琉球大学学術リポジトリ

突極形同期電動機の同期引入れ現象の解析

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 琉球大学工学部 公開日: 2008-04-01 キーワード (Ja): キーワード (En): Salient-Pole Synchronous Motor, Lyapunov Method, Pulling-Into-Step Phenomena, Field Time Constant 作成者: 上里, 勝実, 千住, 智信, 平良, 健, 神山, 一弘, Uezato, Katsumi, Senjyu, Tomonobu, Taira, Takeshi, Kamiyama, Kazuhiro メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/5508

突極形同期電動機の同期引入れ現象の解析

上里勝実*　千住智信*
平良　健**　神山一弘***

Analysis of Pulling-Into-Step Phenomena of Three-Phase Salient-Pole Synchronous Motors

Katsumi Uezato*　Tomonobu Senjyu*
Takeshi Taira**　Kazuhiro Kamiyama***

Abstract

The analysis of pulling-into-step of a salient-pole synchronous motor has proved very difficult, since it expressed by nonlinear differential equations.

This paper describes the pull-in criterion for three-phase salient-pole synchronous motor, taking into account of field time constant by applying Lyapunov's direct method. The method can readily be obtained the effects of the various motor system parameters without solving the nonlinear differential equations.

Key Words: Salient- Pole Synchronous Motor, Lyapunov Method, Pulling-Into-Step Phenomena, Field Time Constant

1．まえがき

同期電動機の同期引入れに関する研究は，システムの設計及び運転上重要な問題であるため古くから行われてきており，多くの発表がなされている[1]~[3]。従来の同期引入れ現象の研究の多くは，界磁時定数が同期引入れに及ぼす影響が小さいものとして，その影響を無視した解析が行われてきた。

Edgerton[1]によって，界磁時定数の同期引入れにおよぼす影響について報告されているが，界磁時定数が大きい場合の影響は完全に把握するまでに至っていない。武田ら[2]は，Parkの基本方程式より界磁時定数を考慮した動揺方程式を導き，多くの数値計算例より，実システムに対してその方程式がきわめて近似度が高いことを確かめている。さらに数値解析法により界磁時定数の影響は非常に大きいことを指摘した。しかしながら，この方法で同期化の可否を判定するためには，各初期値に対してそれぞれ微分方程式を解いて，その

受付：1989年10月31日
*工学部電気工学科
Dept. of Electrical Engineering, Fac. of Eng.
**大学院工学研究科電気・情報工学専攻
Graduate Student, Electrical and Information Engineering.
***横河電機株式会社
Yokogawa Electric Co.,Ltd.

解軌道を調べなければならないので多大な時間を必要とする。

そこで本論文では，非線形システムの安定性評価に有効であるとして，広く用いられているリヤプノフ直接法を同期電動機の同期引入れの可否の判定のために適用する。この方法はエネルギー関数を一般化したリヤプノフ関数を導入することにより，システムの平衡状態からの距離の時間変化を，状態のスカラ関数を用いて評価するため，解そのものを求めることなく安定性を調べることができる。リヤプノフ関数が保証する安定領域は実際の領域よりひかえめに判定してしまう欠点はあるが，安定領域内に初期値を取ればその系の安定性は保証され，微分方程式を直接解く判定方法よりも簡単であるという利点がある。

本研究では界磁時定数を考慮したシステムにリヤプノフ直接法を適用し，同期電動機の種々のパラメータが同期引入れにおよぼす影響を解析した。その結果，界磁時定数および相互インダクタンスの影響が定量的に明らかになった。

2．突極形同期電動機の同期引入れに関する運動方程式

突極形同期電動機の界磁時定数を考慮した同期引入れに関する運動方程式は次式のように表わせる[8]。

$$P_j\frac{d^2\delta}{dt^2}+P_d(1-b\cos 2\delta)\frac{d\delta}{dt}+P_r\sin 2\delta$$

$$+\frac{i_{fd}}{I_{fd}}P_m\sin\delta=P_\ell \quad\cdots\cdots(1)$$

界磁回路に関しては次式を得る。

$$V_{fd}=R_{fd}\,i_{fd}+T_d'R_{fd}\frac{di_{fd}}{dt}-\frac{M_{afd}'}{\omega L_d}V'\frac{d\delta}{dt}\sin\delta$$

$$\cdots\cdots(2)$$

ここで，

$P_j=(\pi/2)G_d(f/P^2)\times10^{-3}$(kW·s²/rad)：慣性出力係数，$CD^2$：はずみ車効果(kg·m²)，

$P_d=P_\ell/2\pi fs$(kW·s/rad)，P_ℓ：同期引入れ直前の反抗トルク(syn·kW)，　$P_r=\{(x_d-x_q)/(2x_d x_q)\}\times V^2\times10^{-3}$(syn·kW)：反作用トルク，$P_m=(EV/x_d)\times10^{-3}$(kW)：同期化トルク，f：周波数(Hz)，P：極対数，s：P_ℓに対する平均すべり，x_d，x_q：直軸および横軸同期リアクタンス(Ω)，V：供給線間端子電圧(V)，E：線間公称誘導起電力(V)，δ：内部相差角(rad)，b：動脈係数，i_{fd}：界磁電流の瞬時値(A)，I_{fd}：定常状態における界磁電流(A)，V_{fd}：界磁印加電圧(V)，T_d'：d軸短絡過渡時定数(s)，R_{fd}：界磁抵抗(Ω)，M_{afd}：直軸電機子・界磁間の相互インダクタンス(H)，L_d：d軸電機子巻線の自己インダクタンス(H)，V'：電機子印加線間電圧実効値(V)

(1)式を $t=a\tau$，$a=\sqrt{P_j/P_m}$ として正規化時間 τ を用いて正規化すれば次式が得られる。

$$\frac{d^2\delta}{d\tau^2}+k(1-b\cos 2\delta)\frac{d\delta}{d\tau}+Z\sin\delta+g\sin 2\delta=\beta \quad (3)$$

ここで，b：脈動係数，$P_d/\sqrt{P_mP_j}=k$：制動係数，$P_r/P_m=g$：反作用トルク比，$P_\ell/P_m=\beta$：負荷比，$Z=i_{fd}/I_{fd}$

また(2)式を次の関数を用いて正規化すると(4)式を得る。

$T_d'=(L_{ffd}-M_{afd}'^2/L_d)/R_{fd}$ (s)

$L_d'=L_d-M_{afd}'^2/L_{ffd}$ (H)

$T_d'=T_{do}'L_d'/L_d$ (s)

$T_{do}'=L_{ffd}/R_{fd}$ (s)

ここで，L_{ffd}：界磁巻線の自己インダクタンス(H)，T_{do}'：d軸開放過渡時定数(s)，L_d'：d軸電機子過渡インダクタンス(H)

$$\frac{dZ}{d\tau}=(1-Z)\xi+m\frac{d\delta}{d\tau}\sin\delta \quad\cdots\cdots(4)$$

ここで，$\xi=a/T_d'$：界磁係数，$m=M_{afd}'V/(\omega L_{ffd}\times L_d'I_{fd})$：相対相互係数

以上，界磁時定数を考慮した突極形同期電動機の同期引入れに関する運動方程式は(3)式，(4)式の非線形微分方程式となる。

また，界磁に直流励磁を印加する以前の誘導機状態の運動方程式は，次式で表わせる。

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d^2\delta}{d\tau^2}+k(1-b\cos 2\delta)\frac{d\delta}{d\tau}+Z\sin\delta+g\sin 2\delta=\beta\\&\frac{dZ}{d\tau}=-Z\xi+m\frac{d\delta}{d\tau}\sin\delta\end{aligned}\right\}(5)$$

ここで，相対制動係数kは励磁が投入される前後において不変であると仮定した。

3．界磁係数，相対相互係数の同期引入れにおよぼす影響

2章で示したように，界磁の影響を考慮することによって界磁回路に界磁係数ξ，相対相互係数mなる新しいパラメータが導入された。本章ではまず界磁回路のパラメータが同期引入れに及ぼす影響を数値解析法を用いて定性的に述べることにする。

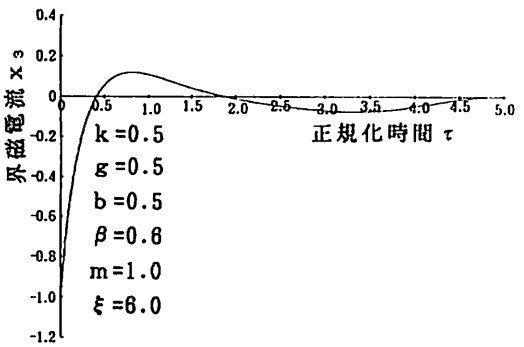


Fig. 1 .Field current response after excitation.

図1は励磁投入後の界磁電流の変化を示している。縦軸の界磁電流 x_3は x_3=Z−1 で表示してある。図より，界磁電流はある時定数で時間の経過とともに大きくなり，振動を伴いながら収束することが分かる。従って，界磁電流を流すことによって生じるトルク（同期化トルク）は励磁電流に比例するため，この大きさは時間とともに徐々に成長し，同期引入れに影響を及ぼすと考えられる。

ところで，界磁回路の影響を無視した場合は，界磁電流は励磁投入と同時にステップ状に変化し，以後一定量を保持することになる。

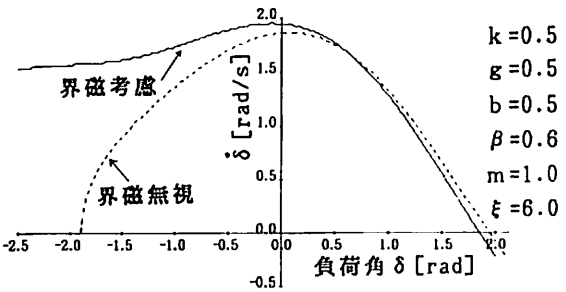


Fig. 2 .Stability boundaries obtained by numerical calculations.

図2は，(3)，(4)式を電子計算機によって数値計算により求めた同期化可能領域を $\delta-\dot{\delta}$ 位相面に示したものである。図からわかるように，界磁回路を考慮した場合は無視した場合より発電機領域の同期化可能領域が大きくなり，反対に電動機領域では若干減少している。従って，界磁回路を無視した解析は第二象限における同期化可能領域を控えめに評価することになる。第一象限ではわずかであるが，界磁時定数の影響により安定領域が左側に移動し，同期引入れ可能領域が減少していることが分かる。一般に界磁時定数が大きい場合には，発電機領域からの励磁投入が好ましいとされてきた[11,12]が，これはこの結果に基づくものである。

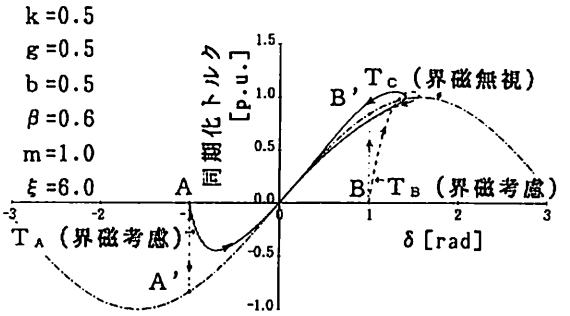


Fig. 3 .Synchronizing torque response after excitation.

図3は励磁投入後の同期化トルクの成長過程を示している。図中の正弦波は励磁電流が定格値の時の同期化トルクを示しており，励磁投入後長期間経過すると必ずこの曲線上に動作点は収束する。発電機領域で励磁投入した場合のA点では，界磁時定数を考慮しなければ動作点はA点からA′点に瞬時に移動するが，界磁時定数の影響が大きいと定常同期化トルク曲線上へ時間の経過と共に徐々に収束することが分かる。この現象は電動機領域でも同様にいえる。同期引入れには同期化トルクが大きいほど望ましく，負のトルクは同期引入れを困難にする。界磁時定数の影響により発電機領域の負のトルクが，界磁時定数を考慮しないものに対して減少するため同期引入れ可能な領域が大きくなり，また電動機領域では正のトルクが界磁時定数の影響により減少するため同期化可能領域が減少したものと考えられる。

図4は界磁係数ξをパラメータとした時の同期機の励磁投入前の解軌道ならびに界磁電流を示している。誘導電動機として始動する場合，励磁の投入は誘導電動機の動作点を初期値とすることから，励磁投入前の

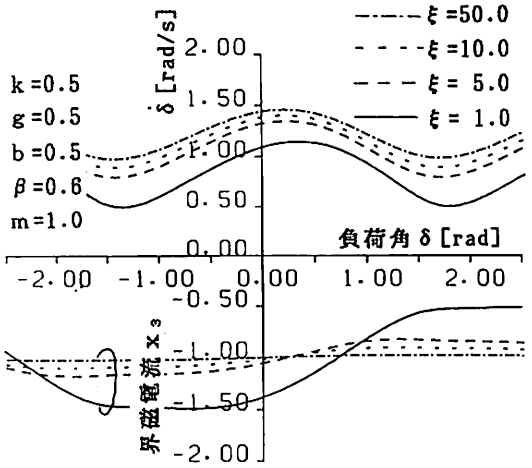


Fig. 4 .Trajectories and field currents for various ξ before excitation.

振舞を調べることは同期引入れの難易を検討するのに重要である。励磁投入前の解軌道はξが小さくなるほどすべりも小さくなる。すべりが小さくなると同期引入れは容易になるため，この値は小さい方が好ましい。また，界磁電流はξが小さくなると脈動が大きくなることが分かる。

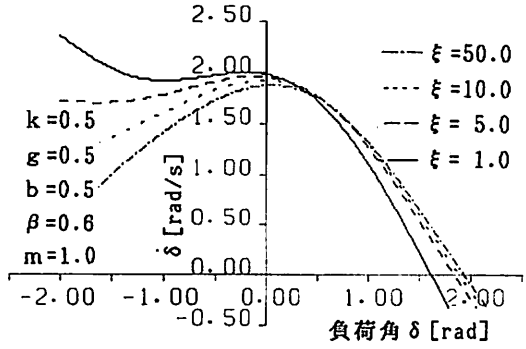
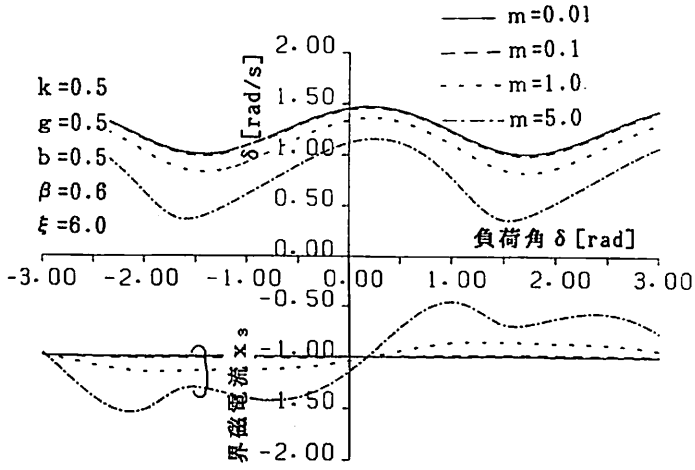


Fig. 5 .Stability boundaries for various ξ obtained numerical calculations.

ξをパラメータにした時の同期化可能領域を図5に示す。図より，ξが小さくなる（界磁時定数の影響が大きくなる）と同期化可能領域は減少するが，その減少分よりも安定領域の増加分がより大きくなることがわかる。さらに領域のすべりの最大値もξが小さいほど大きくなることから，総合的に判断するとξが小さいほど同期引入れ限界は大きくなるものと考えられる。



Fug. 6 .Trajectories and field currents for various m before excitation.

図6は相対相互係数mをパラメータとした時の励磁投入前の同期電動機の解軌道ならびに界磁電流をそれぞれ示している。mが大きくなると位相面上のすべりは全体的に小さくなり，解軌道の脈動が大きくなっている。これは，mの増加により界磁電流の脈動が大きくなるためであると考られる。

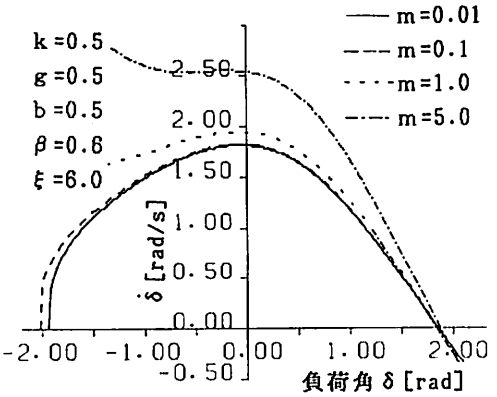


Fig. 7 .Stability boundaries for various m obtained numerical caluculations.

図7はmの値を変化した場合の同期引入れ可能領域を$\delta-\dot{\delta}$位相面に示したものである。mが大きいほど領域が増加するため，同期引入れは容易になると考えられる。特に第2象限の安定領域が大きくなっている。

4．リヤプノフ法による同期引入れ現象の解析

前章では数値解析により，機器パラメータが同期引入れに及ぼす影響を定性的に説明した。しかし，数値解析法では各々のパラメータの影響を詳細に調べることは煩雑である。本章では非線形システムの安定判別に有用なリヤプノフ法を界磁時定数を考慮した同期引入れ現象の解析に適用し，各機器パラメータの同期引入れに及ぼす影響を調べる。リヤプノフ法は，非線形微分方程式を直接解くことなく安定判別が行えるため，短時間で容易に安定性を評価出来る手法である。リヤプノフ法ではシステムの方程式から構成されるリヤプノフ関数を用いて安定判別を行うことに特長がある。

4－1．リヤプノフ関数

界磁時定数を考慮した(3)，(4)式を状態変数表示するために新しい変数 x_1，x_2，x_3を用いて，

$x_1=\delta-\delta_0$

$x_2=\mathrm{d}x_1/\mathrm{d}\tau=\mathrm{d}\delta/\mathrm{d}\tau$

$x_3=Z-1$，$\mathrm{d}Z/\mathrm{d}\tau=\mathrm{d}x_3/\mathrm{d}\tau$

と置き換えると次式を得る。

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{d}x_1/\mathrm{d}\tau&=x_2\\ \mathrm{d}x_2/\mathrm{d}\tau&=-k(x_1)x_2-h(x_1)-u(x_1)x_3\\ \mathrm{d}x_3/\mathrm{d}\tau&=\xi x_3+mx_2u(x_1)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

但し，

$k(x_1)=k\{1-b\cos 2\delta(x_1+\delta_0)\}$

$h(x_1)=\sin(x_1+\delta_0)+g\sin 2(x_1+\delta_0)-\beta$

$u(x_1)=\sin(x_1+\delta_0)$

δ_0：安定平衡点

ここで，文献(4)の手法を用いて(6)式に対するリヤプノフ関数を構成すると次式が得られる。

$$\mathrm{V}=\frac{1}{2}x_2^2+a'K(x_1)x_2+\frac{a'}{2}\{K(x_1)\}^2+\int_0^{x_1}h(x_1)dx_1$$
$$+2\int_0^{x_1}\sqrt{a'(1-a')k(x_1)K(x_1)L(x_1)}\ \mathrm{d}x_1+\frac{1}{2m}x_3^2$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

ここで，

$$\mathrm{K}(x_1)=\int_0^{x_1}k(x_1)\mathrm{d}x_1,\quad 0\leqq a'\leqq 1$$

$$\mathrm{L}(x_1)=h(x_1)-\frac{a'm\,\mathrm{K}(x_1)\,\mathrm{U}(x_1)^2}{4\xi}$$

$$\mathrm{U}(x_1)=\int_0^{x_1}\mathrm{U}(x_1)\,\mathrm{d}x_1$$

また，(7)式のリヤプノフ関数の時間微分は(8)式に示すように負定値関数である。

$$\frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{d}\tau}=-\left[\left\{\sqrt{(1-a')k(x_1)}\ x_2-\sqrt{\mathrm{K}(x_1)\mathrm{L}(x_1)}\right\}^2\right.$$
$$\left.+\left\{\sqrt{\frac{\xi}{m}}\,x_3+\frac{\mathrm{U}(x_1)\mathrm{K}(x_1)}{2\sqrt{\xi/m}}\right\}^2\right]\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

4－2　同期引入れに及ぼす機器パラメータの影響

この節では，リヤプノフ関数として(7)式を用い，機器パラメータが同期引入れに及ぼす影響を調べる。

負荷比βを変化した時の安定領域（同期化可能領域）を図8に示す。この領域内で励磁を投入すれば，必ず同期に引入れられる。図より，負荷比βが小さいと安定領域が大きく，βが小さいほど同期化は容易に行えることを示している。この安定領域を界磁を無視できる系のもの[3]と比較すると，第二象限の安定領域が広くなっている。これは前章で示したように，励磁投入後の発電機領域での負の同期化トルクの成長が界磁時定数の効果によって遅れ，同期引入れに悪影響を及ぼす（回転子速度を減速する）トルクの発生を抑制するためである。

相対制動係数kを変化した時の安定領域を図9に示す。kが大きくなると安定領域は大きくなり，同期引

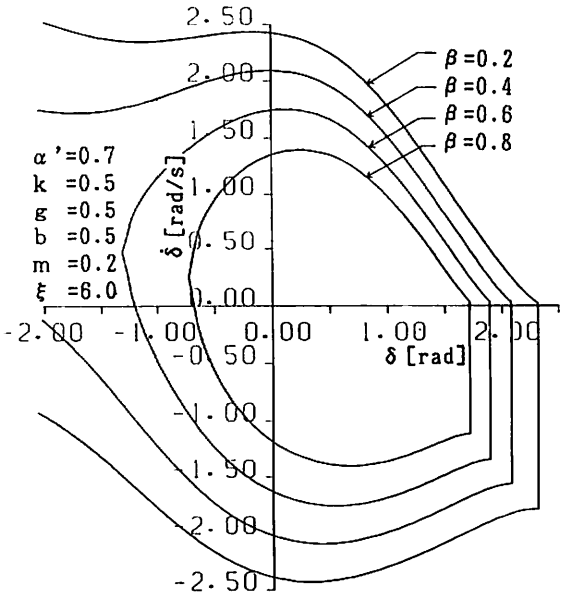


Fig. 8 .Synchronization boundaries for various β obtained by Lyapunov function.

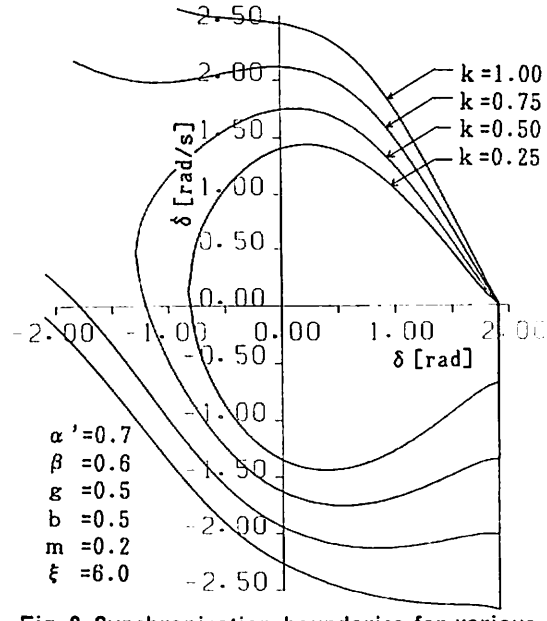


Fig. 9 .Synchronization boundaries for various k obtained by Lyapunov function.

入れが容易になることが分かる。しかし，第一象限の負荷角の大きい部分では，負荷比βの変化による安定領域と比較するとそれほど大きく変化していない。

βとkは同期引入れに最も影響を及ぼすパラメータである。同期引入れは安定領域の大きさだけで議論できるものではなく，（励磁投入前の軌道上における）励磁投入点も重要である。特に自己始動する同期電動機の解軌道は平均すべり（β／k）で決定されるため，このことを考慮して同期引入れ限界等を決定しなければならない[3]。

図10は反作用トルクgを変化した場合の安定領域を示している。gが大きく変化しても安定領域の変化はk，βの影響と比較するとあまり大きくないことが分かる。一般に，重負荷時にgの値が大きいほど安定領域が大きくなることが知られている[3]。

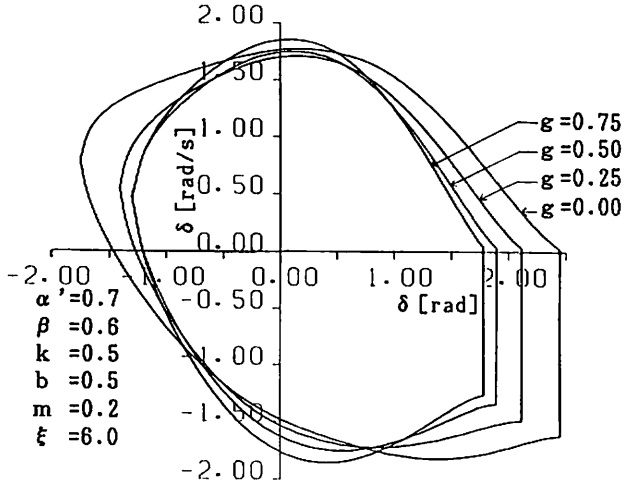


Fig.10.Synchronization boundaries for various g obtained by Lyapunov function.

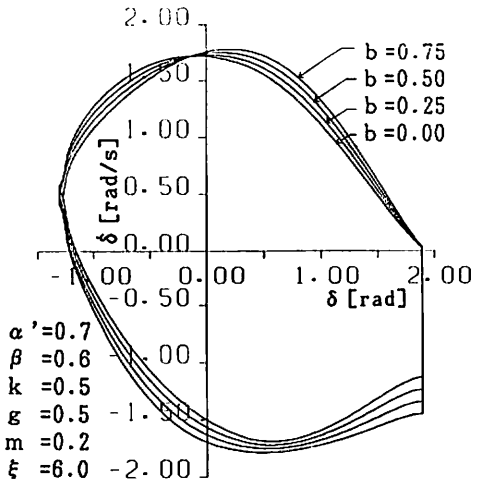


Fig.11.Synchronization boundaries for various b obtained by Lyapunov function.

脈動係数bを変化した時の安定領域を図11に示す。図からわかるように，bによる影響はほとんどない。bは制動項の効果に影響を与えるパラメータであるが，相対制動係数kの影響と比較するとかなり小さいことが分かる。

反作用トルク比g，脈動係数bは回転子の突極性により現れる係数であるが，以上の結果より回転子の突極性が同期引入れに与える影響は小さいことが分かる。

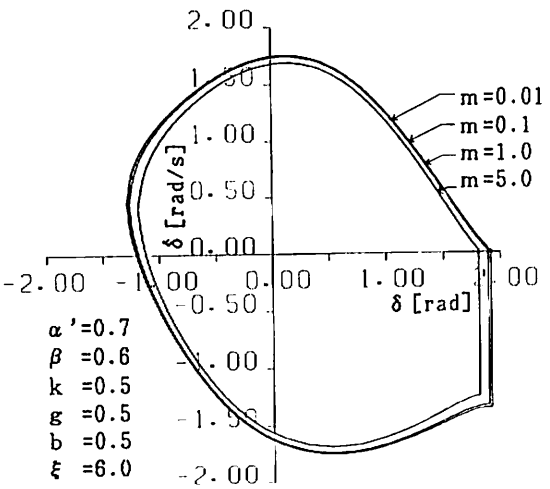


Fig. 12.Synchronization boundaries for various m obtained by Lyapunov function.

また，この結果は界磁回路の効果を無視できるシステムにおいても同様の知見が得られている[8]。

相対相互係数mを変化した時の安定領域を図12に示す。図から，mが増加すると領域は全体的にわずかに小さくなることがわかる。しかし，前章の数値解析では，mが大きくなると発電機，電動機動作時の安定領域共に大きくなる結果が得られた。

界磁係数ξを変化した時の安定領域を図13に示す。ξが小さくなると安定領域全体はわずかに小さくなることが分かる。ξが小さくなると電動機領域は小さくなり数値解析結果と同じ傾向を得る。しかし，発電機領域が小さくなっており，本研究で用いたリヤプノフ関数は界磁の効果が十分に考慮されていないことがわかる。

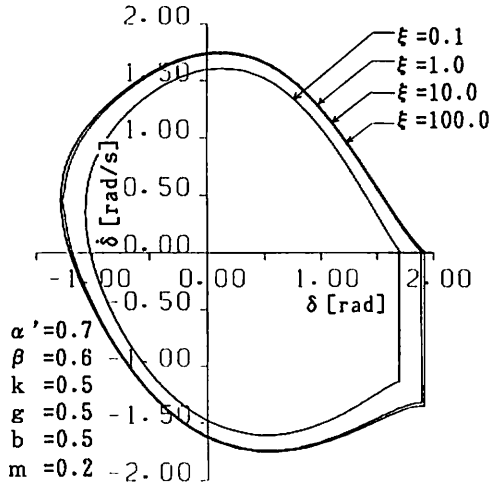


Fig.13.Synchronization boundaries for various ξ obtained by Lyapunov function.

5．むすび

本研究では，界磁時定数を考慮した突極形同期電動機の同期引入れ現象の解析を行った。

界磁回路の同期引入れにおよぼす影響は，数値解析によって得られた結果から次のようにまとめられる。

(1) 相対相互係数mが大きくなれば同期引入れ可能領域（特に発電機領域）が大きくなり，同期引入れが容易になる。

(2) 界磁係数ξが小さくなれば電動機領域の安定領域を減少させるが，反対に発電機領域の安定領域

をその減少分以上に大きくできる。

以上のように界磁回路の影響が大きい場合には発電機領域の同期化可能領域が大きくなることから，その領域で励磁を投入すれば，同期引入れが容易になると考えられる。

また，本論文では，界磁時定数を考慮した突極形同期電動機の同期引入れ現象の解析をリヤプノフ法を適用して行った。界磁回路以外のパラメータが同期引入れにおよぼす影響は，前報[3]とほぼ同様の結果を得たが，界磁回路に関するパラメータの影響は必ずしも正確に解析することはできなかった。

リヤプノフ関数を用いれば，同期引入れの可否の判定のみでなく，同期引入れに最も適した最適励磁投入点[5]を決定できる利点があることから，今後は界磁回路定数の影響をさらに正確に組込んだリヤプノフ関数を構成する予定である。

最後に本論文をまとめるにあたり御協力下さった下地登志喜氏（現沖縄電力株式会社），ならびに卒研生福田仁君に感謝の意を表わします。なお，本研究の一部は文部省科学研究費一般研究Cの補助を受けたことを付記する。

参考文献

(1) H. E. Edgerton,et.al.: "The Pulling Into Step of a Salient Pole Synchronous Motor", Trans. Amer.Inst. Elect. Enger.,50,765 (1931-6)

(2) 武田，三浦，佐藤，宵津：「同期電動機の同期化現象における界磁時定数と界磁・直軸電機子相互インダスタンスの影響」，電学論B, 93, 198,(昭48-5)

(3) 上里，千住：「リヤプノフ法による突極形同期電動機の同期引入れ現象の解析」，電学論D，108,935 (昭63-10)

(4) H.Miyagi & T.Taniguchi: "Lagrange-Charpit method and stability problem of power systems",IEE Proc.,Pt.d,128,3,117 (1981-5)

(5) 上里，千住：「リヤプノフ関数を用いた同期電動機の同期引入れの改善」，昭和63年電気学会産業応用部門全国大会講演論文集，No22,95-100(1988)