界磁回路の影響を考慮した同期電動機の過渡安定度解析

界磁回路の影響を考慮した同期電動機の過渡安定度解析

上 里 勝 實* 千 住 智 信*
仲 村 健** 島 本 健***

Transient Stability Analysis of Synchronous Motors Taking Account of Influence of Field Circuit.

Katsumi UEZATO* Tomonobu SENJYU*
Takeshi NAKAMURA** Ken SHIMAMOTO***

Abstract

In this paper, a new stability criterion method, which is applied Lyapunov's direct method, to judge the transient stabitity of the synchronous motors is presented. The Lyapunov method is able to estimate the systems stability by using a Lyapunov function without solving the nonlinear differential equations. The transient stability analysis very easy if only the energy level of the system is calculated. The construction of the Lyapunov function is generally difficult, hence, using the Lagrange-Charpit method, the Lyapunov function is constructed with systematic procedure.

The paper is organized as follows. Firstly, the system equations of the synchronous motor are presented. This system equation includes the effect of the field circuit, so that the product type nonlinearity term is arisen. Secondly, the Lyapunov function is constructed to judge the system's stability. An example of the stability analysis is presented, and the simplicity of the stability criterion is shown. Thirdly, the influence of a machine constant for transient stability is investigated using the Lyapunov method when the synchronous motor subjected to load disturbances. From this results, we can easily find out the stability limits and should obtain useful information in the area of industrial drives. Finally, by experiment on the transient stability limit, validity of the analytic results is shown.

Key Words : Synchronous Motor, Transient Stability, Lyapunov Method

---

受付：1992年5月11日
*工学部電気工学科
Dept. of Electrical Engineering, Fac. of Eng.
**南西航空株式会社
Southwest Air Lines Co., Ltd.
***リュウ・アイ・システム株式会社
RYUU-AI-Systm Co., Ltd.

1．まえがき

同期電動機は電源周波数により，回転速度が一義的に決まり，容易に高精度な速度制御が可能なため，最近ではインバータなどの可変周波数電源による精密速度制御用の電動機として使用されている．しかし，突発的な外乱によって乱調または脱調を起こし，不安定となる場合がある．このため同期電動機の過渡安定度問題は重要であり，古くから研究が行われている．これまでの研究で，界磁時定数が同期電動機の過渡安定度に影響することが知られている．しかし、その運動方程式が非線形連立微分方程式となり解析が容易でないため，界磁時定数の影響は小さいものとして無視することが多かった．

本研究ではより正確な過渡安定度解析を行うため，武田氏らが示した界磁時定数を考慮にいれた突極形同期電動機の動揺方程式[1]に対して，非線形システムの安定判別に有効であるリヤプノフ直接法を適用して，突極形同期電動機の過渡安定度解析を行う．

リヤプノフ直接法は，非線形微分方程式を直接解くことなしに，初期値の情報のみにより，短時間で安定判別が行える．しかし，非線形系にこのリヤプノフ直接法を適用する際に最も問題となるのは，適当なリヤプノフ関数を求める点にある．このリヤプノフ関数を構成する一般的方法はまだ無いため，現在種々のリヤプノフ関数構成法の研究が行われている[2]．

本論文では，このリヤプノフ関数を構成する方法として，比較的，真の安定領域に近い領域が得られるラグランジュ・シャルピ[3]法を用いることにする．

そして構成されたリヤプノフ関数を用いて計算されるしきい値と，エネルギーレベルを比較することによって，負荷外乱を受けた場合の過渡安定度（同期運転維持の可否）を判定する．また安定領域，及び限界負荷比等によって，種々の機器定数が過渡安定度に及ぼす影響を明らかにする．

さらに，実際に突極形同期電動機を用いて実験を行い，その実験結果と解析結果を比較検討し，本手法の妥当性を検証する．

2．過渡安定度の基本式

2．1．突極形同期電動機の運動方程式

界磁時定数の影響を考慮した突極形同期電動機の運動方程式は[1]次のような非線形微分方程式となる．

$$P_j\frac{d^2\delta}{dt^2}+P_d(1-b\cos2\delta)\frac{d\delta}{dt}+\frac{i_{fd}}{I_{fd}}P_m\sin\delta+P_r\sin2\delta=P_l \tag{1}$$

δ：負荷角，P_j：慣性出力係数，P_d：制動係数

b：突極による脈動係数，P_r：反作用トルク(kW)

P_m：同期化トルク(kW)，P_l：負荷トルク(kW)

$P_j=(\pi/2)\,GD^2\,(f/p^2)\times10^{-3}$〔kW・s²／rad〕

$P_d=P_j/(2\pi fs)$〔kW・s／rad〕

$P_r=\{(x_d-x_q)/(2x_d x_q)\}V^2\times10^{-3}$〔Syn・kW〕

$P_m=(EV/x_d)\times10^{-3}$〔kW〕

GD^2：はずみ車効果〔kg・m〕，f：電源周波数〔Hz〕，

p：極対数，x_d:直軸リアクタンス〔Ω〕，

x_q：横軸リアクタンス〔Ω〕

V：供給電圧〔V〕，E：線間公称誘導起電力〔V〕

I_{fd}：界磁電流の定常値〔A〕

i_{fd}：界磁電流の瞬時値〔A〕

(1)式の両辺をP_mで割り，正規化時間$\tau=t/a$，

$a=\sqrt{P_j/P_m}$で表すと，

$$\frac{d^2\delta}{d\tau^2}+\frac{P_d}{\sqrt{P_jP_m}}(1-b\cos2\delta)\frac{d\delta}{d\tau}+\frac{i_{fd}}{I_{fd}}\sin\delta+\frac{P_r}{P_m}\sin2\delta=\frac{P_l}{P_m} \tag{2}$$

ここで，

相対制動係数：$k=P_d/\sqrt{P_j P_m}$，

反作用トルク比：$g=P_r/P_m$，

負荷比：$\beta=P_l/P_m$，$Z=i_{fd}/I_{fd}$

とおくと(2)式は

$$\frac{d^2\delta}{d\tau^2}+k(1-b\cos2\delta)\frac{d\delta}{d\tau}+Z\sin\delta+g\sin2\delta=\beta \tag{3}$$

となる．一方，界磁回路に関しては次式を得る．

$$V_{fd}=R_{fd}i_{fd}+T_d'R_{fd}\frac{di_{fd}}{dt}-\frac{M_{afd}'V'}{\omega L_d}\frac{d\delta}{dt}\sin\delta \tag{4}$$

ここで，V_{fd}：界磁印加電圧〔V〕，R_{fd}：界磁抵抗〔Ω〕，

T_d'：d軸短絡過渡時定数〔s〕，

$M_{afd}'=\sqrt{3/2}\,M_{afd}$，

L_d：d軸電機子巻線の自己インダクタンス〔H〕，

V'：電機子印加線間電圧〔V〕，

(4)式において

$$
\left.\begin{aligned}
T_d' &= 1/R_{fd}\ (L_{ffd} - M_{afd}'^2/L_d)\ [s] \\
L_d' &= L_d - M_{afd}'^2/L_{ffd}\ [H] \\
T_d' &= T_{do}' L_d'/L_d\ [s] \\
T_{do}' &= L_{ffd}/R_{fd}\ [s]
\end{aligned}\right\} \tag{5}
$$

なる関係を用いて正規化すると

$$
\frac{dZ}{d\tau} = (1-Z)\ \xi + m\frac{d\delta}{d\tau}\sin\delta \tag{6}
$$

を得る．

ここで，$\xi = \dfrac{a}{T_d'}$，$m = \dfrac{m_{afd}'V'}{\omega L_{ffd} L_d' I_{fd}}$　(7)

（ξ，m：無次元の正規化定数）

(3)式，および(6)式より界磁時定数の影響を考慮した突極形同期電動機の運動方程式は

$$
\left.\begin{aligned}
&\frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k(1-b\cos 2\delta)\frac{d\delta}{d\tau} + Z\sin\delta + g\sin 2\delta = \beta \\
&\frac{dZ}{d\tau} = (1-Z)\ \xi + m\frac{d\delta}{d\tau}\sin\delta
\end{aligned}\right\}
$$

(8)〔再掲〕

となる．

2．2　リヤプノフ関数の構成と過渡安定度判別法

新しい状態変数x_1，x_2，およびx_3を用いて，

$$
\delta = \delta_0 + x_1
$$

$$
\frac{dx_1}{d\tau} = x_2
$$

$$
Z = x_3 + 1
$$

と置き換えると，(8)式は(9)式のように表せる．

$$
\left.\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -k(x_1)x_2 - h(x_1) - u(x_1)x_3 \\
\dot{x}_3 &= -\xi x_3 + m x_2 u(x_1)
\end{aligned}\right\} \tag{9}
$$

ここで，

$k(x_1) = k\ \{1 - b\cos 2\ (x_1 + \delta_0)\}$

$u(x_1) = \sin\ (x_1 + \delta_0)$

$h(x_1) = \sin\ (x_1 + \delta_0) + g\sin 2\ (x_1 + \delta) - \beta$

δ_0：安定平衡点

(9)式に対してラグランジュ・シャルピ法[3]を用いてリヤプノフ関数を構成すれば(10)式が得られる[4]．

$$
\begin{aligned}
V = &\frac{1}{2}\{x_2 + \alpha' K\ (x_1)\}^2 \\
&+ \frac{1}{2}\varepsilon\ \{x_3 + (\frac{1}{\varepsilon} - m)\ U\ (x_1)\}^2 \\
&+ \frac{1}{2}\alpha'\ (1-\alpha')\ K\ (x_1)^2 \\
&+ \int_0^{x_1} h\ (x_1)\ dx_1 + \frac{1}{2}(m - \frac{1}{\varepsilon})\ U\ (x_1)^2 \\
&+ 2\int_0^{x_1} \sqrt{(1-\alpha')\ k\ (x_1)} * \\
&\qquad * \sqrt{\{\alpha' K\ (x_1)\ h\ (x_1) - Q\ (x_1)^2\}}\ dx_1
\end{aligned} \tag{10}
$$

ここで，α'，ε：任意定数，

$K\ (x_1) = \int_0^{x_1} k(x_1)\ dx_1$，$U(x_1) = \int_0^{x_1} u(x_1)\ dx_1$，

$$
\begin{aligned}
Q\ (x_1) = &[\xi\ (1-\varepsilon m)\ U(x_1) \\
&+ \alpha' K(x_1)\ u(x_1)\ ]\ /2\sqrt{\varepsilon\xi}
\end{aligned}
$$

(10)式の時間微分は，(11)式のような2次形式の準負定値関数となる．

$$
\begin{aligned}
\dot{V} = -&[\ \{\sqrt{(1-\alpha')\ k(x_1)}\ x_2 \\
&- \sqrt{\alpha' K(x_1)\ h(x_1) - Q(x_1)^2}\}^2 \\
&+ \{\sqrt{\varepsilon\xi}\ \ x_3 + Q(x_1)\}^2]
\end{aligned} \tag{11}
$$

ここで，

$k(x_1) > 0$，$\varepsilon\xi > 0$，$\alpha' K(x_1)\ h(x_1) - Q(x_1)^2 > 0$，$0 \leqq \alpha' \leqq 1$，$m\varepsilon > 1$の条件が成り立てば，(10)式の正定値性ならびに(11)式の負定値性が保証される。

リヤプノフ法では，$\dot{V} < 0$の領域で安定性が保証されるため$x=0$以外の$\dot{V}=0$の場合に安定限界となる．

(11)式により，セクター条件は(12)式のように求められる．

$$
\left.\begin{aligned}
&\alpha' K(x_{1c})\ h(x_{1c}) - Q(x_{1c})^2 = 0 \\
&x_{2c} = 0 \\
&x_{3c} = -Q(x_{1c})\ /\sqrt{\varepsilon\xi}
\end{aligned}\right\} \tag{12}
$$

安定領域は，安定限界を示す等エネルギーレベル面V_cによって表され，(12)式のx_{1c}，x_{2c}，x_{3c}を(10)式のリヤプノフ関数に代入することによって次式のように得られる．

$$
V_c = V(x_{1c}, x_{2c}, x_{3c}) \tag{13}
$$

(13)式をもとに(10)式のリヤプノフ関数は(14)式のように変形できる．

$$
x_2 = -\alpha' K(x_1)\ \pm\sqrt{\Psi\ (x_1,\ x_3)} \tag{14}
$$

ただし，

$$
\begin{aligned}
\Psi\ (x_1,\ x_3) = &2V_c - \varepsilon\ \{x_3 + (\frac{1}{\varepsilon} - m)U(x_1)\}^2 \\
&- \alpha'(1-\alpha')\ K(x_1)^2 \\
&- 2\int_0^{x_1} h(x_1)\ dx_1 - (m - \frac{1}{\varepsilon})\ U(x_1)^2 \\
&- 4\int_0^{x_1} \sqrt{(1-\alpha')\ k(x_1)} * \\
&\qquad * \sqrt{\{\alpha' K\ (x_1)\ h\ (x_1) - Q\ (x_1)^2\}}\ dx_1
\end{aligned}
$$

⒁式においてx_3を一定にしてx_1を変化することにより，安定領域のx_2の限界値が得られる．以上のような方法によって，x_1-x_2位相面上に安定領域を描くことができる．ところで，⑽式のリヤプノフ関数にはα'，εの任意定数が含まれているが，これらの値はリヤプノフ関数によって得られる安定領域が真の安定領域に近くなるように選定しなければならない．本論文では文献(5)の方法によって求められる最適値を用いている．

図1に反作用トルク比gに対するx_{1c}の変化を示す．同図よりgが大きくなるほどx_{1c}の値も大きくなり，したがって安定限界値が大きくなることがわかる．

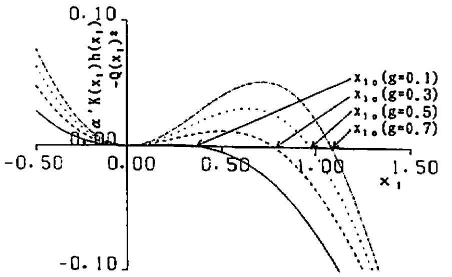

Fig. 1 Sector condition x_{1C}.

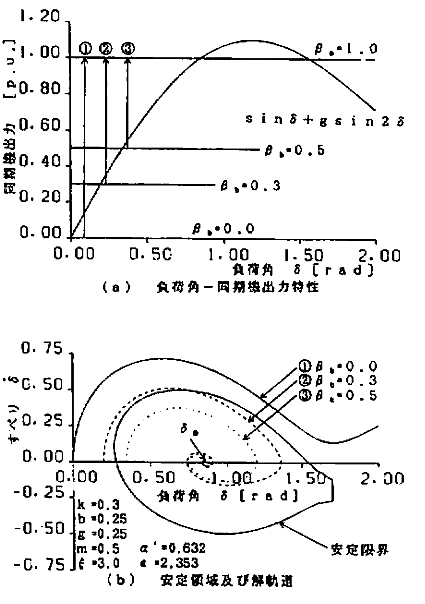

Fig. 2 Transient stability criterion used Lyapunov method.

次に，負荷外乱を受けた場合の同期機の挙動を状態変数及びリヤプノフ関数値を用いて示し，リヤプノフ法による安定性の判定方法について述べる．

図2（a）は負荷角－同期機出力特性と負荷急変時（β_b：負荷急増前の負荷比，β_a：負荷急増後の負荷比）の状態を示している．

図中の，①，②，③は以下のような負荷比の変動を示している．

①：$\beta_b=0.0\rightarrow\beta_a=1.0$

②：$\beta_b=0.3\rightarrow\beta_a=1.0$

③：$\beta_b=0.5\rightarrow\beta_a=1.0$

同図（b）には負荷角－すべり位相面上にリヤプノフ法によって得られた安定領域と①，②，③のそれぞれの解軌道を示している．

リヤプノフ法では安定領域内を初期値とする場合は，システムは安定であると判定できる．そのため領域内を初期値とする③の場合は，安定平衡点へ収束する．また，①の場合は初期値が領域外であり，不安定となっている．しかし，初期値が領域外でも②の場合のように安定となる場合がある．これはリヤプノフ法が十分条件のみを満たしているためである．

図3は，図2における①，②，③に対応する同期機の状態変数並びににリヤプノフ関数値の時間変化を示している．図3（a），（b）には負荷角，すべりの時

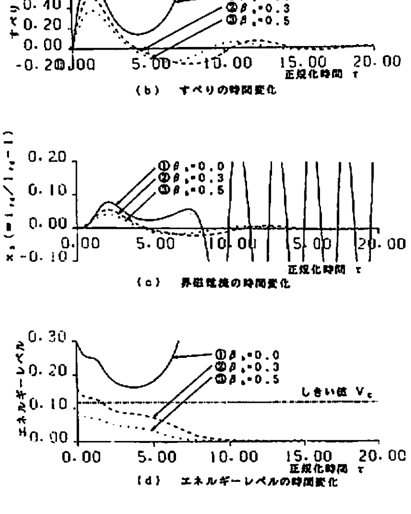

Fig. 3 State variables and energy level.

間変化を示している．安定の場合（②，③）は，共に一定値に収束している．一方，不安定の場合（①）は負荷角及びすべりが大きくなり，同期はずれを起こしている．

同図（c）は，x_3の挙動を示している．安定な場合（②，③）でも，負荷比の変化が大きいほど，界磁電流の変化も大きいことがわかる．また，不安定な場合（①）は界磁電流が激しく動揺し，発散している．

同図（d）は，（10）式のリヤプノフ関数から計算されるエネルギーレベルを示している．負荷変動が大きいほど，エネルギーレベルの初期値は高く，安定な場合（②，③）のエネルギーレベルは時間と共に減少し，0に収束している．それに対し，不安定な場合（①）は，エネルギーレベルは0には収束せず，時間と共に増加している．なお，この図において，しきい値V_Cはリヤプノフ関数によって得られる安定限界値であり，リヤプノフ法ではこの値とエネルギーレベルの初期値V_0を比較し，$V_C > V_0$なら安定，$V_C < V_0$なら不安定と判定する．

3．機器定数が過渡安定度に与える影響

3．1　安定領域及び限界負荷比に与える影響

ここではリヤプノフ法によって得られた安定領域及び限界負荷比を用いて，機器定数が過渡安定度に及ぼす影響について解析を行う．ここで限界負荷比とは，同期機が負荷比β_bで運転している場合に急増可能な負荷比の限界値β_{max}のことである．すなわち，図4に示すように負荷比β_bで運転している場合に，β_{max}以下の負荷外乱なら安定，それ以上の負荷外乱であれば不安定となることを意味している．

なお，本節の解析で，各機器定数の値は特にことわらない限り以下の値を用いることにする．

$k=0.3$，$g=0.25$，$b=0.25$，$m=3.0$，$\xi=3.0$，$\beta=1.0$

図5に相対制動係数kを変化させた場合の安定領域，及び限界負荷比を示す．同図（a）よりkを大きくすると安定領域が広がっていることがわかる．また同図（b）よりkが大きくなると限界負荷物比β_{max}も大きくなっている．以上のことから，相対制動係数kはその値が大きい程，過渡安定度向上に有利になると考えられる．これは相対制動係数を大きくすると，回転速度を一定に保とうとする制動トルクが大きくなり，同期はずれを起こしにくくするためである．

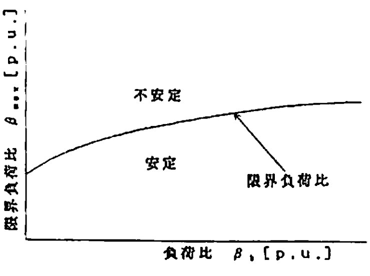

Fig. 4　Explanation of maximum load ratio.

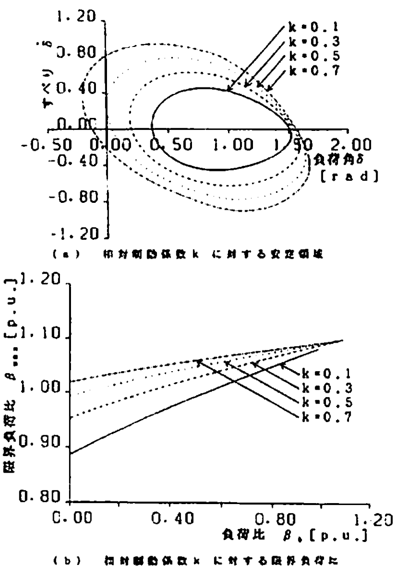

Fig. 5　Influence of relative damping coefficient, k.

図6に反作用トルク比gを変化させた場合の安定領域，及び限界負荷比を示す．同図（a）よりgを大きくすると安定領域が広がるので，安定度余裕が大きいことがわかる．また，同図（b）よりgを大きくすると限界負荷比β_{max}の値も大きくなっている．以上のことから，反作用トルク比gの値が大きい程，過渡安定度は向上し，その影響は比較的大きいといえる．これはgを大きくすると反作用トルクによって同期トルクが増加するためである．

図7に脈動係数bを変化させた場合の安定領域，及び限界負荷比を示す．同図（a）より，bを大きくするとわずかながら安定領域が広がっていることがわかる．また，同図（b）よりbを大きくすると限界負荷比β_{max}の値も大きくなっているが，その変化は小さい．

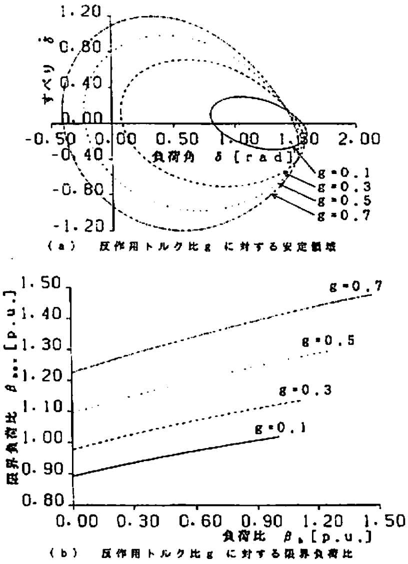

Fig. 6 Influence of reluctance torque ratio, g.

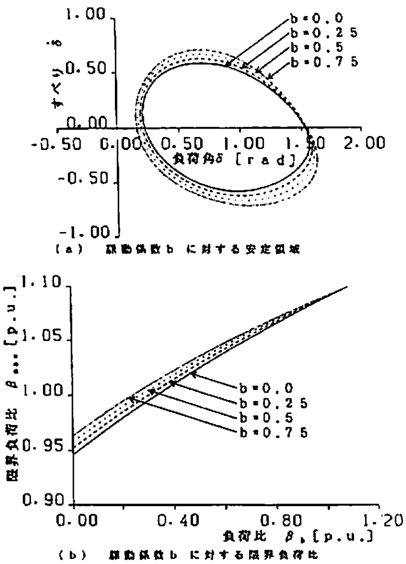

Fig. 7 Influence of pulsation coefficient, b.

以上のことから，脈動係数bが大きい程，過渡安定度はいくぶん向上するがその影響は小さいといえる．

図8に相対相互係数mを変化させた場合の安定領域，及び限界負荷比を示す．同図（a）よりmが大きくなるにつれて限界負荷比β_{max}の値も大きくなっている．以上のことから，相対相互係数mは，その値が大きい程，過渡安定度は向上するといえる．

図9に界磁係数ξを変化させた場合の安定領域，及び限界負荷比を示す．同図（a）より，ξを大きくすると，これまでの機器定数とは逆に安定領域がせまくなっていることがわかる．また，同図（b）でも，これまでの機器定数とは逆にξが大きくなる程，限界負荷比β_{max}の値は小さくなっている．以上のことから界磁係数ξは，その値が小さい程，過渡安定度は向上するといえる．

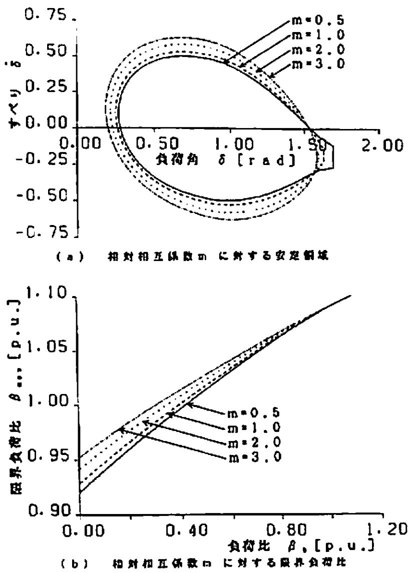

Fig. 8 Influence of relative mutual coefficient, m.

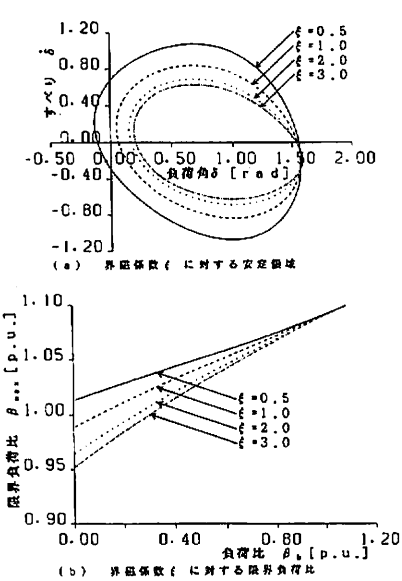

Fig. 9 Influence of field coefficient, ξ.

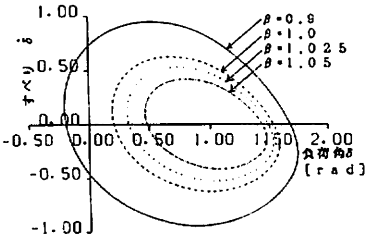

Fig. 10 Influence of load ratio, β.

図10に負荷比βを変化させた場合の安定領域を示す．同図より，βの変化によって安定領域が大きく変化していることがわかる．また，βが大きくなると安定領域がせまくなっており，このことから重負荷になる程，過渡安定度は低下するといえる．

3．2　リヤプノフ法による安定性評価の特徴

これまでリヤプノフ法によって得られた安定領域及び限界負荷比を示してきたが，ここではこのリヤプノフ法で判定されるシステムの安定性の正確さについて検討する．

図11にリヤプノフ法によって得られた安定領域と，システムが安定となる場合と不安定となる場合の二つの解軌道を示している．真の安定領域が二つの解軌道の間にあると仮定すると，リヤプノフ法によって得られた安定領域外に初期値があっても安定となる場合があることがわかる．リヤプノフ法によって得られた安定領域は，控えめな判定しか行えないことがわかる．特に，安定領域の左側は，かなり控えめである．

図12に解軌道，リヤプノフ法，等面積法によって求めた限界負荷比を示す．

同図より解軌道による限界負荷比を真値すると，従来用いられてきた等面積法は限界負荷比を厳しく評価しているのに対し，リヤプノフ法は真値に近いことがわかる．これは等面積法はその原理上，制動効果，界磁回路の影響を考慮できないのに対し，リヤプノフ法はこの二つの影響を考慮できるためである．

またリヤプノフ法による限界負荷比と解軌道による限界負荷比を比較すると，リヤプノフ法はひかえめな評価となっているが，これはリヤプノフ法が十分条件のみを満たしているためである．しかし解軌道による方法は，パラメータの多い非線形微分方程式を直接解かなければならないため，多大の時間を要するのに対し，リヤプノフ法では簡単な計算で，しかも短時間でシステムの安定性の判定が行えるという利点がある．

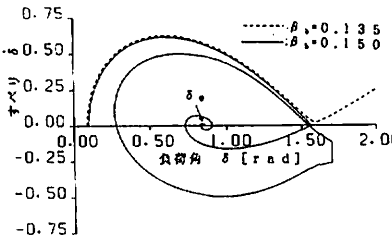

Fig. 11 Validity of the stable region obtained by the Lyapunov function.

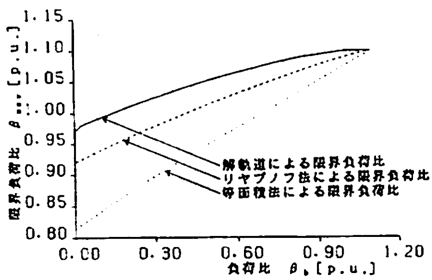

Fig. 12 Correctness of maximum load ratio β_{max}, with various methods.

3．3　界磁回路の機器定数（m，ξ）が同期機の挙動に与える影響

ここでは，界磁時定数を考慮することによって新たに導入された相対相互係数m及び界磁係数ξの負荷急増後に同期機システムに及ぼす影響について状態変数と同期トルクの変化から解析を行う．

なお，本節の解析で,各機器定数の値は特にことわらない限り以下の値を用いることにする．

$k=0.3$, $g=0.25$, $b=0.25$, $m=3.0$, $\xi=3.0$,
$\beta_b=0.5 \rightarrow \beta_a=1.0$

図13にmをパラメータにとり，負荷を急増させた場合の状態変数及び同期トルクの時間変化を示す．同図(a)，(b)よりmが大きくなると負荷角，すべりの最大値は小さくなっており，しかも定常値に収束するまでの時間も短くなっている．また同図(c)よりmの値が大きいほど界磁電流の変化も大きくなっている．この界磁電流は同期トルクに影響を与えるため，同図(d)のようにmが大きくなる程，同期トルクは立ち上がりがはやく，これによって負荷角変動の第一波を抑えることができる．以上のことより，mはその値が大きい程，過渡安定度は向上するといえる．なお，この結果は3．1節の安定領域及び限界負荷比から検討した結果と一致している．

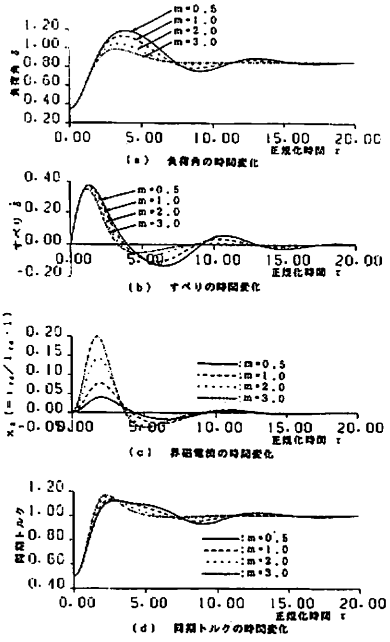

Fig. 13 Influence of relative mutual coefficient, m.

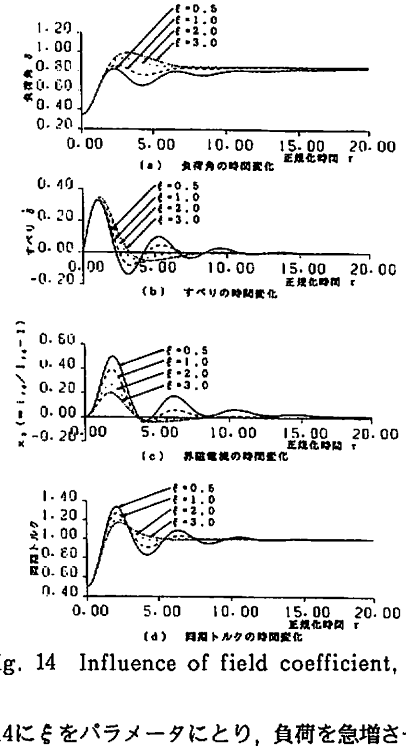

Fig. 14 Influence of field coefficient, ξ.

図14にξをパラメータにとり，負荷を急増させた場合の状態及び同期トルクの時間変化を示す．同図 (a)，(b)，よりξが小さくなると負荷角，すべりの最大値は小さくなっていることがわかる．しかし，ξが小さすぎると定常値へ収束するまでの時間は長くなっているようである．同図 (c)，(d) から，ξの値が小さいほど界磁電流の変化は大きく，周期トルクの立ち上がりもはやくなっていることがわかる．このことから，過渡安定度の観点から考えれば，ξは小さいほど良いということになるが，定常値へ収束するまでの時間を短くするという点からすれば，ξには，他の機器定数との間に最適関係が存在するようである．なおこの点についての解析は3．4節で行う．

3．4　負荷急変後の定常値への収束時間に対する影響

3．3節の解析結果から，負荷急変後の定常値への収束時間に対して，ξは他の機器定数との間に最適関係が存在すると思われるため，ここではξ対k，g，mの最適関係について調べる．

収束時間の長さを調べる方法として，すべりの絶対値 $|\dot{\delta}|$ を正規化時間 τ で積分（積分区間：0.0〜25.0）し，横軸にξ，縦軸にすべりの絶対値 $|\dot{\delta}|$ の積分値をとった図を用いる．すべりの絶対値 $|\dot{\delta}|$ の積分値が，小さければ定常値への収束時間が短いと考えられる．また，その図中に示された△，×，＋印の点に対し，実際にそれぞれの点におけるすべりの時間変化を調べて検証する．

なお，本節の解析で，各機器定数の値は特にことわらない限り以下の値を用いることにする．

$k=0.3$,　$g=0.3$,　$b=0.3$,　$m=3.0$,

$\beta_b=0.0 \rightarrow \beta_a=0.9$

図15 (a) は，相対制動係数kをパラメータにとり，界磁係数ξとすべり $|\dot{\delta}|$ の積分値の関係を示したものである．同図より，kが大きくなると，すべり $|\dot{\delta}|$ の積分値が小さくなっており収束時間が短くなる．kの値が大きくなる程，収束時間に対するξの影響は小さくなっているようである．また，kを変化させても，収束時間を短くするためのξの値は，それほど変化をしていないようである．同図 (b) に，図 (a) 中の△，×，＋印の各点におけるすべりの時間変化を示している．図より，×印の点におけるすべりの定常値への収束時間が最も短く，図 (a) の解析結果と一致している．

図16より，ξがかなり小さい場合を除いて，gが小さい程，すべり $|\dot{\delta}|$ の積分値が小さくなり，収束時間が短くなっている．また，gを大きくしていくと，収束時間を短くするためのξの値は小さくなっている．同図 (b) に，図 (a) の中の△，×，＋印の各点にお

けるすべりの時間変化を示す．図より，×印の点におけるすべりが速やかに定常値へ収束しており，図（a）の解析結果と一致している．

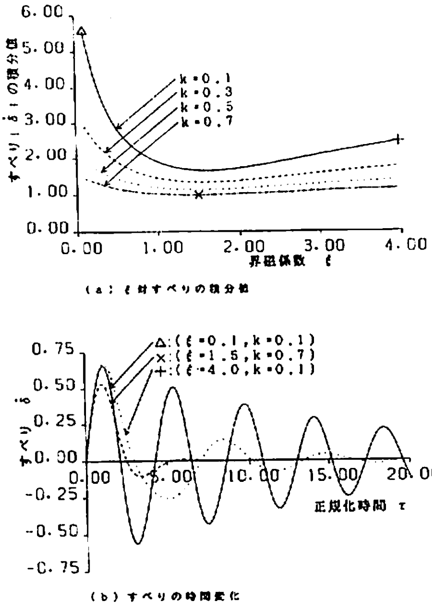

Fig. 15 Convergence time for various ξ and k.

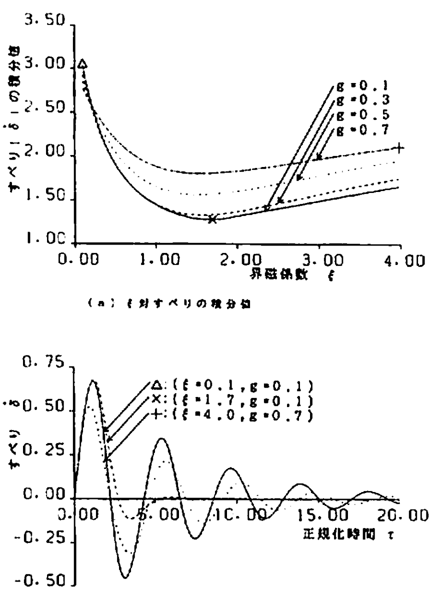

Fig. 16 Convergence time for various ξ and g

図17（a）より，mが大きくなると，すべり｜$\dot{\delta}$｜の積分値がちいさくなっており，収束時間が短くなっていることがわかる．また，mの値が大きくなる程，収束時間を短くするためのξの最適値も大きくなっており，これはgの場合とは逆になっている．同図（b）に，図（a）の中のΔ，×，＋印の各点におけるすべりの時間変化を示す．図(b)より，×印の点におけるすべりが最もはやく定常値への収束しており，図（a）の解析結果と一致している．

以上，示した結果より，ξの値の最適値は，ほぼ1.0～2.0の範囲であり，1.5程度の値であれば，動揺後の振動は短時間で収束する．

なお，これらの解析以外に負荷比βや脈動係数bをパラメータにとった場合の解析を行ったが，影響が非常に小さいため，本論文には掲載していない．

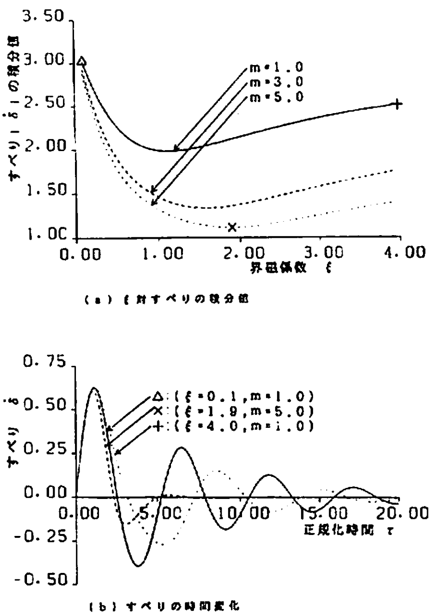

Fig. 17 Convergence time for various ξ and m.

4．解析結果と実験結果の比較

本章では，実際に突極形同期電動機を用いて実験を行い，これまで行ってきた解析結果との比較，検討を行う．なお，今回の実験に用いた同期機の機器定数を以下に示す．

Table 1. Machine constants.

相対制動係数k_d=0.65,
反作用トルク比g=0.42,
脈動係数b=0.13,
界磁係数ξ=1.92,
相対相互係数m=2.95

4．1　安定領域の比較

図18にリヤプノフ法によって得られた安定領域と負荷比が $\beta_b=0.15\rightarrow\beta_a=0.842$，$\beta_b=0.22\rightarrow\beta_a=0.842$ と急変した場合の二つの解軌道を示している．また図中の□，×印はその点に初期値をとった場合，負荷急増後に同期電動機が安定，不安定であることを示している．同図より，初期値が安定領域から離れた点でも安定となる場合があることがわかる．このことから，正確な安定判別を行うためには，今回用いたリヤプノフ関数よりもさらに広い安定領域の得られる関数の構成が必要である．

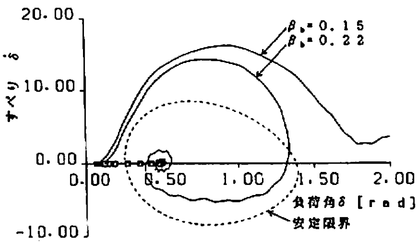

Fig. 18　Trajectories and stable region in critical case to show effectiveness of Lyapunov method.

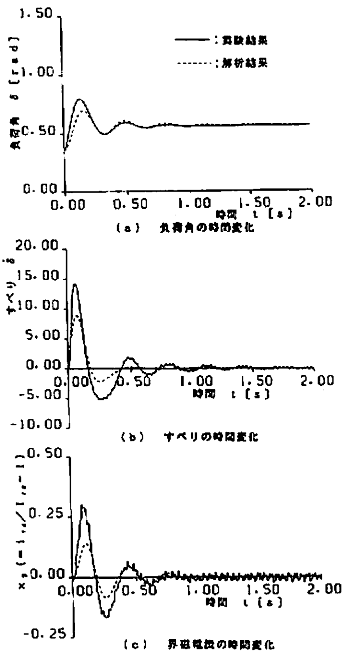

Fig. 19　Comparison of analytic results and experimental results (Stable)

4．2　状態変数の時間的変化の比較

同期機が負荷外乱を受けた場合の，安定または不安定になる場合の状態変数の比較を行う．

図19には負荷比を $\beta_b=0.63\rightarrow\beta_a=0.842$ と急変させた場合の状態変数の時間変化を示している．実線は実験結果を，破線は解析結果を示している．同図より負荷角，すべり，界磁電流の動揺は実験結果の方が大きくなっているが，動揺の傾向はよく一致しているようである．

図20には負荷比を $\beta_b=0.15\rightarrow\beta_a=0.842$ と急変させた場合の状態変数の時間変化を示している．実線は実験結果を，破線は解析結果を示している．同図（a）より負荷角の変化は比較的によく一致している．しかし同図（b）のすべりの変化は，0.4［s］あたりまではよく一致しているが，実験結果のすべりが振動しているのに対し，解析結果ではすべりが時間と共に大きくなっている．また，同図（c）の界磁電流の変化も0.4［s］あたりまではよく一致しているが，その後は解析結果の方が振動の周期が短くなっており，振幅も大きくなっている．これは図（b）のすべりが，解析結果では時間と共に大きくなってしまうためであると思われる．

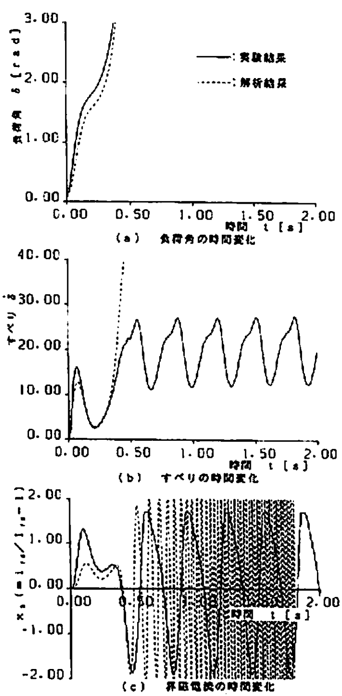

Fig. 20　Comparison of analytic results and experimental results (Unstable).

4．3　限界負荷比の比較

図21に，リヤプノフ法によって得られた限界負荷比と実験によって得られた限界負荷比を示している．図中の□，×印は負荷急増後に同期電動機が安定，不安定であることを示している．また，破線はリヤプノフ法によって得られた解析結果である．実験結果と解析結果の間に誤差が生じている．

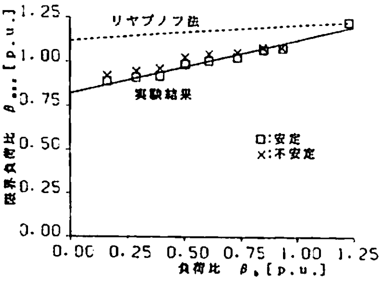

Fig. 21 Estimation of correctness of Lyapunov method compared with experimental results.

5．むすび

従来，突極形同期電動機の過渡安定度に関する研究はその解析が複雑になるため，界磁回路定数の影響を無視して行われることが多かった．

本論文では，界磁時定数の影響を考慮した突極形同期電動機の運動方程式に非線形システムの安定性判別が行えるリヤプノフ法を適用することによって，過渡安定度解析が容易に行えることを示した．また，このリヤプノフ法を適用する際に必要となるリヤプノフ関数の構成法には様々な方法があるが，今回は比較的容易にこの関数の構成が行えるラグランジュ・シャルピ法を用いた．

また，突極形同期電動機の機器定数（相対制動係数，反作用トルク比，脈動係数，相対相互係数，界磁係数，負荷比）が過渡安定度に与える影響をリヤプノフ法によって得られた安定領域，及び限界負荷比等を用いて明らかにした．

次いで，機器定数が負荷急変後の定常値への収束時間に対する影響について解析を行った．その結果，界磁係数の最適値の範囲が明らかになった．

さらに，実機を用いた実験により解析結果と実験結果の比較を行い，今回適用したリヤプノフ法の有用性を検証した．

参考文献

(1) 武田・三浦・佐藤・斉津：「同期電動機の同期化現象における界磁時定数と界磁・直軸・電機子相互インダクタンスの影響」，電学論　13, 93, 198 (昭48−5)

(2) 伊藤正美：「自動制御概論（下)」，昭晃堂

(3) H. Miyagi & T. Taniguchi "Lagrange-Charpit method stability problem of power system" IEE Proc., Pt D, 128, 3, 117 (1981−5)

(4) 千住・上里：「界磁回路の影響を考慮した同期電動機のリヤプノフ関数とその応用」，電気学会産業電力電気応用研究会資料，IEA−91−6，(平3−5)

(5) 千住・上里・宮城：「リヤプノフ関数の任意係数選定の一手法」，平3電気関係学会九州支部連大，№320，618

(6) 千住・上里：「リヤプノフ法による同期電動機の過渡安定度の解析」，電学論D，111，547（平3−7)