観測画像修復における因果および半因果モデルの比較

観測画像修復における因果および半因果モデルの比較

安 里 肇* 宮 城 隼 夫** 山 下 勝 己**

A Comparison of Causal Model with Semi-causal Model on Restoration of Observation Image

Hajime ASATO* Hayao MIYAGI**
and Katsumi YAMASHITA**

Summary

In previous paper, the authors proposed a new method of restoring observation image with the colored noise. An attractive feature of the method has been to modify the algorithm proposed by Kailath, in order to obtain superior restorated image. In this paper, we compare causal Model with semi-causal model on restoration of Observation image, using the algorithm shown in the earlier paper and discuss the features of these models.

Key Words: Image processing, Colored Noise, Causal Model, Semi-causal Model

1. まえがき

近年、リモートセンシング画像処理および医用画像処理等の二次元画像処理に対して、種々の雑音除去フィルタが構築されているが、その多くはガウス雑音除去を目的とするもので有色雑音除去を行なえるものは比較的少ない[(1)-(3)]。この問題に対処するため大松氏等は[(4)]、Kailath のアルゴリズム[(5)]を導入した有色観測画像修復の一手法を提案している。また、筆者等もKailath のアルゴリズムを若干補正した、すなわち、画像および観測雑音の分散の重み比率を変化し得るパラメータ ρ を導入した有色観測画像修復の一手法を提案しているが[(6)]、画像および観測雑音のモデル化を因果モデルに限定している。しかしながら、これらのモデル化には因果モデルおよび半因果モデルが考えられる[(7)]。

本論文では、先に提案した手法[(6)]を因果および半因果モデルで表わされた画像および観測雑音モデルにそれぞれ適用すると共に両結果を比較検討し、どのモデル化が画像および観測雑音のモデル化に対して妥当であるかを MSE の見地から調査する。

2. 問題の定式化[(4)]

2.1 半因果モデル

画像および観測雑音の強さを表わすスカラ値ランダム変数 $s_{i,j}$ および $v_{i,j}$ が、分離型自己共分散関数

$$E[s_{i+n,j+m}\, s_{i,j}]=\sigma_s^2\, a_0^{|n|} a_1^{|m|} \tag{1}$$

$$E[v_{i+n,j+m}\, v_{i,j}]=\sigma_v^2\, b_0^{|n|}\, b_1^{|m|} \tag{2}$$

但し、σ_s^2 および σ_v^2 はそれぞれ確率場の分散を有する $N\times M$ 次の2次元離散正規定常確率場として表わされるとき、上式は図1の Attasi モデルにより次式のように書き換えることができる。

$$s_{i,j}=\alpha_0(s_{i-1,j}+s_{i+1,j})$$

*大学院工学研究科電気・情報工学専攻 Granduate Student, Electrical and Information Eng.
**工学部電子・情報工学科 Dept. of Electronics and Information Eng., Fac. of Eng.

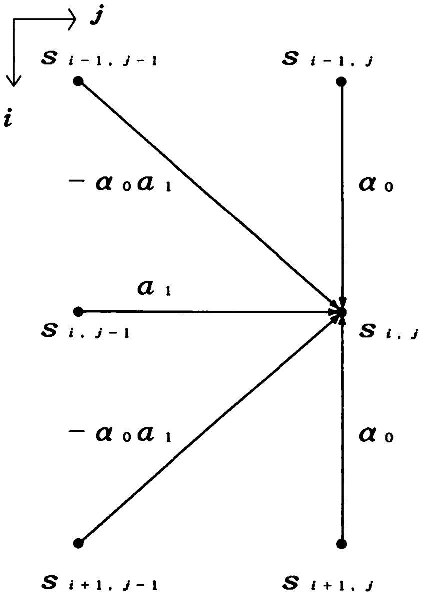


Fig. 1 Image model.

$$-\alpha_0 a_1 (S_{i+1,j-1}+s_{i-1,j-1})$$

$$+a_1 s_{i,j-1}+\eta_{i,j} \tag{3}$$

$$\upsilon_{i,j}=\beta_0(\upsilon_{i-1,j}+\upsilon_{i+1,j})$$

$$-\beta_0 b_1(\upsilon_{i+1,j-1}+\upsilon_{j-1,j-1})$$

$$+b_1\upsilon_{i,j-1}+\nu_{i,j} \tag{4}$$

但し、

$\alpha_0 = a_0/(1+a_0^2)$、$\beta_0=b_0/(1+b_0^2)$

上式に於いて、$\eta_{i,j}$ および $\nu_{i,j}$ は互いに独立な正規性白色雑音であり、その統計的性質は次式となる。

$$E[\eta_{i,j}]=0$$

$$E[\nu_{i,j}]=0 \tag{5}$$

$$E[\eta_{i,j}\eta_{i+k,j+\ell}]$$

$$=q^2\delta_{\ell,0}\ [\delta_{k,0}-\alpha_0\delta_{k,\ell}-\alpha_0\delta_{k,-\ell}]$$

$$E[\nu_{i,j}\nu_{i+k,j+\ell}]$$

$$=\gamma^2\delta_{\ell,0}\ [\delta_{k,0}-\beta_0\delta_{k,\ell}-\beta_0\delta_{k,-\ell}]$$

但し、

$$q^2=\sigma_s^2(1-a_0^2)(1-a_1^2)/(1+a_0^2)$$

$$\gamma^2=\sigma_\upsilon^2(1-b_0^2)(1-b_1^2)/(1+b_0^2)$$

$\delta_{i,j}$: クロネッカのデルタ関数

このとき、本論文における問題は有色観測雑音$\upsilon_{i,j}$ により乱された次式の観測値に基づいて原画像 $s_{i,j}$, の推定値を得るアルゴリズムを導出することにある。

$$z_{i,j}=s_{i,j}+\upsilon_{i,j} \tag{6}$$

今、(3)、(4)、および(6)式を次式のようなベクトル形式で記述する。

$$z(j)=s(j)+\upsilon(j)$$

$$As(j)=a_1 A\, s(j-1)+\eta(j) \tag{7}$$

$$B\upsilon(j)=b_1 B\upsilon(j-1)+\nu(j)$$

但し、

$$s(j)=[s_{1,j}\ ;\cdots,\ s_{N,j}]^T$$

$$\eta(j)=[\eta_{1,j}\ ;\cdots,\ \eta_{N,j}]^T$$

$$\upsilon(j)=[\upsilon_{1,j}\ ;\cdots,\ \upsilon_{N,j}]^T$$

$$\nu(j)=[\nu_{1,j}\ ;\cdots,\ \nu_{N,j}]^T$$

$$z(j)=[z_{1,j}\ ;\cdots,\ z_{N,j}]^T$$

$$A=\begin{bmatrix} 1 & -\alpha_0 & & & \\ -\alpha_0 & 1 & \ddots & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & & \ddots & \ddots & -\alpha_0 \\ & & & -\alpha_0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} 1 & -\beta_0 & & & \\ -\beta_0 & 1 & \ddots & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & & \ddots & \ddots & -\beta_0 \\ & & & -\beta_0 & 1 \end{bmatrix}$$

(7)式に於いて、各雑音の統計的性質は次式となる。

$$E[\eta(j)\eta(k)^T]=q^2A\delta_{j,k}$$

$$E[\nu(j)\nu(k)^T]=\gamma^2B\,\delta_{j,k} \tag{8}$$

なお、上式の行列 A および B は三重対角行列となるが、直行行列

$$T=\sqrt{\frac{2}{N+1}}\times\ [h(1),\ h(2),\ \cdots,\ h(N)]$$

但し、　(9)

$$h(i)=\left[\sin\frac{i\pi}{N+1},\ \cdots,\ \sin\frac{Ni\pi}{N+1}\right]^T$$

より、次式のように対角化することができる。

$$TAT=L=diag[\lambda_1,\ \cdots,\ \lambda_N]$$

$$TBT=M=diag[\mu_1,\ \cdots,\ \mu_N] \tag{10}$$

それ故、(7)式にTを左乗すれば

$$Tz(j)=Ts(j)+T\nu(j)$$

$$TATTs(j)=a_1TATTs(j-1)+T\eta(j)$$

$$TBTT\upsilon(j)=b_1TBTT\nu(j)+T\nu(j) \tag{11}$$

となり、更に次式のように変形することができる。

$$y(j)=x(j)+n(j)$$

$$Lx(j)=a_1Lx(j-1)+w(j) \tag{12}$$

$$Mn(j)=b_1Mn(j-1)+u(j)$$

但し、

$$x(j)=Ts(j)$$

$$n(j)=T\upsilon(j)$$

$$y(j)=Tz(j)$$

$$w(j)=T\eta(j)$$

$$u(j)=T\upsilon(j)$$

従って、上式の N 元ベクトルの第 i 成分を添字 i で表わせば、(7)式の2次元画像のモデルは次式のような1次元システムで表すことができる。

$$y_i(j)=x_i(j)+n_i(j)$$

$$x_i(j)=a_1x_i(j-1)+w_i(j)/\lambda_i \tag{13}$$

$$n_i(j)=b_1n_i(j-1)+u_i(j)/\mu_i$$

但し、

$$\lambda_i=1-2\alpha_0\cos\frac{i\pi}{N+1}$$

$$\mu_i=1-2\beta_0\cos\frac{i\pi}{N+1}$$

なお、上式の雑音の統計的性質は次式となる。

$$E[w(j)w(k)^T]=q^2L\delta_{j,k}$$

$$E[u(j)u(k)^T]=\gamma^2M\delta_{j,k} \tag{14}$$

以上のことから、2次元画像モデルの復元に対して1次元システムにおける有色雑音を含む最適推定機構が適用可能となる。

2．1　イノベーションフィルタ

Kailath 氏のアルゴリズムに基づいて観測過程およびイノベーション過程を

$$\zeta_i(j)=y_i(j+1)-b_1y_i(j) \tag{15}$$

$$\varepsilon_i(j+1)=y_i(j+1)-\hat{y}_i(j+1) \tag{16}$$

として定義する[5]。共分散行列の計算に際しては、画像および観測雑音の分散の重み比率を変えるパラメータ ρ を導入する。なお、推定計算には、この ρ を変化させ MSE 値の見地から最適な ρ^* を求めるとともに、この ρ^* を用いて推定を行なう。すなわち、以下に示すアルゴリズムに基づいて推定計算を行なう。

$$\hat{x}_i(j+1)=a_1\hat{x}_i(j)+\{Rx\varepsilon_i(j+1)/R\varepsilon_i(j+1)\}\varepsilon_i(j+1) \tag{17}$$

但し、

$$Rx\varepsilon_i(j+1)=a_1\ (a_1-b_1)\ P_i(j)+\rho q^2/\lambda_i$$

$$R\varepsilon_i(j+1)=(a_1-b_1)^2P_i(j)+\rho q^2/\lambda_i+\gamma^2/\mu_i$$

$$\varepsilon_i(j+1)=y_i(j+1)-b_1y_i(j)-(a_1-b_1)\ \hat{x}_i(j)$$

$P_i(j)$ は、次式で計算する。

$$P_i(j+1)=a_1^2P_i(j)-Rx\varepsilon_i(j+1)^2/R\varepsilon_i(j+1)+\rho q^2/\lambda_i \tag{18}$$

なお、各変数の定義は以下となる。

$$
\begin{aligned}
&Rx\varepsilon_i(j)=E[x_i(j)\varepsilon_i(j)]\\
&R\varepsilon_i(j)=E[\varepsilon_i(j)\varepsilon_i(j)] \qquad (19)\\
&P_i(j)=E[\{x_i(j)-\hat{x}_i(j)\}^2]\\
&y_i(0)=\hat{x}_i(0)=0,\ P_i(0)=0
\end{aligned}
$$

図2は上記のアルゴリズムを記述したブロック線図であり、推定計算はこの手順に従って行なう。

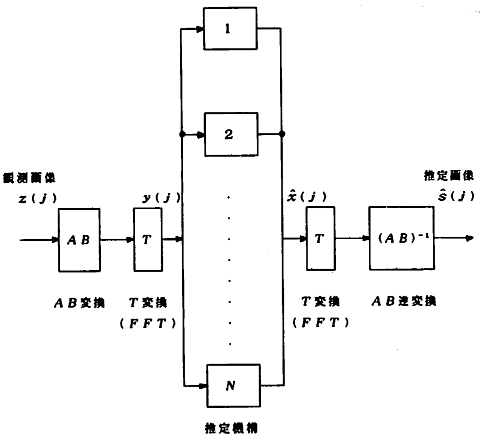


Fig. 2 Block diagram.

Fig. 3 Original image.

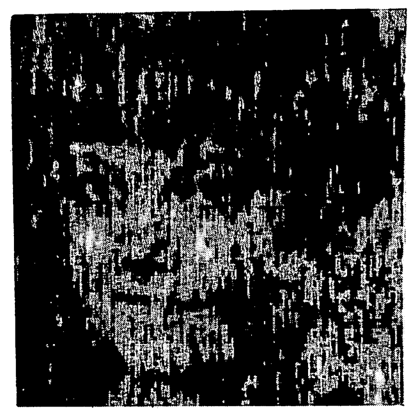


Fig. 4 Noisy image No. 1.

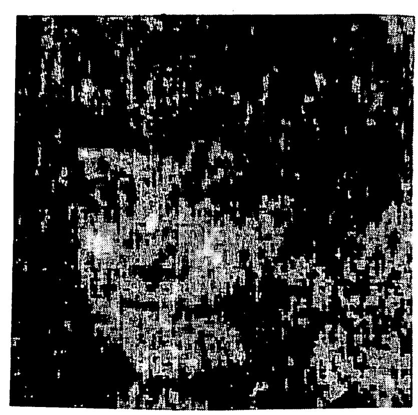


Fig. 5 Noisy image NO. 2.

3. シミュレーション結果

本手法の有効性を立証するために、図3に示す原画像（127×127, $\sigma_s^2=1.0$, $a_0=a_1=0.9$）に2種類の有色観測雑音 NO. 1（$\sigma_v^2=1.0$, $b_0=0.8$, $b_1=0.3$）および NO. 2（$\sigma_v^2=1.0$, $b_0=0.7$, $b_1=0.4$）を加えて得られる雑音画像の修復に適用する。なお、雑音画像 NO. 1 および NO. 2 については図4および図5に示す。

表1は、雑音画像 NO. 1の ρ に対する因果モデルおよび半因果モデルの *MSE* 値を示したものであり、表2は，雑音画像 NO. 2の ρ に対する因果モデルおよび半因果モデルの *MSE* 値を示したものである。なお、図6および図7は雑音画像 NO. 1および NO. 2に対する因果モデルおよび半因果モデルの *MSE*$-\rho$ 特性を示したものである。これらの結果より明らかなように、NO. 1に対する因果モデル

の最適な ρ *は2.0であり、半因果モデルの最適な ρ^* は3.6であるが、MSE の値は半因果モデルの方が因果モデルよりも小さな値となることが分かる。また、NO. 2に対する因果モデルの最適な ρ^* は1.0であり、半因果モデルの最適な ρ^* は3.0であるが、NO. 1の場合と同様に MSE の値は半因果モデルの方が因果モデルよりも小さな値となることが分かる。図8および図9は、雑音画像 NO. 1および NO. 2に対する最適な ρ^* を用いたときの因果モデルおよび半因果モデルに対する修復画像を示したものである。これらの結果より明らかなように、それぞれのモデルに対する雑音画像が本手法により有効に修復されているが、表1および表2の結果よりも明らかなように、半因果モデルの方が因果モデルよりも良好な修復画像が得られていることが分かる。

Table 1　Performances of image restoration

原画像のパラメータ	雑音のパラメータ	ρ	MSE	
			因果モデル	半因果モデル
$a_0 = 0.9$	$b_0 = 0.8$	1.0	0.370	0.333
$a_1 = 0.9$	$b_1 = 0.3$	2.0	0.351*	0.295
		3.0	0.356	0.286
		3.6	0.358	0.285*
		4.0	0.360	0.286
		5.0	0.387	0.288

Table 2　Performances of image restoration

原画像のパラメータ	雑音のパラメータ	ρ	MSE	S／N (dB)
$a_0 = 0.9$	$b_0 = 0.7$	0.5	0.321	4.93
$a_1 = 0.9$	$b_1 = 0.4$	1.0*	0.308	5.11
		2.0	0.337	4.12
		3.0	0.368	4.34
		6.0	0.483	3.16

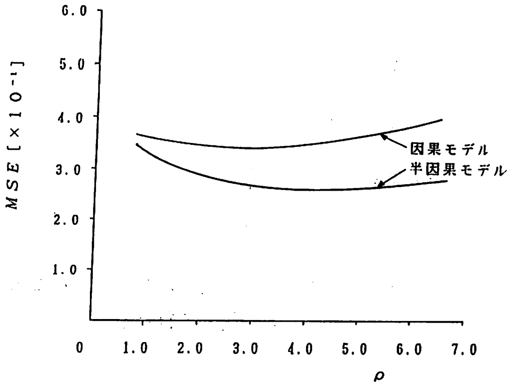


Fig. 6　MSE-ρ characteristics for No. 1.

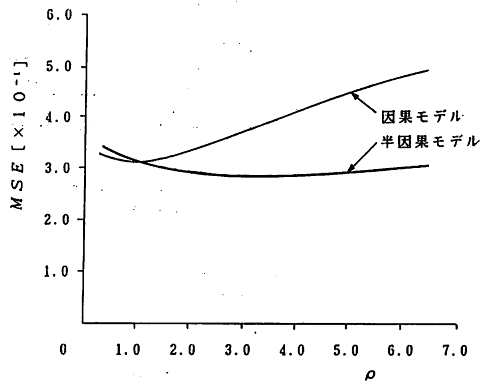
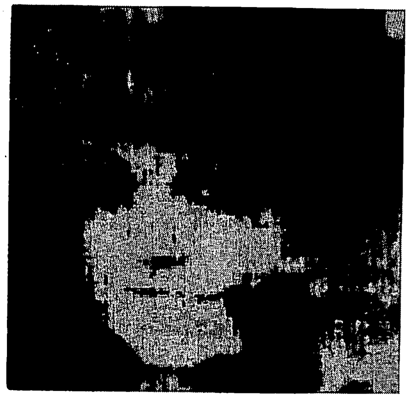
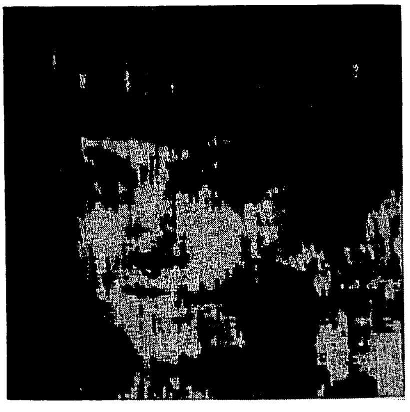


Fig. 7　MSE-ρ characteristics for No. 2.



(b) Semi-causal model.

Fig. 8 Restored image for No. 1.



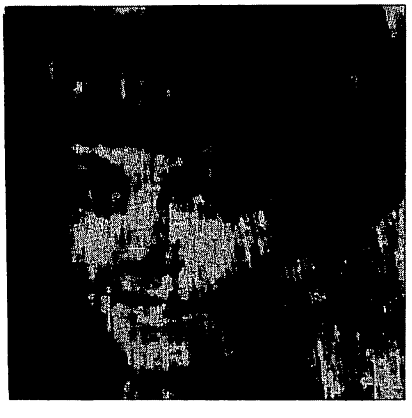


Fig. 9 Restored image for No, 2,

4. むすび

本論文では、有色観測雑音を受ける雑音画像の修復に際して、Kailath のアルゴリズムを若干補正した手法を因果および半因果モデルで表わされた画像および観測雑音モデルにそれぞれ適用すると共に、両結果を比較検討した。その結果、半因果モデルが因果モデルより画像および観測雑音のモデル化に対して妥当であることを *MSE* の見地から検証した。なお、検証については、実画像データを用いた計算機シミュレーションにより行なった。

参考文献

(1) A. Habibi: "Two-Dimensional Bayesian Estimate of Images," Proc. IEEE, 60. 7. pp. 878−883 (1972)

(2) S. R. Powell and L. M. Silverman:"Modeling of Two-Dimensional Covariance Function with Applications to Image Processing," IEEE Trans. on Automatic Control, AC−19. 1, pp. 8−13 (1974)

(3) 片山・小林: "分離型自己共分散関数をもつ2次元確率場の推定" 計測自動制御学会論文集, 16, 2, pp. 278−282 (昭55−4)

(4) 丸山・大松: "有色雑音を受ける観測雑音の修復", 信学論 (A), J71−A, 3, pp. 671−676 (1988)

(5) H. B. Aasnaes and T. Kailath: "An Innovations Approach to Least-Squares Estimation-Part VII: Some Applications of Vector Autoregressive-Moving Average Models", IEEE Trans.. on Auto-matic Control AC−18, 6, pp. 601-607 (1973)

(6) 山下・安里・宮城: "有色雑音を受ける観測画像の修復に関する一考察", 琉球大学工学部紀要, 40 (平2−9) (掲載予定)

(7) 砂原善文編: "確率システム理論III", pp14−77, 朝倉書店 (昭47−10)