

# 琉球大学学術リポジトリ

数学的な考え方を培う問題解決学習とその評価に関する研究(2) ー教育工学的手法を取り入れた問題の発展的取り扱い方を探るー

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学教育学部附属教育実践研究指導センター 公開日: 2008-11-18 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 浅井, 利眞 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/20.500.12000/8010">http://hdl.handle.net/20.500.12000/8010</a>

## 数学的な考え方を培う問題解決学習とその評価に関する研究(2)

—教育工学的手法を取り入れた問題の発展的取り扱い方を探る—

浅井利真  
(1994年8月31日受理)

教育現場にいる教師が常に考えることは、子供達にとって質の高い教材を用い、わかる授業を創造することである。本研究では、そのために授業をシステムとしてとらえ、評価を重視した教育工学的手法を取り入れた授業設計、実践を試みた。内容的には、一問一答になりやすい算数科の問題を発展的に取り扱うことにより、問題をオープンにした。第6学年の「立体」の授業実践を基に問題を発展的に取り扱うことの有効度を検証し、報告する。

### 1 はじめに

本校では授業作り（設計）の過程として、「静的過程」と「動的過程」とに分け、静的過程とは、教材研究、教材解釈、子供の実態をとらえる等の「指導案の作成」であり、動的過程とは「授業実践」であるととらえている。

教師は子供達にとってわかりやすい授業を目指して指導案の作成をし、授業実践をするのであるが、わかりやすい授業にするためには、まず授業を構成する要素を考える必要がある。授業は生き物であり、教師・子供・教材の3つの要素から成り立っている複合体である。さらに、授業を構成するものとして考える場合、「教材解釈・思考活動（思考の過程）・指導目標・人間関係（学級経営）・学習者のレディネス・動機づけ・学習評価」等のような要素も不可欠であろう。

よって上記した要素が相互にいろいろからみ合って、授業の流れを作っているのではないだろうかと考える。

いろいろな要素が絡み合い授業を作っている

ならば、これらの要素をうまく絡み合わせ、組み立てることがわかる授業を作ることにつながると考える。つまり授業の組織化を考えるということである。

授業をシステムとみなし、諸要素の関係を授業者が把握することにより、最適な（わかりやすい）授業を構成することができるであろう。すなわち授業システム設計といわれるものである。

授業システム設計の中で特に重要な内容は、コースの構造と系列化、コースの目標分析である。前者は一般に構造化、後者は目標分析と呼ばれる。構造化、目標分析を通して指導プログラムを作成し、わかる授業を創造してみたい。

### 1 授業設計（指導プログラム）と評価について

授業については、これまで多くのことが研究、提案されてきており、あらゆる試みが既に成されてきた。教師は、それら多様なアイデアの中から適切なものをいくつか選択し、それらをどのように組み合わせるかを決めな

\*琉球大学教育学部附属小学校

なければならない。そのための研究が必要とされている。

授業設計、評価の手法を選択するにあたって、明らかにしておかなければならないのは、教師自身の教育観であると考え。

沼野一男は教育観を「意図的教育観」と「成功的教育観」の二つに分けて考えた。意図的教育観とは、「教える者が教えられる者を変化させることを意図して、教えられる者に働きかける」ことをいう。成功的教育観とは、「教える者が教えられる者に意図的に働きかけて、教えられる者を変化させること」である。

二つの共通点は、教えることは、教える者が教えられる者を変化させようと意図すること。次に教える側から教えられる側に対して

働きかけることである。大きな違いは、意図的教育観は働きかけて終わっているのに対して、成功的教育観は子供側に、意図した変化が起こるという意味で用いられる。

教育する（教える）という言葉を前者の意図的教育観で用いるか、後者の成功的教育観で用いるかが、教師の授業に対する在り方や、評価に対する考え方の違いとなって表れるのである。私自身は、後者でありたいと考える。つまり、「成果について責任を持つ教育」を目指したい。

具体的な方法として、図1-1「指導プログラムの作成手順」に従う。評価とは、評定を含む異なる次元のものである。評価を重視して考えるのは、指導と評価の一体化をめざすことが「成果に責任を持つ教育」につながると考えるからである。

指導プログラムとは、「従来の学習指導案に教育工学的な内容や方法を取り入れた指導細案」のことであるが、「内容論的にはプログラム学習の教育観や学習のとらえ方を導入し、方法論的には、情報処理における手法やフローチャート記号を適用している」指導案であるということができる。手順は以下のとおりである。

(1) 目標分析

単元での到達すべき目標を、認知面、情意面で分析する。（授業レベルの到達目標は、目標行動で表す）

(2) 事前調査

学習の前提となる認知的能力、情意的特性を把握する。

(3) 教材開発

単元のねらいにあわせ、学習者の実態に応じたものを開発する。

(4) 単元構成

目標分析による下位目標を設定し、目標関係図をもとに単元での指導計画をたてる。そして、下位目標を具体的な学習課題にし、授業細案を作成する。

(5) 授業の実施

目標に向かって授業を実施する。（新し

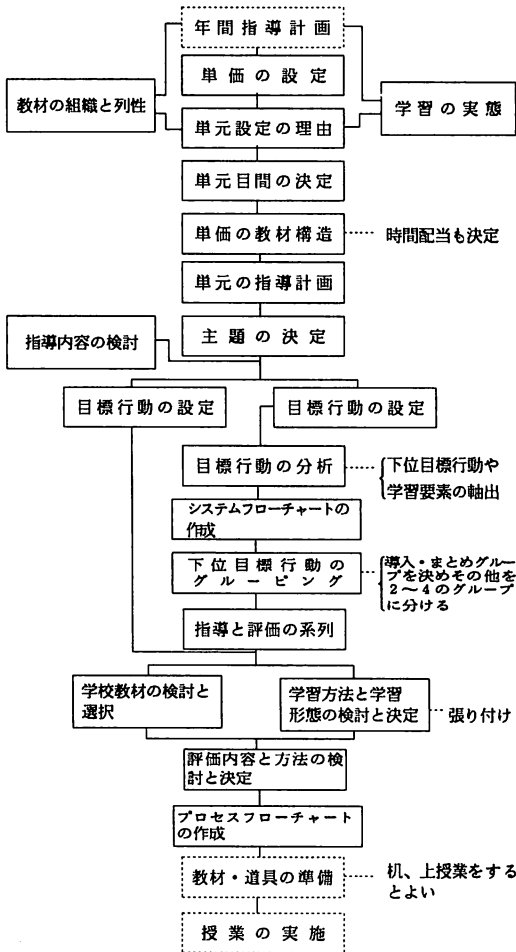


図1-1 指導プログラムの作成手順

く開発された題材の導入)

(6) 観察・記録

授業の中で起こる教師や学習者の活動を観察したり、記録をする。(VTRやテープレコーダーでの記録、観察者の観察記録、授業者自身のメモなど)

(7) 学習の成果

授業の成果である学習者の学習結果を測定・評価する(認知面、情意面)

(8) 分析・総合

観察記録、学習成果を折分し、改善すべき点を明らかにする。

(9) フィードバック

明らかにされ改善点を、授業の設計・実施にもどす。

教授学習過程における評価の機能を取り出したのが表1-1である。

表1-1 教授学習過程における評価の機能

機能	種類
① これから行う単元の授業設計のため	診断的評価
② 単元の中の次の授業の修正・改良のため	狭義の形成的評価
③ 同じ単元をくり返す場合の目標分析、単元構成、授業設計の修正・改善のため	授業者自身の形成的評価
④ 授業者の授業技術向上のため	
⑤ 学習者の学習方法改善・向上のため	学習者自身の形成的評価
⑥ 教材開発・改善のため	教材開発の形成的評価

表1-1のうち、①②はフィード・フォワードであり、現在の学習者の状態を把握し、これから行おうとする授業、教授活動を調整するもので、これには診断的評価および狭義の形成的評価があげられる。③④は、教師自身への、⑤は、学習者自身への、⑥は、教材そのものへの

フィード・バック機能を持つものである。

形成的評価とは、シカゴ大学のスクライヴァンScraivan, M. 1967)によって最初に用いられたと言われ、ブルーム(Bloom, B. s.)らの提唱によって広まってきた教育評価理論である。ブルームらは「診断的評価」と「形成的評価」「総括的評価」の区別を提案、あるいは「標準(ないし基準)準拠評価」の区別(ほぼ相対評価と絶対評価とに対応)の提案をした。日本では、10年程前から盛んになり、梶田が提唱している。

梶田は、「学校教育は、その揚げた理想、実際展開された教育活動ではなく、学習者(児童)自身の中に一体何が実現されたかという観点からの評価で判断されるべきである」と指摘し、ブルームは「基礎学力の点では正規分布するのが当然であるとしても、その様な能力を持った子どもたちに対して、齊一な条件でのみ授業を行うことによって、結果として形成される学力の分布までも能力の布と同じように正規布にしようということとは、いかにも能力のないことである」と指摘している。つまり、現在の教育評価が子供たちの真の成長発達に役立っているとはいえず、子供たちの優秀関係を位置づけるための査定的かつ総括的性格の強いものになっているという鋭い指摘であるとする。そこで、評価を真の価格をお求めのものとするために、子供たちの一人一人の発達に寄与する評価にするためにという考えから、形成的評価が注目されてきたのである。

形成的評価とは教育活動が発展していく途上において、具体化した目標に対する到達度や学習状況などを把握し、それを教育活動の軌道修正や指導の方向づけ、子供達一人一人に対する学習課題の割り当てなどの根拠として用いるといった評価活動のことである。子供の側からは、学習の習得の程度や、分からないことの発見ができ、教師の側からは、指導法や、指導計画の修正、改善治療指導の方針などの指摘をするための評価である。

形成的評価には、次のような機能がある。

- (1) 学習活動の調整が可能になる。

- (2) 学習成果を外的に確認させることによって強化ができる。
- (3) 学習上の問題点、診断が可能になる。
- (4) 矯正的学习の処方箋を得ることができ

以上4つの機能を十分に動かす為に、形成的評価を行う際、時間的展望、すなわち、教育活動→評価→調整された教育活動、というフィードバックの長さから、3つのレベルで区別する必要がある。

- (1) 学習過程の評価、教育活動の途上における即時的なフィードバックをねらうもので授業中に子供の表情をよみとったり、拳手を求めたり、リスポンスアナライザーを用いたりして、子供達の理解の状況や考え方を確かめるといったものである。フィードバック・サイクルが1時限という授業時間の中に何回も成立する訳で、教授活動自体にかなりの程度まで組込まれた、評価活動となることが多い。「フィードバックのための評価」と従来言われてきたものは、主としてこのような評価のことである。
- (2) 単元を単位とした、形成的評価であり、ひとつの単元内で、一回ないし数回のフィードバックをねらうものである。フィードバック・サイクルが、相対的に長いものである。
- (3) 学期、あるいは学年を単位とした形成的評価のあり方であり、具体的には、中間テストや期末テストといった典型的な総括的評価の手立てに形成的評価の機能を合せ持たせようというものである。

形成的評価という言葉を用いて多くの研究者が強調してきたのは、(2)の長期的フィードバック・サイクルを持つ、形成的評価のことであり、一般的に、形成的評価という語を用いた場合、(2)中心に考えられている。

しかし、日々の授業実践の積み重ねが子供一人一人の変容を促すのであり、一単位時間における形成的評価すなわち(1)も重要であると考ええる。

これからの学習に必要な知識・技能・関心などの程度を診断するために行われる診断的

評価や形成的評価はどちらかと言えば、教師側からの評価である。(もちろん、その評価を学習者に返すことによって、学習者は、自己評価をすることができる。)

授業の主人公である学習者の側からの授業評価は、学習者の自己評価を促し、その後の指導に役立て、授業改善を行うために重要である。具体的方法としては、SD法(Semantic Differential Technique)やアンケート、評定尺度等があげられる。また、授業の内容分析まで行うことのできる、線結び内容分析も、授業改善という視点から有効であると考ええる。

## 2 学習要素をつなげる指導案

本校には「研究授業の本時より、次の時間の授業をより大切にすべきである。」という名言がある。

我々教師は、学習指導案を作成するが、ウェートを置かれるのは本時の部分である。

しかし、授業を通して子供達一人一人の変容を考えた場合、本時のみでなく単元全体を通しての計画が不可欠になってくる。私は、単元の指導計画を指導案の中に位置づける前に単元で学習する各要素のつながりを関係づけることを重視している。なぜならば、教師が授業をする場合、教材研究をし、教材解釈をする。このとき全体が一つのまとまりを持っていると考えるならば、教師が教材(学習内容)のつながりをはっきりと認識することが授業の効果をあげる前提となると考えるからである。学習内容をどのように、組織し、つなげていくかは、授業設計では最も大事な部分になる。私は、その方策として、ISM(Interpretive Structural Modeling)教材構造化法による分析を試みている。

## 3 ISM (Interpretive Structural Modeling) 教材構造化

「素材情報間の関係を目で見てもかきやすい概念構造チャートとして図式化して表して人間の概念把握や概念形成などの思考を助ける方法を考えて教材分析用に開発したのが構造

モデリング法の一つであるISM法を応用したISM教材構造化法である。」(佐藤1980)

この手法の大きな特長は、教師の経験的な主観を最大限に取り入れながら、教材構造をグラフ的に表示して見やすくするという点にある。具体的手続きとしては、(1)要素の抽出、(2)要素間の関連づけ、(3)全要素間の関連構造図の作成、(4)見直し検討、修正である。特に、(4)の見直し検討、部修正の場面で作成者が自分の考えている構造図(作成者が自分イメージしている認知地図)がうまく表現されていれば、構造図が決定され、そうでなければ、部分的に修正していく過程を取る。この修正していく過程が重要であり、このことにより教師の意図している教材構造が明確になるといふ長所を持っている。

小学校3年生算数、単元名「2けたのかけ算」での実践を以下紹介する。

指導目標を『(2, 3位数) × (2位数)のひっ算が確実にできる能力を身につけさせ、その習熟を図るとともに、乗法について論理的に考えようしたり、生活に生かそうしたりするなど情報への関心を高める』ISM教材構造化法の手続きにしたがって分析を行う。

下位要素	上位要素																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1 数の分解											/	/									
2 足算(繰り上がり含)		/																			
3 算数の位取り																					
4 掛け算の意味																					
5 掛け算九九(0を含む)		/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
6 1位数×10																					
7 掛け算の決まり																					
8 2位数×10																					
9 1位数×何+																					
10 (何+、何百)×1																					
11 何+×何+																					
12 2, 3位数×1位数の算																					
13 2位数×何+																					
14 2位数×2位数(くり上がり)																					
15 2位数×2位数(一の位くり上)																					
16 2位数×2位数(+の位くり上)																					
17 3位数×2位数(くり上がり)																					
18 2位数×2位数(2回くり上)																					
19 3位数×2位数(1回くり上)																					
20 3位数×2位数(くり上がり)																					
21 3位数×2位数(空位のあるも)																					

図2-1 直接関係マトリックス

(1) 要素の抽出

3社の教科書を利用し、単元で必要とおもわれる学習要素を抽出した。(学習要素21個を抽出)

(2) 学習要素間の関係づけ

抽出した要素をマトリックスに表し直接下位となる要素に印をつける。図2-1

(3) 全要素間の関連構造図の作成

マトリックスの表の縦の合計が0である要素の下には、下位要素がないということを示しているのので、これを第1ランクとする。

次に第1ランクとなっている下位要素の欄を横に消し、残りの縦の合計を抽出し、合計0の要素を2ランクとする。以下同様

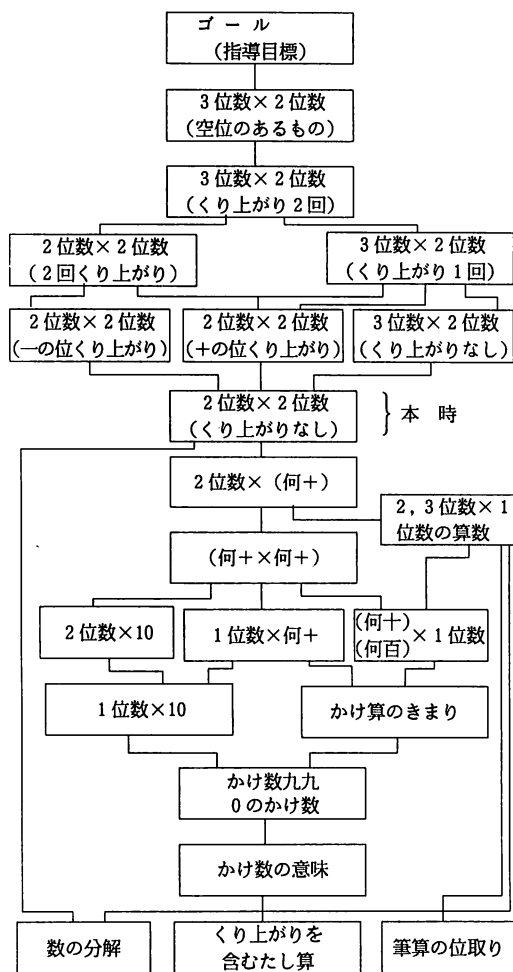


図2-2 学習構造図「2けたのかけ算」

にして、要素がすべてなくなるまで繰り返し、第1ランクから階層的に要素を並びかえ、要素間を線で結ぶ。(以前は、上記に従って③を手作業で行っていたが、現在はコンピュータソフトで処理している。教材構成作成チャートシステム：ISM98を利用)

#### (4) 見直し検討、部分修正

構造図を見て要素間を結ぶ線の見落としはないか、上下関係は適当であるかなど、直接関係マトリックスを含めて検討し、修正改善をして構造図を完成する。図2-2

### 4 授業レベルでの目標の明確化

単元レベルでの教材の構造化ができたならば、授業展開を考えていかなければならない。授業展開の中心になるのは、授業の目標である。目標が曖昧であると授業そのものが山場のない、平板になってしまう。目標によって授業の方向性や学習後に形成される能力、態度等が示されるのであるから、目標が明確でなければ、良い授業が展開できない。しかし、目標が明確であっても、目標に達するまでの過程が、学習者(子供)にとって無理のない楽しいものでなければ良い授業が保障されない。目標行動の分析は、学習者が授業を通して、最終的に形成される行動に照準を当てそれに至るまでの途中の目標を明らかにするものであるといえる。

目標行動の分析では、子供の行動の形成を中心に考えるということである。授業の終了段階で学習の成果として最終的に形成される行動の基礎より下位の行動を明かにする。したがって、教材の内容を学習者自身のものとして身につけたときどんな行動がとれるかが中心になる。子供の行動の形成過程に焦点を当てた教材分析を進めるわけである。

目標を行動でとらえ、その内容の論理性に着目し、論理的・系統的に分析を進める方法として論理分析がある。算数科のような、系統性・論理性の強い教科の目標分析には、論理分析が有効であると考えられる。

### 5 論理分析の手順と方法

#### (1) 論理分析の手順と方法

この分析法の背景には、「目標行動への到達」すなわち学習者に一つの目標が形成されるためには、その前に「形成されていなければならない行動」がある。また、この形成されていなければならない行動には、『一定の順序性がある。』という考え方がある。これを「形成関係」と名づけている。なお、目標分析によって設定された一つ一つの基礎となる単位行動を「下位目標行動」と呼んでいる。下位目標行動を積み重ねることによって、学習者が最終の目標に到達することが可能になるという考え方が根底にある。

列挙された下位目標行動の内容によって授業設計者すなわち教師の教材に対する姿勢や指導観、教材分析の深さが察知される。私自身は、指導案の中に明記することを心がけている。

論理分析は、目標行動を形成するために必要な下位目標行動を形成関係に着目し、行動の論理性に従い洗い出していく手法である。よって分析者は知識や学問の系統性によって分析を進めるのではなく、学習者が行動を形成して道筋、つまり、行動の難易性や基礎・応用性に着目して分析が行われるように心がける必要がある。手順は図5=

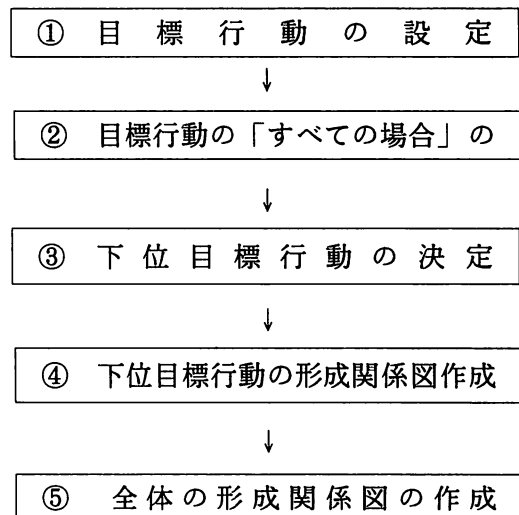


図5-1 論理分析の手順

1 に従う。

## (2) 論理分析の方法と実際

論理分析は、目標行動が形成されるためには、その前に形成される行動は何か、また、ある下位目標行動が形成されるためには、その前にどんな行動が形成されていなければならないか、というように分析が進められる。

分析の目的は、特定の目標行動の形成に必要な基礎的行動とそれら相互間の形成関係を分析決定することである。ここで基礎的行動とは、

### ① 前提条件

予想される学習者に既に形成されている行動（レディネス）

### ② 下位目標行動

予想される学習者に形成しなければならない行動のことである。

小学校第6学年の「立体」の授業での論理分析を以下紹介する。

なお、手順は図5-1に従ったものである。

最終目標行動Gを次のようにした。

立体の問題の解決から、その問題を基に問題作りができる。また、作られた問題を形、構成要素に着目し分類することができる。

この目標行動Gに対して抽出される下位目標行動は以下のように列挙される。

G1 作られた問題を形、構成要素から分類整理することができる。

G2 原問題から、問題を作ることができる。

G3 柱体の辺の数がいえる。

1 構成要素の一部を変えて問題を作ることができる。

2 形態を変えた問題を作ることができる。

3 柱体の頂点の数がいえる。

<sup>R</sup> 4 立体の頂点（構成要素）が指摘できる。

5 底面の形が柱体の名称となることがいえる。

<sup>R</sup> 6 立体の辺（構成要素）が指摘できる。

7 柱体の底面の形がいえる。

8 柱体の側面の形は長方形といえる。

9 柱体の2つの底面は平行であるといえる。

10 平面図形の名称がいえる。

11 柱体には平面があるといえる。

12 柱体の底面と側面は垂直といえる。

13 面の平行関係が指摘できる。

14 柱体の面は、底面と側面からできていることが指摘できる。

<sup>R</sup> 15 垂直の意味がいえる。

16 柱体の2つの底面が指摘できる。

17 柱体の側面を指摘できる。

18 柱体の場合、上下に向かいあった2つの面を指摘できる。

19 柱体の面の数がいえる。

<sup>R</sup> 20 立体の面（構成要素）が指摘できる。

## (4) 形成関係図の作成とその意義

先述した下位目標行動が有機的に結合しあっている全体像を、一目で把握するために、形成関係図（システムフローチャート）を作成する。つまり、最終目標行動G1、下位目標行動、前提条件Rをその形成関係に従って図示したものである。

形成関係図は、1単位時間の目標行動に到達するために分析された下位目標行動を構造化して、図示したものである。従って目標行動の構造化について全体と部分、部分と部分との関連を見直すことによって、教材の精選のための手がかりが得られる。

この形成関係図は最適な指導過程を組み立てる際にも有効な手がかりを与えてくれる。指導過程の組み立てには「コースアウトラインの自動決定法」と「ステージ分け」などの手法があるが、私は後者を利用している。この「ステージ分け」とは、下位目標行動を内容に応じてグループに分けることである。「ステージ分け」は最適な授業の流れを決定する手がかりを与えてくれるだけでなく、授業の節目が明らかになる。つまり、形成的評価を行うべき時点が明確になるという利点を持つものであり、指導



と評価の一体化を図る上で大変有効である

と考える。

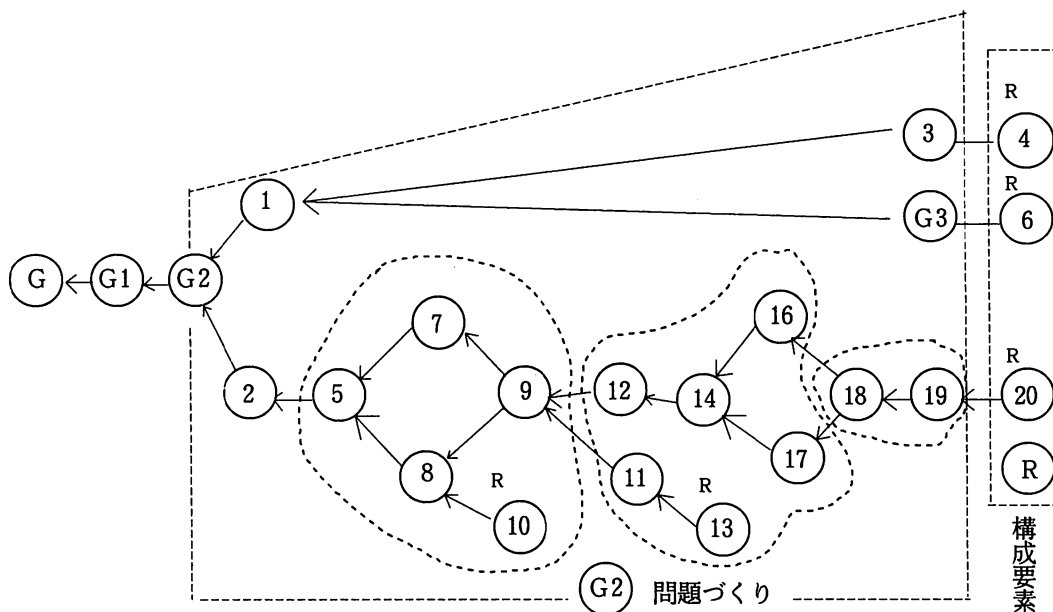


図5-2 システムフローチャートとグルーピング

## 6 問題の発展的取り扱いによる授業

これまで、わかる授業設計の具体化ということで、教育工学的手法を取り入れた指導プログラムの作成を通して、二つの側面から明らかにしてきた。すなわち教材の選択と扱いに関する側面と学習展開に関する側面をISM教材構造化法と論理分析の手法を利用して具体的手続きの仕方を述べてきた。しかし子供達にとってどんなに分かる授業を实践、目標行動Gまで到達したとしても、質の低い教材では子供達自身の学習要求を満足させることはできない。子供達にあった教材を準備することが子供達の学習要求を充足し、自己実現の実感を持つのである。そして、学習者の成就感が自信につながるだけでなく、関心や興味も深まり学習意欲も高まってくると考える。

算数科における指導については「基礎的な知識の習得や基礎的な技能の習得」が重視されると同時に「数学的な考え方や処理の仕方を生み出す能力の育成」が目指されている。従来の学力のとらえ方では、2つのことは相反すると考えられてきた。しかし、これからは2つの算数科の目指す方向を融合化しうる

指導法を考えていかなければならない。その一方策として、問題の発展的取り扱いによる授業を提案したい。

問題の発展的取り扱いによる授業は、オープンアプローチの指導の中の一つとして考える。その基本的発想において先行研究の「オープンエンドアプローチ」から継続されたものである。この「問題の発展的取り扱いによる指導」については、次のように説明されている。

「児童に問題を自分のものとして受け止めさせるには、問題の扱いを『児童自ら作り、しかも解いて終わらない』ように扱わなければならない。つまり、問題の扱いを『受け身的・完結的』なものから、『能動的・発展的』なものに転換し、児童に与えられた一つの問題（この問題を原問題と呼ぶことにする）から出発して、その問題の構成要素となっている部分を類似なものや、より一般的なものに置き換えたり、その問題の逆を考えたりすることを通して、新しい問題を作り、自ら解決しようとするような主体的な学習活動をさせ

ることが必要なのではないだろうか。そこで、図6-1のような一連の学習活動を考え、このような学習活動を中心とした指導を『問題の発展的な扱いによる指導』ととらえることにした。」(沢田利夫他『問題から問題へ、問題の発展的な扱いによる数学算数の授業』P25)

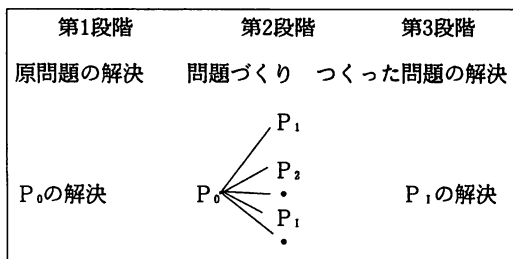


図6-1 問題の発展的な扱いによる授業

つまり、問題そのものがオープン（問題場面に特徴がある場合）ならば、問題そのものに発展する契機が内在しているが、問題がクローズドなときは、指導によって問題の一部を変えたり、否定したりして、発展的に問題を扱うということである。授業の展開は、次の通りである。

- ① 原問題の解決—問題のどこに着目し、解決したのか明確に押さえる。
- ② 問題作り—個別に取り組みせ、できるだけ多様な問題を作るように促す。
- ③ 作成した問題の発表と整理・分類—原問題と対比させながら分類・整理させる。
- ④ 作成した問題の解決—皆で共通に解決する問題を選び、その解決にあたらせる。
- ⑤ まとめと発表—つくって解いた問題を第2次原問題として、次々と発展させていく。

### 7 問題の発展的な扱いによる授業評価

基本的には、オープンアプローチでの評価の仕方と同じである。しかし、作られた問題を評価するため、評価基準を設定する。

#### A 発展性の高い問題

- 組み合わせで2段階以上の思考を要する問題

- 構造が同じで問題場面を異にした問題
  - 逆の問題構成にしている問題
- B 原問題に近い問題
- 数値を変えた問題
  - 物事や形を変えた問題
- C 手立ての必要な問題
- 条件不足の問題
  - 条件過剰な問題

評価基準を基に子供達の予想される反応から、2行2列のマトリックスを作成し評価を行う。

表6-1 問題の発展的な扱い：評価マトリックス「立体」

観点	原題に近い問題	発展性の高い問題
形	a11形を変えた問題 ・○角柱の辺の数 ・○角すいの辺の数 等	a12形と求める物を変えた問題 ・○角柱の面の数 ・○角柱の対角線の数 等
構成要素	a12構成要素を面 ・頂点に変えた問題 ・六角柱の面の数 ・六角柱の辺の数 等	a22構成要素の数から逆に立体を考える問題 ・辺の数が24本ある立体は何角柱か。 等

問題の発展的な扱いによる授業の指導による子供達の解答は、多種多様なものである。しかし、オープンな中での問題づくりであるため、正答の多様性ということら、思考の柔軟性、アイデアの豊富さ・解答の質の高低など評価することが可能である。以上のことからを定式化し評価するため2次元のマトリックスを能田は考案している。以下、具体的手続きを述べる。

- (1) 間違っても、重複していても児童が反応したすべての個数をあげ、それを総反応数(A)と呼ぶ。(A)の多少によって問題に対する児童の意欲や関心、熱心さの度合いを評価

する。

- (2) (A)の中から間違っているものと重複しているものを排除することによって観点の異なる正しい反応数を取り上げる。これを正反応数(C)と呼ぶ。(C)によって児童の正確で多様な数学的観点を評価する。
- (3) 正反応数を数え上げるため、2次元のマトリックスを考え一方には、数学的価値の尺度を置く。具体的には、現実のものから抽象化して数学の世界にのせる過程を段階的に押さえる尺度である。他方には、多様な数学的観点のうち、観点の頻度の多いものから、少ないものを評価する尺度である。また、多様な数学的観点のうち、観点の頻度が多いものから少ないものを評定する尺度を置く。

なお、手立ての必要な問題は、その他の項目として処理する。

- (4) マトリックス表示では、観点の異質性に関しては、 $\{a_{ij}\}$  で、 $i=1, 2$  で示し、 $j$ は一定とする。数学的価値は、 $\{a_{ij}\}$  で、 $j=1, 2$  で示し、 $i$ は一定とする。そして、どの項にも入らないものはその他として別処理する。
- (5) 正反応数(C)は次の式で定義する。  

$$c = \sum_{j=1}^2 a_{ij} + b$$
 ただし、 $b$ はその他の項目の数
- (6) 数学的な考え方を近似的に数値化した総得点数(R)は次の式で定義する。  

$$S = a_{11} + 2(a_{12} + a_{21} + b) + 3a_{22}$$

8 問題の発展的取り扱いによる授業の実際：小学校第6年生の「立体」の授業実践

問題の発展的な取り扱いをする指導は実際的な効果があるのであろうか。指導プログラムの作成を通して授業設計を行い、以下の仮説の基に検証してみることにする。

(1) 研究仮説

問題解決学習において問題の発展的な取り扱いにより、すべての児童がそれなりに自力で問題づくりができたならば、どの児童も学習に参加したことになり、効力感、

成就感を味わうことができるであろう。

- (2) 単元名：立体の図形
- (3) 単元の指導目標
- ① 柱体およびすい体の展開図をかいたり読んだりすることができるようになるとともに、構成要素の位置関係などについて理解し立体図形に対する関心を高める。
  - ② 柱体およびすい体についての立面図や平面図にあたるものをかいたり読んだりすることができる。
  - ③ 柱体およびすい体の構成要素の形、数、位置関係などを具体物を通して、その基本的な性質を理解する。
- (4) 単元教材：ISM教材構造化法による学習内容構造化図

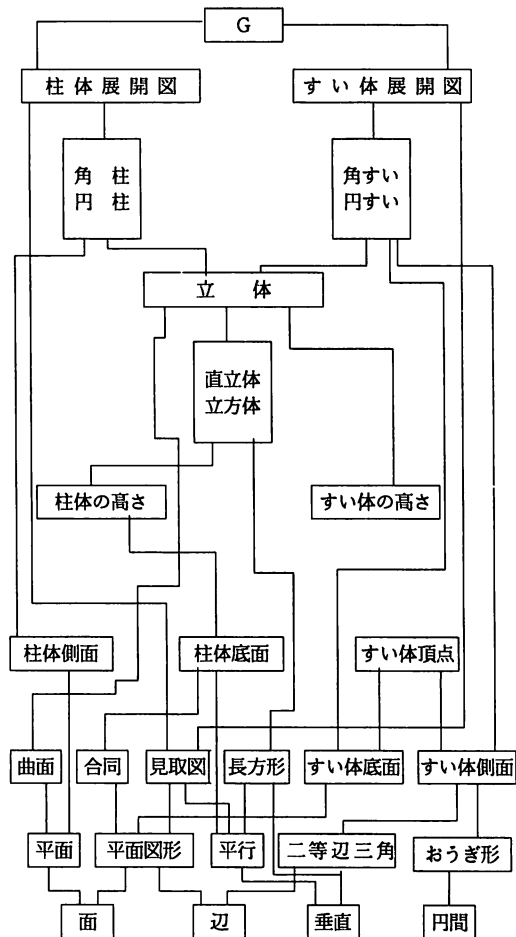


図8-1 単元教材：ISM教材構造化法による学習構造化図

- (5) 指導計画…16時間
- 1次 いろいろな立方の分類（2時間）
  - 2次 柱体についての性質（6時間）
  - ：
  - 第3・4時 角柱の辺の数、頂点の数の求め方  
（問題の発展的取り扱い）
  - 3次 すい体についての性質（4時間）
  - 4次 真正面・真上から見た形（2時間）
  - 5次 まとめ

(6) 本時の設定理由

6年生の立体の学習では、一般的に基本的な立体図形の性質を見つけたり平面にそれを表したりする方法を、ある程度教師の決めた指導のルールにそって学習されることが多い。このことにより、ある程度「基礎的な知識」は落ちなく学習できると思われるが、子供自身が自ら発見する喜びや創造するといった活動は、少ないのではないだろうかと考えられる。

例えば、本時で扱う問題、「六角柱の辺の数は何本あるでしょう。」は、子供は個々の能力に応じて、18本という答えを出すことは予想される。しかし、この後教師は、「このやり方は八角柱や十角柱などの角柱も使えます。」と一般化してしまうことが多いのではないだろうか。あるいは、「八角柱ではどうでしょう。」と教師が一方的に誘導してしまうことがあるのではないだろうか。

ここでは、このような扱いを避け、問題の解決の後を子供の自由に発展的に考えさせてみてはどうかと考える。一つの試みとして子供自身に問題を考えさせるといった活動をさせてみたい。つまり、「いま解いた問題に似ている問題を自分で考えてみよう。」とすれば、自然に八角柱ではどうか。十角柱ではどうかと考えが及ぶと予想される。また、逆の構造の問題、「18本の辺の数を持つ角柱は何でしょう。」といった問題の構成を考える子供がいるならば、角柱の辺の数の3倍であることを見抜いて作っ

ていることになり、初めの問題の仕組みを本当に理解していることになる。

つまり、発展した問題を自分自身で「つくる、解く；つくる、解く…」という活動の繰り返しの中から、初めの問題の仕組みが明確にとらえられ定着できるということが期待できる。さらに、問題を作るという活動は、それ自体がオープンであり、どんな子供も、自分の力量に応じて学習活動が展開できるであろう。

なお子供が作った問題はその場限りとするのではなく以後の練習問題として取り上げ、子供の学習意欲の向上の一つとしていきたい。

(7) 指導目標

立体の問題の解決の確認をし、それを基にして問題作りをさせる。また、作った問題を立体の形や構成要素に着目させ分類させながら、柱体の性質の理解の向上を図り、身の周りの立体図形への関心を高め。

(8) 目標行動

5：論理分析の手順と方法(2)の項目に記載

(9) 下位目標行動

5：論理分析の手順と方法(2)の項目に記載

(10) システムフローチャート（形成関係図）とグルーピング 図5-1を参照

(11) プロセスフローチャート 図8-2を参照

(12) 結果と考察

① 子供のつくった問題

A 発展性の高い問題

- ア 辺の数が0本の立体は何ですか。
- イ 辺の数が24本あります。この立体は、何角柱ですか。
- ウ 面の数が9個ある角すいと16個ある角すいの辺の差は何本ですか。
- エ 三角柱と六角柱の頂点の数は合わせて何個ですか。
- オ 六角柱の対角線は何本ですか。
- カ 八角柱の展開図の辺は何本ありますか。

〈考察〉 辺の数から立体を考える問題

時間配分	主な活動と目標行動	展開の流れ	材料・教具と留意事項
3分	〈導入〉 1. 前提条件 (R1) ・立体の構成要素の指摘 辺面頂点は？	START 教師の補説 NO R・T YES	・立体模型を掲示し、児童を指名し、同意法で確認する。 ・遅れている児童から指名をしていく。
3分	〈導入〉 2. 原問題の提示  六角形の辺の数は何本ありますか。	原問題の解決 教師の補説 NO 解決できたか YES	・ワークシートを考え個別に式、解答をかかせる。 ・自力解決の厳しい児童には、立体模型を使用させ数えさせよう。
7分	〔評価1〕 自力解決できたか  3. 解決できたものの発表 (G3)	発表 教師の補説	・机間巡視で解決が成されているか教師が確認する。 ・どのように解決したかを発表させる。 ・解答を遅れた児童から指名し具体物で確認する。 ・計算できた場合それを取りあげる。
10分	4. 原問題を基にして似た問題をつくる。(G2) ・問題	問題づくり 教師の補説 NO 問題が作れたか YES	・問題をできるだけたくさんつくるように助言する。 ・一通りの観点でしか問題ができない場合があるので、いろいろな問題が作れるように例別に指導する
10分	〔評価2〕 ・多様な観点から問題が作られたか。(G2)	発表 教師の補説	・問題づくりができたかどうか机間巡視で調べる。 ・できない児童には教師がヒントを与える
20分	5. つくられた問題の発表 (G2 G1)	発表 教師の補説 NO 自己評価できた YES	・作った問題 ①立体の形を変えた問題 ②求める部分を変えた問題 ③逆の問題を発表させる。 ①～③の問題を発表させる。 発表だけにとどめ、どこを変えたかは、発表させない。 ・条件不足の問題があればとりあげる。
10分	〔評価3〕 ・発表された問題と自分の評価を比較することができたか。	分類・整理 教師の補説	・自分の問題は発表された問題のどれと、同じ構造であるのか、自己評価させる。 ・マグネットで確認する。
30分	6. 問題の分類整理 ・発表された問題の特徴をつかみ、原問題の理解を深める。(G1)	まとめ	・どの部分を変えて問題を作ったのか、問題の作られ方を考えさせる。 ○形を変えた問題 ○構成要素を変えた問題 ○逆思考の問題に確認する。
10分	〈まとめ〉 本時のまとめと問題	時次予告	・原問題から発展していろいろな問題があれば作られた問題を解決させる。
40分	時次予告	時次予告	・円柱について学習することを知らせる。
5分		END	
45分			

図8-2 プロセスフローチャート

(ア、イ)、面の数から辺を求め  
る問題(ウ)、2つの立体の頂点  
を合わせる問題(エ)、立体  
の対角線を求める問題(オ)、  
展開図上の辺の数を求める問  
題(カ)など、いずれも子供  
の思考の柔軟さが感じられる  
問題である。

#### B 原問題に近い問題

ア 五角柱の辺の数は何本で  
すか。イ 六角柱の頂点の数  
は何本ですか。

ウ 八角すいの頂点の数は何  
本ですか。エ 四角柱の面の数  
はいくつありますか。

〈考察〉 立体の形を変えた問題(ア、  
イ)、立体の形と求めるもの  
を変えた問題(ウ、エ)など  
一部を変えた問題が多かった。  
しかし、いずれの問題の場合  
も問題をつくった時点で、そ  
の問題の解答も一緒に出して  
おり、一つの問題を解いたら  
終わりとせず新たな問題を自ら作り、  
解決していく様子がうかがえた。

#### C 手立ての必要な問題

ア 円柱の辺の数は何本ありますか。  
イ 32本の辺の数の立体は何角柱で  
すか。

ウ 辺の数が15本ある立体は何ですか。

〈考察〉 アは辺について、よく理解ができて  
おらず、イは答えが求められない問題  
である。また、ウは答えが一つとは限  
らない問題である。いずれの場合も、  
クラス全体で話し合い訂正をしていっ  
た。このような問題を吟味することを  
通して、より一層、子供達の思考活動  
が活性化されたと考える。

#### ② 評価マトリックスの考察 図8-3

反応総数の合計は84で一人平均2.6  
である。また反応総数(A)と正反応数(C)  
とほとんどの子供が一致している。

no.1 A=2 C=1	1 0 0 0	no.2 A=2 C=1 +1	0 1 0 0	no.3 A=2 C=2	0 0 1 1	no.4 A=2 C=2	1 0 0 0	no.5 A=2 C=2	1 0 0 1
no.6 A=3 C=1	1 0 0 0	n0.7 A=1 C=0 +1	0 0 0 0	no.8 A=1 C=1	1 0 0 0	no.9 A=2 C=1	1 0 0 0	no.10 A=3 C=1	1 0 0 0
no.11 A=1 C=0 +1	0 0 0 0	no.12 A=1 2 C=1	1 0 0 0	no.13 A=2 C=1	1 0 0 0	no.14 A=3 C=2	0 1 0 0	no.15 A=1 C=1	1 0 0 0
no.16 A=3 C=1	1 0 0 0	no.17 A=2 C=1	1 0 0 0	no.18 A=2 C=1	1 0 0 0	no.19 A=2 C=2	1 0 0 1	no.20 A=2 C=1 +1	1 0 0 0
no.21 A=1 C=1	1 0 0 0	no.22 A=1 C=1	1 0 0 0	no.23 A=1 C=1	1 0 0 0	no.24 A=3 C=2	0 0 1 1	no.25 A=3 C=1	1 0 0 0
no.26 A=1 C=1	1 0 0 0	no.27 A=2 C=1	0 0 1 0	no.28 A=1 C=1	1 0 0 0	no.29 A=1 C=1	1 0 0 0	no.30 A=1 C=1 +1	1 0 0 0
no.31 A=3 C=1	1 0 0 0	no.32 A=1 C=1	1 0 0 0						

図8-3 評価マトリックス

③ 子供の感想からの考察 表8-1  
代表的な声を取り上げたが、いずれ  
も問題の発展的な取扱いを受け入れて  
いると考えられる。また、教科書等か  
ら与えられた問題を解くよりも、友達  
の問題を解くことの楽しさもこの文面  
から感じられる。以上①②③の考察よ  
り、研究仮説は実証できたと考える。

#### 9 研究成果と今後の課題

教育工学的手法を取り入れた問題の発展的  
取扱いによる授業を實踐しての成果は以下  
の通りである。

(1) 教育工学的手法を取り入れた指導プログ  
ラムの作成をすることにより、教材のとら  
え方や子供の学習行動の特性、授業展開の  
難しさや、それらの底に流れている法則を  
体験的に学び取ることができた。

いろいろな人によっていろいろな問題  
 題がある。自分が思いつかな  
 い問題もあつた。  
 みんないろいろな図形があつて  
 わもしろかつた。

まださがつた問題は、  
 ちよこい問題や、あかひい問題もあつた。たけと  
 たまたま、自分たさで問題をさつして、友達と  
 いっしょに「答える」という授業もいっしょに  
 思つた。

いままでなつた図形の「特長」を覚え  
 発展してた問題は思つたのではないとゆう  
 としかた問題には「すこしいと思つて、  
 「かたひい」という感じもあつてきた。かたひい

自分の考えが、ことごとく問題とつたり、すこ  
 い考えで問題を解いたり、授業も楽しくする  
 ことができた。  
 こゝから、このよきな楽しい授業を

ぼくは、あまり問題をつくれなかつたけ  
 れど、友達がつくった問題をみて、こ  
 な問題もあつたのかとわかりました。  
 それで、友達がつくった問題をま  
 にして、私も問題を

表8-1 子供の感想

- (2) 目標を分析し下位目標行動を抽出し、そ  
 れをまとめて評価することにより、評価の  
 内容、タイミングを適切に行う事ができた。
- (3) ISM構造図の作成は、関連構造の把握と  
 同時に直接関係マトリックスの作成段階で  
 1つ1つの要素についての内容把握と価値  
 判断が要求され、大変よい教材研究の一方  
 法であることが実感できた。
- (4) 問題の発展的取り扱いにより、すべての  
 子供達が積極的に授業に参加する事ができ  
 た。また、あらためて教師が指示をしなく  
 ても、自分で問題をつくり変えようとする

傾向が見られるようになってきた。

- (5) つくられた問題についての吟味を学級集  
 団の中で子供どうしが討議することにより、  
 正しい批判的態度や能力が養われてきた。  
 また、自分自身がつくった問題に対する価  
 格を自分で認める自己評価が可能となつて  
 きた。
- (6) 問題を発展的に取り扱う活動が帰納的な  
 考え方、一般化や類推の考え等、数学的な  
 考え方が自然に呼び起こされた。

なお、カリキュラム構成と発展的取り扱い  
 をする場合の時間の取り方、望ましい原  
 問題の開発、多様な反応のまとめ方などが  
 今後の課題として残される。

〈参考文献〉

島田 茂 「算数・科学科のオープンエンド  
 アプローチ」みずうみ書房 1977  
 年

沢田 利夫 「問題から問題へ、問題の発展的  
 取り扱いによる算数数学の授業」  
 東洋館出版

能田 伸彦 「オープンアプローチによる指導  
 の研究」東洋館出版 1984年

佐藤 隆博 「授業設計とデータ処理の技法」  
 明治図書 1980年

沼野 一男 「授業設計入門」国土社 1980年

片方 善治 「システム学をかじっておこう」  
 中経出版 1991年

梶田 勲一 「到達度評価の展開と授業改革」  
 明治図書 1979年

梶田 勲一 「教育における評価の理論」金子  
 書房 1975年

水越 敏行 「授業評価研究入門」明治図書  
 1982年

浅井 利真 「ISM構造化法による試み」  
 教育工学実践研究102号 P56-57