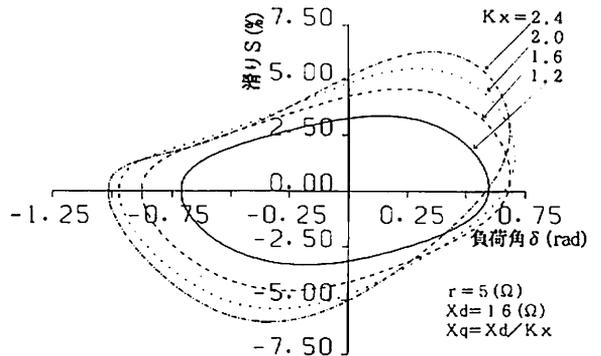


図20. K_x 変化時の不安定領域 (X_d 一定)
 Fig. 20. Instability boundaries for various K_x .
 (const. X_d)

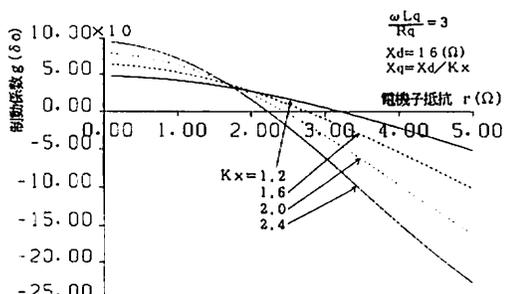


図21. Kx 変化時の r 対 $g(\delta_0)$ (X_d 一定)
Fig. 21. $g(\delta_0)$ versus r for various Kx .
(const. X_d)

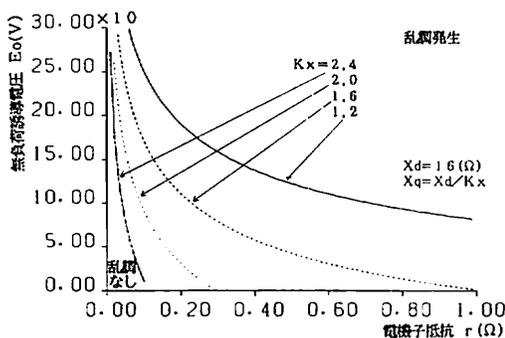


図22. Kx 変化時の乱調発生限界特性 (X_d 一定)
Fig. 22. Stability limit for various Kx .
(const. X_d)

タとしたときの安定平衡点における制動係数 $g(\delta_0)$ を示している。同図より、 Kx を大きくすると $g(\delta_0)$ が負値となる r の上限値が小さくなるのがわかる。

図22は Kx をパラメータとしたときの乱調発生限界特性を示している。同図より Kx を大きくすると、限界曲線は左下の方へ移動し、乱調の発生する領域が広がるのがわかる。

以上のことから、 Kx を大きくすると乱調が発生しやすくなるといえるが、横軸リアクタンスを変化させる場合には、前節のように電機子抵抗の値によって抑制効果が現れることはなく、一般的な概念と一致する。

4.6 界磁巻線定数比

図23及び図24は、界磁巻線定数比 $\omega L_d/R_d$ を20, 40, 60, 80と変化したときの負荷角 δ 対制動係数 $g(\delta)$ 及び不安定領域を示している。図23より、 $\omega L_d/R_d$ を大きくすると、わずかではあるが $g(\delta)$ が負値となる δ の範囲は広がっていることがわかる。また図

24についても $\omega L_d/R_d$ を大きくするとわずかではあるが不安定領域が広がっている。しかし、滑りについてはほとんど変化がないようである。

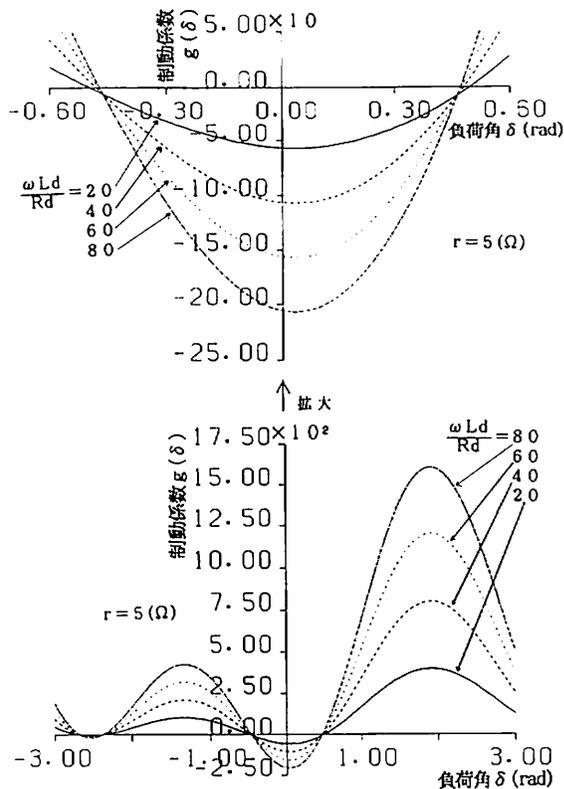


図23. 界磁巻線定数比 $\omega L_d/R_d$ 変化時の δ 対 $g(\delta)$
Fig. 23. $g(\delta)$ versus δ for various parameter ratio of field winding $\omega L_d/R_d$.

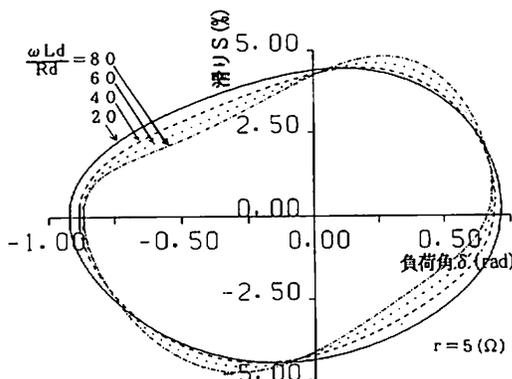


図24. L_d/R_d 変化時の不安定領域
Fig. 24. Instability boundaries for various $\omega L_d/R_d$.

4. 7 外部トルク

図25は、外部トルク T_L を $-1, -2, -3, -4$ (Nm)と変化したときの不安定領域を示している。外部トルクは回転子の回転方向と逆方向にかかる負荷トルクのこと、2章の回転子運動方程式の導出において、発電機動作の場合の出力トルクを正としているため、電動機動作の場合の外部トルクは負の値となる。また、外部トルクが小さいということは負荷が小さいことを意味している。同図より外部トルクを大きくすると、不安定領域は狭くなることがわかる。

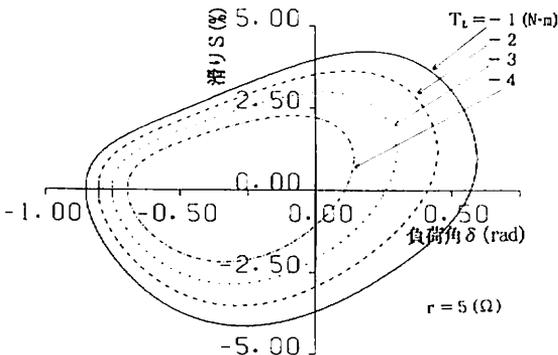


図25. 外部トルク T_L 変化時の不安定領域
Fig. 25. Instability boundaries for various external torque T_L .

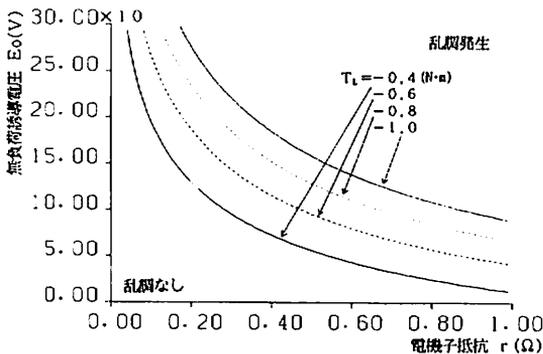


図26. T_L 変化時の乱調発生限界特性
Fig. 26. Stability limit for various T_L .

図26は T_L の値を $-0.4, -0.6, -0.8, -1.0$ (Nm)としたときの乱調発生限界特性を示している。同図より T_L を大きくすると限界曲線は右上の方へ移動し、乱調発生領域が狭くなることがわかる。

前節までの負荷角 δ 対制動係数 $g(\delta)$ の図において、制動係数 $g(\delta)$ が負となるのは負荷角 δ が0付近、つまり軽負荷時の動作点近傍であり、これは軽負荷時において乱調が発生しやすいことを示している。従って、図25及び図26は、前節の解析結果と一致する。

4. 8 慣性定数

図27は慣性定数 J を $0.077, 0.231, 0.385, 0.537$ (Nms^2)と変化したときの不安定領域を示している。同図より、 J を大きくすると負荷角の範囲は変化しないが、滑りの範囲は小さくなっている。この結果より、慣性定数を大きくすると、乱調は発生するが、滑りの振幅を小さくできることがわかる。

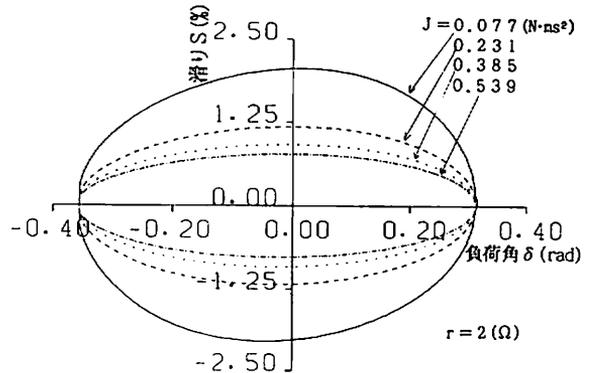


図27. 慣性定数 J 変化時の不安定領域
Fig. 27. Instability boundaries for various inertia constant J .

4. 9 漏れインダクタンス比 (漏れ磁束の影響)

図28は漏れ誘導係数比 LK を $0, 6, 10, 20$ (%)と変化したときの負荷角 δ 対制動係数 $g(\delta)$ を示しており、図29はそのときの不安定領域を示している。本章文頭で述べたように、漏れインダクタンス比は電機子巻線、界磁巻線および制動巻線の自己誘導係数に対する漏れインダクタンスを比で表したものである。 LK を大きくすると、(3), (12)式より鎖交磁束が減少し、漏れ磁束が増加することがわかる。図28より LK を大きくすると、制動係数 $g(\delta)$ が負値となる δ の範囲はわずかに広がるが、ほとんど変化しないことがわかる。同様に、図29において LK を大きくしても不安定領域の大きさにはほとんど変化はみられないことがわかる。

図30は横軸に電機子抵抗 r をとり, LK をパラメータとしたときの安定平衡点における制動係数 $g(\delta_0)$ を示したものである. 同図より LK を大きくすると $g(\delta_0)$ が負となる r の上限値が小さくなり, 動作点においては LK が大きいと乱調が発生しやすくなることがわかる.

図31は LK をパラメータとしたときの乱調発生限界特性を示したものである. 同図より LK を大きくすると, 限界曲線はわずかではあるが左下方向へ移動し, 乱調発生領域は広くなることわかる.

以上のことをまとめると, LK を大きく (漏れ磁束が増大) すると, 乱調が発生しやすくなるが, それほど大きな影響は与えないといえる.

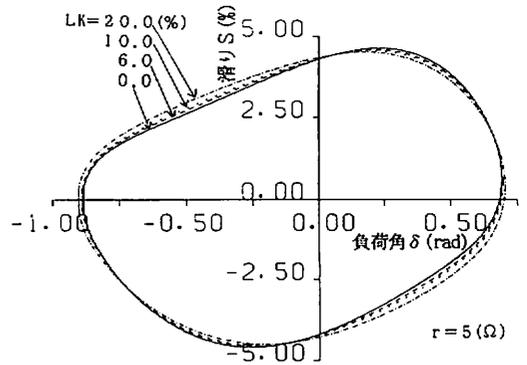


図29. LK 変化時の不安定領域
Fig. 29. Instability boundaries for various LK.

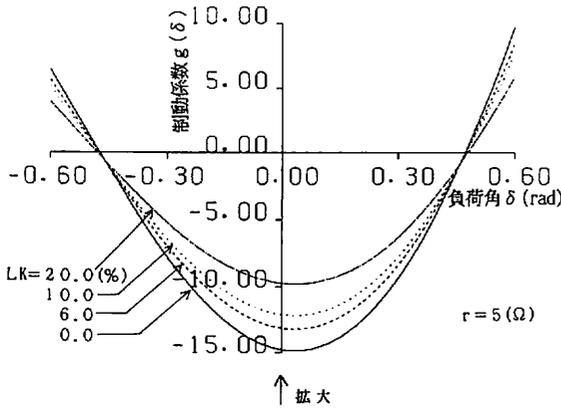


図28. 漏れ誘導係数比 LK 変化時の δ 対 $g(\delta)$
Fig. 28. $g(\delta)$ versus δ for various leakage inductance ratio LK.

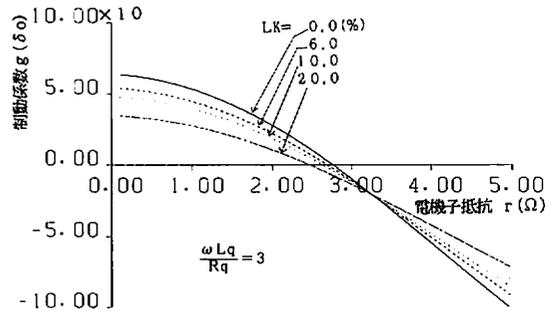


図30. LK 変化時の r 対 $g(\delta_0)$
Fig. 30. $g(\delta_0)$ versus r for various LK.

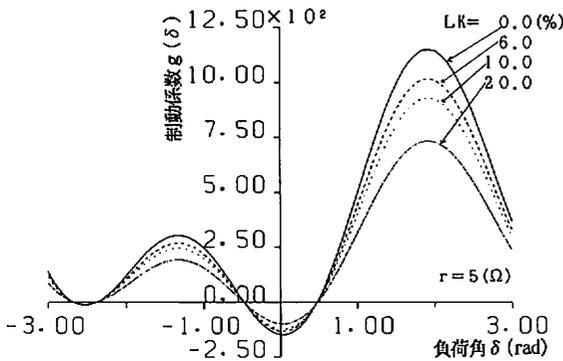
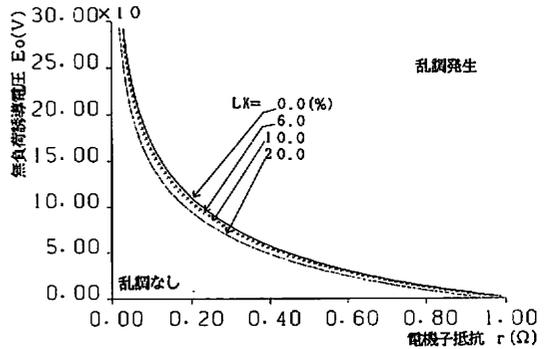


図31. LK 変化時の乱調発生限界特性
Fig. 31. Stability limit for various LK.



5. 実験による検証

本章では、機器パラメータ（電機子抵抗、直流励磁電圧）や駆動条件（負荷）が乱調におよぼす影響を実験により検証する。

図32に実験回路図を示す。同期電動機（SM）の軸には、直流発電機（DG）及びロータリエンコーダ（RE）を直結し、DGには電球負荷を接続する。負荷角及び滑りは、REからのパルス信号を用いて、パソコン上で測定される。また、界磁電流は電流センサによって計測されパソコンのメモリに記憶する。また、相電流はメモリハイコーダを使用して波形を観測する。既製のSMはそのままでは乱調が発生しにくいいため、電源とSMの間に可変抵抗器を挿入し、電機

子抵抗の値を変化させ、乱調の発生しやすい状態で実験を行う。

表2は実験で使用する同期電動機の定格および機器定数である。本実験では事故防止のため、線間電圧は160（V）、励磁電流は0.7（A）、界磁調整器は50目盛（中間）で実験を行う。

表2. 機器定数（実験）

Table-2. Machine parameters for experiment.

三相	4極	2.2 (kW)	220 (V)	7.5 (A)	1800 (rpm)
$r=0.92 (\Omega)$	$R_d=35.925 (\Omega)$	$X_d=13.42 (\Omega)$	$X_q=7.1 (\Omega)$	励磁電圧=100 (V) 電機子漏れリアクタンス=2.01 (Ω)	
形式 4A2I-1 回転電機子型 製造：精工社制作所					

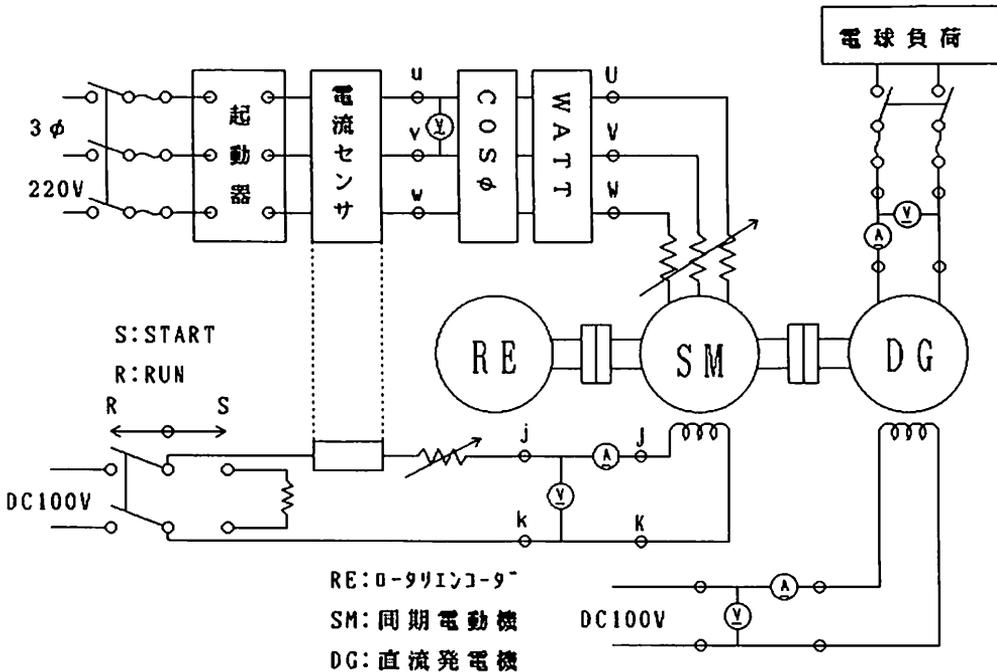


図32. 実験回路図
Fig. 32. Experiment configuration.

5.1 電機子抵抗の乱調に及ぼす影響

電機子へ直列に挿入した可変抵抗器を変化し、そのときの負荷角対滑り位相面上の解軌道と相電流および

界磁電流の様子を調べる。電機子抵抗はSMの定格値（0.92（ Ω ））に可変抵抗の値を加えたものとなる。表3に実験結果を示す。

表3. 電機子抵抗変化時の実験結果

Table-3. Experiment results of various armature resistances.

可変抵抗の値(Ω)	電機子抵抗(Ω)			図の番号		
	U	V	W	位相面	相電流	界磁電流
① 無し	0.92	0.92	0.92	図 33 図 34	図 35	図 36
② 1	1.843	1.876	1.883			
③ 2	2.833	2.929	2.949			
④ 3	3.933	3.886	3.861			

また, 図33は②と③, 図34は③と④について負荷角対滑り位相面上に解軌道を示している。①については乱調は発生していないため位相面は図示していない。

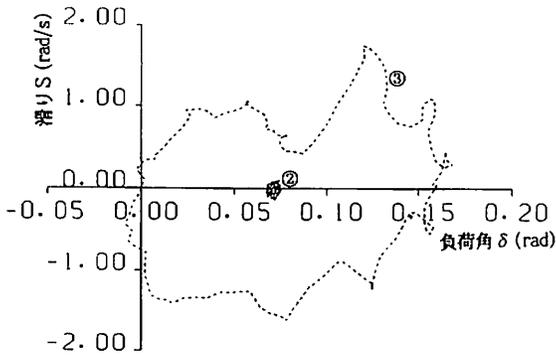


図33. 電機子抵抗変化時の位相面の様子 (②と③)
Fig. 33. Limit cycles for various armature resistances. (② and ③)

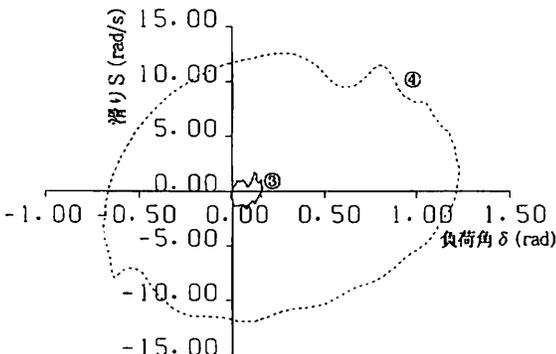
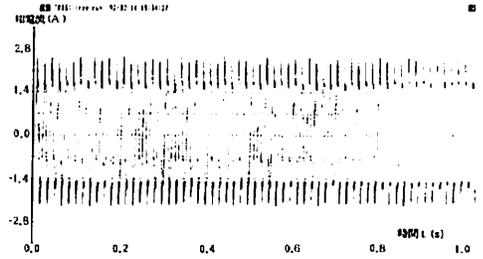
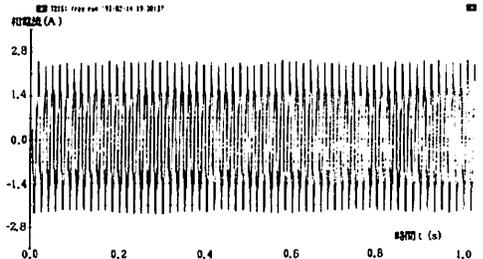


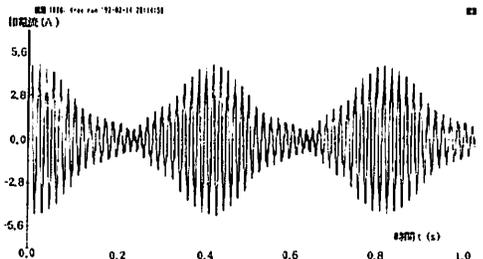
図34. 電機子抵抗変化時の位相面の様子 (③と④)
Fig. 34. Limit cycles for various armature resistances. (③ and ④)



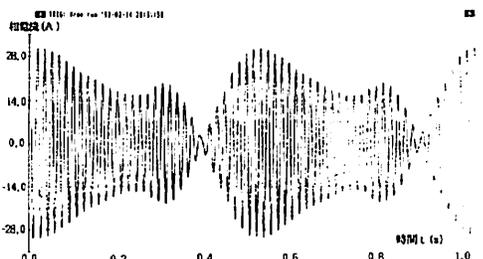
(a) ①について (At ①.)



(b) ②について (At ②.)



(c) ③について (At ③.)



(d) ④について (At ④.)

図35. 電機子抵抗変化時の相電流の様子
Fig. 35. Phase-current for various armature resistances.

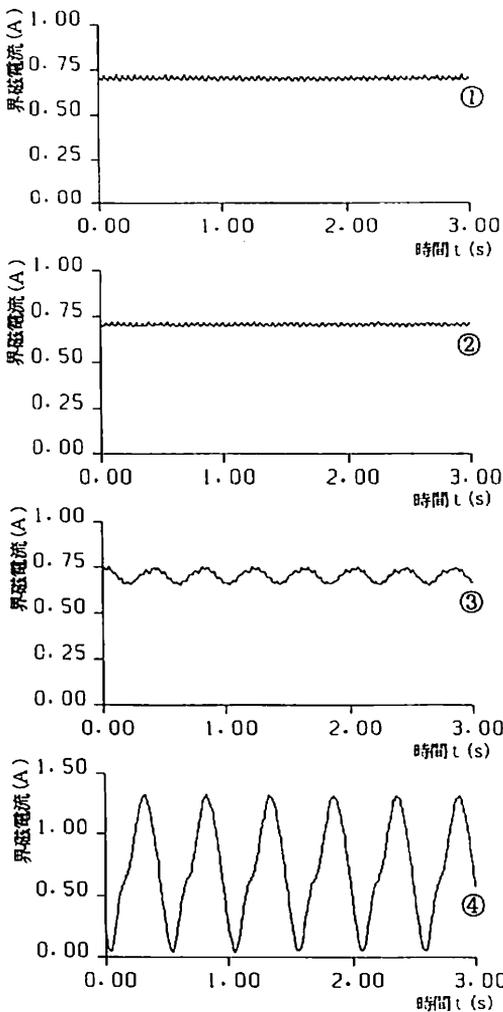


図36. 電機子抵抗変化時の界磁電流の様子
Fig. 36. Field-current for various armature resistances.

図33及び図34より、位相面の解軌道は動作点のまわりでリミットサイクルを描き、乱調が発生していることを示している。また、電機子抵抗を大きくすると、解軌道は大きくなっていることがわかる。特に電機子抵抗が約4(Ω)のとき(④)、解軌道は発電機領域(実験では電動機領域を正としている)まで達し、激しい乱調振動となった。そして、これは解析で得られた不安定領域の図に似ている。

図35は、電機子抵抗変化時の相電流波形である。図35より、①については乱調は発生していないため脈動はみられない。②、③、④については相電流(U相)はある周期をもって脈動し、乱調が発生していることがわかる。また、電機子抵抗を大きくするとその脈動

は大きくなり、特に④は③のときと波形が異なり、ひょうたん形になる。

図36は、電機子抵抗変化時の界磁電流波形である。図36より、①は乱調は発生していないが、界磁電流は細かく振動している。②は軽い乱調が発生しているが①と比べてあまり変化が無い。③と④は界磁電流はある周期をもって脈動し、電機子抵抗が大きくなると、その脈動は大きくなることわかる。また、乱調の周期は、外部抵抗が大きくなるにつれて大きくなることわかる。図35及び図36より、乱調の周期はそれぞれ約0.4(s)、約0.51(s)であることがわかる。

以上より、電機子抵抗の増大により乱調は発生しやすくなり、負荷角、滑り、相電流および界磁電流の脈動は乱調振動の大きさにともなって大きくなる。

5. 2 直流励磁電圧の乱調に及ぼす影響

直流励磁電圧を変化し、5. 1節と同様に負荷角対滑り位相面上の解軌道と相電流および界磁電流の様子を調べる。直流励磁電圧を変化させることは無負荷誘導起電力を変化させることになる。本文章頭でも述べたが、既製の同期電動機は乱調が発生しにくいいため、乱調が発生しやすいように、可変抵抗器によって電機子抵抗を付加して実験を行う。表4に実験結果を示す。直流励磁電圧を大きくするという事は、界磁電流も大きくなるので、結局は界磁電流を変化したときの状況となる。無負荷誘導電圧試験により、界磁電流に対応する内部誘導起電力がわかる。

表4. 界磁電流変化時の実験結果

Table-4. Experiment results of various field currents.

界磁電流 (A)	力 率	図 の 番 号		
		位 相 面	相 電 流	界 磁 電 流
① 0.60	0.96 (LAG)	図 37	図 38	図 39
② 0.61	0.97 (LAG)			
③ 0.63	0.985 (LAG)			
④ 0.70	1.00(LEAD)			

但し、LAG: 遅れ LEAD: 進み

電機子抵抗: U=2.265(Ω) V=2.190(Ω) W=2.183(Ω)

図37は、界磁電流変化時の解軌道を負荷角対滑り位相面上に示したものである。図37より、界磁電流が大きくなると、解軌道は右に動作点を移動しながら大きくなることわかる。これより、界磁電流を大きくすると乱調が発生しやすいことがわかる。動作点が移動

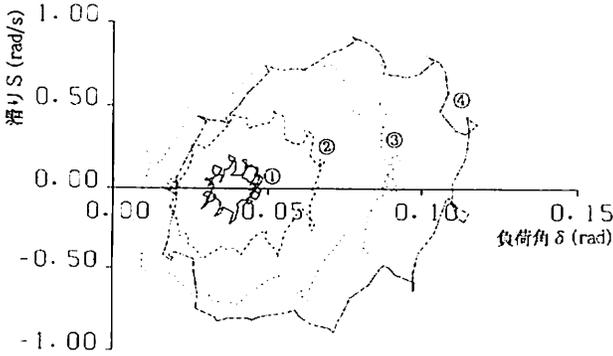
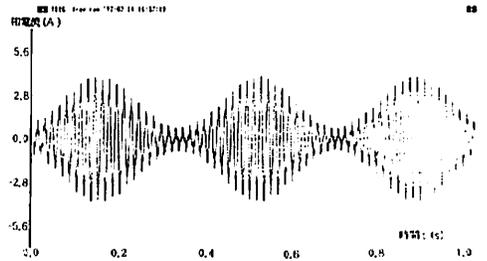
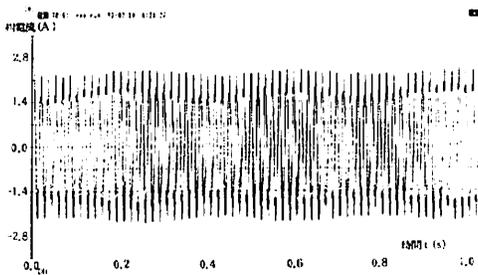


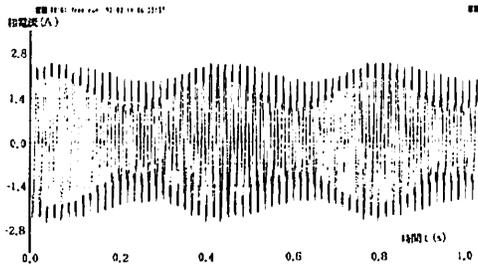
図37. 界磁電流変化時の位相面の様子
Fig. 37. Limit cycles for various field currents.



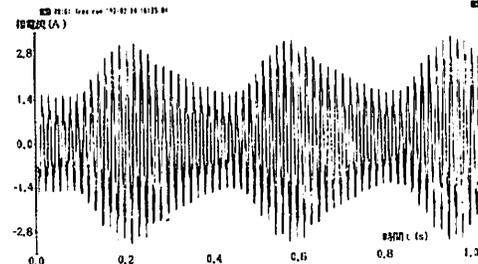
(d) ④について (At ④.)
図38. 界磁電流変化時の相電流の様子
Fig. 38. Phase-current for various field currents.



(a) ①について (At ①.)



(b) ②について (At ②.)



(c) ③について (At ③.)

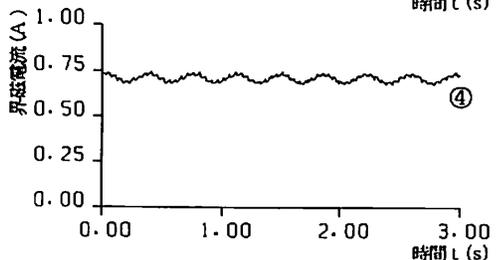
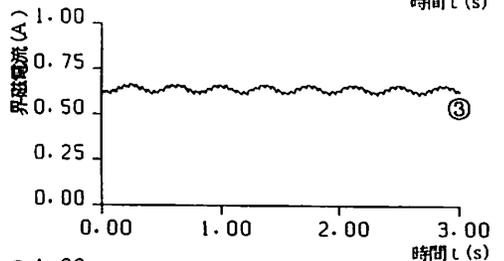
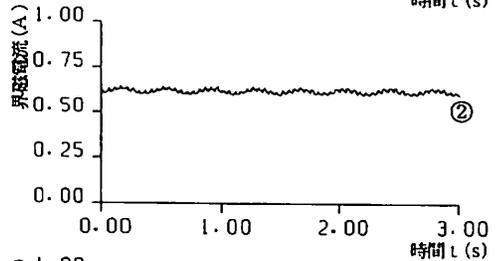
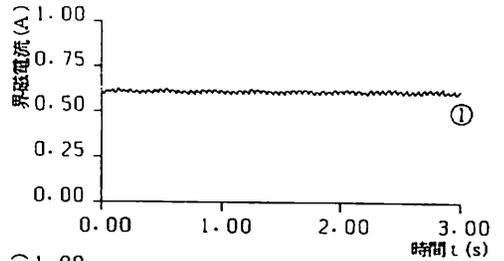


図39. 界磁電流変化時の界磁電流の様子
Fig. 39. Field-current for various field currents.

するのは、界磁電流が大きくなると、無負荷誘導起電力が大きくなり、負荷角対トルク曲線は負荷角の正方向にシフトするためである。そのため負荷が一定で界磁電流（無負荷誘導起電力）を大きくすると動作点は移動することになる。

図38および図39は界磁電流変化時の相電流波形および界磁電流波形である。図38より、界磁電流を大きくすると、相電流の脈動が大きくなるのがわかる。図39より、界磁電流を大きくすると、界磁電流の脈動が大きくなるのがわかる。また、乱調の周期は界磁電流が変化してもほぼ一定であり、その値は約0.37 (s) である。

以上より、界磁電流を大きくすると乱調が発生しやすくなり、負荷角、滑り、相電流の脈動が大きくなるのがわかる。また、界磁電流が大きくなると、進み力率（過励磁）となることから、進み力率においては乱調が発生しやすいことがわかる。この実験結果は、解析で得られた結果と同様の傾向を示している。

5. 3 負荷変化時の乱調に及ぼす影響

負荷を変化して5. 1節と同様に負荷角対滑り位相面上の解軌道と相電流および界磁電流の様子を調べる。5. 2節と同様に可変抵抗器を付加し、乱調が発生しやすい状態で実験を行う。表5に実験結果を示す。

表5. 負荷変化時の実験結果

Table - 5. Experiment results of various loads.

負 荷 (W)	図 の 番 号		
	位 相 面	相 電 流	界 磁 電 流
① 231.2	図 40	図 41	図 42
② 102.0			
③ 85.5			
④ 29.6			

電機子抵抗: U=2.265 (Ω) V=2.190 (Ω) W=2.183 (Ω)

図40は、負荷変化時の解軌道を負荷角対滑り位相面上に示したものである。図40より、負荷が小さくなると、解軌道は左に動作点を移動しながら大きくなるのがわかる。動作点が移動するのは負荷が変動し、安定平衡点が移動するためである。これより軽負荷時には乱調が発生しやすいことがわかる。

図41および図42は、負荷変化時の相電流波形および界磁電流波形である。図41より、負荷が小さくなると相電流の脈動が大きくなるのがわかる。図42より、負荷を小さくすると界磁電流の脈動が大きくなること

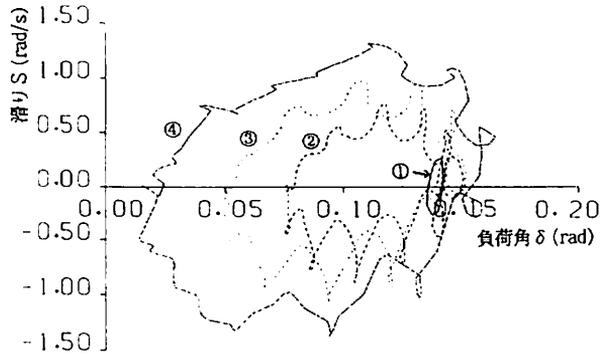
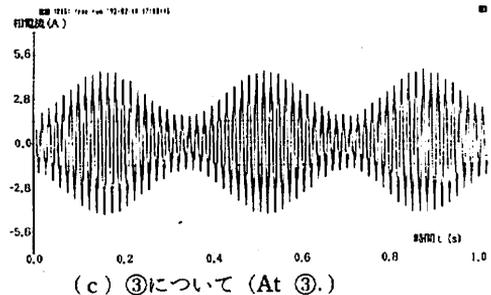
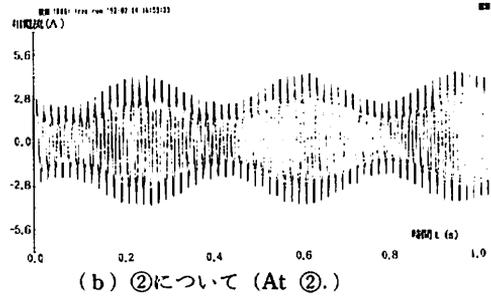
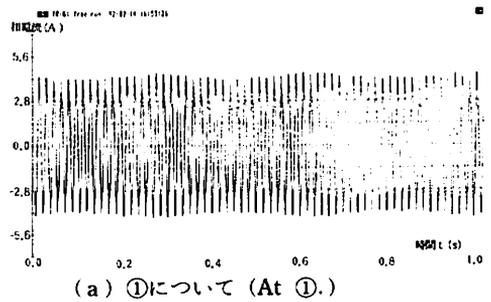


図40. 負荷変化時の位相面の様子
Fig. 40. Limit cycles for various load.



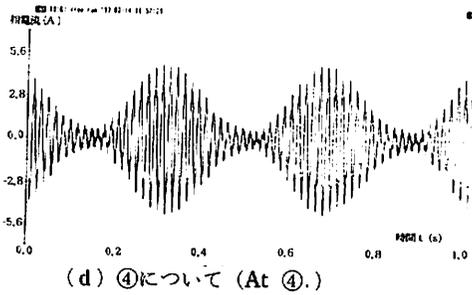


図41. 負荷変化時の相電流の様子
Fig. 41. Phase-current various for various load.

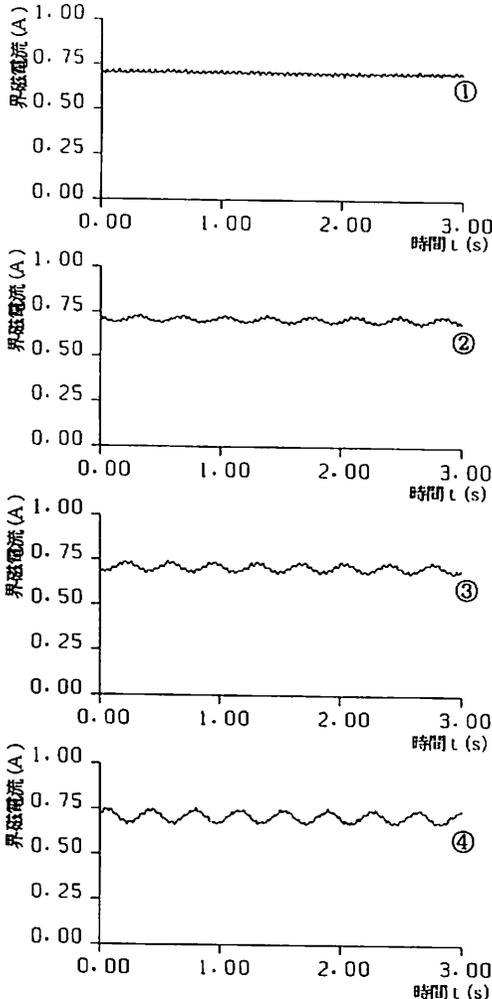


図42. 負荷変化時の界磁電流の様子
Fig. 42. Field-current for various load.

がわかる。また乱調の周期は①～④の条件ではほぼ一定で、その値は約0.37 (s)である。

以上より、軽負荷時には乱調が発生しやすくなり、負荷角、滑り、相電流および界磁電流の脈動は大きくなることわかる。

6. むすび

本論文では、漏れリアクタンス (磁束) を考慮した回転子運動方程式を調波平衡法を用いて導出し、リャプノフ関数を構成して同期電動機の安定性について解析し、さらに機器パラメータや駆動条件が乱調発生や乱調振動の大きさにおよぼす影響を解析した。その結果、電機子抵抗、無負荷誘導起電力、直軸・横軸リアクタンスは乱調発生に及ぼす影響が大きく、制御巻線は乱調の防止に有効であることが明らかとなった。さらに界磁巻線定数や漏れ磁束は、乱調発生に大きな影響を及ぼさないことがわかった。また、乱調は軽負荷時に発生しやすいこと、慣性定数によって乱調振動の振幅を軽減できることがわかった。

また、本論文では、電機子抵抗、直流励磁電圧、負荷が乱調に及ぼす影響について実験を行い、解析と一致する結果を得ることができた。今後は乱調の抑制法に対する検討が必要である。

参考文献

- (1) 島谷・渋谷・林：「同期機の乱調振動の一算法」, 電学論 B, 98, 823 (昭53-10)
- (2) 近藤・大窪・藤原：「同期電動機の乱調振動の解析」, 電学論 B, 107, 501 (昭62-10)
- (3) C. Hayashi: "Nonlinear Oscillation in Physical systems", Mc Graw-Hill (1946)
- (4) 千住・上里：「リャプノフ法による同期電動機の乱調振動の解析」, 電学論 D, 109, 602 (平元-8)
- (5) 千住・上里・宮城：「リャプノフ法による突極形同期電動機の乱調振動現象の解析」, 電気学会回転機研究会, RM-90-104, 137 (平2)
- (6) 小郷・美多：「システム制御理論入門」, 実教出版 (株)
- (7) H. Miyagi & T. Taniguchi: "Lagrange-Charpit Method and Stability Problem of Power Systems", IEEE Proc., Pt. D, 128, 3, 117

(1981-5)

付 録

(17)式の係数および(2)式の係数の導出

(18)式, (19)式について逆行列を求め, (17)式の係数を求めると, 以下ようになる. 但し, 負荷角 δ の時間変化は比較的緩慢であるとして, S の2乗以上の項を無視した. また逆行列の計算には数式処理ソフト REDUCE 3.3を使用した.

$$F_o = -\frac{E_o X_q}{X^2} (2r^2 S + X)$$

$$F_s = E \left[\frac{S}{X^2} \left\{ -rX_d(X_d - X_q) - \frac{X_q^2 X_{Md}^2}{R_d} + \frac{r^2 X_{Mq}^2}{R_q} \right\} + \frac{r}{X} \right]$$

$$F_c = E \left[\frac{S}{X^2} \left\{ -r^2 (X_d - X_q) + r \left(\frac{X_d X_{Mq}^2}{R_q} + \frac{X_q X_{Md}^2}{R_d} \right) \right\} + \frac{X_q}{X} \right]$$

$$G_o = -\frac{rE_o}{X^2} [(X - 2r^2) S - X]$$

$$G_s = E \left[\frac{S}{X^2} \left\{ r^2 (X_d - X_q) + r \left(\frac{X_d X_{Mq}^2}{R_q} + \frac{X_q X_{Md}^2}{R_d} \right) \right\} + \frac{X_d}{X} \right]$$

$$G_c = E \left[\frac{S}{X^2} \left\{ -rX_d(X_d - X_q) - \frac{r^2 X_{Md}^2}{R_d} + \frac{X_d^2 X_{Mq}^2}{R_q} \right\} - \frac{r}{X} \right]$$

$$H_o = \frac{E_o}{X_{Md}}$$

$$H_s = \frac{EX_q X_{Md}}{XR_d} S$$

$$H_c = -\frac{ErX_{Md}}{XR_d} S$$

$$I_o = 0$$

$$I_s = -\frac{ErX_{Mq}}{XR_q} S$$

$$I_c = -\frac{EX_d X_{Mq}}{XR_q} S$$

$$\text{但し, } X = (r^2 + X_d X_q)$$

以上の係数を用いることにより, (2)式の係数は以下のようになる.

$$a_o = \frac{pE_o^2}{\omega X^2} (X_d^2 + r^2)$$

$$a_s = \frac{pEE_o}{\omega X^2} \{XX_q - 2r^2 (X_d - X_q)\}$$

$$a_c = \frac{pEE_or}{\omega X^2} \{X - 2 (X_d^2 + r^2)\}$$

$$a_{ss} = \frac{pE^2 r X_d}{\omega X^2} (X_d - X_q)$$

$$a_{sc} = \frac{pE^2}{\omega X^2} (X_d - X_q) (X - 2r^2)$$

$$a_{cc} = \frac{pE^2 r X_q}{\omega X^2} (X_d - X_q)$$

$$b_o = \frac{pE_o^2 r}{\omega X^3} \{X(X_d^2 + 3r^2) - 4r^2(X_d^2 + r^2)\}$$

$$b_s = \frac{2pEE_or}{\omega X^3} \left\{ -rX(2X_d - 3X_q) + \frac{rX_{Mq}^2}{R_q} (X_d - X_q) + \frac{X_q X_{Md}^2}{R_d} (X_d^2 + r^2) + r(3r^2 - X_d^3 - 4r^2 X_q) \right\}$$

$$b_c = -\frac{2pEE_or}{\omega X^3} \left\{ X^2 - X(X_d^2 + 5r^2) + \frac{X_q X_{Md}^2}{R_d} (X_d^2 + r^2) + \frac{rX_{Mq}^2}{R_q} (X - X_d^2 - r^2) + r^2 (X_d^2 + 3X_q^2 + 4r^2) \right\}$$

$$b_{sc} = -\frac{2pE^2}{\omega X^3} \left\{ r^2 X(X_d - X_q) (3 - (2r^2 + X + X_d^2 + X_q^2)) - \frac{rX_{Md}^2}{R_q} (rX_d + X_d^2) + \frac{rX_{Mq}^2}{R_q} (X_d^2 + rX_q) \right\}$$

$$b_{ss} = -\frac{pE^2}{\omega X^3} \left\{ r(X - 2r^2) (X_d - X_q)^2 + \frac{r^2 X_{Mq}^2}{R_q} (X - 2(X_d^2 + r^2)) + \frac{X_{Md}^2}{R_d} (X(X_d^2 - 2r^2) - 2r^2(X_d^2 - r^2)) \right\}$$

$$b_{cc} = \frac{pE^2}{\omega X^3} \left\{ r(X - 2r^2) (X_d - X_q)^2 - \frac{r^2 X_{Md}^2}{R_d} (X - 2(X_d^2 + r^2)) + \frac{X_{Mq}^2}{R_q} (X(X_d^2 + 2r^2) - 2r^2(X_d^2 + r^2)) \right\}$$