

琉球大学学術リポジトリ

ACTによる中学生の問題解決研究

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学教育学部附属教育実践研究指導センター 公開日: 2008-11-19 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 狩俣, 智 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/8087

ACTによる中学生の問題解決研究

狩 俣 智

(1995年8月31日受理)

中学生の幾何の論証の問題解決を認知心理学の知見によって考察した。

12人の被験者に問題を発語思考で解かせて言語プロトコルを採取した。

言語プロトコルは、認知のプロセスモデルACTに照らして分析され、推論の軌跡を表す証明木、スキーマを表す宣言型符号化表現、手続き的知識を表すプロダクション・ルールに表現された。

プロトコル分析によってうきばりになった問題解決者の特徴は次の通りである。

幾何の論証に有能に振る舞えた被験者は、後ろ向き推論と前向き推論によって推論をすすめ、両者を途中で行き合わせるといふ双方向の推論によって問題を解決した。また、彼等は、後ろ向き推論によってサブゴールを導き出して、サブゴール攻略を大局的な目標にしながらか前向き推論を収束させた。

他方、問題解決に有能に振る舞えない生徒は、サブゴールを導出できず、前向き推論を収束させることができなかった。

考察では、これらの振る舞いの違いを認知心理学の知見にもとづいて議論した。

1. 問題

本論は、中学生が、初等幾何の論証の問題解決にアクセスする際の特徴を、成功した行為と失敗した行為の比較を通して認知心理学の情報処理論によって考察したものである。

初等幾何の問題解決は、認知心理学の熟練者 (expert) 研究において、しばしば取り上げられてきた (Greeno. J. G. 1978, Anderson. J. R. 1983, Koedinger. K & Anderson. J. R, 1990)。こうした研究の目的の大部分が問題を解決する人工知能の実現—人間の問題解決過程のシュミレーション—に向けられていることもあって推論の失敗を取り上げた研究は見当らない。

ところで、情報処理アプローチによる問題解決研究は、2つのタイプの推論の存在を明らかにしてきた (例えば, Anderson, 1983, 1986)。それによると、論証 (証明) などを行うときの

問題解決者の推論は2つのタイプの推論に分類することができる。

第1は、目標からトップダウンに推論することであり、第2は前提からボトムアップに推論することである。前者の推論を「後ろ向き推論」と言い、また、後者を「前向き推論」と言う。

実際、数学の熟練者 (大学院で数学を専攻する学生) に大学の専門課程の知識を要する問題—数学を専攻したものでないと解けない問題—を解かせた研究では、問題解決者としての熟練者は、後ろ向き推論によって、目標 (ゴール) と下位目標 (サブゴール) の系列を作り出し、下位目標を、前向き推論によって攻略するという双方向の推論で問題を解決した (狩俣, 1994)。

本研究の関心は、「中学生が論証に失敗するときどの推論で失敗するのか」という点にある。すなわち、中学生が幾何の証明に失敗するとき、彼等が前向き推論を行うときに失敗するのか、

* 琉球大学教育学部 (附属中学校)

それとも、後ろ向き推論を行うときに失敗するのかについての情報を収集したいと考えている。

もし、このような情報を収集することができれば、幾何の指導場面で教師が指導のどの部分に努力を集中したらよいかについての示唆を得ることができるだろう。

本研究は認知心理学の情報処理アプローチを採る。すなわち、本研究の問題解決を捉える基本的な枠組は、問題解決者がたどる目標（ゴール）と下位目標（サブゴール）の系列である。また、問題解決者が使用した（獲得した）スキーマならびにプロダクション・ルールである。そして、推論の軌跡を表す証明木（proof tree）である。これらは問題解決者が直接描き出したものではなく、むしろ、言語プロトコルを媒介にした問題解決者の情報処理（思考）の反映とみることができる。

本研究では、12人の中学生に、幾何の証明問題を発語思考（think aloud）で解決させ、プロトコル分析によって、問題解決者がたどる目標と下位目標の系列ならびに問題解決者が問題解決で使用したスキーマならびに知識の獲得を、Andersonが開発した人間の情報処理のプロセスモデルACTに照らして表現し、詳細に吟味することにした。

2. 情報処理アプローチ

2.1 問題解決

認知心理学では、人間を情報処理システムと見做す。この理論の特徴は、問題解決を課題環境としての問題と情報処理システムとしての問題解決者との間の相互作用として捉えることである（Kahney, 1986）。

問題を解決するために、人間は与えられた問題情報—例えば、初期状態、目標、操作子および操作子の制約など—についての心的表象（mental representation）を構成しなければならない。

問題に関する心的表象は問題空間（problem space）と呼ばれている。重要な点は、問題空間は、問題についての個人的表象であり、問題

説明の中に与えられている以上の情報を含んでいるという考え方である。

問題に遭遇した際に、問題解決者は、目の前の問題に関連する長期記憶に貯蔵された全ての知識に起動をかける。問題解決過程の中で、問題解決者は、一連の知識状態（knowledge state）を構成していく。知識状態とは、問題解決のプロセスのそれぞれのポイントで役に立つ、あるいは役に立つようになる情報を含んでいるものである。知識状態の変換は、それを別の知識状態に変える心的操作子（mental operator）を適用することで実行される。

問題解決とは、問題が未解決な時点の知識状態を、目標が達成されているときの知識状態まで変換する心的変換作業である。すなわち、問題解決者は、知識状態を変換するための操作子を選択して適用する立場に置かれている（以上の議論はSimon, 1981に詳しい）。

2.2 本論で採用する情報処理モデル

情報処理アプローチにおいては、認知のプロセスモデルに照らして認知活動を理解しようとする。

本論が採用した認知のプロセスモデルは、Andersonが提唱したACT（Adaptive Control of Thought; 1983）である—Anderson自身は、このプロセスモデルを10余年にわたって何度か修正してACT*, ACTP, DC等として発表しているが、本論ではこれらの概念をACTと総称することにしたい。

ACTは、人間の情報処理の機能を統一的に表現する現在最も有力なモデルであると言われる（Posner, 1989）。

ACTの中心的概念はプロダクションシステムである。しかし、ACTは、伝統的な意味でのプロダクションシステムとは異なっている。例えば、宣言型の知識や手続き型の知識がシステム内に存在することや数値強度変数が各プロダクションに付随することが伝統的なプロダクションシステムと大きく違う点である。すなわち、ACTには、さまざまな種類の記憶が含ま

れている—意味ネット状の知識が記憶されている宣言的記憶 (declarative memory), システムによって実行される活動が記憶されているプロダクション記憶 (production memory), システムが現在, 同時に扱える情報から構成される作業記憶 (working memory) がある。ただし, 宣言的記憶, プロダクション記憶, 作業記憶の区別は, 人間の脳が, 別々の生理的貯蔵庫に別れているという意味ではない。すなわち, ACTは人間の脳の解剖学上のモデルではなく, 人間の認知活動における, 情報の入力から出力に至るまでの情報の変換に視点を置いた情報処理の枠組を示すモデルである。

以下, ACTの主要な構成要素とその相互関係, 情報処理機能の概要を述べる。

図1 ACTの構成要素と相互関連図

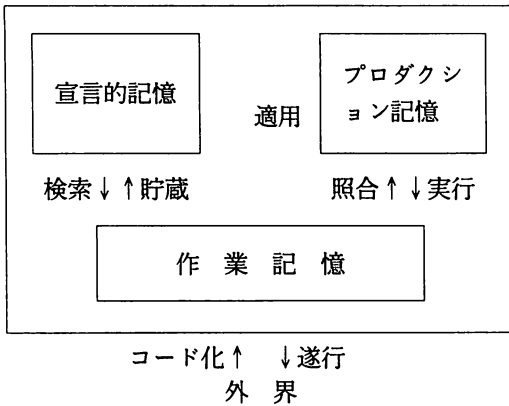


図1において, コード化 (encoding) は, 外界についての情報を作業記憶に取り込む過程である。遂行 (performance) の過程は, 作業記憶内にある命令を行動に変換する。

貯蔵 (storage) は, 作業記憶中の情報を宣言的記憶中に恒久的な記録として創造して貯蔵する。

検索 (retrieval) の過程は, 宣言的記憶から情報を引き出してくる。照合 (matching) とは, 作業記憶の情報をプロダクションルールの条件部とつぎ合わせる過程である。実行 (execution) とは, 照合されたプロダクションルール

の実行部を作業記憶に入れる過程である。照合と実行の過程をプロダクション適用 (production application) という。

適用 (application) は, 適用することにより新しいプロダクションが学習される過程である。

ACT理論の中心問題は, 人間の学習と知識である。ACT理論によると, 学習の段階は, 宣言的段階 (declarative stage) と手続き的段階 (procedural stage) の二つに分けられる。宣言型知識と手続き型知識は, 知識の状態の変化として統一的に扱われている。ACT理論では, 人間の知識は, 宣言型に符号化された構造をした宣言型知識 (表1) とプロダクションルールの形に符号化された手続き型知識 (表2, 表3) の両方でモデル化される。

表1 宣言型知識 (宣言型符号化構造) の例

背景情報	S_1 は $\triangle XYZ$ の一辺 S_2 は $\triangle XYZ$ の一辺 S_3 は $\triangle XYZ$ の一辺
条件	S_1 は S_2 と合同
結論	$\triangle XYZ$ は二等辺三角形
コメント	二等辺三角形の定義である

表2 手続き型知識 (一般的解釈手続き) の例

P1 : IF	ゴールがある陳述の証明で, 結論部分にその証明をもつスキーマがあるならば,
THEN	スキーマの背景情報が照合することを下位ゴールとして設定し, その後に, 条件の証明を下位ゴールとして設定せよ

表3 特殊化した手続き型知識の例

P2 : IF ゴールが $\triangle XYZ$ が二等辺三角形
 であることの判断で,
 S_1 は $\triangle XYZ$ の一辺で,
 S_2 は $\triangle XYZ$ の一辺で,
 S_3 は $\triangle XYZ$ の一辺で,
 S_1 は S_2 と合同ならば,
 THEN $\triangle XYZ$ は二等辺三角形であると
 判断せよ。

ACTは、学習の初期の段階では、宣言型に符号化された知識を、一般的な解釈手続きと呼ばれるプロダクションルールで解釈して使用する。しかし、学習が進むにつれて、宣言型に符号化されていた情報を埋め込んだ特殊化したプロダクションルール—例えば、表1のような宣言型知識を、表2のような一般的解釈手続き知識（プロダクション）を利用して使用するうちに、表3のような手続き型知識（特殊化したプロダクション）が獲得される—が形成される（詳細は、狩俣、1993を見よ）。ACTが、このような特殊化したプロダクションを獲得すると、ACTは、宣言型知識の解釈過程を経ずに、特殊化したプロダクションを直接使用して情報処理を行うことができるようになる。このような知識使用の段階が手続き的段階と呼ばれるものである。

さらに、ACTは、合成、一般化、弁別などの知識の調整により、新しい知識を獲得する。人間の知識の獲得や技能の向上は、宣言的段階から手続き的段階への移行や知識の合成、一般化、弁別等の知識の調整で説明される。

Andersonは、ACTを、コンピュータ上で問題解決をする人工知能—LISPを使用して表している—として表現している。

Andersonの膨大な理論を本論の紙頁だけで概観することは不可能である（例えば、狩俣、1993, P13-P33を参照せよ）。

3. 方法

3.1 被験者

沖縄市内の中学三年生12名が本研究の被験者になった。被験者に初等幾何の証明問題を与え発語思考で解かせ言語プロトコルを採取することにした。

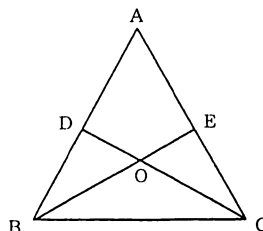
3.2 課題

$\triangle ABC$ で $AB=AC$,

線分BEは $\angle B$ の2等分線

線分CDは $\angle C$ の2等分線とすると、

$BE=CD$ を証明しなさい。



※0は実際は表記されていない

3.3 プロトコルの採取

プロトコルの採取は一人ひとり個別に次の手順で行われた。

プロトコルの採取に先だって、実験者（筆者）は、被験者に対して「中学生がどのように問題を解くのか知りたいのでこれから説明する発語思考で問題を解いてほしい」と告げた。

プロトコルの採取は、被験者と実験者がテーブルを挟んで対面して行われた。

まず、被験者は発語思考の訓練を受ける。

発語思考の訓練は、最初に、自宅の玄関の入口の扉を開けて入って、自分の部屋の机に向かって腰掛けるまでの行動を空想で実行させ、見えるものの全てを報告させた。次に3桁の数と2桁をたす計算を暗算で実行させ声に出して語らせた。

発語思考の訓練を終えた後、被験者に対して課題が提示され発語思考で解決することが求められた。

3. 4 プロトコル分析

録音された被験者のプロトコルは一字一句そのまま筆写 (transscript) された。筆写されたプロトコルは分節化され、要約された後、コード化された。分節化というのはコード化できるように概ね単独なユニットに分けることであり、分節化の手がかりは、文の終わり、フレーズ (句)、ポーズ (休止)、あるいは、ひとつのアイデアの終了である。要約とは、分節化されたプロトコルを問題局面ごとに大まかに把握するために整理することを言う。コード化というのは、分節の内容を、形式言語に翻訳することである。何を形式言語にするかは研究の性質や関心のある仮説に依存する。本研究の目的は、被験者の問題解決をACTに照らして理解することであり、また、本研究の関心は、主として、被験者がたどる目標と下位目標の系列ならびに、被験者が使用したスキーマとプロダクションの集合である。したがって、必要な形式言語は、証明木 (proof tree notation)、スキーマの宣言型符号化表現 (declarative coding notation)、プロダクション・ルール (production rule) で十分である。

4. 結果

被験者から採取したプロトコルを、問題を解決したプロトコルと、問題を解決できていないプロトコルに分類した。その結果、問題を解決したものが5人、解決できないものが7人であった。

そこで、問題を解決できた被験者Sのプロトコルと、問題を解決できなかった被験者Kのプロトコルを前述した方法でプロトコル分析することにした。

4. 1 Sの問題解決

Sが問題を読み始めて問題を解き終えるまでに2分58秒を要した。Sが問題読解に要した時間は58秒、問題解決に要した時間は2分であった。Sの言語プロトコルを前述の手順にもとづいて分節化したものが表4のプロトコルである。また、表5は、プロトコルの要約である。

表4 Sの問題解決のプロトコル

1. $\triangle ABC$ で $AB=AC$
 2. $\triangle ABC$ は二等辺三角形
 3. 線分BEは $\angle B$ の2等分線
(等しい角にするしをつけた)
 4. 線分CDは $\angle C$ の2等分線
(等しい角にするしをつけた)
 5. とするとき
 6. $BE=CD$ を証明しなさい。
 8. $BE=CD$ を証明する。
 9. この三角形は二等辺三角形だから $\angle B$ と $\angle C$ は等しい。
 10. … (8秒)
- ※「考えていることを声に出して下さい」と実験者が被験者の発語をうながす。
11. 多分、 $BE=CD$ を証明するには三角形DBCと三角形ECBが合同であることを示せばよい。
 12. えーと、まず… (3秒)
 13. BCとCBは共通で等しい。
 14. えーと、この三角形の $\angle DBC$ と、この三角形の $\angle ECB$ は等しい。
 15. … (5秒)
 16. $\angle B=\angle C$ で… (2秒)
 17. えーと、 $\angle DCB$ は $\angle C$ の $\frac{1}{2}$ 、そして、 $\angle ECB$ は $\angle B$ の $\frac{1}{2}$ だから等しい。
 18. えーと、1辺と両端の角が等しいから三角形DBCと三角形ECBは合同。合同だから $BE=CD$ 。

表5 Sのプロトコルの要約

- 第1段階：問題表現 $BE=CD$ (goal)
を証明したい。
- 第2段階：後ろ向き推論 (問題の再表現)
 $\triangle DBC \equiv \triangle ECB$ (subgoal)
を示せばよい。
- 第3段階：前向き推論 ASAによって
 $\triangle DBC \equiv \triangle ECB$ が示された。

Sは、問題説明文と図を照合しながら慎重に問題を読んだ（分節番号1-6）。Sが問題を読解して獲得した問題全体についての全体像（問題表現）は、表6のようなものだと考えることができる。ACT理論によれば、Sが獲得した問題表現は、宣言型に符号化されている。また、この問題表現には、問題文の問題説明に示されている以上の情報が入っている。Sは問題を読んだ時点で問題解決への明確なアプローチプランを持っていない。

表6 Sの問題表現（宣言型符号化表現）

背景情報
△ABCは二等辺三角形
△ABCでAB=AC
∠B=∠C
∠DBE=∠EBC= $\frac{1}{2}$ ∠B
∠ECD=∠DCB= $\frac{1}{2}$ ∠C
∠DBE=∠EBC
=∠ECD=∠DCB
証明陳述
BE=CD
方 法
明確なアプローチプランなし

Sは、問題解決へのアプローチプランを模索し始めた（分節番号10）— 実際、Sのプロトコル採取後、実験者は、Sに対して、録音を再生して聞かせて、「分節番号10」の空白部分について、何を考えていたかについて質問したが、Sは、△DOBと△EOCの2つの三角形が利用できないかどうかを考えていたと答えた。

結局Sは、後ろ向き推論で、「BE=CD」のサブゴールとして「△DBC≡△ECB」を導出した（分節番号11）。

Sの推論の軌跡1 後ろ向き推論

BE=CD (goal)
↓
△DBC≡△ECB (subgoal 1)

Sは、この時点で、問題解決に向けた明確なアプローチプランを持つことができた。Sがこの時点で獲得した問題の表現は表7の通りだと考えることができる。

表7 Sの問題表現（宣言型符号化構造）

背景情報
△ABCは二等辺三角形
△ABCでAB=AC
∠B=∠C
∠DBE=∠EBC= $\frac{1}{2}$ ∠B
∠ECD=∠DCB= $\frac{1}{2}$ ∠C
証明陳述
BE=CD (goal)
下位目標
△DBC≡△ECB (subgoal) ※
方 法
下位目標を攻略する ※

※で示した部分は最初に獲得した問題表現と異なる部分

Sは下位目標を攻略するために前向き推論を開始した（分節番号12）。

まず、Sは、「共通」を理由にして、BC=CBを導出した。

次に、Sは、背景情報にある∠B=∠Cを使用して、∠DBC=∠ECBを導出した。

さらに、Sは、∠DCB= $\frac{1}{2}$ ∠C、∠EBC= $\frac{1}{2}$ ∠Bと∠B=∠Cを使用して、∠DCB=∠EBCを導出した。

最後に、Sは、これらを、前向き推論でASAに結び付けて、 $\triangle DBC \equiv \triangle ECB$ を導出して証明を終えた。

Sの推論の軌跡2 前向き推論

$$\begin{array}{c} BC=CB \\ \uparrow \\ \text{(共通)} \end{array}$$

Sの推論の軌跡3 前向き推論

$$\begin{array}{c} \angle DBC = \angle ECB \\ \uparrow \\ \angle B = \angle C \end{array}$$

Sの推論の軌跡4 前向き推論

$$\begin{array}{c} \angle DCB = \angle ECB \\ \nearrow \quad \uparrow \quad \nwarrow \\ \angle B = \angle C \quad \angle DCB = \frac{1}{2} \angle C \quad \angle ECB = \frac{1}{2} \angle B \end{array}$$

Sの推論の軌跡5

$$\begin{array}{c} \triangle DBC \equiv \triangle ECB \text{ (subgoal)} \\ \uparrow \\ \text{ASA} \\ \nearrow \quad \uparrow \quad \nwarrow \\ BC=CB \quad \angle DBC = \angle ECB \quad \angle DCB = \angle ECB \end{array}$$

4.2 Kの問題解決

Kが問題読解に要した時間は38秒、問題の解決に要した時間は2分40秒であった。表8はKの分節化されたプロトコルである。また、表9は、プロトコルの要約である。

表8 Kの言語プロトコル

1. $\triangle ABC$ で $AB=AC$,
 2. 線分BEは $\angle B$ の2等分線
 3. 線分CDは $\angle C$ の2等分線
 4. とするとき
 5. $BE=CD$ を証明しなさい。
(図中BE, CDにしるしをした)
 6. $BE=CD$ を証明する
 7. ... (9秒)
- ※「考えていることを声に出して下さい」と実験者が被験者の発語をうながす
8. $AB=AC$ だから $\triangle ABC$ は2等辺三角形
(AB, ACにしるしをした)
 9. 二等辺三角形だから $\angle B = \angle C$
 10. ... (8秒)
- ※「考えていることを声に出して下さい」と実験者が被験者の発語をうながす。
11. BEは、 $\angle B$ の二等分線でことここは等しい(図中 $\angle DBE$, $\angle ECB$ にしるしをした)
 12. CDは $\angle C$ の二等分線だからことここは等しい(図中 $\angle ECD$, $\angle DCB$ にしるしをした)
 13. ... (9秒)
- ※「考えていることを声に出して下さい」と実験者が被験者の発語をうながす。
14. CDとBEの交ったところをOすると
 15. 2つの角が等しいから $\triangle OBC$ は二等辺三角形...
 16. $OB=OC$...
 17. ... (3秒)
 18. $CD=CB$... (4秒)
 19. ちょっとむずかしくなってきた。

表9 Kのプロトコルの要約

第1段階：問題表現

$BE=CD$ (goal)
を証明したい。

第2段階：前向き推論

$\triangle ABC$ で $AB=AC$ だから
 $\triangle ABC$ は二等辺三角形、
 $\angle B=\angle C$

第3段階：前向き推論

BE は、 $\angle B$ の二等分線だから
 $\angle DBE=\angle EBC$
 $\angle CD$ は、 $\angle C$ の二等分線だから
 $\angle ECD=\angle DCB$

第4段階：前向き推論

CD と BE の交点を O すると
三角形 OBC は二等辺三角形
よって、 $OB=OC$ (断念)

Kは、問題説明文と図を照合しながら問題を
読んだ(分節番号1-6)。Sが問題を読解し
て獲得した問題全体についての全体像(問題表
現)は、表10のようなものだと考えることが
できる。

表10 Kの問題表現(宣言型符号化表現)

背景情報

$\triangle ABC$ は二等辺三角形
 $\triangle ABC$ で $AB=AC$
 $\angle B=\angle C$
 $\angle DBE=\angle EBC=\frac{1}{2}\angle B$
 $\angle ECD=\angle DCB=\frac{1}{2}\angle C$

証明陳述

$BE=CD$ (goal)

方 法

明確なアプローチプランはなし

Kは、解決にむけた明確なアプローチプラン
を持たないままに、いくつかの前向き推論を実
行した。推論の軌跡1~4は、Kの言語プロト
コルに見られた推論の軌跡を表す証明木表現で
ある。

Kは、まず、 $AB=AC$ から、 $\triangle ABC$ は2等辺
三角形を導出し、さらに、そのことから、 $\angle A=
\angle B$ を導き出した(分節番号8-10)。

Kの推論の軌跡1(前向き推論)

$\angle B=\angle C$
↑
 $\triangle ABC$ は2等辺三角形
↑
 $AB=AC$

Kは、「角の二等分線」に着目して推論を開
始した。まず、 BE が $\angle B$ の二等分線であること
から $\angle DBE=\angle EBC$ を導出した。また、 CD が
 $\angle C$ の二等分線であることより $\angle DCE=\angle DCB$
を導き出した(分節番号11-13)。

Kの推論の軌跡2(前向き推論)

$\angle DBE=\angle EBC$
↑
 BE は $\angle B$ の二等分線

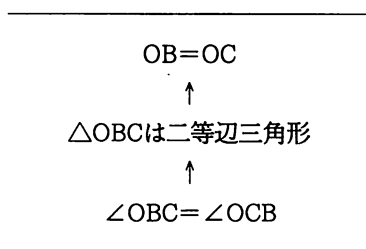
Kの推論の軌跡3(前向き推論)

$\angle DCE=\angle DCB$
↑
 CD は $\angle C$ の二等分線

Kは、 CD と BE の交点に着目して推論を開始
した。まず、Kは、 $\angle OBC=\angle OCB$ により、底
角が等しいことを理由にして、 $\triangle OBC$ は二等

辺三角形を導出し、さらに、このことより、 $OB=OC$ を導きだした(分節番号14-16)。Kはこの直後に問題へのアクセスを中止した。

Kの推論の軌跡4 (前向き推論)



4. 3 後ろ向き推論の表出

SとKの言語プロトコルの比較から、Sが後ろ向き推論を使用して問題を解決したのに対して、Kは前向き推論のみを使用して問題にアクセスしたことが明らかになった。

そこで、問題を解決した被験者を「ゴールに到達した群」、解決できなかった被験者を「ゴールに到達できない群」として、両群の間の後ろ向き推論の表出を比較してみた(表11)。

その結果、ゴールに到達した群では、5人中4人が後ろ向き推論を使用していた。他方、ゴールに到達できない群では、7人うちの全員が前向き推論のみで問題にアクセスしており、7人全員が後ろ向き推論を使用していなかった。

χ^2 検定の結果、「問題解決に後ろ向き推論を使用した問題解決者の人数」は、ゴールに到達した群に有意な偏りがあった[$\chi^2(1)=5.185, p<0.05$]。

表11 後ろ向き推論使用の比較

群名	後ろ向き推論を使用した(人)	前向き推論のみを使用した(人)
ゴールに到達した	4	1
ゴールに到達できない	0	7

$$\chi^2(1)=5.185, p<0.05$$

ところで、前向き推論のみを使用してゴール

に到達した被験者が1人いたが、彼女は、前節のKと同様に、CDとBEの交点をOとし、 $\triangle OBC$ が二等辺三角形であることを利用して $OB=OC$ を導き出した瞬間、幸運にも、 $\triangle ODB \cong \triangle OEC$ であることに気付き、そのことから $OD=OE$ を導出し、 $BE=BO+OE, CD=CO+OD$ を導き出して $BE=CD$ (goal) に到達した。

5. 考察

中学生の幾何の証明問題の解決においても、熟練者の問題解決と同様(狩俣, 1994)にゴールからの後ろ向き推論が重要な役割を演じることが示唆された。

「ゴールに到達した群」と「ゴールに到達できない群」で、後ろ向き推論の使用者がゴールに到達した群に有意な偏りがあったことは、幾何の証明問題の解決における後ろ向き推論の大切さを示唆する。

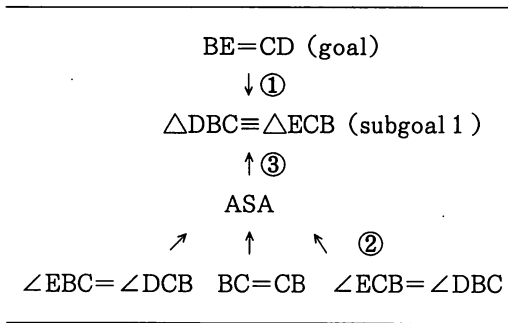
例えば、Sの問題解決を概括すると、Sは、ゴールからの後ろ向き推論でトップダウンにサブゴールを降ろしてきて、その後に、前提からの前向き推論によって、サブゴールを攻略するという双方向の推論によって問題を解決した。

Sの問題解決ルートの概要は、表12に示す通りである。

Sの問題解決ルートは、証明すべき陳述(ゴール)から出発して、証明陳述をサブゴールに後ろ向きにブレイクダウン(break-down)する上部構造と、サブゴールに収束するパス(path)を前向きに探索する下部構造からなる。この構造は、数学の熟練者(大学院生)が専門領域の問題—Banach空間の部分集合として定義されたある集合が閉集合であることを証明する問題—toアクセスしたときの問題解決ルートの構造と類似している(狩俣, 1994)。

他方、Kの問題解決は、問題の理解においては、Sと大きな違いはなかった(表6, 表10)にもかかわらず、サブゴールを導出することができないために、複数の前向き推論をゴールに収束させることができなかった。実際、SとKが前向き推論によって導出した知識(知識の獲

表12 Sの問題解決ルートの概要



得)には大きな違いはなく(表13),むしろ,前向き推論を何処に収束させるかという知識(下位目標)の有無において異なっている。

サブゴールには,一般に,2つの機能があることが考えられる。第1は,推論の収束先を明示する機能であり,第2は,問題が解けていない知識状態から問題が解決したときの知識状態に至るまでの中間的な知識状態を示す機能である。SとKの問題解決の差は前者の機能に依存するものであろう。

表13 SとKが獲得した知識の比較

推論の内容	有	
	S	K
① $\triangle EBC \equiv \triangle DCB$ (下位目標)	○	
② $\angle EBC = \angle DCB$	○	○
③ $\angle ECB = \angle DBC$	○	○
④ $BC = CB$	○	
⑤ $\angle B = \angle C$	○	○
⑥ $OB = OC$		○
⑦ $\triangle OBC$ は二等辺三角形		○
⑧ASA (合同条件)	○	

※○は推論によって獲得した知識

すなわち, Sが, 目標からの後ろ向き推論によって, 何を攻略すべきかを絞り込み, 「 $\angle EBC = \angle DCB$, $\angle ECB = \angle DBC$, $BC = CB$ 」を揃えることに努力を集中することができたのに対して, Kは, 前向き推論において, Sと「ほぼ同じ内容」の推論をしながらも「解決に向けたアプローチプラン」を導出し得ないために前向き推論を収束させることができなかった。このことが, SとKの問題解決の違いである。

SとKの振舞の違いは, 物理学の熟練者が問題解決の大局的プランを述べる事ができたのに対して, 初心者には, それができずに一挙に解決の詳細に入ってしまったとする研究 (Chi, Feltovich, Glaser, 1981) を想起させる。

ところで, 情報処理心理学では, 人間の行動一思考を含めて一の前提に知識 (self-knowlege) の存在を仮定する。ACT理論によれば, Sが行ったような後ろ向き推論がスムーズに行えるようにするためには, 例えば, 表14のような手続き型のプロダクションで表現される知識が, 既有知識 (self-knowlege) として獲得されていなければならない。

Sのプロトコル (分節番号11) はSがこのような知識を持っていることを支持する証拠である。

表14 後ろ向き推論のための知識

P3 : IF 2つの辺の長さが等しいことを証明することがゴールならば,
THEN 2つの辺を含む2つの三角形を発見して, これらが合同であることを示すサブゴールを設定せよ。

5. 結論

初等幾何の論証(証明)に成功した生徒は, 「後ろ向き推論」を行って問題を再表現することで, サブゴールについての情報を埋め込んだ問題スキーマを獲得し, 前向き推論をゴールに収束させることができた。

他方, 問題解決に失敗した生徒は「後ろ向き推論」を行うことができないために, 攻略すべき目標(サブゴール)を見い出せず無意味な前向き推論に終始した。

中学生の論証の問題解決も, 熟練者と同じように, 双方向の推論によってなされることが示された。また, 幾何の論証に失敗する生徒の多くが前向き推論のみでアクセスするためにゴールに到達できないことが示唆された。

本研究の今後の課題は、幾何の論証に失敗する生徒が、後ろ向き推論を用いることができない理由についての情報—表14のようなプロダクションを獲得させると解決できるのかの検討も含めて—を集めることである。

本研究の成果は、認知心理学の情報処理アプローチによって実証的に上記の結論を導き得たことである。

謝 辞

本研究に協力していただいた沖縄市立美里中学校教諭の津波古直也氏に感謝する。また、同校3年生の宮城用一郎君に感謝する。

引用文献

Koedinger, K.R & Anderson, J.R, 1990, Abstract Planning and Perceptual Chunks: Elements of Expertise in Geometry, *Cognitive Science*, 14, 511-550, 1990.

Anderson, J.R, 1983, Acquisition of Proof Skills in Geometry, in *Machine Learning*, R.S, Michalski (Ed), Tioga Publishing Company, 1983.

Anderson, J.R, 1986, Knowledge Compilation: The General Learning Mechanism, in *Machine Learning*, R.S, Michalski (Ed), Tioga Publishing Company, 1986.

Simon, H.A, 1981, *The sciences of the artificial*, 2nd ed, MIT press.

Posner, M.I, 1989, *Foundations of Cognitive Science*, 1989, Massachusetts Institute of Technology.

Chi, R.G.L & Glaser, M.J, 1981, Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science* 5(2), 121-152.

H.Kahney, 1986, *Problem solving: A Cognitive Approach*, Open University.

狩俣智, 1993, 幾何の学習に於ける前向き推論型例証と双方向推論型例証の効果, 琉球大学大学院教育学研究科(学位論文)。

狩俣智, 1994, ACTによる熟練者の問題解決研究, 琉球大学教育学部附属教育実践研究指導センター紀要, 第2号, 65-75.