琉球大学学術リポジトリ

# 有限モノドロミー群をもつ超幾何微分方程式の Schwarz map



| メタデータ | 言語:<br>出版者: 加藤満生<br>公開日: 2009-02-27<br>キーワード (Ja):<br>キーワード (En): hypergeometric function, monodromy group, Schwarz map<br>作成者: 加藤, 満生, Kato, Mitsuo<br>メールアドレス:<br>所属: |
|---|---|
| URL | http://hdl.handle.net/20.500.12000/8947 |

# 有限モノドロミー群をもつ超幾何微分方程式の Schwarz map

(12640031)

平成１２～１３年度科学研究費補助金(基盤研究(C)(2))

研究成果報告書

平成１４年３月

研究代表者　　加藤満生

(琉球大学教育学部教授)

## はじめに

有限既約なモノドロミー群をもつ Gauss の超幾何微分方程式は H. A. Schwarz により完全に分類されている。その際、１次独立な２つの解の比による射影球面への (多価) 写像の考察が有効な役割を果たした。本研究では、一変数または多変数の幾つかの超幾何微分方程式について、有限既約なモノドロミー群をもつための条件、また、そのとき１次独立な解の比によって定義される射影空間への (多価) 写像–Schwarz map–を調べる。

## 研究組織

研究代表者　：加藤満生（琉球大学教育学部教授）

## 研究経費

| | |
|---|---|
| 平成１２年度 | 500 千円 |
| 平成１３年度 | 500 千円 |
| 計 | 1,000 千円 |

## 学会誌への研究発表

M. Kato, A simple Pfaffian form representing the hypergeometric differential equation of type (3,6), Kyushu J. of Math. Vol. **54** (2000) 219–224.

M. Kato, Appell's hypergeometric systems $F_2$ with finite irreducible monodromy groups, Kyushu J. of Math. Vol. **54** (2000) 279–305.

## 研究成果

研究成果の概要

Gauss の超幾何微分方程式の拡張として一般型 ${}_{n+1}F_n$, Appell 型 $F_1$, $F_2$, $F_3$, $F_4$, $(k,n)$ 型超幾何微分方程式等がある。本研究では，主に Appell $F_2$ と $E(3,6)$ 及び ${}_3F_2$ に対して以下の研究を行った.

1）有限既約なモノドロミー群をもつ Appell $F_2$ を決定した. その条件は $F_2$ がもつ5個のパラメータによって言い表され，本質的に5種類に分類される. そのいずれの場合もモノドロミー群は簡単な可換群と unitary reflection group との半直積になっている. そこに現れる reflection group は Shephard-Todd の分類表の中の imprimitive な G(2,2,4) と primitive な No.28,30,32 の群である. No.30 の reflection group は2種の $F_2$ のモノドロミー群に現れるが, 半直積を構成するもう一方の要素である可換群の方が異なっている. 5種の $F_2$ の微分方程式系のうち4つは、1次独立な解4個の間に2次関係式が存在する. 残りの1つ, No.32 の unitary group をふくむモノドロミー群を持つ微分方程式については，その解の間に成立する関係式はまだわかっていない. 今後の研究課題の1つである.

2）$E(3,6)$ 型微分方程式系は $\mathbf{C}^4$ 上定義された rank 6 の微分方程式系と本質的に同じである. それが有限モノドロミー群を持つときに その6つの基本解の間に成立する関係式, さらに一般に基本解の不変式を求めることは今後の課題であるが, そのために微分方程式系を単純な Pfaffian 形式に表した. これにより例えば無限遠での特性指数は直ちにわかる.

3) Imprimitive な有限既約モノドロミー群をもつ一般型 ${}_nF_{n-1}$ のある無限系列に対し、その (射影) モノドロミー群と Schwarz Map を詳しく調べた。その微分方程式の解は代数方程式

$$y^n + xy^p - 1 = 0$$

の解で一般型2項関数と呼ばれる $\psi(-1/n, -p/n, x)$ と密接な関係がある。実際、Schwarz Map の像は、$n-1$ 次元射影空間 $\mathbf{P}^{n-1}$ 内で $n$-変数の基本対称式のうちの $n-2$ 個の共通零点としてあらわされる。また、3次方程式の解に関するカルダノの公式は、$\psi(-1/3, -1/3, x)$ と ${}_3F_2$ の関係及び ${}_3F_2$ の簡単な理論を用いて、完全に級数論の範囲内で導き出せる。

論文目次