

琉球大学学術リポジトリ

水平管群を流下する液膜表面波の生成とガス吸収促進の機構解明

メタデータ	言語: 出版者: 野底武浩 公開日: 2009-06-29 キーワード (Ja): 表面波, ガス吸収, 流下液膜, 拡散, 水平管, 物質移動, 物質伝達 キーワード (En): Mass transfer, Liquid film, Mass diffusion, Gas absorption, Horizontal tubes, Surface wave 作成者: 野底, 武浩, 儀間, 悟, 宮良, 明男, Nosoko, Takehiro, Gima, Satoru, Miyara, Akio メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/11007

第1章

水平管を流下する液膜の流動と

ガス吸収促進機構の解明

記号表

A	管の表面積	m^2
A_n	ベキ級数の定数	
B	無次元の界面伝達率	
c	液体中の局所溶質濃度	kgm^{-3}
c_0	入り口部の液体中の溶質濃度	kgm^{-3}
c_∞	ガスの実際の分圧と平衡しヘンリーの法則によって決められる界面濃度	kgm^{-3}
C_{air}	空気で飽和した水の溶存酸素濃度	kgm^{-3}
C_b	液膜のバルク中の Fe イオンの濃度	kgm^{-3}
C_{in}	吸収器入り口部での水の溶存酸素濃度	kgm^{-3}
C_{out}	吸収器出口部での水の溶存酸素濃度	kgm^{-3}
C_{O_2}	O_2 100%ガスを水中にバブリングしつつ測定した飽和溶存酸素濃度	kgm^{-3}
C_s	気相の O_2 の分圧に対応した飽和溶存酸素濃度	kgm^{-3}
C_w	電極面での Fe イオンの濃度	kgm^{-3}
d	管と管の間隔	m
D	銅円管の外径または物質拡散係数	m or m^2s^{-1}
D_0	25℃における水の物質拡散係数	m^2s^{-1}
g	重力加速度	ms^{-2}
f	周波数	Hz
H	液供給管と測定管との間隔(<i>Sideman</i> らの実験)	m
H_n	固有関数	
k	局所物質伝達率	ms^{-1}
k_L	平均物質伝達率	ms^{-1}
k_x	物質伝達率(<i>Sideman</i> らの実験)	ms^{-1}
\bar{k}	平均物質伝達率(<i>A.TAMIR&Y.TAITEL</i> らの研究)	ms^{-1}
L_s	管と管の間隔(<i>Nosoko</i> らの研究)	m
L_{wt}	円管のспан方向の濡れ長さ	m
\dot{m}	管の単位表面積当たりのイオン移動速度	$kgm^{-2}s^{-1}$
ΔM	水の質量	kg
N	管の段数	
P	大気圧	kPa
P_w	円管上を流下する液膜の温度 T に対応する水の飽和水蒸気圧	kPa

Pe	ペクレ数	
Q	液膜の体積流量	m^3s^{-1}
R	管の半径	m
Re	レイノルズ数	
Sc	シュミット数	
Sh	シャーウッド数	
\overline{Sh}	平均シャーウッド数	
t	濃度境界層厚さ	m
Δt	水の捕集時間	s
T	温度または補正後の温度	$^{\circ}C$
T_{in}	吸収器入り口部での水の温度	$^{\circ}C$
T_{out}	吸収器出口部での水の温度	$^{\circ}C$
T_{DO}	測定器の読みの温度	$^{\circ}C$
u	局所の流速	ms^{-1}
u_s	界面での局所流速	ms^{-1}
\bar{u}	平均流速	ms^{-1}
x	流れ方向座標	
y	x に垂直な座標	
z	流れ方向の無次元座標	
Γ	液膜の単位幅当たりの流量	m^2s^{-1}
β	補正係数	
γ	傾斜角度	$^{\circ}$
δ	液膜厚さ	m
δ_R	円管の頂点から 90° の位置における円管側部の液膜厚さ	m
η	無次元座標	
θ	無次元濃度または温度	
$\bar{\theta}$	平均無次元濃度	
λ_n	固有値	
μ	水の粘性係数	$Pa \cdot s$
μ_0	$25^{\circ}C$ における水の粘性係数	$Pa \cdot s$
ν	水の動粘性係数	m^2s^{-1}
ρ	水の密度	kgm^{-3}

1. 目的と本研究の概要

1.1 目的

省エネルギー、非電力駆動、そして非フロンである吸収式冷凍機の普及のためには、吸収器を小型化及び低価格にすることが求められており、それには構成要素の中でも特に、吸収器を高性能化し、コンパクトにする必要がある。

吸収器としては水平伝熱管群の表面上に溶液を流下させ冷媒ガスを吸収させる方式が主流であり、多くの冷凍機に採用されている。しかし、流下液膜式の吸収器において、溶液の流れが片寄り、管表面に乾き面の発生や液滴の飛散による流量の減少により吸収器の性能が低下する。その現象は複雑であり、基礎的研究においても液膜の流動状況と冷媒蒸気の吸収特性は十分に明らかにされていない。

これまで著者らは、基礎的知見を得ることを目的として、管径 $D=16\text{mm}$ の銅管の水平管群表面を完全に濡らして流下する液膜の運動とそのガス吸収速度を測定し、管と管の間隔の影響を明らかにした[2]。本研究では管径 D の影響を明らかにするために、管径を $D=10\text{mm}$ 、 6mm と小さくし、液膜流動様子の変化とガス吸収速度を測定し、 $D=16\text{mm}$ での結果と比較検討する。さらに、滑らかな表面の液膜についての理論と比較する。

2.2 概要

緒言

近年、排熱利用による省エネルギー、非電力駆動そして非フロンである吸収式冷凍機が注目されている。その普及のために、構成要素の吸収器を高性能化することが求められている。吸収器は水平伝熱管群の表面上に溶液を流下させ冷媒ガスを吸収させる方式が主流である。しかし、その水平管上の流れは複雑であり、基礎的研究[1]においても液膜の流動状況と冷媒蒸気の吸収特性は十分に明らかにされていない。本研究では、高精度測定が可能な、水の液膜による酸素ガスの吸収系を用いて、管径 D を 6、10、16mm、管の間隔 d を 2、5、10mm と変えて、管表面を完全に濡らして流下する液膜の流動の様子とガス吸収速度を測定し、 D と d の影響を明らかにした。さらに、滑らかな表面の液膜についての理論と比較した。

実験方法

吸収器本体の概略を Fig.1 に示す。酸素を充満させた吸収器内部には、縦一列の水平管が配置されている。熱交換器とオーバーヘッドタンク、バルブにより、温度と流量を一定とされた水道水は、水平管列最上部の散布管から最上段の銅管に散布される。水道水は、各段の管表面を順に流下しながら酸素を吸収した後、最下段の管底中央部に設置された 120mm 幅の回収桶に集められ、濃度測定部へ導かれ、出口の溶存酸素濃度と水温の測定を行う。また、水の流量 Q を測定し、レイノルズ数 Re を求めた。

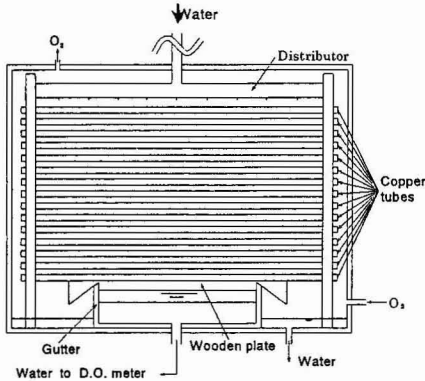


Fig.1 Schematic diagram of the gas absorption apparatus

計算式

物質伝達率 k_L 、および無次元数の定義式は以下の式を用いて行った。

$$k_L = \frac{2\Gamma}{\pi DN} \ln \frac{C_s - C_{in}}{C_s - C_{out}} \quad (1), \quad Re = \frac{Q}{2\nu L_{wt}} \quad (2),$$

$$Sh = \frac{k_L \delta_R}{D_L} \quad (3), \quad Sc = \frac{\nu}{D_L} \quad (4),$$

$$\delta_R = \left(\frac{3\nu^2 Re}{g} \right)^{1/3} \quad (5)$$

ここで、 Γ : 管の単位幅当りの液膜流量 [$m^2 s^{-1}$]、 D : 管の直径 [m]、 N : 段数、 C_s : 飽和溶存酸素濃度 [kgm^{-3}]、 C_{in} : 入り口溶存酸素濃度 [kgm^{-3}]、 C_{out} : 吸収器出口の溶存酸素濃度 [kgm^{-3}]、 Q : 液膜の体積流量 [$m^3 s^{-1}$]、 ν : 水の動粘性係数 [$m^2 s^{-1}$]、 L_{wt} : 桶の長さ [m]、 D_L : 拡散係数 [$m^2 s^{-1}$]、 δ_R : 流下液膜の厚さ [m]、 g : 重力加速度 [ms^{-2}] である。

水平管を流下する滑らかな表面の液膜のガス吸収に関する理論解析

Fig.2 は流下液膜の流れと拡散の様子をモデル化した図である。導入した仮定は以下の3点である。

- ① 管上で滑らかな表面の液膜を形成して流下し、液膜厚さは管方向に一様である。
- ② 管と管の間で、液膜は完全に混合され濃度一様となり、次段の管頂から液膜表面に沿って新たな濃度境界層が発達する。
- ③ 流れ方向の拡散は、境界層厚さ方向の拡散に比べて無視できるほど小さい。

以上の仮定を用いると、管列のいずれの段の管でも相似な濃度境界層が発達することになることから、単一の管について解析すれば良いことになる。ただし、各管の入り口の均一濃度 C_0 は、下段に行くほど増加する。これらの仮定を導入した拡散方程式の解は、ベキ級数解の形で与えられ、 k_L の無次元数であるシャーウッド数 Sh と Re の関係が求められる[2]。

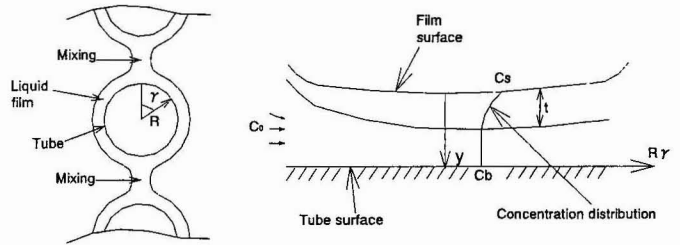


Fig.2 Modeling of boundary layer developing in film

結果及び考察

管上の流れと管間の流れ様子の観察

Fig.3.1 に、管と管の間隔 $d=2mm$ における管径 $D=6mm$ 、10mm、16mm の流れ様子を示す。全ての管径において、管上は液膜流れであり、管と管の間は連続したシート状の液膜を形成して流れている。また、管列全域ではほぼ均一な流れである。

$Re=20$ において、最小径 $D=6mm$ (Fig.3.1 (a)) では、散布管の 30mm 間隔の供給細管から流下方向に筋状の流れが見られ、その筋がある段の所から放射状に広がって消滅していくのが見られる。一方、 $D=10mm$ (Fig.3.1 (c)) および 16mm (Fig.3.1 (e)) では筋状の流れは見られない。最上段の管の水供給細管の所から下段にかけて弱い表面波が放射状に広がってやがて消滅する。その表面波は管径

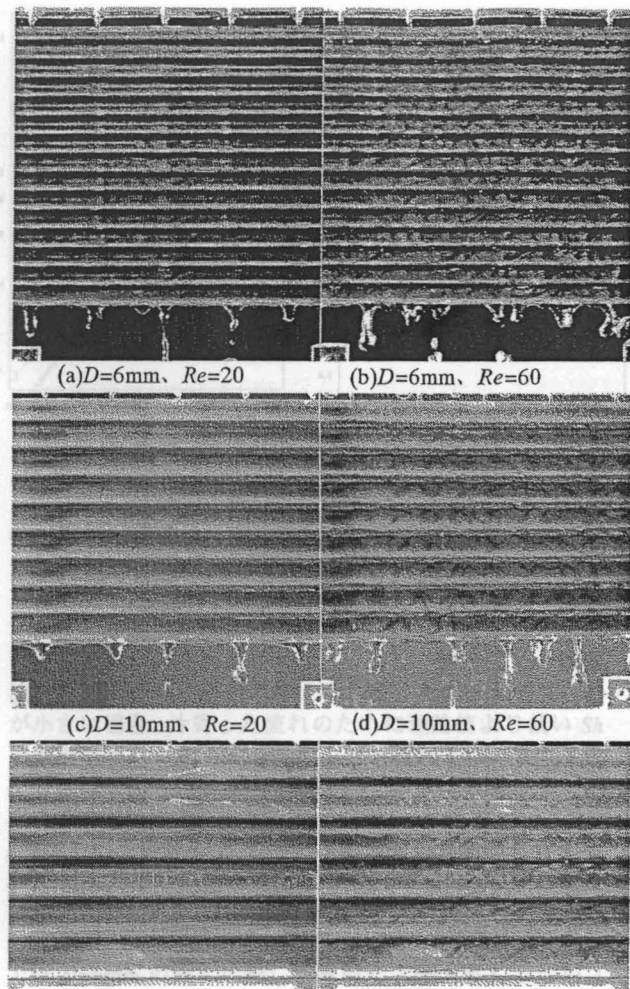


Fig.3.1 Flow behaviors between tubes and falling films on tubes ($d=2\text{mm}$)

が大きいほど弱い。

$Re=60$ になると、いずれの管径 D においても、管表面全域のいたる所で細かな波が発生しており、複雑な模様をしている(Fig.3.1(b, d, f))。管径が大きいほど、細かな表面波は弱い。

液体の円柱は、その径が小さいほど自発的に変形し表面エネルギーを減らそうとする作用があり、これをレイリー不安定と呼ぶ。円管上の液膜も液柱と見なすことができ、 $D=6\text{mm}$ の小径ではレイリー不安定が強く働き、液膜が不安定になり筋状の流れや比較的強い放射状の表面波、さらには細かい表面波が生じるものと考えられる。

Fig.3.2 に、管間隔 $d=5\text{mm}$ における管径 $D=6\text{mm}$ 、 16mm の流れの様子を示す。いずれの管径でも、管と管の間を液が滴下する不連続な液滴流れとなっている。液滴が、異なる間隔でそれぞれの管の底部から垂れ下がっており、管上を流下する液を集めて成長し、その先端が下段の管頂の液膜に触れるのに十分なほど大きくなる。そして、下段の管頂の液膜と接触した瞬間、強い放射状の波紋を広げる。その衝撃的運動はとても強く、広がる波は、 $d=2\text{mm}$ の時とは異なりより大きな振幅を持つ。

$Re=20$ 、 $D=6\text{mm}$ (Fig.3.2 (a))では、散布管の細管から供給される水によって第一管の底部に、懸垂滴が形成され、さらに成長し、一旦、次段管頂の液膜に接触すると加速的に流下している。そのため、上方の段で滴下した液が、数段にわたり各段を駆け下るような流れが見られる。従って、各段における滴の滞留時間は短く、かつ片寄った流れとなる。

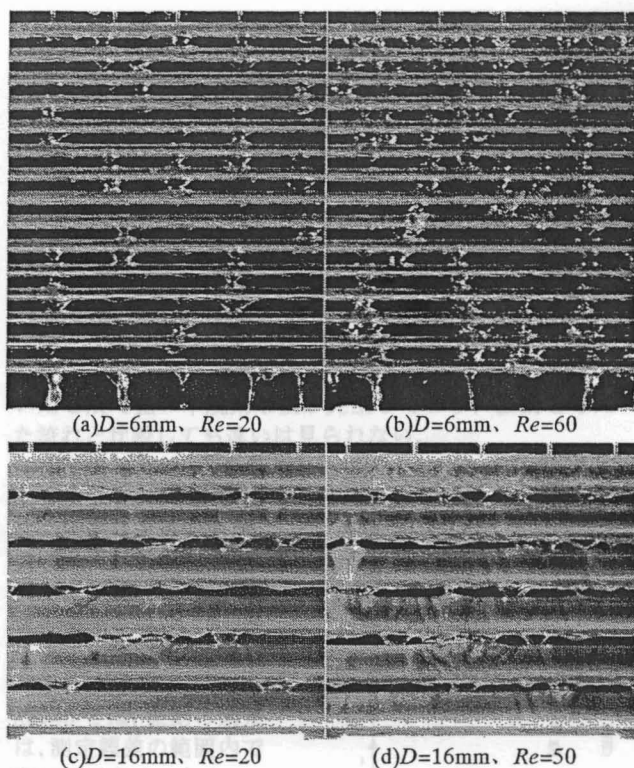


Fig.3.2 Flow behaviors between tubes and falling films on tubes ($d=5\text{mm}$)

$Re=20$ 、 $D=16\text{mm}$ でも、管底に懸垂滴が形成され、下段に行くにつれランダムな位置で、隣り合う滴同士の合体し、より大きな液滴(液塊)になり下段へ滴下している。しかし、 $D=6\text{mm}$ で見られる、駆け下るような流れは見られない。 $D=16\text{mm}$ では、基本的には、滴下後、一旦、管上を液膜として広がり、それが再びその管底で集まって滴を作るという過程を各段で繰り返し、水は管表面を広がって流れる。

流量が増加しても、流れ様子は基本的に $Re=20$ の場合と同様である。 $D=6\text{mm}$ では、駆け下るような流れが生じるが、8 段目以降で隣接する流れと不規則に合流し、より大流量の流れとなり、流れがいつそう片寄る。

物質伝達

Fig.4 は、 $D=6\text{mm}$ 、 10mm 、 16mm におけるの Sh の実験値と理論値を示したものである。 Sh は、物質伝達率 k_L の無次元数であり、ガス吸収速度の指数である。各管径の理論値を比較すると、管径が小さい方が Sh は大きい。浸透拡散理論によれば、管頂から管底に至るまでの流下距離が長いと、その間に形成される濃度境界層が厚くなり、 k_L が小さくなり、 k_L と Sh は管径 D の約 0.5 乗に反比例する。理論では、管と管の間で完全混合を仮定しているので、管の間隔 d による差は生じない。

各管径の測定値を比較すると、理論と同様、管径が小さいほど高い Sh の値を取っている。 $d=2\text{mm}$ (Fig.4(a))では、 $D=10\text{mm}$ と $D=16\text{mm}$ は互いに近い Sh の値を取るが、 $D=6\text{mm}$ の値との差は大きい。これは、 $D=10\text{mm}$ 、 16mm では見られない $D=6\text{mm}$ の液膜のレイリー不安定による比較的強い表面波の影響による。 $d=2\text{mm}$ で生じるシート流れでは、 $D=6\text{mm}$ の場合、筋状の流れが生じ、 Sh を促進するので $D=10\text{mm}$ と 16mm の場合より Sh が大きくなる。また、いずれの D でも $Re=30$ 前後から傾きが変わっている。 $Re<30$ では、ほぼ滑らかな液膜であるのに対し、液膜の全域に現れる細かな波が $Re=30$ 以上で発生するためである。傾きの変化は、大きい管径 D の方が大きく、 $Re>30$ での傾きは、 D が大きい方が小さい。これは、管

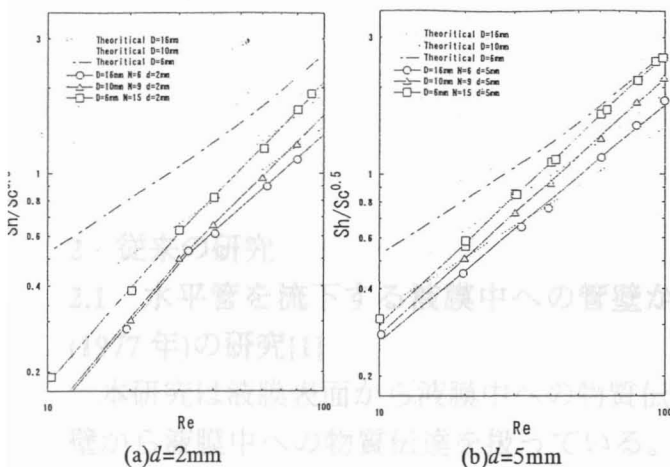


Fig.4 Sh vs. Re

径が大きいほど $Re > 30$ で発生する表面波の発達、 Re が増加してもあまり強くないためである。

管の間で液滴流れの起こる $d=5\text{mm}$ では、滴下の衝撃によって液膜上を放射状に広がる高振幅高速度の表面波により吸収が促進されている。しかし、管の間での液滴流れは完全混合に近いと考えられるにもかかわらず、 D が小さい場合、片寄った流れのために理論値より低い Sh の値を取る。一方、 $d=2\text{mm}$ のシート流れでは、完全混合からはほど遠く、ほぼ均一な流れであるにも関わらず、実験値は理論値より小さい。

Fig.5 に、各管径 D における実験値の理論値に対する Sh の比を示す。いずれの管径でも、 Sh の比は Re とともに増加する。また、 D が大きいほど Sh の比は大きい。全 Re の範囲で、 $D=16\text{mm}$ における Sh の比は大きく、 $d=5\text{mm}$ では $D=6\text{mm}$ の値と比較して平均で 22%大きく、比が 1 になる Re は管径が小さいほど大きな Re の値を取る (Fig.5(b))。これは、前述の通り D が小さい場合、不均一な流れが原因である。

$d=2\text{mm}$ (Fig.5(a))においては、 $Re=100$ でも Sh の比が 1 に達していない。これは、シート流れでは管と管の間で完全混合からほど遠いこと、また、管上の液膜に生じる表面波の効果は、理論で導入した仮定の管と管の間での完全混合の効果より小さいことを示す。また、 $d=2\text{mm}$ では、 $D=6\text{mm}$ の Sh の比は $D=10\text{mm}$ に近い値を取る。これは、 $D=6\text{mm}$ の場合、レイリー不安定により筋状の表面波や細かい表面波が比較的強く生ずるため、ガス吸収が促進されて Sh の比が高くなったと考えられる。

振動を与えた場合の影響

$D=10\text{mm}$ 、 $d=2\text{mm}$ の管列にスピーカーを用いて周期的にチューブを圧縮し、水に振動を与え散布した場合の流れ様子を Fig.6 に示す。 $Re=20$ では、振動を与えることでより強い表面波が発生しており、それらの表面波がより下段の管の液膜まで及んで、最終的には消滅する。

$Re=60$ では、振動を与えてない場合でも管表面全域の

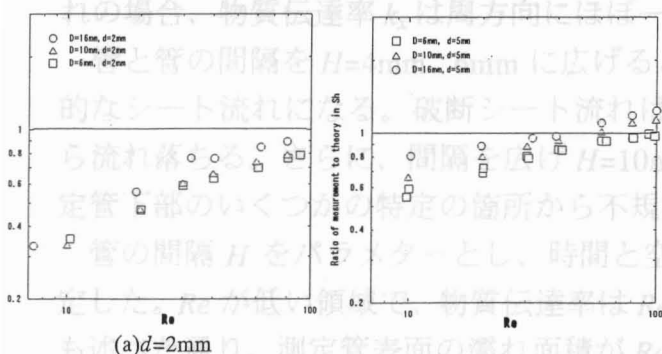
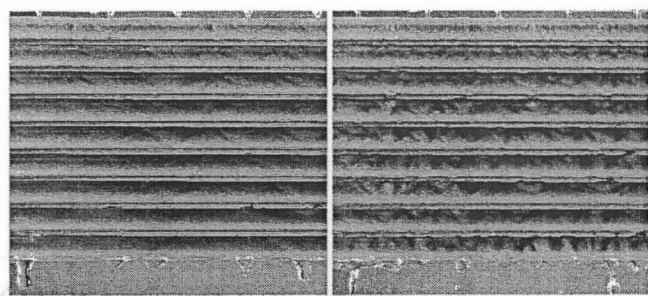


Fig.5 Sh ratio of experiment to theory



(a) $Re=20$, 10Hz (b) $Re=60$, 10Hz

Fig.6 Film behaviors of falling films on tubes

($D=10\text{mm}$, $d=2\text{mm}$)

いたる所で強い不規則な波が発生しており、振動を与えた流れと比較しても違いは見られない。

振動を与えた Sh_f と与えない場合の Sh_0 の比を Fig.7 に

示す。低 Re では、表面波の発生による促進が、大きなガス吸収を生み、高 Re に比べ大きな Sh 比の増加を生む。 Re が低いほど振動による促進量は大きい。一方、 $Re > 40$ では、振動の効果は、測定誤差の範囲内で有意差は認められない。なお、 $d=5\text{mm}$ の管間の液滴流れでは、振動付与の効果は認められなかった。

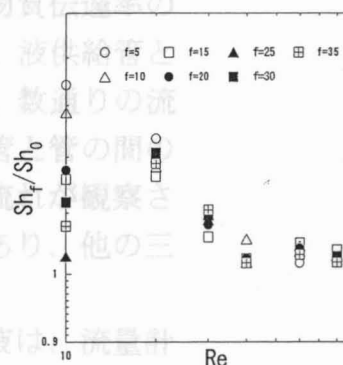


Fig.7 Sh_f/Sh_0 vs. Re

結論

- $d=2\text{mm}$ では、いずれの管径でもほぼ均一な流れとなるが、シート流れで管間を流下するので、管の間での混合が小さく、液膜に層流濃度境界層が発達し物質伝達率が小さい。 Re の増加につれ細かい表面波が多数発生しガス吸収を促進させる。
- 管の間隔 d が十分大きいと滴落下流れになり、管間で強い混合が生じ、さらに、管表面の液膜上に放射状の強い表面波が発生し、ガス吸収を促進する。
- 管径 D が小さいと、管頂から管底までの流下距離が短く、濃度境界層が薄くなるため Sh が大きくなる。
- 小さい管径ほどレイリー不安定によって、より強い表面波が発生し、 $d=2\text{mm}$ では、その効果が顕著に出て、ガス吸収は促進される。
- $d=5\text{mm}$ 以上の管間の液滴流れでは、小さい管径になると、液が管列を駆け下る様な片寄りの大きい流れとなり、 Sh は小さくなる。
- 測定値と理論の Sh の比は、低 Re では 1 以下であり、 Re の増加と共に 1 に近づくか 1 を越える。これは、 $d=2\text{mm}$ の場合、液膜の表面波による促進のためであり、 $d=5\text{mm}$ の場合、表面波の促進に加え、流れの均一化による。
- 振動を与えて液を散布した場合、 $d=2\text{mm}$ での管間のシート流れでは、低 Re ではガス吸収の促進が見られ、その効果は $Re=20$ で約 19%の Sh の増加が望める。 Re の増加に伴いその効果は減少し、 $Re > 40$ では振動による促進は認められない。

参考文献

- [1] T. Nosoko, et al. Int. J. Heat Mass Transfer 45 (2002) pp. 2729-2738
- [2] A. Tamir, et al. Chem. Eng. Sci. 26 (1971) pp. 799-808

2 従来の研究

2.1 水平管を流下する液膜中への管壁からの物質伝達に関する Sideman ら (1977 年)の研究[1]

本研究は液膜表面から液膜中への物質伝達であるが、一方、Sideman らは、管壁から液膜中への物質伝達を扱っている。彼らは、カリウムシアン化鉄水溶液を利用した電気化学手法を用いて、水平管壁から液膜中への局所物質伝達率の時間変化を測定した。測定管径 $D=38\text{mm}$ 、長さ $L_{wt}=300\text{mm}$ を用い、液供給管と測定管との間隔を $H=2, 4, 6, 10, 15, 20\text{mm}$ の 6 段階に変化させ、数通りの流量での物質伝達率 k_x を測定した。流量と管と管の間隔によって、管と管の間の液の流動状況は、シート流れ、破断シート流れ、液滴、ジェット流れが観察された。液滴流れは上段と下段の管上の液膜の間で不連続な流れであり、他の三つは連続した流れである。

実験装置は、液供給管、測定管から成り、ヘッドタンクからの液は、流量計を経て、多数の穴の空いた管に流入し、連続的にその下の液供給管を濡らし、さらに下方の測定管に流下する。測定管の表面は、ニッケル膜で覆われ、それは、コントロール電極となる。そのニッケル表面のいくつかの異なる位置に、コントロール電極と電気的に絶縁された直径 0.2mm の測定用電極を設け、これらにより各位置での物質伝達率 k_x を測定した。ニッケル表面と測定表面の電位は同じになるように回路電位をとった。

物質伝達率 k_x の定義を次式に示す。

$$\dot{m} = k_x (C_b - C_w) \quad (2.1)$$

ここで、 \dot{m} : 管の単位表面積あたりのイオン移動速度、 C_b : 液膜のバルク中の Fe イオンの濃度、 C_w : 電極面での濃度である。また、レイノルズ数は $Re=\Gamma/\nu$ の定義であり、本研究と同じである。

観察によると、管上に形成される濡れ面積は、 Re の増加とともに拡大し $Re \approx 100$ で全表面が液膜によって覆われた。供給管と測定管との間隔が $H=2\text{mm}(d=2\text{mm})$ の時、両管の間で連続した滑らかなシート流れが生ずる。この場合の、 $Re=100$ 、 $Sc=1500$ における物質伝達率 k_x の管表面の周方向への変化を測定した。シート流れの場合、物質伝達率 k_x は周方向にほぼ一定かつ定常(時間変化がない)である。

管と管の間隔を $H=4\text{mm}$ 、 6mm に広げると、管間のシート流れは破断し、部分的なシート流れになる。破断シート流れは、管の水平方向に左右に移動しながら流れ落ちる。さらに、間隔を広げ $H=10\text{mm}$ 以上になると、溶液は滴となり測定管下部のいくつかの特定の箇所から不規則に滴り落ちる。

管の間隔 H をパラメータとし、時間と空間で平均した物質伝達率の関係を測定した。 Re が低い領域で、物質伝達率は Re と共に急激に増加する。これは前にも述べた通り、測定管表面の濡れ面積が Re と共に増加するからである。そして

100<Re<600 の範囲では、物質伝達率は一定である。Re が約 600 を超えると物質伝達率は急激に減少し始める。これは、管と管の間の流動状況が液滴流れから連続したジェット流れに変化しているためである。ただし、液膜流れが乱流へ遷移することによると考えられることも Sideman らは記述している。Re>800 では、H によって流れ状態が異なる。H が大きい場合はジェット流であり、小さい場合はシート状態である。Re>800 では、この 2 つの状態による k_x の差は無い。

円管表面の周方向位置 0°、45°、90°、135° の 4 箇所における k_x の時間変化を測定した。管と管の間は液滴流れである。これから、 k_x は、いずれの位置でも不連続な液の滴下によって、局所的な乱れが生じて周方向に伝わり、滴下の周期と同じ周期で k_x も変化することが分かる。

結論として彼らは、液供給管と測定管の流量と両管の距離が物質伝達率に及ぼす影響を解明し、管と管の間の流れを 4 つの流れに分類した。それは、

1)連続した滑らかなシート流れ 2)破断シート状流れ 3)液滴流れ 4)連続したジェット流、である。

これらの管と管の間の流れが物質伝達に強く影響する。液滴流れでは、Re=100 - 600 の範囲で、同じ流量におけるシート流れでの物質伝達率より、約二倍の増加が見られた。すなわち物質伝達率は、シート流れでは最小、液滴流れで最大を取る。

2.2 Nosoko らの研究—水平管上を完全に濡れて流下する液膜の流動とガス吸収特性[2]

本研究室において、これまで水平管群を流下する液膜の表面から膜中への物質伝達を研究してきた。実験では、径 16mm 銅管列上を完全に濡れた状態で流下する液膜について、数通りの管と管の間隔 L_s (なお、本章では、 $L_s=d$ である)[m] と流量 Re で水平管上の液膜への酸素吸収実験を行った。酸素吸収による熱発生は、液膜が等温であると仮定できるほど十分小さいものであり、液膜表面の濃度 C_s [kgm⁻³] は、等温液膜の温度 T [K] より正確に決定でき、平均物質伝達係数 k_L [m/s] を高い精度で測定した。また、管上の流れを観察し、流れと物質伝達の間係を論じた。

平均物質伝達係数 k_L 、シャーウッド数 Sh とヌセルトの液膜厚さの定義は、本論文のものと同じ式が使われている。

数通りの管の間隔 L_s とレイノルズ数 Re のおいての流れ様子を Fig.2.5 に示す。 $L_s=2, 5, 10, 15$ mm で実験を行い、 $L_s=2$ mm では管と管の間はシート流れ、 $L_s=5\sim 15$ mm では液滴流れであった。

$L_s=2$ mm では、水は管の間を滑らかなシート状の液膜を形成して流れ、管上の液膜表面は、 $Re<30$ の範囲では滑らかな流れが観察(Fig.2.1(a))されるが、 $Re>30$ では、細かな表面波が生じている。 $Re>30$ (Fig.2.1 (b))では、細かな波の運動が生じその運動は Re の増加とともに強くなる。

$L_s=5\sim 15$ mm において、連続した滑らかなシート状の流れは生じず不連続な“液滴落下”が管間に見られる。液滴が、異なる間隔でそれぞれの管の底部から垂れ下がっており、更に成長して下段の管頂の液膜に触れるのに十分なほど大きくなる。この液滴と下段の管頂との接触の瞬間、液膜上に強い変化を起こす。これにより広がる放射状の波は、 $L_s=2$ mm での細かな波より大きい振幅を持っている。滴下する場所の間隔は、散布器の細管の間隔に近く、より下段の管に行くにつれて段々と不規則になる。液滴落下は不規則な時間の間隔であり、任意の滴り落ちる場所も不規則である。より下の管に行くにつれて滴と滴の合体が起こるため、平均すると滴り落ちる場所の間隔は、より下の管ほど大きくなる。 Re の増加とともに、滴り落ちる場所と時間の間隔がより不規則になり、滴下位置の間隔と滴下の周期は共に大きくなる。

$L_s=5$ mm では、垂れ下がった液滴は半球状まで成長し、そして次に下の管の液膜に触れ液膜上に放射状の波を形成する(Fig.2.1 (C))。また、液滴が合体することにより、不規則な形の液滴やより大きい容積を持つ“液塊”を形成する。その液塊が下段の管上の液膜に触れて、液膜上に波の広がりを発生させる(Fig.2.1 (d)の下段の管に見られる)。

垂れ下がっている液滴は $L_s = 10\text{mm}$ において、“液柱”へと成長し下段の管上の液膜に触れる(Fig.2.1 (e)、(f))。低流量では、分断した液柱の上部は完全に上の管の管底に戻る(Fig.2.1 (e))のに対し、高流量では完全には戻らない。そして、最終的にそれらは“擬似安定液柱”になる(Fig.2.1 (f))。擬似安定液柱は、静止写真では、連続したジェット流れのように見えるかもしれないが、液柱の低部の表面は、高周波数で連続的に下段の管の液膜に接触している。流れの様子は不連続であり、よってこれは不連続な液滴流れに分類される。液塊は下段の管にみられ、そしてそれは、同様に液膜の上に放射状の波を生成させる。 $L_s = 15\text{mm}$ において管間と液膜の流れの様子は、 $L_s = 10\text{mm}$ の様子と基本的に同じである。しかし、より大きな液滴の吸収により液膜上に広がる放射状の波は、より強い。

Fig.2.2では、6段管配列においての数通りの管間隔での Re と Sh の変化を示し、*Bakopoulos* の式による鉛直面を流れ落ちる液膜のガス吸収式と比較する。 $12 < Re < 70$ の範囲では+17%～-6%で、 $70 < Re < 400$ では±24%以内で *Bakopoulos* の式は他の研究者の実験データに合致している。

管間隔 15mm の管列の Sh は、10mm 間隔の値とよく一致し、5mm 間隔の管列では 10mm と 15mm 間隔管列より、 Sh の値は約 20%減少している。

2mm 間隔管列では、 Sh は $Re < 30$ の範囲では Re の 1.15 乗に、 $Re > 30$ では 0.9 乗に比例して増加している。 $Re > 30$ の範囲では 2mm 間隔の管列の Sh は、管間隔 5-15mm での Sh の増加と似ているが、それより 2mm 間隔の方は、約 30%かそれ以上小さい。これらは Fig.2.1 で述べた流れの様子の通り、 $Re < 30$ で液膜は滑らかな表面を持つが、 $Re > 30$ では不規則に表面波が見られたためと、5-10mm 間隔の大きな Sh 値は、液滴流れが管上に流れる液膜上に放射状の強い波の広がりを生じさせることが主な原因である。

結論として、 $L_s = 2\text{mm}$ では管間にシート流れを形成し、 $Re < 30$ の範囲では液膜は滑らかな表面を持つが、 $Re > 30$ では細かい波が観察された。 $L_s = 5\text{mm}$ 以上では、それぞれの管底から滴下が生じ、下段の管頂に接触する際に急速な波の広がりを発生させる。管の間の不連続な液滴流れは連続的なシート流れより、著しい吸収促進を生じ、流れの様子は物質伝達に強い影響を及ぼす。まず、 $L_s = 5\text{mm}$ の滴流れでは $L_s = 2\text{mm}$ の Sh より、 $Re > 30$ の範囲で約 30%大きい。さらに、 Sh と Re との関数 $Sh = CRe^n$ の、 n 乗をも変化させる。本実験の全 Re 範囲において滴落下流れの 5 - 15mm 間隔の管列では、 Sh は Re (or 流量 Γ)の 0.86 乗に比例して増加し、2mm 間隔の管列において $Re < 30$ では 1.15 乗、 $Re > 30$ では 0.9 乗にそれぞれ比例する。これは、物質伝達率 k_L が 5 - 15mm 間隔では Re (or Γ)の 0.5 乗、2mm 間隔において $Re < 30$ では 0.82 乗、 $Re > 30$ では 0.67 乗であることを意味している。

2.3 滑らかな表面を有する液膜流れへの拡散理論

2.3.1 傾斜面流下液膜の場合

A.TAMIR and Y.TAITEL [3]は、一定値の界面拡散抵抗を考慮に入れた傾斜面を流下する液膜の熱及び物質移動問題の解を与えた。以下にその理論解析の概要を示す。なお、界面抵抗のゼロへの極限を取ることにより、界面抵抗がない液膜にも本解析を適用できる。

ここでは、斜面上を流下する十分発達した液膜流れを考える。この液膜流れの速度 u の分布はよく知られた放物形であり、次式(2.3.1)で表される(Fig.2.3)。

$$u = u_s \eta(2-\eta) = \frac{3}{2} \bar{u} \eta(2-\eta) \quad (2.3.1)$$

ここで、無次元 y 座標： $\eta = y/\delta$ 、液膜厚さ： $\delta = (3\nu\Gamma/g \sin \gamma)^{1/3}$ である。

無次元の拡散方程式は次の通りである。

$$\eta(2-\eta) \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} \quad (2.3.2)$$

$$\text{無次元濃度： } \theta = \frac{c_\infty - c}{c_\infty - c_0} \quad (2.3.3)$$

$$\text{無次元 } x \text{ 座標： } z = \frac{2Dx}{3\delta^2 \bar{u}} = \frac{2}{3} \left(\frac{x}{\delta} \right) \frac{1}{Re Sc} = \frac{2}{3} \left(\frac{x}{\delta} \right) \frac{1}{Pe} \quad (2.3.4)$$

境界条件は、

$$\theta=1 \quad \text{at } z=0 \quad (2.3.5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0 \quad \text{at } \eta=0 \quad (2.3.6)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = -B\theta \quad \text{at } \eta=1 \quad (2.3.7)$$

ここで、次式(2.3.5)の変数分離形の級数解を仮定する。

$$\theta = (z, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n H_n(\eta) e^{-\lambda_n^2 z} \quad (2.3.8)$$

この式を拡散方程式に代入して、以下の「Sturm-Liouville の式群」を導く。

$$\frac{d^2 H_n}{d\eta^2} + \eta(2-\eta) \lambda_n^2 H_n = 0 \quad (2.3.9)$$

境界条件は、

$$\eta=0(\text{壁面}) \text{ において } \frac{dH_n}{d\eta} = 0 \quad (2.3.10)$$

$$\eta=1(\text{液膜表面})\text{において } \frac{dH_n}{d\eta} + BH_n = 0 \quad (B=\infty\text{では } H_n=0) \quad (2.3.11)$$

ここで、ベキ級数解法を適用すると、

$$H_n(\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \eta^n \quad (2.3.12)$$

$$a_0=1, a_1=a_2=0, a_3=-\frac{1}{3}\lambda_n^2, a_n = \lambda_n^2 \frac{a_{n-4} - 2a_{n-3}}{n(n-1)}, n = 4, 5, \dots, \infty \quad (3.3.13)$$

λ_n は、式(2.3.11)を満足するように決められ、次式の解として得られる。

$$B(1 - \frac{1}{4}\lambda_n^2) - \frac{2}{3}\lambda_n^2 + \sum_{n=0}^{\infty} a_n(n+B) = 0 \quad (2.3.14)$$

λ_1 から λ_5 までは、上式から求め、 λ_6 以上は、式(2.3.9)をルンゲ・クッタ法により積分して、固有値として求めた。 A_n は、境界条件と Sturm-Liouville の条件より求めた。

以上の解法により、 λ_n 、 A_n 、 $H_n(\eta=1)$ を求め、 $\lambda_1 - \lambda_{10}$ の値と対応する A_n 、 $H_n(1)$ を Table 3.2、3.3 に与える。

局所の平均濃度(η 方向平均)は次式で与えられる。

$$\bar{\theta} = \frac{3}{2}B \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n H_n(1)}{\lambda_n^2} e^{-\lambda_n^2 z} \quad (2.3.15)$$

表面($\eta=1$)での局所濃度勾配は次式で与えられる。

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right|_{\eta=1} = -B \sum_{n=1}^{\infty} A_n H_n(1) e^{-\lambda_n^2 z} \quad (2.3.16)$$

局所 Sh は、

$$Sh = \frac{k\delta}{D} = \frac{2 \sum_{n=1}^{\infty} A_n H_n(1) e^{-\lambda_n^2 z}}{3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n H_n(1)}{\lambda_n^2} e^{-\lambda_n^2 z}} \quad (2.3.17)$$

対数平均濃度差(温度差)に基づく平均の物質伝達係数を示す平均シャーウッド数(あるいはヌセルト数)は次式で表される。

$$\overline{Sh} = \frac{\bar{k}\delta}{D} = -\frac{2}{3z} \ln \bar{\theta} = -\frac{2}{3z} \ln \frac{3}{2} B \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n H_n(1)}{\lambda_n^2} e^{-\lambda_n^2 z} \quad (3.3.18)$$

以上の式において、 A_n : ベキ級数の定数、 B : 無次元の界面伝達率、 c : 液体中の局所溶質濃度、 c_0 : 入り口部の液体中の溶質濃度、 c_{∞} : ガスの実際の分圧と平衡し、ヘンリーの法則によって決められる界面濃度、 D : 液体中の溶質の拡散

係数、 g ：重力加速度、 H_n ：固有関数、 k ：局所物質伝達率、 \bar{k} ：平均物質伝達率、 Pe ：ペクレ数、 Re ：レイノルズ数； $=\Gamma/\nu$ 、 Sc ：シュミット数、 Sh ：シャーウッド数、 u ：局所の流速、 \bar{u} ：平均流速、 u_s ：界面での局所流速、 x ：流れ方向座標、 y ： x に垂直な座標、 z ：流れ方向の無次元座標、 γ ：傾斜角度；Fig.2.7 参照、 δ ：液膜厚さ、 η ：無次元座標、 λ_n ：固有値、 ν ：動粘度、 ρ ：密度、 Γ ：液膜の単位幅当たりの体積流量、 θ ：無次元濃度あるいは温度

上記 Sh の式中の λ_n と A_n 、 H_n の値は、Table 3.1、3.2、3.3 で与えられる。よって、式(3.3.18)の級数に表中の $B=\infty$ (実際には $B=10^4$ での値を用いて近似した)の場合の値を代入し \overline{Sh} を求める。

2.4 レイリー不安定

水平管を流下する液膜は液の円柱をみなすことができる。そのような円柱液は、流れがなくても不安定であり、円柱は多数の滴に分裂しようとする方向に変形が進む。これをレイリー不安定という。

液体は、自身の表面積を小さくし安定しようとする表面張力を持っている。液体の円柱は、その外周よりも大きな波長 λ を持つ変形を生じると、自発的に変形し表面エネルギーを減らそうとする。表面張力の作用は、径が小さくなるとより大きくなり、逆に径が大きくなると小さくなるため、変形が増幅され、液柱は最終的には滴に分裂する。

このレイリー不安定は、水道の蛇口から流れる水の流量を減らしていくと、液中が途中で滴に分裂する現象として見られる。その大まかな概要を Fig.2.8 に示す。

このような表面張力の作用は、液柱の径などの寸法が小さい場合に生じ、その基準としてキャピラリー定数がある。水の場合、表面張力は 0.072N/m であり、キャピラリー定数は約 4mm である。

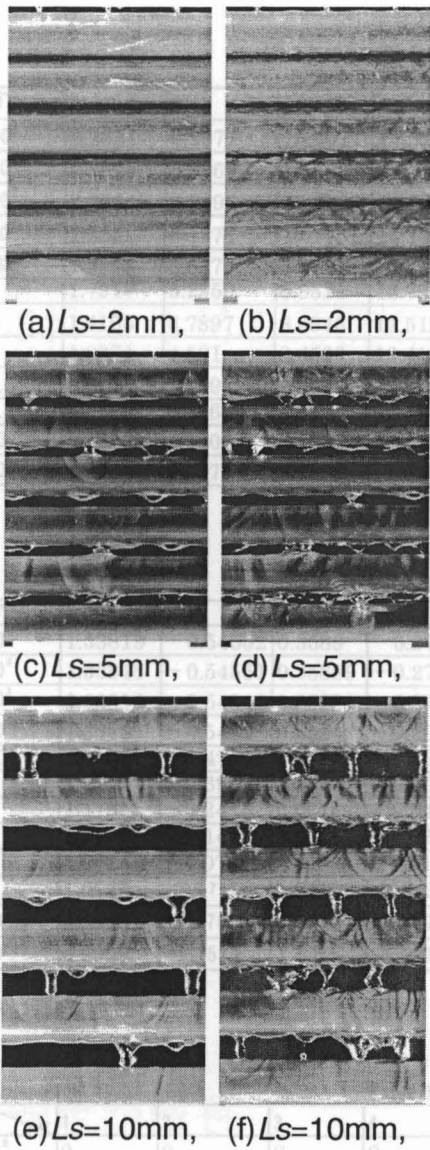


Fig.2.1 水平管群流下液膜の流動

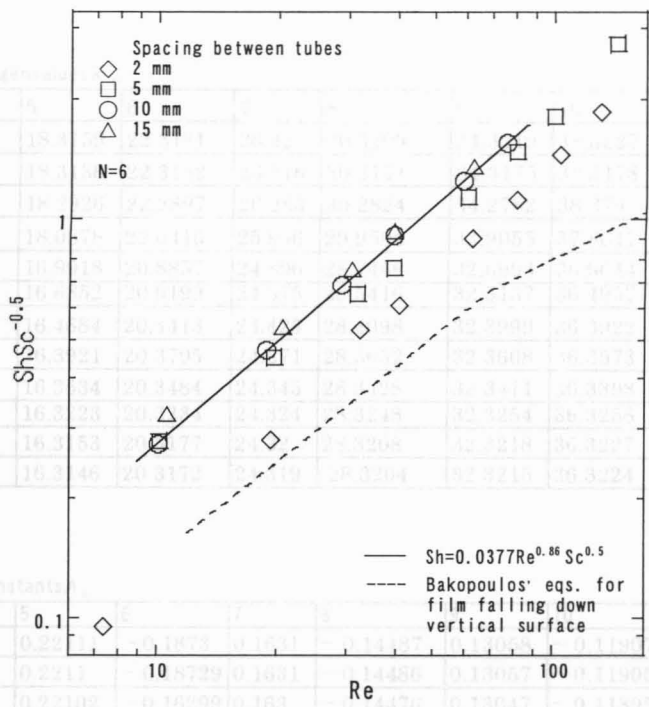


Fig.2.2 管の間隔の変化による Sh と Re の関係

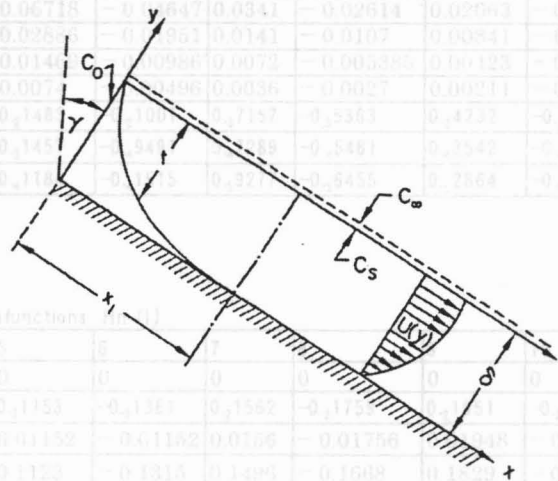


Fig.2.3 Physical model and coordinate

Table 1. Eigenvalues λ_n

$B \backslash n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10^6	2.2631	6.2977	10.3077	14.3128	18.3159	22.3181	26.32	30.3209	34.3219	38.3227
10^4	2.2628	6.2969	10.3064	14.311	18.3136	22.3152	26.316	30.3171	34.3175	38.3178
10^3	2.2601	6.2896	10.2946	14.2946	18.2926	22.2897	26.283	30.2824	34.2782	38.274
10^2	2.233	6.1278	10.1781	14.1336	18.0878	22.0416	25.996	29.9502	33.9055	37.8617
10	1.9952	5.6373	9.3472	13.139	16.9918	20.8857	24.806	28.7466	32.6993	36.6614
5	1.7917	5.2559	8.9521	12.7852	16.6852	20.6199	24.575	28.5416	32.5157	36.4957
2	1.4105	4.7897	8.5946	12.5124	16.4684	20.4413	24.423	28.4098	32.3999	36.3922
1	1.0971	4.561	8.4535	12.4129	16.3921	20.3795	24.371	28.3652	32.3608	36.3573
0.5	0.8181	4.4297	8.3796	12.3621	16.3534	20.3484	24.345	28.3428	32.3411	36.3398
0.1	0.3828	4.3166	8.319	12.3209	16.3223	20.3234	24.324	28.3248	32.3254	36.3258
10^{-2}	0.1223	4.2902	8.3053	12.3116	16.3153	20.3177	24.32	28.3208	32.3218	36.3227
10^{-3}	0.03872	4.2875	8.3039	12.3107	16.3146	20.3172	24.319	28.3204	32.3215	36.3224

Table 2. Constants A_n

$B \backslash n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10^6	1.33819	-0.54552	0.3589	-0.27208	0.22111	-0.1873	0.1631	-0.14487	0.13058	-0.11907
10^4	1.33818	-0.54551	0.35889	-0.27207	0.2211	-0.18729	0.1631	-0.14486	0.13057	-0.11905
10^3	1.33813	-0.54541	0.35881	-0.27199	0.22102	-0.16299	0.163	-0.14476	0.13047	-0.11895
10^2	1.3373	-0.5435	0.3564	-0.2689	0.2172	-0.1826	0.1576	-0.1386	0.1235	-0.1112
10	1.3108	-0.4758	0.2664	-0.1691	0.1156	-0.0835	0.0629	-0.40908	0.03932	-0.03223
5	1.27	-0.3904	0.1857	-0.1053	0.06718	-0.04647	0.0341	-0.02614	0.02063	-0.01675
2	1.1795	-0.2413	0.09161	-0.04728	0.02886	-0.01951	0.0141	-0.0107	0.00841	-0.006803
1	1.1109	-0.1443	0.04885	-0.02439	0.01469	-0.00986	0.0072	-0.005385	0.00423	-0.003412
0.5	1.0621	-0.07939	0.02518	-0.01238	0.0074	-0.00496	0.0036	-0.0027	0.00211	-0.001706
0.1	1.0136	-0.21718t	0.25137	-0.25137	0.21483	-0.21001	0.27157	-0.5363	0.4232	-0.3382
10^{-2}	0.9999	-0.21753	0.25274	-0.25274	0.21457	-0.21491	0.27289	-0.5461	0.43542	-0.33507
10^{-3}	0.9999	-0.41554	0.25455	-0.2115	0.21184	-0.21515	0.29277	-0.56455	0.252864	-0.5723

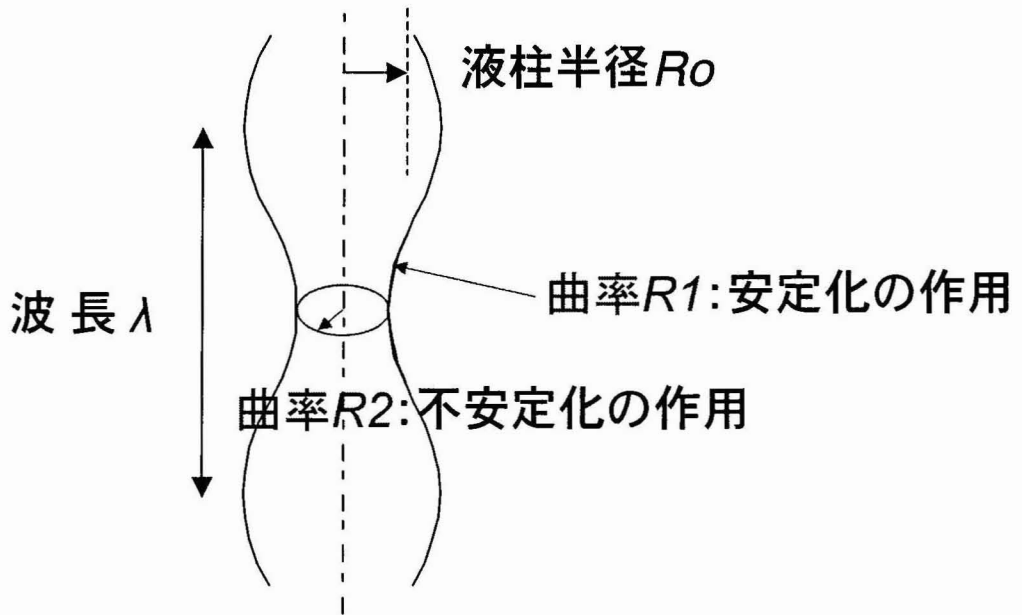
t-0.21718 \equiv -0.001718

Table 3. Eigenfunctions $H_n(1)$

$B \backslash n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10^6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10^4	0.3201t	-0.34713	0.37122	-0.39379	0.21153	-0.21361	0.21562	-0.21759	0.21951	-0.22139
10^3	0.22013	-0.24709	0.27116	-0.29369	0.01152	-0.01152	0.0156	-0.01756	0.01948	-0.02136
10^2	0.01992	-0.04655	0.07012	-0.09189	0.1123	-0.1315	0.1496	-0.1668	0.1829	-0.1981
10	0.1779	-0.3736	0.4788	-0.5283	0.5489	-0.5557	0.5557	-0.5525	0.5478	-0.5241
5	0.3118	-0.5561	0.6158	-0.6208	0.6119	-0.5999	0.5879	-0.5768	0.5667	-0.5574
2	0.5476	-0.7162	0.691	-0.6603	0.6354	-0.6152	0.5986	-0.5846	0.5726	-0.562
1	0.7158	-0.7628	0.7063	-0.6674	0.6393	-0.6177	0.6003	-0.5858	0.5735	-0.5628
0.5	0.8769	-0.7791	0.7109	-0.6694	0.6404	-0.6184	0.6008	-0.5862	0.5737	-0.5629
0.1	0.9636	-0.7866	0.7129	-0.6703	0.64093	-0.61873	0.601	-0.58634	0.57387	-0.563059
10^{-2}	0.9999	-0.7875	0.7131	-0.6704	0.64098	-0.61876	0.601	-0.586361	0.57389	-0.563069
10^{-3}	0.9999	-0.7876	0.7132	-0.6704	0.64099	-0.61877	0.601	-0.586363	0.57389	-0.56307

t0.32015 \equiv 0.0002015

液柱に生じる表面張力不安定(レイリー不安定)



$\lambda > R_0$ の時、不安定化の作用が安定化の作用を上回り、不安定が成長

Fig.2.4 レイリー不安定の概要

3. 水平管を流下する滑らかな表面の液膜のガス吸収に関する理論解析

Fig.3.1(a)(b)は流下液膜の流れと拡散の様子をモデル化した図である。導入した仮定は以下の3点である。

- ①管上で滑らかな表面の液膜を形成して流下し、液膜厚さは管方向に一様である。
- ②管と管の間で、液膜は完全に混合され濃度一様となり、次段の管頂から液膜表面に沿って新たな濃度境界層が発達する。
- ③流れ方向の拡散は、境界層厚さ方向の拡散に比して無視できるほど小さい。

以上の仮定を用いると、管列のいずれの段の管でも相似な濃度境界層が発達することになることから、単一の管について解析すれば良いことになる。ただし、各管の入り口の均一濃度 C_0 は、下段に行くほど増加する。

この液膜流れの中の速度 u の分布は式(2.3.1)で表される。

$$u = u_s \eta(2 - \eta) = \frac{3}{2} \bar{u} \eta(2 - \eta) \quad (2.3.1)$$

ここで、 $\eta = y/\delta$ 、 $\delta = \delta_R / (\sin \gamma)^{1/3}$ 、 $\delta_R = (3\nu\Gamma/g)^{1/3}$ は、 $\gamma = \pi/4$ における液膜厚さである。すなわち、円管の場合、流下とともに液膜厚さは角度 γ の関数として変化する。

液膜のガス吸収モデルの拡散方程式は、次の式で与えられている。

$$(1 - \eta^2) \frac{d\theta}{dz} = \frac{d^2\theta}{d\eta^2} \quad (3.1)$$

ここで、

$$dz = \frac{2}{3 Re Sc} \frac{R}{\delta_R} (\sin \gamma)^{1/3} d\gamma \quad (3.2)$$

積分すると、

$$z(\gamma = \pi) = \int_0^\pi dz = \frac{2}{3 Re Sc} \frac{R}{\delta_R} \int_0^\pi (\sin \gamma)^{1/3} d\gamma \quad (3.3)$$

すなわち、流下距離 $R\gamma$ は、 γ の関数の液膜厚さ δ に対する比として z 座標に変換される。この座標変換の式を用いれば、局所の平均無次元濃度 $\bar{\theta}$ は、傾斜平板上の液膜の式をそのまま用いて、以下から求められる。

$$\bar{\theta} = \frac{3}{2} B \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n H_n(1)}{\lambda_n^2} e^{-\lambda_n^2 z} \quad (3.4)$$

また、対数平均濃度差に基づく平均シャウツド数は、次式によって求められる。

$$\overline{Sh} = \frac{\bar{k}\delta_R}{D} = -\frac{2}{3z} \ln \theta \frac{\int_0^x (\sin \theta)^{\frac{1}{3}} d\theta}{\pi} \quad (3.5)$$

Sh の代表長さとして、 δ_R を取った。上式(3.5)における積分項の付加は、 δ が γ の関数であることによる。

本論文では、温度 20℃での動粘度を使って Re 、 Sc 、 δ_R を求め、 \overline{Sh} の計算を行った。

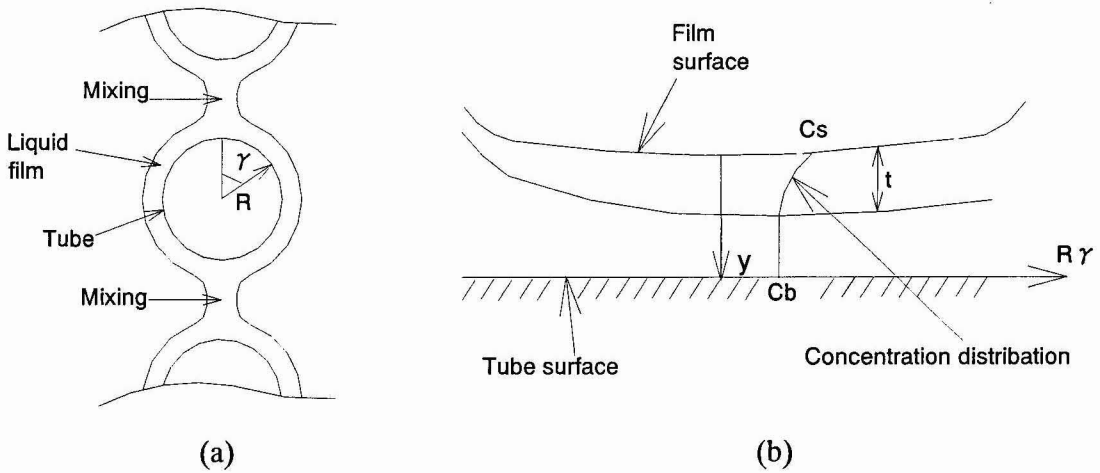


Fig.3.1 流下液膜中の濃度境界層発達モデル図、
t : Thickness of concentration boundary layer