

琉球大学学術リポジトリ

有色雑音を受ける観測画像修復に関する一考察

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学工学部 公開日: 2008-04-01 キーワード (Ja): キーワード (En): Image Processing, Colored Noise 作成者: 山下, 勝己, 安里, 肇, 宮城, 隼夫, Yamashita, Katsumi, Asato, Hajime, Miyagi, Hayao メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/5498

有色雑音を受ける観測画像修復に関する一考察

山下 勝己* 安里 肇** 宮城 隼夫*

A Consideration on Restoration of Observation Image with Colored Noise

Katsumi YAMASHITA*, Hajime ASATO**
and Hayao MIYAGI*

Summary

This paper presents a new method of restoring observation image with the colored noise. An attractive feature of this method is that the line-by-line algorithm is obtained by the use of a one-dimensional state-space representation for the random field derived from two-dimensional model. Another feature is to modify the algorithm proposed by Kailath, in order to obtain superior restored image. The effectiveness of the method is examined using digital simulations.

Key Words: Image Processing, Colored Noise

1. まえがき

近年、画像処理技術の急速な進歩に伴い2次元画像処理の研究がかなりの注目を受け、ソフト・ハード面ともに非常に多くの研究報告がなされている⁽¹⁾⁻⁽⁷⁾。特に、観測雑音を含む画像修復に対して多大な関心が寄せられているが、提案されているアルゴリズムのほとんどは観測雑音をガウス雑音と仮定して取り扱ったものである。しかしながら、実際には観測雑音に有色雑音も含むことから、有色雑音を含む画像を対象とした修復アルゴリズムを構築しなければならない。この問題に対処するため、大松氏等は⁽⁷⁾、二次元画像モデルに直行変換を行い、一次元システムの雑音除去を目的とした Kailath のアルゴリズム⁽⁸⁾を有色観測雑音を含む観測画像の修復に適用している。

本論文では、雑音除去を行なう Kailath のアルゴリズムに若干補正し、すなわち、画像および観測雑音の分散の重み比率を変えるパラメータ ρ を導入することにより MSE の見地から最も最適な ρ^* を求め、これを用いることにより推定値を得ている。なお、本手法

の有効性については実画像データを用いて検証する。

2. 問題の定式化⁽⁷⁾

2.1 画像の記述

点 (i, j) における画像および観測雑音の強さを表すスカラ値ランダム変数を、それぞれ $s_{i,j}$ および $v_{i,j}$ で表す。このとき、画像および観測雑音は分離型自己共分散関数

$$E[s_{i+n, j+m} s_{i,j}] = \sigma_s^2 a_0^{|n|} a_1^{|m|} \quad (1)$$

$$E[v_{i+n, j+m} v_{i,j}] = \sigma_v^2 b_0^{|n|} b_1^{|m|} \quad (2)$$

但し、 σ_s^2 および σ_v^2 はそれぞれ確率場の分散を有する $N \times M$ 次の2次元離散正規定常確率場とし、また、 $s_{i,j}$, $v_{i,j}$ の平均値はそれぞれ零とする。なお、本論文における問題は有色観測雑音 $v_{i,j}$ により乱された観測値

$$z_{i,j} = s_{i,j} + v_{i,j} \quad (3)$$

に基づいて原画像 $s_{i,j}$ の推定値を得るアルゴリズム

*工学部電子・情報工学科 Dept. of Electronics and Information Eng., Fac. of Eng.

**大学院工学研究科電気情報工学専攻 Graduate Student, Electrical and Information Eng.

を導出することにある。

2.2 因果モデル

(1), (2)式で示される定常確率場は、図1の Attasi モデルにより次式に書き換えることができる。

$$s_{i,j} = a_0 s_{i-1,j} + a_1 s_{i,j-1} - a_0 a_1 s_{i-1,j-1} + \eta_{i,j} \tag{4}$$

$$v_{i,j} = b_0 v_{i-1,j} + b_1 v_{i,j-1} - b_0 b_1 v_{i-1,j-1} + \nu_{i,j} \tag{5}$$

上式に於いて、 $\eta_{i,j}$ および $\nu_{i,j}$ は互いに独立な正規性白色雑音であり、その統計的性質は次式となる。

$$E[\eta_{i,j}] = 0, \quad E[\nu_{i,j}] = 0$$

$$E[\eta_{i,j} \eta_{k,l}] = q_2 \delta_{i,k} \delta_{j,l} \tag{6}$$

$$E[\nu_{i,j} \nu_{k,l}] = r_2 \delta_{i,k} \delta_{j,l}$$

但し、

$$q^2 = (1 - a_0^2)(1 - a_1^2)\sigma_s^2$$

$$r_2 = (1 - b_0^2)(1 - b_1^2)\sigma_v^2$$

$\delta_{i,j}$: クロネッカのデルタ関数

まず、(4), (5)式を次式の様に変形する。

$$[s_{i,j} - a_0 s_{i-1,j}] = a_1 [s_{i,j-1} - a_0 s_{i-1,j-1}] + \eta_{i,j} \tag{7}$$

$$[v_{i,j} - b_0 v_{i-1,j}] = b_1 [v_{i,j-1} - b_0 v_{i-1,j-1}] + \nu_{i,j} \tag{8}$$

このとき、(3), (7)および(8)式は次式の様なベクトル形式で記述することができる。

$$z(j) = s(j) + v(j)$$

$$As(j) = a_1 As(j-1) + \eta(j) \tag{9}$$

$$Bv(j) = b_1 Bv(j-1) + \nu(j)$$

但し、

$$s(j) = [s_{1,j}, \dots, s_{N,j}]^T$$

$$\eta(j) = [\eta_{1,j}, \dots, \eta_{N,j}]^T$$

$$v(j) = [v_{1,j}, \dots, v_{N,j}]^T$$

$$\nu(j) = [\nu_{1,j}, \dots, \nu_{N,j}]^T$$

$$z(j) = [z_{1,j}, \dots, z_{N,j}]^T$$

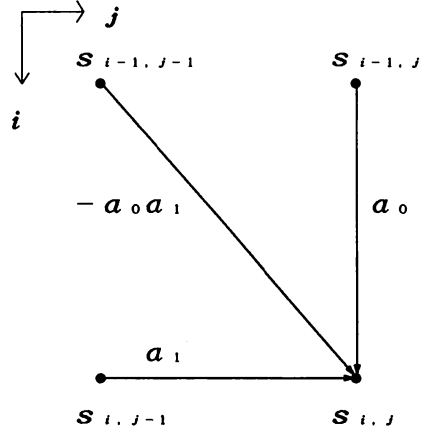


Fig. 1 Image model.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ -a_0 & 1 & & & 0 \\ & -a_0 & \cdot & & \\ 0 & & \cdot & \cdot & \\ & & & & -a_0 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ -b_0 & 1 & & & 0 \\ & -b_0 & \cdot & & \\ & & \cdot & \cdot & \\ 0 & & & & -b_0 1 \end{bmatrix}$$

行列 A と B が積に関して可換であることから、更に、(9)式を次式の様に変換することができる。

$$ABz(j) = ABs(j) + ABv(j)$$

$$ABs(j) = a_1 ABs(j-1) + B^* \eta^*(j) \tag{10}$$

$$ABv(j) = b_1 ABv(j-1) + A^* \nu^*(j)$$

但し、

$$A^* = \begin{bmatrix} -a_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} A \quad B^* = \begin{bmatrix} -b_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} B$$

$$\eta^*(j) = \begin{bmatrix} \eta_{0,j} \\ \eta_{1,j} \\ \vdots \\ \eta_{N,j} \end{bmatrix} \quad \nu^*(j) = \begin{bmatrix} \nu_{0,j} \\ \nu_{1,j} \\ \vdots \\ \nu_{N,j} \end{bmatrix}$$

上式に於いて、 $B^*\eta^*$ および $A^*\nu^*$ の統計的性質は

$$\begin{aligned} E[B^*\eta^*(j)\eta^*(k)^TB^{*T}] &= q^2 D\delta_{j,k} \\ E[A^*\nu^*(j)\nu^*(k)^TA^{*T}] &= r^2 F\delta_{j,k} \\ E[\eta^*(j)\nu^*(j)^T] &= 0 \end{aligned} \tag{11}$$

となる。なお、上式の行列 F および D は三重対角行列となることから、直行列列

$$T = \sqrt{\frac{2}{N+1}} \times [h(1), h(2), \dots, h(N)] \tag{12}$$

但し、

$$h(j) = \left[\sin \frac{j\pi}{N+1}, \dots, \sin \frac{Nj\pi}{N+1} \right]^T$$

により行列 F および D を対角化し、(10)式を一次元モデルに変換する。すなわち、(10)式に行列 T を左乗し、次式で示す変数変換

$$\begin{aligned} x(j) &= TABs(j) \\ n(j) &= TABv(j) \\ y(j) &= TABz(j) \\ w(j) &= TB^*\eta^*(j) \\ u(j) &= TA^*\nu^*(j) \end{aligned} \tag{13}$$

を施すことにより、(10)式を次式で示すような一次元モデルに変換する。

$$\begin{aligned} y_i(j) &= x_i(j) + n_i(j) \\ x_i(j) &= a_1 x_i(j-1) + w_i(j) \\ n_i(j) &= b_1 n_i(j-1) + u_i(j) \end{aligned} \tag{14}$$

なお、上式の各雑音の統計的性質は次式となる。

$$\begin{aligned} E[w_i(j)w_k(\ell)] &= q^2 \mu_i \delta_{i,l} \\ E[u_i(j)u_k(\ell)] &= r^2 \lambda_i \delta_{i,l} \\ E[w_i(j)u_k(\ell)] &= 0 \end{aligned} \tag{15}$$

但し、

$$\lambda_i = 1 + a_0^2 - 2a_0 \cos \frac{i\pi}{N+1}$$

$$\mu_i = 1 + b_0^2 - 2b_0 \cos \frac{i\pi}{N+1}$$

従って、2次元画像モデルの復元に対して1次元システムにおける有色雑音を含む最適推定機構が適用可能となる。

3. 推定機構

3.1 イノベーションフィルタ

Kailath 氏のアルゴリズムに基づいて観測過程およびイノベーション過程を

$$\zeta_i(j) = y_i(j+1) - b_1 y_i(j) \tag{16}$$

$$\varepsilon_i(j+1) = y_i(j+1) - \hat{y}_i(j+1) \tag{17}$$

として定義する⁽⁶⁾。共分散行列の計算に際しては、画像および観測雑音の分散の重み比率を変えるパラメータ ρ を導入する。なお、推定計算には、この ρ を変化させ MSE 値の見地から最適な ρ^* を求めるとともに、この ρ^* を用いて推定を行う。すなわち、以下に示すアルゴリズムに基づいて推定計算を行なう。

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(j+1) &= a_1 \hat{x}_i(j) \\ &+ \{Rxx_i(j+1)/R\varepsilon_i(j+1)\}\varepsilon_i(j+1) \end{aligned} \tag{18}$$

但し、

$$Rxx_i(j+1) = a_1(a_1 - b_1)P_i(j) + \rho q^2 \mu_i$$

$$\begin{aligned} R\varepsilon_i(j+1) &= (a_1 - b_1)^2 P_i(j) \\ &+ \rho q^2 \mu_i + r^2 \lambda_i \end{aligned}$$

$$\varepsilon_i(j+1) = y_i(j+1) - b_1 y_i(j)$$

$$- (a_1 - b_1) \hat{x}_i(j)$$

$P_i(j)$ は、次式で計算する。

$$\begin{aligned} P_i(j+1) &= a_1^2 P_i(j) \\ &- Rxx_i(j+1)^2 / R\varepsilon_i(j+1) + \rho q^2 \mu_i \end{aligned} \tag{19}$$

なお、各変数の定義は以下となる。

$$\begin{aligned}
 R_{x\varepsilon_i}(j) &= E[x_i(j)\varepsilon_i(j)] \\
 R_{\varepsilon_i}(j) &= E[\varepsilon_i(j)\varepsilon_i(j)] \\
 P_i(j) &= E[(x_i(j) - \hat{x}_i(j))^2] \\
 y_i(o) &= 0, \hat{x}_i(o) = 0, P_i(o) = 0
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

3. 2 T 変換の計算

N が 2 のべき乗であれば、 T 変換の計算には高速演算が行なえる FFT を利用できる。それ故、観測値 z を AB 変換した後の画像の第 j 列目の N 個のデータを

$$\begin{aligned}
 f_k(j) &= 0 & k=0 \\
 f_k(j) &= ABz(j) \text{ のデータ} & k=1, 2, \dots, N \\
 f_k(j) &= 0 & k=N+1, \dots, 2N+1
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

とおくことにより、(14)式の $y_i(j)$ を次式で求めることができる。

$$\begin{aligned}
 y_i(j) &= -\sqrt{2/(N+1)} \operatorname{Im} \left[\sum_{k=0}^{2N+1} f_k(j) \right. \\
 &\quad \left. \times \exp\{-2\pi\sqrt{-1}ik/(2N+2)\} \right] \\
 &\quad (i=1, 2, \dots, N)
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

4. シミュレーション結果

図 2 のブロック線図に示す本アルゴリズムを、図 3 の原画像 (127×127 , $\sigma_s^2=1.0$, $a_0=a_1=0.9$) に 2 種類の有色観測雑音 No.1 ($\sigma_v^2=1.0$, $b_0=0.8$, $b_1=0.3$) および No.2 ($\sigma_v^2=1.0$, $b_0=0.7$, $b_1=0.4$) をそれぞれ加えて得られる雑音画像の修復に適用する。なお、雑音画像 No.1 および No.2 については図 4 および図 5 に示す。

表 1 および表 2 は、雑音画像 No.1 および No.2 の ρ に対する MSE および SN 比を示したものである。なお、 SN 比の計算には次式を用いた。

$$S/N = 10 \log_{10} (\sigma_s^2 / MSE) \text{ (dB)}
 \tag{23}$$

また、図 6 および図 7 は雑音画像 No.1 および No.2 に対する $MSE-\rho$ 特性を示したものである。これ

らの結果より明らかなように、No.1 に対する最適な ρ^* は 2.0 であり、また、No.2 に対する最適な ρ^* は 1.0 であることがわかる。

図 8 および図 9 は、雑音画像 No.1 および No.2 に対する最適な ρ^* を用いたときの修復画像を示したものである。これらの結果より明らかなように、それぞれの雑音画像が本手法により有効に修復されていることが検証された。

Table 1 Performances of image restoration.

原画像の パラメータ	雑音の パラメータ	ρ	MSE	S/N (dB)
$a_0 = 0.9$ $a_1 = 0.9$	$b_0 = 0.8$ $b_1 = 0.3$	1.0	0.370	4.32
		1.5	0.355	4.49
		2.0*	0.351	4.55
		2.5	0.353	4.52
		3.0	0.356	4.49
		4.0	0.360	4.44
		5.0	0.387	4.12

Table 2 Performances of image restoration.

原画像の パラメータ	雑音の パラメータ	ρ	MSE	
			因果モデル	半因果モデル
$a_0 = 0.9$ $a_1 = 0.9$	$b_0 = 0.7$ $b_1 = 0.4$	0.5	0.321	0.338
		1.0	0.308*	0.318
		2.0	0.337	0.301
		3.0	0.368	0.289*
		4.0	0.405	0.292
		6.0	0.483	0.302

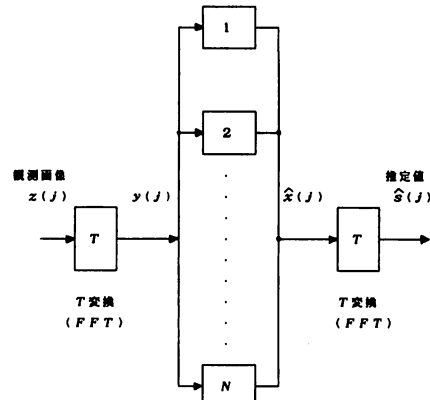


Fig. 2 Block diagram.



Fig: 3 Original image.

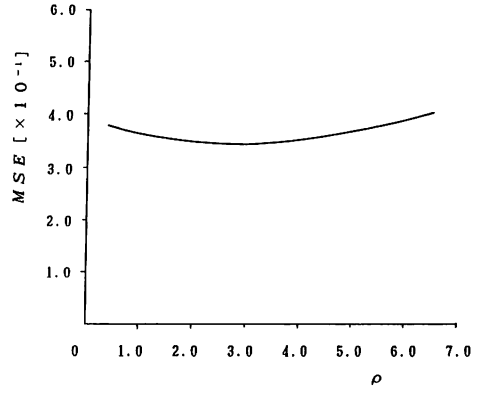


Fig: 6 MSE- ρ characteristic for No. 1.

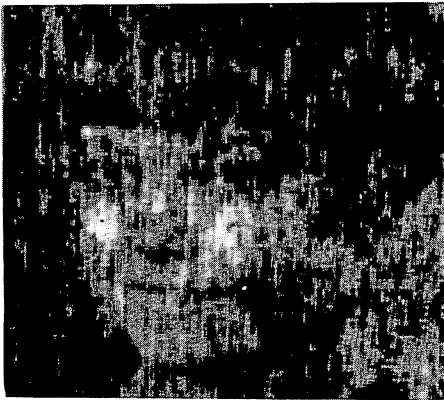


Fig: 4 Noisy image No. 1.

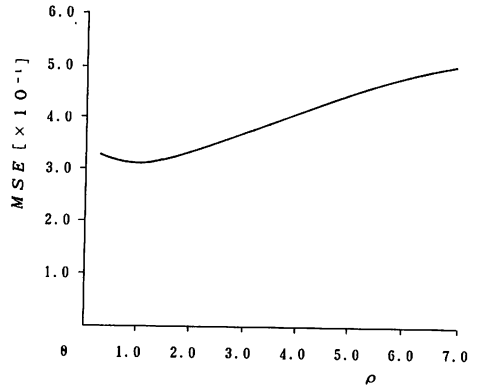


Fig: 7 MSE- ρ characteristic for No. 2.

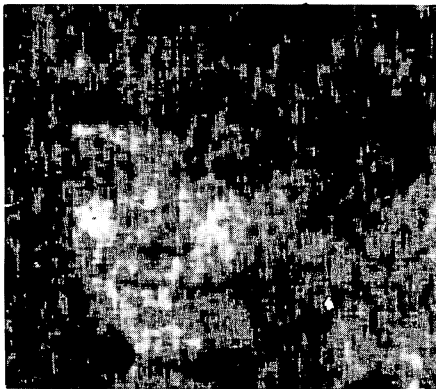


Fig: 5 Noisy image No. 2.



Fig: 8 Restored image for No. 1.



Fig: 9 Restored image for No. 2.

5. むすび

本論文では、有色観測雑音を受ける雑音画像の修復に際して、Kailath のアルゴリズムに若干の補正を行い、すなわち、画像および観測雑音の分散の重み比率を変えるパラメータ ρ を導入することにより MSE の見地から最も適切な ρ^* を求め、この ρ^* を用いることにより最適な原画像の推定値を得た。また、本手法の有効性の検証については、実画像データを用いた計算機シミュレーション結果より行った。

参考文献

- (1)N. E. Nahi: "Role of Recursive Estimation in Statistical Image Enhancement", Proc. IEEE, 60, 7, pp. 872-877 (1972)
- (2)A. Habibi: "Two-Dimensional Bayesian Estimate of Images", Proc. IEEE, 60, 7, pp. 878-883 (1972)
- (3)N. E. Nahi and C. A. Franco: "Recursive Image Enhancement-Vector Processing", IEEE Trans on Communications, COM-21, 4, pp. 305-311 (1973)
- (4)S. R. Powell and L. M. Silverman: "Modeling of Two-Dimensional Covariance Function with Applications to Image Processing", IEEE Trans. on Automatic Control, AC-19, 1, pp. 8-13 (1974)
- (5)M. G. Strintzis: "Dynamic Representation and Recursive Estimation of Cyclic Two-Dimensional Processes", IEEE Trans. on Automatic Control AC-23, 5, pp. 801-809 (1978)
- (6)片山・小林: "分離型自己共分散関数をもつ2次元確率場の推定" 計測自動制御学会論文集, 16, 2, pp. 278-282 (昭55-4)
- (7)丸山・大松: "有色雑音を受ける観測雑音の修復", 信学論 (A), J71-A, 3, pp. 671-676 (1988)
- (8)H. B. Aasnaes and T. Kailath: "An Innovations Approach to Least-Squares Estimation-Part-VII: Some Applications of Vector Autoregressive-Moving Average Models", IEEE Trans. on Automatic Control AC-18, 6, pp. 601-607 (1973)
- (9)砂原善文編: "確率システム理論Ⅲ", pp 14-77, 朝倉書店 (昭47-10)