

# 琉球大学学術リポジトリ

## ラチスフィルタを併用した平滑化フィルタ設計法

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学工学部 公開日: 2008-04-01 キーワード (Ja): キーワード (En): Lattice filter, Power System 作成者: 山下, 勝己, 宮城, 徳雄, 宮城, 隼夫 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/20.500.12000/5496">http://hdl.handle.net/20.500.12000/5496</a>

## ラチスフィルタを併用した平滑化フィルタ設計法

山下 勝己\* 宮城 徳雄\*\* 宮城 隼夫\*

## A Method of Designing a Smoothing Filter with a Lattice Filter

Katsumi YAMASHITA\*, Norio MIYAGI\*\*  
and Hayao MIYAGI\*

## Summary

This paper presents a new method of designing a smoothing filter with a lattice filter. An attractive feature of the proposed method is that phase delay due to the smoothing processing for observed data is compensated using k-steps ahead lattice prediction filter. This method is then applied to restoration of observed-data for a power system.

Key Words: Lattice filter, Power System

## 1. はじめに

電力系統に於けるオンライン過渡安定度評価ならびにオンライン制御等を実施する際には、正確な状態量を用いて処理しなければならない。しかしながら、実際には原信号に観測雑音が含まれているために、ローパスフィルタや平滑化フィルタ<sup>(1)</sup>を用いることにより観測雑音除去を行わなければならない。その際、これらの処理を施すことにより生じる位相遅れが重大な問題となる。

本論分では、ラチスフィルタを併用した平滑化フィルタを構築することにより、すなわち、従来の1サンプル先の観測値を予測するラチスフィルタの構成法<sup>(2)</sup>を基盤に、k サンプル先の観測値を予測するためのk ステップ予測のラチスフィルタ構成することにより、平滑化により生じる時間遅れを補償するものである。なお、本手法の有効性を検証するために、一機無限大母線系統の三相短絡故障除去後に観測される位

相差  $\delta$  および速度  $\omega$  の雑音除去に本フィルタ適用し、補正されたデータと観測データとの比較を行う。

## 2. ラチスフィルタを併用した平滑化フィルタ

観測雑音を含む  $(2n+1)$  個の観測データから原信号の推定値を得る平滑化フィルタは、推定値  $\bar{y}_t$  を

$$\bar{y}_t = \frac{y_{t-n} + \dots + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + \dots + y_{t+n}}{2n+1} \quad (1)$$

により算出し、更に、計算区間を1サンプル点ずつ移動しながら平均値を算出する<sup>(1)</sup>。しかしながら、上式より明らかなように、サンプル点  $t$  での推定値  $\bar{y}_t$  を得るには、 $(t-n)$  から  $(t+n)$  までの測定データ、特に、 $(t+1)$  から  $(t+n)$  までのデータを必要とするため  $n$  サンプル点の時間遅れを生じる。それ故、推定値  $\bar{y}_t$  を用いてオンライン処理を行う際には、 $n$

\*工学部電子・情報工学科 Dept. of Electronics and Information Eng. Fac. of Eng.

\*\*大学院工学研究科電気・情報工学専攻 Graduate Student, Electrical and Information Eng.

サンプルの時間遅れが重大な問題となる。この問題を解決する一手法として、サンプル点  $(t+1)$  から  $(t+n)$  までのデータ  $y_{t+i}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) を何等かの手法により予測し、これらの予測データを用いて推定値  $\hat{y}_t$  を算出すれば、平滑化による時間遅れが補償される。ここでは、 $k$  サンプル先の観測値を予測するために  $k$  ステップ予測のラチスフィルタ構成し、その予測値を利用することにより時刻  $t$  での雑音除去された推定値  $\hat{y}_t$  を時間遅れなく得る。

まず、 $k$  サンプル先の観測値を予測するラチスフィルタの次数を  $p$  次と仮定し、前向き予測器の入出力関係式を次式のように定義する。

$$\begin{aligned} \hat{y}_t &= -(a_{p,1} y_{t-k} + a_{p,2} y_{t-2k} + \dots + a_{p,p} y_{t-pk}) \\ &= -\sum_{i=1}^p a_{p,i} y_{t-ik} \end{aligned} \quad (2)$$

但し、 $\hat{y}_t$  は  $y_t$  の予測値、 $a_{p,i}$  は予測係数である。このとき、時点  $t$  における予測誤差  $f_{p,t}$  は

$$f_{p,t} = y_t - \hat{y}_t \quad (3)$$

となり、更に、(2)式を代入することにより次式のように書き直すことができる。

$$f_{p,t} = y_t + \sum_{i=1}^p a_{p,i} y_{t-ik} \quad (4)$$

今、予測誤差を最小にする最適な予測関数  $a_{p,i}$  を決定するために次式の評価関数を定義する。

$$J = E[f_{p,t}^2] \quad (5)$$

但し、記号  $E$  は期待値を意味する演算子である。更に、上式に(4)式の関係式を代入すれば評価関数  $J$  は次式のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned} J &= E[(y_t + \sum_{i=1}^p a_{p,i} y_{t-ik})^2] \\ &= R_0 + 2 \sum_{i=1}^p a_{p,i} R_{ik} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p a_{p,i} a_{p,j} R_{(i-j)k} \end{aligned} \quad (6)$$

但し、

$$R_{(i-j)k} = E[y_{t-ik} y_{t-jk}]$$

このとき、上式の評価関数  $J$  を予測係数  $a_{p,i}$  に対し

て最小化する関係式は、 $J$  を  $a_{p,i}$  で偏微分し零と置くことにより次式で与えられる。

$$\begin{aligned} 2 R_{mk} + \sum_{j=1}^p a_{p,j} R_{(m-j)k} + \sum_{i=1}^p a_{p,i} R_{(i-m)k} &= 0 \\ 2 R_{mk} + 2 \sum_{i=1}^p a_{p,i} R_{(m-i)k} &= 0 \\ R_{mk} + \sum_{i=1}^p a_{p,i} R_{(m-i)k} &= 0 \end{aligned} \quad (m=1, \dots, p) \quad (7)$$

また、前向き予測誤差の2乗平均は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} R_p^f &= E[f_{p,t}^2] \\ &= R_0 + \sum_{i=1}^p a_{p,i} R_{ik} \end{aligned} \quad (8)$$

それ故、(7)式および(8)式は、相関関数が  $R_{ik} = R_{-ik}$  であることから、次式のようなテブリッツ構造をもつ行列形式に書き直すことができる。

$$\begin{aligned} [1, a_{p,1}, \dots, a_{p,p}] \begin{bmatrix} R_0 & R_k & \dots & R_{pk} \\ R_k & R_0 & \dots & R_{(p-1)k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{pk} & R_{(p-1)k} & \dots & R_0 \end{bmatrix} \\ = [R_p^f, 0, \dots, 0] \end{aligned} \quad (9)$$

次に、次数  $p$  次の後向き予測器の入出力関係式を次式のように定義する。

$$\begin{aligned} \hat{y}_{t-pk} &= -(b_{p,1} y_{t-(p-1)k} + b_{p,2} y_{t-(p-2)k} + \dots + b_{p,p} y_t) \\ &= -\sum_{i=1}^p b_{p,i} y_{t-(p-i)k} \end{aligned} \quad (10)$$

但し、 $\hat{y}_{t-pk}$  は  $y_{t-pk}$  の予測値であり、また、 $b_{p,i}$  は予測係数である。

このとき、前向き予測フィルタの設計と同様に、時刻  $t$  における予測誤差  $r_{p,t}$  を

$$r_{p,t} = y_{t-pk} - \hat{y}_{t-pk} \quad (11)$$

で定義し、(10)式を代入する。

$$r_{p,t} = y_{t-pk} + \sum_{i=1}^p b_{p,i} y_{t-(p-i)k} \quad (12)$$

また、予測誤差を最小にする最適な予測係数  $b_{p,i}$  を決定するために、

$$J = E[r_{p,t}^2] \tag{13}$$

の評価関数を定義し、(12)式の関係式を代入する。

$$J = E[(y_{t-pk} + \sum_{i=1}^p b_{p,i} y_{t-(p-i)k})^2] \\ = R_0 + 2 \sum_{i=1}^p b_{p,i} R_{ik} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p b_{p,i} b_{p,j} R_{(i-j)k} \tag{14}$$

このとき、予測関数  $b_{p,i}$  に対して評価関数を最小化する関係式は、次式で与えられる。

$$2R_{mk} + \sum_{j=1}^p b_{p,j} R_{(m-j)k} + \sum_{i=1}^p b_{p,i} R_{(i-m)k} = 0 \\ 2R_{mk} + 2 \sum_{i=1}^p b_{p,i} R_{(m-i)k} = 0 \\ R_{mk} + \sum_{i=1}^p b_{p,i} R_{(m-i)k} = 0 \tag{15}$$

( $m = 1, \dots, p$ )

また、後向き予測誤差の2乗平均は次式で与えられる。

$$R_p^r = E[r_{p,t}^2] \\ = R_0 + \sum_{i=1}^p b_{p,i} R_{ik} \tag{16}$$

このとき、(15)式および(16)式は次式のようなテブリッツ構造をもつ行列形式に書き直すことができる。

$$[b_{p,p}, \dots, b_{p,1}, 1] \begin{bmatrix} R_0 & R_k & \dots & R_{pk} \\ R_k & R_0 & \dots & R_{(p-1)k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{pk} & R_{(p-1)k} & \dots & R_0 \end{bmatrix} \\ = [0, \dots, 0, R_p^r] \tag{17}$$

それ故、 $p$  次の予測器は (9)式および (17)式より、次式のように表わすことができる。

$$\begin{bmatrix} 1, a_{p,1}, \dots, a_{p,p} \\ b_{p,p}, \dots, b_{p,1}, 1 \end{bmatrix} R_p = \begin{bmatrix} R_p^f, 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0, R_p^r \end{bmatrix} \tag{18}$$

但し、

$$R_p = \begin{bmatrix} R_0 & R_k & \dots & R_{pk} \\ R_k & R_0 & \dots & R_{(p-1)k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{pk} & R_{(p-1)k} & \dots & R_0 \end{bmatrix}$$

次に、レビンソンの再帰式を構成するために、まず、(18)式より  $(p+1)$  次の予測器を以下のように定義する。

$$\begin{bmatrix} 1, a_{p+1,1}, \dots, a_{p+1,p} \\ b_{p+1,p}, \dots, b_{p+1,1}, 1 \end{bmatrix} R_{p+1} = \begin{bmatrix} R_p^f, 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0, R_p^r \end{bmatrix} \tag{19}$$

更に、(19)式を次式のように書換える。

$$\begin{bmatrix} 1, a_{p+1,1}, \dots, a_{p+1,p} \\ b_{p+1,p}, \dots, b_{p+1,1}, 1 \end{bmatrix} R_{p+1} \\ = \begin{bmatrix} 1, -\Delta_{p+1} R_p^{-r} \\ -\Delta_{p+1} R_p^{-f}, 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1, a_{p,1}, \dots, a_{p,p}, 0 \\ 0, b_{p,p}, \dots, b_{p,1}, 1 \end{bmatrix} R_{p+1} \\ = \begin{bmatrix} R_{p+1}^f, 0, \dots, 0, 0 \\ 0, 0, \dots, 0, R_{p+1}^r \end{bmatrix} \tag{20}$$

但し、

$$\Delta_{p+1} = E[f_{p,t} r_{p,t-1}]$$

このとき、上式より次式の再帰式が導かれる。

$$\begin{bmatrix} 1, a_{p+1,1}, \dots, a_{p+1,p} \\ b_{p+1,p}, \dots, b_{p+1,1}, 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 1, \gamma_{p+1}^f \\ \gamma_{p+1}^r, 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1, a_{p,1}, \dots, a_{p,p}, 0 \\ 0, b_{p,p}, \dots, b_{p,1}, 1 \end{bmatrix} \tag{21}$$

但し、

$$\gamma_{p+1}^f = -\Delta_{p+1} R_p^{-f}, \gamma_{p+1}^r = -\Delta_{p+1} R_p^{-r}$$

なお、 $\gamma_{p+1}^f$  および  $\gamma_{p+1}^r$  は反射係数である。  
また、(2)式の両辺に

が得られ、更に、上式の両辺に右辺から  $y_t$  を乗じると次式が得られる。

$$[1, z^{-k}, \dots, z^{-(p+1)k}]^T \tag{22}$$

を右辺からを乗じれば、

$$\begin{bmatrix} A_{p+1}(z) \\ B_{p+1}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma_{p+1}^f \\ \gamma_{p+1}^f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_p(z) \\ z^{-k}B_p(z) \end{bmatrix} y_t \tag{24}$$

$$\begin{bmatrix} A_{p+1}(z) \\ B_{p+1}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma_{p+1}^f \\ \gamma_{p+1}^f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_p(z) \\ z^{-k}B_p(z) \end{bmatrix} \\ = \theta_{p-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & z^{-k} \end{bmatrix} \dots \theta_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & z^{-k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0(z) \\ B_0(z) \end{bmatrix} \tag{23}$$

なお、 $A_p(z)y_t = f_{p,t}$  および  $B_p(z)y_t = r_{p,t}$  の関係より上式は以下のように書き換えることができる。

$$\begin{bmatrix} f_{p+1,t} \\ r_{p+1,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma_{p+1}^f \\ \gamma_{p+1}^f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{p,t} \\ r_{p,t-k} \end{bmatrix} \tag{25}$$

但し、

$$A_p(z) = 1 + a_{p,1}z^{-k} + \dots + a_{p,p}z^{-pk}, \quad A_0(z) = 1 \\ B_p(z) = b_{p,p} + b_{p,p-1}z^{-k} + \dots + z^{-pk}, \quad B_0(z) = 1$$

以上より、 $k$  ステップ予測のラチスフィルタの構造は図1に示すようなブロック線図により表される。

$$\theta_{p+1} \begin{bmatrix} 1 & \gamma_{p+1}^f \\ \gamma_{p+1}^f & 1 \end{bmatrix}$$

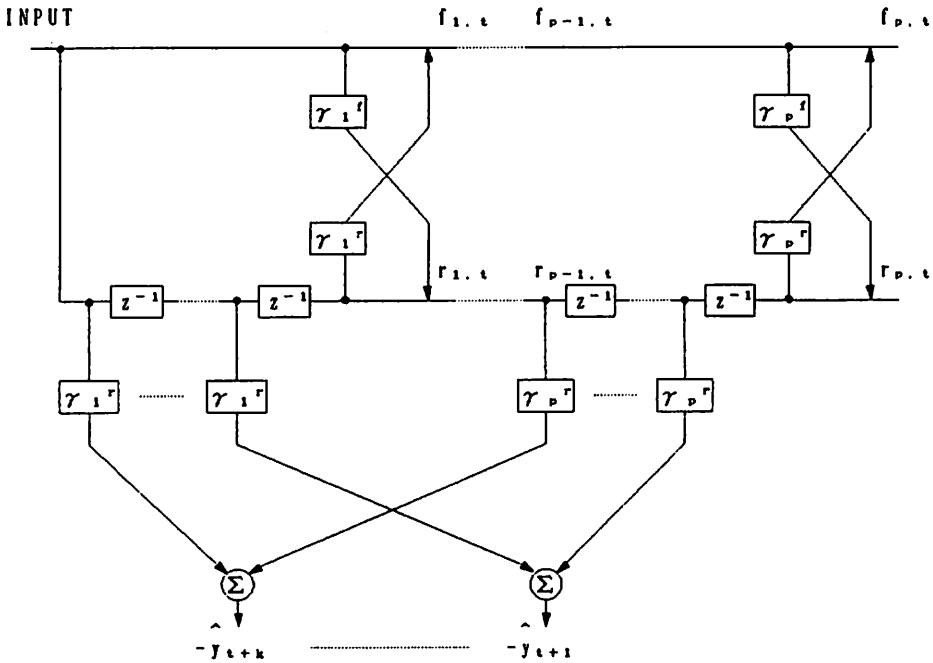


Fig. 1 Block diagram of  $k$ -steps ahead lattice prediction filter.

3. 実験結果

3.1 対象システム

本実験に使用したシステムの全景および概要図を図2および図3に示す。図3に示すように、一機-無限大母線系統が本実験室の小型機を含む模擬電力系統により構成されている。小型機は、5.5KWの直流電動機および3KWの交流発電機で構成され、直流電動機により交流発電機が駆動される。また、直流電動機と無限大母線を示すシステム[沖縄電力]とが100km模擬した二回線送電線を通じて連系されている。ここでは、二回線送電線の一回線上A点において、すなわち、発電機母線端から全長の四分の一地点に三相短絡故障を想定し、この故障回線除去に於ける位相差 $\delta$ および速度 $\omega$ を測定する。なお、速度については直流タコジェネレータの出力量を、また、位相差については位相差測定回路を構築することによりその出力量を測定する。模擬電力系統の各パラメータおよび定格値については表1に示す。 $S_B$ ,  $V_B$  および  $I_B$  は、それぞれ定格容量、定格電圧および定格電流であり、 $Z_B$  は基準インピーダンスである。他の諸記号を詳細な説明については付録に示す。

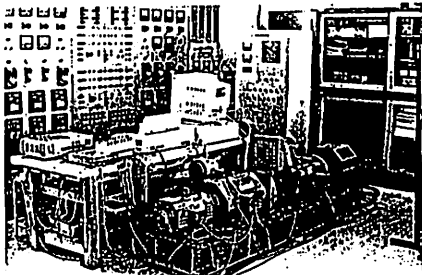


Fig. 2 A Photograph of the whole system.

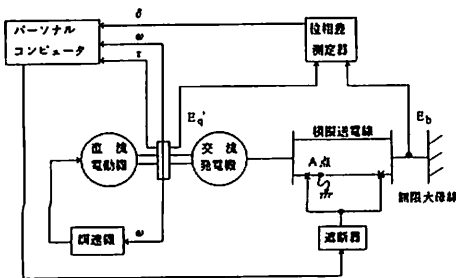


Fig. 3 Schematic diagram of power system.

Table 1. System parameters and rated values.

$S_B$	3.0kW	$E_a'$	1.298pu
$V_B$	220V	$E_b$	0.9545pu
$I_B$	7.8A	$X_a'$	0.58pu
$Z_B$	16.28Ω	$Z_s$	0.0344+j0.181pu
$M$	6.67sec	$T_a$	0.0731sec
$D$	0.64pu	$K_a$	0.1927pu

3.2 位相差測定装置<sup>(1)</sup>

内部誘起電圧  $E_q'$  と無限大母線電圧  $E_b$  間の位相差  $\delta$  を測定するには、 $E_q'$  と  $E_b$  の電圧波形をそれぞれ測定しなければならないが、 $E_q'$  は仮想電圧であるため利用することはできない。ここでは、 $E_q'$  と同位相の電圧波形を得るため、回転軸に交流電機と同極数をもつ交流タコジェネレータ (ACTG) をとりつけその出力電圧を利用する。図4に、位相差測定装置のブロック図を示す。

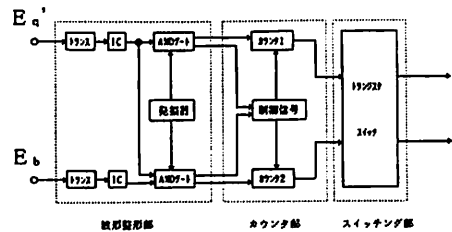


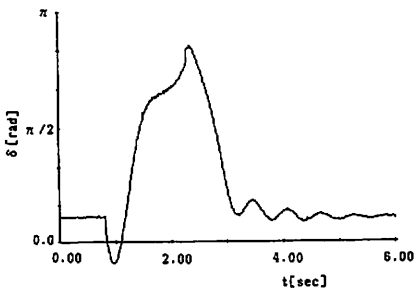
Fig. 4 Block diagram of phase angle detector.

3.3 フィルタによる観測雑音除去

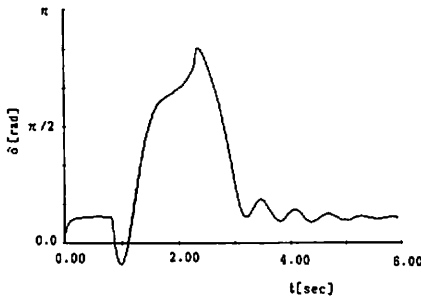
本実験に於ては、図3に示す一機-無限大母線系統の三相短絡故障除去後に観測される位相差 $\delta$ および速度 $\omega$ を、ラチスフィルタを併用した平滑化フィルタを用いることにより雑音除去するものである。なお、速度については直流タコジェネレータの出力量を、また、位相差については先に説明した位相差測定回路によりその出力量を測定する。

本フィルタの設計に際しては、平滑化に  $n=9$  のデータを用い、また、予測を行うラチスフィルタの構成には、フィルタの次数  $p$  を  $p=10$  とし、また、予測サンプル数  $k$  を  $k=9$  と設定した。なお、データにおけるサンプリング時間は  $4\text{ms}$  とした。

図5および図6には、位相差 $\delta$ および速度 $\omega$ の観測データを本フィルタにより観測雑音除去された補正データのそれぞれを示している。これらの図より明

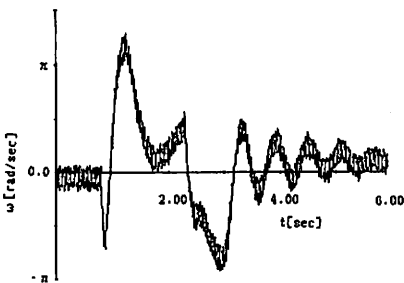


(a) Observed response.

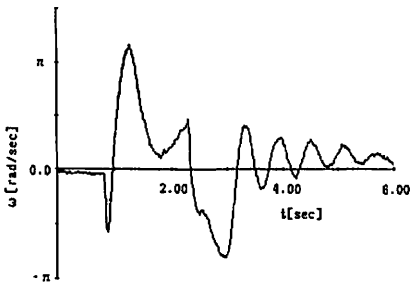


(b) Restored response.

Fig. 5 Responses of  $\delta$ .



(a) Observed response.



(b) Restored response.

Fig. 6 Responses of  $\omega$ .

らかなように、本フィルタにより補正された位相差  $\delta$  および速度  $\omega$  は位相遅れを生じることなく雑音除去されている。また、直流タコジェネレータの出力量を測定した速度  $\omega$  については、雑音除去の効果が顕著に表われている。

図7には、平滑化フィルタのみ用いた場合 [No1に相当]とラチスフィルタを併用した平滑化フィルタ、すなわち、本フィルタを用いた場合 [No2に相当]との位相差  $\delta$  の特性を示している。同図より明らかなように、No1の位相差は観測データから約30ms程度遅れを生じるが、No2の位相差は位相遅れを生じることなく雑音除去されていることが分かる。

以上のことから、本フィルタにより補正されたデータはオンライン処理に有効に利用できることが分かる。

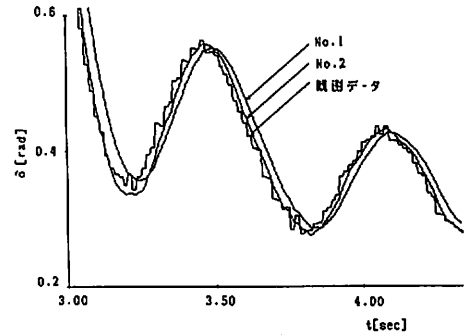


Fig. 7 Comparison of No. 1 with No. 2 for  $\delta$ .

#### 4. むすび

本論文では、位相遅れしない雑音除去信号を得るために、ラチスフィルタを併用した平滑化フィルタを構築した。また、本フィルタを一機-無限大母線系統の三相短絡故障除去後に観測される位相差  $\delta$  および速度  $\omega$  の雑音除去に適用することにより本手法の有効性を検証した。

#### 参考文献

- (1)三谷: "デジタルフィルタデザイン", 昭晃堂, (昭63-7)
- (2)S. ヘイキン: "適応フィルタ入門", 現代工学社, (昭62-9)

- (3)平良・宮城・山下: "リアプノフ関数を用いた電力系統のオンライン過渡安定度評価の一手法", 電気学会論文誌(平成3-1)(掲載決定)

## 付 録

諸記号の説明を以下に示す。

$M$  : 慣性定数

$D$  : 制動係数

$E_q'$  : 内部誘起電圧

$E_b$  : 無限大母線電圧

$X_d'$  : 直軸過渡リアクタンス

$Z_1$  : 一回線の線路インピーダンス

$T_g$  : 調速機系時定数

$K_g$  : 調速機系利得