

琉球大学学術リポジトリ

3次元空間内の球の配置の研究

メタデータ	<p>言語:</p> <p>出版者: 前原潤</p> <p>公開日: 2009-03-23</p> <p>キーワード (Ja):</p> <p>キーワード (En): arrangement of balls, knotted necklace, piercing balls, almost halving-plane, representation of a graph</p> <p>作成者: 前原, 潤, 加藤, 満生, 松本, 修一, 徳重, 典英, Maehara, Hiroshi, Kato, Mitsuo, Matsumoto, Shuichi, Tokushige, Norihide</p> <p>メールアドレス:</p> <p>所属:</p>
URL	<p>http://hdl.handle.net/20.500.12000/9347</p>

3次元空間内の球の配置の研究

11640129

平成 11 年度～平成 12 年度科学研究費補助金 (基盤研究 (C)(2))
研究成果報告書

平成 13 年 3 月
研究代表者 前原 闊
(琉球大学教育学部教授)

はじめに

円や球の配置に関する研究は、容器にものを詰めるといったような日常的な問題をはじめ、物理学や工学の問題などへの応用範囲の広い研究である。3次元の最密充填問題(いわゆるケプラーの問題)も1998年にやっと解決されたばかりで、球の配置に関する研究は、これからやるべきことが多い分野である。

今回の科学研究費の補助を受けた研究では、特に(1)結び目をなす球の配列、(2)球の配列によるグラフの実現、(3)球の族を刺す直線、(4)球の族の平面による分割、に関して多くの結果を得た。この報告書では、主にこれら4点に関する研究結果を収録した。

研究組織

研究代表者：前原 闊 (琉球大学教育学部教授)
研究分担者：加藤満生 (琉球大学教育学部教授)
研究分担者：松本修一 (琉球大学教育学部教授)
研究分担者：徳重典英 (琉球大学教育学部助教授)

研究経費

平成 11 年度	1,200 千円
平成 12 年度	1,200 千円
計	2,400 千円

研究発表

(1) 学会誌等

- A.Kaneko, H.Maehara, and M.Watanabe, On the number of acute triangles in a straight-line embedding of a maximal planar graph, *J. Combin. Theory B* 75(1999) 110–115.
- H.Maehara, Lexell's theorem via an inscribed angle theorem, *Amer. Math. Monthly*, 106(1999) 352–353.
- H.Maehara and A.Oshiro, On knotted necklaces of pearls, *European J. Combinatorics*, 20(1999) 411–420.
- H.Maehara, Geometry of frameworks, *Yokohama Math. J.* 47(1999) 41–65.
- H.Maehara, Configuration spaces of pentagonal frameworks, *European J. Combinatorics* 20(1999) 839–844.
- H.Maehara, H.Noha, Arranging solid balls on a table to make a k-component link, *Ryukyu Mathematical Journal* 12(1999) 31–35.
- H.Maehara and A.Oshiro, On Soddy's hexlet and a linked 4-pair, *Proc. JCDCG'98* (Ed. by J. Akiyama et al) Springer (2000) 188–193.
- S.V.Gervacio and H.Maehara, Subdividing a graph toward a unit-distance graph in the plane, *European J. Combinatorics* 21(2000) 223–229.
- H.Maehara, Can a convex polyhedron have a developable face-cycle?, *Theoretical Computer Science* 235(2000) 267–240.
- H.Maehara and A.Oshiro, Cutting a set of discs by a line with leaving many intact disks in both sides, *J. Combin. Theory A* 90(2000) 235–340.
- H.Maehara and A.Oshiro, On knotted necklaces of pearls and Simon's energies, *Yokohama Math. J.* 47(2000) 177–185.
- H.Maehara and A.Oshiro, Piercing balls sitting on a table by a vertical line, *European J. Combinatorics* 21(2000) 509–517.
- Y.Itoh, H.Maehara and N.Tokushige, Oriented graphs generated by random points on a circle, *J. Appl. Prob.* 37(2000) 534–539.
- H.Maehara and S.Ueda, On the waiting time in a janken game, *J. Appl. Prob.* 37(2000) 601–605.
- H.Maehara, On families of nonoverlapping balls, *Ryukyu Math. J.* 13(2000) 47–59.
- M.Kato, A simple pfaffian form representing the hypergeometric differential equation of type (3,6), *Kyushu J. Math.* 54(2000) 219–224.

- M.Kato, Appel's hypergeometric systems F_2 with finite irreducible monodromy groups, *Kyushu J. Math.* 54(2000) 279–305.
- S.Kudaka and S.Matsumoto, Uncertainty principle for proper time and mass, *J. Math. Physics* 40(1999) 1237–1245.
- S.Matsumoto, Proper time as an operator, *Ryukyu Math. J.* 12(1999) 37–51.
- P.Frankl and N.Tokushige, Erdős-Ko-Rado theorem for integer sequence, *Combinatorica* 19(1999) 55–63.

(2) 口頭発表

- H.Maehara: Arranging solid balls to represent a graph II, 位相幾何学的グラフ理論研究集会、横浜国立大学 11/4–11/5, 1999
- H.Maehara: Playing with a set of disjoint balls, JCDCG'99, 東海大学(代々木校舎) 東京、11/26–11/27, 1999.
- H.Maehara: On the minimum distance among n random points on a sphere, 日仏蔵王会議、山形県蔵王温泉、10/5–10/8 2000
- H.Maehara: On acute triangulations of quadrilaterals, 位相幾何学的グラフ理論研究集会、横浜国大 11/16–11/17 2000
- H.Maehara: Acute triangulations of polygons, JCDCG'2000 東海大学(代々木校舎) 東京、11/23–11/26 2000
- H.Maehara: 多角形の鋭角三角形分割として得られるグラフについて、応用数学合同研究集会、龍国大学(瀬田) 12/20–12/22 2000
- M.Kato, Appel's F_2 with finite irreducible monodromy groups, 超幾何系ワークショップ in 神戸'99, 神戸大 11/30–12/3, 1999
- S.Matsumoto, ガリレイ群の拡大 → 固有時と質量の間の不確定性、日本数学会、広島大学、9月 1999
- N.Tokushige, 3-wise 2-intersecting Sperner families, University College London, 数学セミナー 1999年11月
- N.tokushige, Distance graphs in Euclidean space, ハンガリー科学アカデミー数学研究所、組合せ論セミナー、2000年4月
- N.Tokushige, Multiply intersecting families, ハンガリー科学アカデミー数学研究所、極値集合論セミナー 2000年5月
- N.Tokushige, Some problems on distance graphs in Euclidean space, University College London, 組合せ論セミナー 2000年11月

研究成果

研究成果の概要

1. [結び目をなす球の配置について] 単位球の巡回列で結び目を作るとき、15球あれば可能である。距離が $2 + \sqrt{2}$ 離れた2枚の平行な平面の間にはさむことができる単位球の巡回列の場合は、結び目を作るのに16球以上必要で、三葉結び目の場合に限り、ちょうど16球で作ることができる。球の大きさがまちまちでよければ、12球で結び目を作ることができる。

2. [球の配列によるグラフの実現について] 3次元空間内で、グラフの各頂点を球で、各辺を球と球を結ぶ、球の列からなる鎖で実現する。ただし、球どうしはオーバーラップしないものとする。頂点数 n の完全グラフのを実現するのに必要な球の最小個数 b_n について、 $c_1 n^3 < b_n < c_2 \log n$ という評価を得た。すべての球がテーブルの上に置かれた状態でグラフを実現する場合も、必要な個数について類似の評価を得た。

3. [球の族を刺す直線について] d -次元空間 R^d 内の互いに交わらない n 個の球の族 F に対して、ある方向を選べば、その方向の直線では、 $O(\sqrt{(1 + \log \lambda)n \log n})$ より多くの球を刺すことはできない。ただし、 $\lambda = (\text{最大半径})/(\text{最小半径})$ である。一方、任意の $n \geq d$ について、 R^d 内の n 個の球からなるある族 F では、どんな方向を指定しても、その方向のある直線で F の中の $n - d + 1$ 個以上の球を刺すことができる。テーブルの上に置かれている球の族を、垂直な直線で刺す場合についても、刺す個数の平均の上限の評価を得た。

4. [球の族の平面による分割について] R^3 内の互いに交わらない n 個の球の族については、 $\log \lambda = o((n/\log n)^{1/3})$ なら、どちら側にも約半数の無傷な球が残るように、その族を一枚の平面で切ることができる。

論文 目次

1. On families of nonoverlapping balls	7
2. On knotted necklaces of pearls	20
3. Arranging solid balls on a table to make a k-component link	34
4. On knotted necklaces of pearls and Simon's energies	39
5. On Soddy's hexlet and a linked 4-pair	49
6. Arranging solid balls to represent a graph	56
7. Piercing a set of disjoint balls by a line	85
8. Piercing balls sitting on a table by a vertical line	92
9. Cutting a set of disks by a line with leaving many intact disks in both sides	105
10. Cutting a bunch of grapes by a plane	110