琉球大学学術リポジトリ

条件変更による問題づくり

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学教育学部附属教育実践研究指導センター 公開日: 2008-11-19 キーワード (Ja): 課題学習, 問題作り, 条件変更, 一間一正解, 一間多正解, 拡散的思考, 集中的思考, 数学を作り上げる体験, 数学を展開する方法を学ばせる, ポスターセッション キーワード (En): 作成者: 狩俣, 智 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/8029

条件変更による問題づくり

狩　俣　　智*

（1994年8月31日受理）

第三学年「関数」の終わりに実施した「課題学習」（全4時間）の実践を報告した。条件変更とは，問題の一部を書き変えて，もとの問題（原問題）から新しい問題を導きだすこと（問題を展開する）である。本実践では，問題を自由に作らせずに，条件変更箇所を2箇所に絞り，条件変更に取り組ませた。まず，生徒は，1番目，2番目，3番目，･･･と正方形を組合せて構成した「図形の列」の正方形を各自で並び変えて原問題とは異なる「図形の列」を作り出した。次に，生徒は，新しい「図形の列」からともなって変化する事象を見いだし，それを関数に表した。さらに，生徒は，各自で作り出した関数をポスターセッションを通して発表しあうことになった。本報告では，このような実践が「課題学習」の要件を備えているかどうかを議論した。

《キーワード》
課題学習，問題作り，条件変更，一問一正解，一問多正解，拡散的思考，集中的思考，数学を作り上げる体験，数学を展開する方法を学ばせる，ポスターセッション

1．はじめに

既に解決した問題の条件を変更して新たな問題へと発展させることが，「数学を創造」する第一歩だと言われる。

本校生徒の実態を見た場合，

a）課題等に粘り強く取りくむことができる

b）学習目標に照らして自己評価や相互評価ができる

をあげることができる。

一方，本校生徒について伸ばしていきたいことの一つは，問題を解き終えたときに，新たな問題意識――他の方法で解けないだろうか，問題の「この部分」を変えたらどうなるだろうかという意識――を抱くような学習態度を身につけさせたいことである。

生徒がこのような問題意識を持たないことの原因として，彼等が，「数学の問題は，その答えもその解決方法も一通りで画一的なものだ」という見方をしていることが考えられる。また，「数学の学習は他者から問題を付与されて答えを求めることに終始する」と考えていることをあげることができる。

一般に，このような問題観や学習観が形成される背景には，一問一正解的な課題による集中的思考のみに重点をおいてきた学習指導のあり方をあげることができる。一問多正解的な課題を多く取り上げ，生徒の拡散的思考を促進し，また，数学を作り上げる体験をさせる必要がある。

一問多正解的な課題の解決を通して，生徒に多様な解法を出させ，それらをもとに，生徒どうしで意見を交換できるようにすれば，「問題を解き終えた後でも，その問題から発展して新たな問題意識を持つようになる」と考える。

しかし，一問多正解的な課題を毎日の授業で取り上げていくことは，正規の時間内では困難である。そこで，単元で学習した問題を条件変更によって改題させて問題を展開させる授業を

＊　琉球大学教育学部（附属中学校）

「課題学習」の枠組で実施して見ようと考えた。

2．研究仮説

研究仮説は次の通りである。

> 条件変更による問題づくりを通して，生徒の多様な考えを引き出し，互いに検討し合うようにしむければ，『数学を膨らませる』能力や態度が育まれるであろう。

3．課題学習についての基本的な考えかた

3．1　課題学習の目的について

新学習指導要領での課題学習の記述を見ると次のようになっている。

「第2学年および第3学年においては，生徒の主体的な学習を促し数学的な見方や考え方の育成をはかるために，各単元の内容を総合したり日常の事象に関連づけたりした適切な課題を設けて行う課題学習を，指導計画に適切に位置付けて実施するものとする」となっている。

そこで，課題学習の目的を，

a）生徒の主体的な学習を促す

b）数学的な見方や考え方を育む

として捉えることにした。

3．2　課題学習で与える課題について

3．2．1主体的な学習を引き起こせる課題

「主体的な学習」を「自分なりのしかたで問題を解決し知識を獲得する認知活動」と解釈することにした。この解釈に基づけば，「解決のしかたが多様に存在し，しかも，個々の生徒が自分なりの方法で解決できるような課題」が主体的な学習を引き起こすと考えられる。

3．2．2数学的な見方や考え方を育む課題

数学的な見方や考え方が何かについて明確に述べることは容易でない。ただ，毎日の授業展開で考えて見ると，問題解決を通して授業が展開されていき，生徒は，問題解決過程の各段階で，問題解決のための「有効な見方や考え方」あるいは「有効な方略（strategy）」といったものを獲得していく。そこで，本実践では，「数学的な見方や考え方」が何かといった議論には深入りせず，問題解決的な課題の解決を通して「数学的な見方や考え方」が獲得されると考えるにとどめた。

3．2．3課題学習の課題を設定するための指導

これまでの考察から課題を設定するための指標を次のように定めた。

a）解法が1つだけでない課題であること。

b）視点を変えたとき，別の問題としてみることができる課題であること。

b）視点を変えたとき，問題の難易度に幅が生まれる課題であること。

d）問題解決的な課題であること。

3．3　課題学習を展開する上での留意点

毎日の授業展開において教師は，「生徒の多様な考え方」を引き出そうと工夫する。しかし，この場合，多様な考え方を引き出すことは，生徒の考え方を引き出すことは，生徒の考えをある一定のところに収束させていくための手段にすぎない。「普段の授業に於ては取り組みにくいようなこと」を補完する目的を課題学習に負わせることができるとすると，課題学習においては，生徒の多様な考え方を引き出すことそのものを目的とした授業を展開してもいいのではないだろうか。

そこで，本実践においては，本課題学習をすすめる上での留意点として，

a）多様な考えを引き出すことそのものを「目的」にする

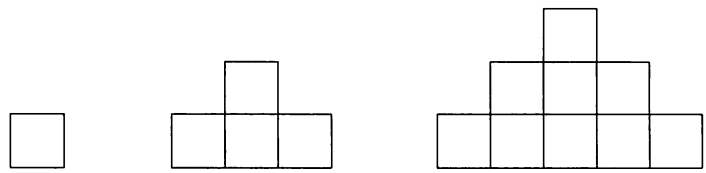
b）クラス全員が自分の考えを発表できて，互いに意見交換ができる場を設定することを踏まえることにした。

4．検証のための授業

次の課題を用いて授業実践を行うことにした。

〔課題〕条件変更によって次の問題を作り変えて解きなさい。

問題 ： 1辺が1cmの正方形を1番目，2番目，3番目･･･のように並べていく。
x番目の図形で頂点の個数をyとするとき，yをxの式で表しなさい。

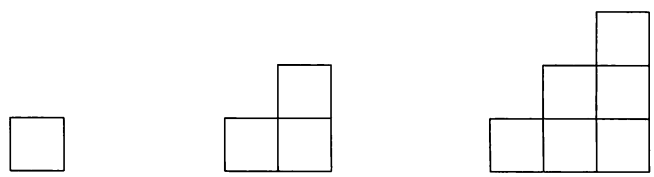


1番目　　2番目　　3番目

上記の問題を原問題として設定した第一の理由は，条件変更を行う際に，多様なバリエーションが可能であると考えたからである。例えば，正方形の並び方を自由に変更できる。また，図形の並び方のバリエーションについて，「図形の面積」「図形の周囲の長さ」「図形の底辺の長さ」「図形の高さ」などのバリエーションを対応させることができる。

原問題を設定した第二の理由は，条件変更を通して，拡散的思考と集中的思考を促進できると考えたからである。例えば，条件変更に際して「図形の並び方」や「頂点の個数」を変更しようとする際に，拡散的思考が促進される。一方，条件変更によってできた新しい問題を解決するときに集中的思考が促進される。

原問題を選んだ第三の理由は，この問題が前述したような「課題学習の課題の指標」を満足すると考えたからである。例えば，この問題は条件変更によって，難易度に幅のある問題に変更することができる。実際，「頂点の個数」を「図形の高さ」に変更すると，1次関数$y=x$を求める問題になる。しかし，「内角の和」に変更すると，一次関数$y=720x-360$を求める問題になる。さらに，「図形の並びかた」を，例えば，次のように変更し，「頂点の個数」を「面積」に変更するにより，2次関数$y=\frac{1}{2}x(x+1)$を求める問題にもなる。



1番目　　2番目　　3番目

このように、原問題は、条件変更のしかたによって、遅れがちの生徒にも進んだ生徒にも対応でき問題である。したがって、課題の学習を通して、遅れがちの生徒には「基礎・基本」の定着を促し、他方、進んだ生徒には発展的学習を促すことができる。

4．1　本課題でねらいたいこと

原問題の条件を変えることにより，新たな問題意識を持たせたい。ポスターセッション形式の発表を採用して全員が自分の作品を発表できるようにしたい。

a）問題づくりを通して「作る喜び」を

体験する。

b）問題の発展のさせかたを身につける。

c）拡散的思考を発揮して自分の問題を発見する体験をする。

d）２つの数量間にある規則を発見し，それを式に表現する方略を学習する（深化・補充）。

e）ポスターセッションで自分の作品を発表することで自己を表現する喜びを体験する。

f）ポスターセッションを通して他者の発想や考えに触れる。

４．２　指導計画

a）対象学級：琉球大学教育学部附属中学校　第３学年

b）日　　時：1993年10月28日～11月５日（４時間）

c）単　　元：「関数」（３年）の直後の課題学習

d）指導計画：省略

４．３　検証授業

４．３．１授業の展開

授業は次のように展開された。

本実践は，「関数」の単元を終えた後に，４時間を設定して行った。

《第１時：条件変更とは何かの説明，図形の並び方の変更》

まず，４時間のすすめかたを説明した後，原問題を提示して解かせた。原問題は２学年の内容であることもあって，全員が自力で解決できた。

次に，本課題学習の課題――原問題を条件変更して新しい問題をつくること――を提示し「条件変更とは何か」「条件変更のしかた」について簡単な例をあげて説明した。

その後，「原問題で条件変更が可能な箇所はどこか」を考えさせた。生徒があげた変更可能な個所は次の４つであった。

a）正方形の一辺の長さ

b）正方形を他の図形に変える

c）正方形の並べかたを変える

d）頂点の個数の部分を変える

そこで，教師が，「変更個所を，図形の並べ方と頂点の個数に絞って問題を作って見よう」と提案して問題作りに取り組ませた。条件変更にあたっては，初めに「図形の並べ方」を変更し，その後に「頂点の個数」を変更するように指示した。

図形の並べ方の変更では，生徒に，20枚の正方形――ボール紙を切って作った――を配って具体的に操作させながら考えさせた。生徒達は，各自，正方形を並べていろいろなバリエーションを試みた。

生徒が図形の並べ方を変更している間，教師は机間指導を行った。生徒は自分の並べた図形に規則性があるかどうかを聞いてきたが，そのような質問に対しては，４番目，５番目・・・と並べることができるかどうかが大切であることを示唆した。手つかずの生徒が１～２名いたので，教師が例を示してやり，それを自分なりに改変するように指示した。

大多数の生徒が時間内に図形の並び方の部分の条件変更について，１～５種類のバリエーションを考え出した。

《第２時：頂点の個数の変更，問題解決，ポスター作り》

第１時で，自分が考え出した図形の並び方のなかから自分が取り組んでみたい図形を各自１つ決定するように指示した。そして，「頂点の個数」の部分の変更に取り組ませた。生徒は，各自の図形に対応する様々なバリエーションに変更した。

「頂点の個数」の部分の変更ができた生徒に対しては，各自，その問題を解決するように指示した。また，一つの問題を解き終えた生徒は「頂点の個数」の部分をさらに変更して問題を解くように指示した。普段の授業であれば，１つの解法が見つかった時点で満足するか，できなければあきらめて教師や他の生徒に答えを聞きに行く状況であろうが，既に解き終えた生徒

はさらに違った問題を発見しようとし，解決できない生徒は視点を変えて自分なりに解決可能な問題が発見できないかという姿勢で取り組んでいた。

教師は机間指導を行ったが，できるだけ生徒の考えを尊重することにし，大きなミスを指摘する程度にとどめた。また，手つかずの生徒が２～３名いたので解法が容易と思われる「図形の高さ」を求める　ように指示し「これが解けたら別の問題を見つけて解くように」指示した。

クラスのほぼ全員が，原問題を，各々，変更し，各自の問題とその答案を示すことができ，発表用のポスターまで完成することができた。生徒が考え出した問題数は，１人あたり平均４題～10題程度であった。

完成したポスターは提出させた。生徒の中には，「授業で考えた問題がどうも気にいらないので発表の時間までに自宅で考えてきたい」というものも数名いた。

《第３時：ポスターセッションによる発表会》

広さが十分な多目的室に教室を移動した。多目的室には，ポスターが提示できるようにした簡易な掲示板――スケッチ用の画板13枚を壁面に吊したもの――を授業の前に設置した。

授業のはじめに，生徒の作品の中から，面白いアイディアが使われている作品や問題解決に有効な考え方や有効な処理などが使われている作品を紹介した。また，意欲を持って粘り強く取り組んだようすが感じられる作品を紹介した。

発表者は，自分が作問した問題をすべて発表するのではなく，自信作（教師に紹介された生徒はその内容）を１題だけ発表のしかたを指示した。また，聞き手に対しては，発表を内容を詳細に聞いたり，記録するのではなく，内容のアウトラインを捉え，問題解決のための大まかなプラン（abstract-plan）を捉え，記録して，その解決プランに基づいて自分もできるようにすることが問題解決においては重要であることを説明した。

ポスターセッションは次のようにすすめられた。

a）１回（13分）につき，生徒13名が同時に室内の壁面にポスターを掲示して説明を行う。

b）残り26名の生徒が聞き手になって，各コーナーをまわりながら説明を聞いたり質問をする。13分の間に聞き手が何回も入れ換わるので，発表者は，その都度，説明し，質問に応じなければならない。聞き手はメモを取りながら聞く。

c）１時間内で３回（13名×３回）のポスターセッションを行いクラス全員が発表できるようにする。

ポスターセッションによる発表会は，13名が同時進行して発表するので，授業は，一見，かなり騒然としていたが，発表者も聞き手にも真剣に取り組んでいる様子がうかがえた。

教師も聞き手の生徒に混じって発表を聞き質問したり，大きなミスを指摘したりした。

本時において，クラス全員（38名）が発表することができた。

授業の終わりに，教師が，ポスターセッションを通して特に印象に残った内容を紹介した。

《第４時：まとめ》

次の内容で相互評価と感想を求めた。

「印象に残った図形の並び方を上げなさい」

「関数を求める際に，有効な求め方だと感じたものを上げなさい」

「条件変更による問題作りをしての感想を述べなさい」

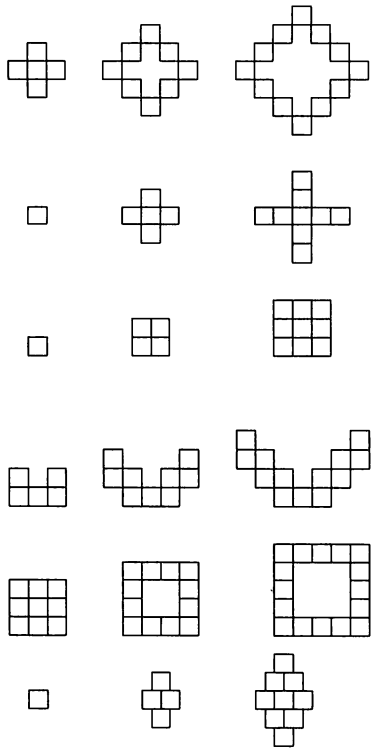
「ポスターセッションについて感想を述べなさい」

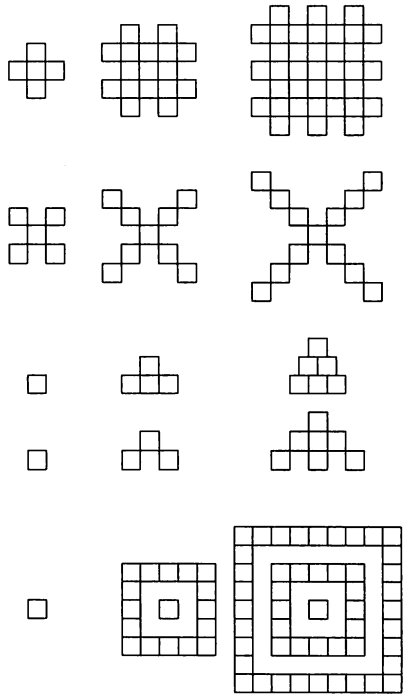
４．３．２生徒の反応

《生徒が考え出した条件変更と解答》

生徒たちの作品の中で印象に残った図形の並び方を抜き出してみた。

a）図形の並び方





生徒たちが発見した関数の中から代表的なものを抜き出してみた。

b）関数

(1) $y=x$ （図形の高さ）

(2) $y=4x$ （周の長さ）

(3) $y=8x-4$ （辺の個数）

(4) $y=2x^2+2x+1$ （正方形の個数）

(5) $y=4x^2$ （面積）

(6) $y=\frac{1}{2}x(x+1)$ （面積）

(7) $y=(2x+1)^2$ （面積）

(8) $y=\sqrt{x^2-x}$ （辺の長さ）

(9) $y=\frac{64}{25}x^2$ （正六角形の面積）

(10) $y=2^{x+1}$ （三角形の個数）

《生徒の感想》

本課題学習についての生徒の主な感想は次の通りである。3年2組の感想の中から印象に残ったものを抜粋した。

（ｉ）条件変更についての感想

a）どのように条件を変えるか，規則性はあるかなど自分で頭をつかって考えるので，問題の意味が一段と分かってくる（新垣涼子）

b）自分で問題を作って自分で解くことが新鮮に感じられた。自分のオリジナルの問題を作り，それを発表できることはとてもすごいことだと思う（新城啓之）

c）自分で条件を設定した図形の規則性が見いだせないときとても悔しかった。過去に習ったことを総動員して一生懸命考えた。大切なことはひらめきであることがわかった（七尾典子）

d）新しい問題を作ることで本当に理解した

か確かめることができる。ひとつの問題をいろいろな方向からながめて解く力が養われる（金城洋介）

e）条件変更するのは楽なのだが，それを解くのが実に難しいことに気付いた。解くのが実に難しいことに気付いた。解の予想をしながら作ることに意味があるような気がする（大城昇洋）

f）解けることを考えるとアイディアが面白くなく，面白くしようとすると高度になり過ぎて解けない。楽しい問題を見つけたときにはとてもうれしい（山川慶）

g）問題作りのこつがわかってきた（城間義勝）

h）条件変更できるところが2つだけなのにいろいろな問題が出てきてすごいと思った（儀間直哉）

i）違う図形（友人の）から同じ関数がでてくるので不思議な感じがした（照屋大）

（ii）ポスターセッションについての感想

a）発表することで自分の考えが深まる。また，聞くことで発表者の知識を吸収することができる（大串未央　他）

b）自分の問題を聞いて質問してくれたのでとてもうれしかった（大屋りか　他）

c）面白い問題や簡単には思いつかないような問題を聞いてとても勉強になった（岡松祐　他）

d）すごい発表があって感動した。負けずに自分もがんばりたい（池村みのり　他）

e）相手にわかるように説明するのはむずかしいがポスターセッションは楽しい（新田達郎　他）

f）ポスターセッションは友達どうしなので何でも気軽に質問できるのでよい（金城真子　他）

g）友達が個性があって高度な問題を作っていることがポスターセッションを通してわかった（新垣卓弥　他）

h）自分のとは同じ図形でも違う考え方がたくさんあって楽しかった。友達どうしだからいろいろと質問ができた（多数）

i）何回も説明していくうちに良い説明のしかたがわかってきた。また，他の人の発表を聞いていろいろなことがわかった（多数）

4．3．3授業の考察

4時間にわたる授業を通して授業者の感想は次の通りである。

a）条件変更による問題作りを通して生徒の多様な考えが表出した。

b）条件変更による問題作りを通して問題を展開する方法を身につけた。

c）条件変更による問題作りを通して生徒の「作る喜び」「驚き」「感動」などの知的好奇心が湧き起こった。

d）生徒が求めた関数は，1次関数，2次関数，指数関数，無理関数と多彩であった。すなわち，関数についての深化・補充学習になった。

e）生徒が問題を複数の下位問題に分解（break-down）して解き，次にそれらを統合してゴールに到達するような場面が多く観察された。また，他に，問題解決のための有効な方略を使用する場面が多く観察された。

f）ポスターセッションにおいては，活発な質問と説明のやり取りが見られた。また，解決のアプローチでの違いで討論をする場面が見られた。

g）ポスターセッションを通して自己を表現する喜びを体験した。

以上を総合して，「条件変更による問題作り」と「ポスターセッション」を組み合わせた授業が生徒の多様な発想や考えを引き出す契機になり，また，数学を膨らまそうとする態度を育む機会になったと考える。

5．おわりに

条件変更の取り組みはこれまでにも研究されてきたものである。ただ，このような取り組みは指導上効果があることが言われながらも，実際の教室においては，指導のための時間の確保

が困難なこともあって，あまり取り上げられてきていないように思われる。そこで，本実践では，「課題学習」の枠組で条件変更を取り上げた。

本実践によって得られた知見は，条件変更による問題作りが課題学習の内容としても適切なものであるということである。

授業を通して得られた示唆は，ポスターセッションが，生徒どうしの活発なやり取りを促進する有力な授業形態であるということである。

本実践の主要な成果は，条件変更による問題作り（内容）とポスターセッション（形態）を組み合わせることで，課題学習の展開方法の“ひとつのかたち”を示すことができたことである。

［用語の解説］

(1) 条件変更：条件変更とは問題の1部分（条件変更個所）を書き変えて，もとの問題（原問題）から新しい問題を導きだすこと（問題を展開する）をいう（竹内芳男・沢田利雄，1985）。問題を自由に作らせずに，変更個所を1～2個所に絞ってすすめるとき，制約の中での拡散的思考が期待できる。

(2) 集中的思考と拡散的思考：思考活動には，理屈で攻める集中的思考と，飛躍に基づく拡散的思考があり，創造に関係しているのは拡散的思考のほうだということが最近の研究で知られている（朝日新聞社編集部，1986，心のリズム，朝日文庫）。

問題解決における拡散的思考が創造性である（Gulford，1967；学習評価研究，1992．9，研究展望に紹介されている）。

(3) ポスターセッション：発表者がポスター（poster）を作成，発表会場に掲示する。発表者はポスターの傍らに立って研究内容を発表する。発表は，会場内のいくつかのコーナーで，それぞれの発表者によって同時進行的に開（session）かれる。時間をずらして実施すれば，発表者と聞き手が交替して，交互に発表したり質問したりできる。

引用文献

渋谷憲一，1993．風景のある教育（講演），上越教育大学附属中学校研究協議会記念講演

曾根崎高志，1993，中学校数学科における課題学習の研究，日本数学教育学会誌，第74巻，第5号

竹内芳男・沢田利雄（編），1985，問題から問題へ，東洋館出版社

山野井貫子，1993，生徒が意欲的に取り組む関数指導，理数，中数編，4月号，啓林館，文部省，1989，学習指導要領・数学編