時系列における構造変化検定法のシミュレーションによる比較

時系列における構造変化検定法のシミュレーションによる比較

杉　田　勝　弘[*1]・大　西　裕　子[*2]

概　要

本稿は、単変量時系列における幾つかの構造変化検定法の紹介およびモンテカルロ実験による比較を行っている。具体的には、Andrwes の *SupF* 統計量（1993）、Andrwes-Ploberger の *AveF* 統計量と *ExpF* 統計量（1994）、Hansen のブートストラップ統計量（2000）、Nyblom の L 統計量（1989）、Bai-Perron の統計量（1998）、Bai の尤度比統計量（1999）、Wang-Zivot のベイジアン検定法（2000）に関して、検定のサイズと検出力に関する比較を行っている。検定のサイズはサンプルサイズが中程度以上では似たような結果を示すと予想していたが、実験では全く違った特性を示した。検出力検定に関しては小サンプルでジャンプサイズが小さい時以外は、各検定法ともほぼ同じような特性を示した。

＊１　琉球大学法文学部　〒903-0213 沖縄県中頭郡西原町字千原１番地
＊２　東京大学経済学研究科　〒113-0033 東京都文京区本郷７丁目３番１号

1　はじめに

本稿では、単変量時系列における幾つかの構造変化検定法のモンテカルロ実験による比較を行う。変数間の関係には、多くの政治的、経済的要因から変化が生じるため、構造変化検定は計量経済学において常に重要な課題であった。そのため、Chow（1960）やQuandt（1960）を含むここ数十年の先行研究で、構造変化時点が未知の場合における検定が提案されてきた。それらには、Brown, Durbin, and Evans（1975）によるCUMSUM検定、NyblomのL統計量（1989）、Kim-Siegmund（1989）における尤度比検定、CUMSUM検定を拡張したPloberger, Kramer, and Alt（1989）やKaoand Ross（1992）, Banerjee, Lumsdaine, and Stock（1992）の逐次検定、Andrewsの*SupF*統計量（1993）、Andrwes-Plobergerの*AveF*統計量や*ExpF*統計量（1994）、Hansenのブートストラップ統計量（2000）、Ghysels, Guay, and Hall（1997）のGMM検定法、Kim（1997）のSchwarz BICによる検定法、Bai-Perronの統計量（1998）、Baiの尤度比統計量（1999）、Busetti and Harvey（2001）によるLBI（Locally best invariant）検定法、Fiteni（2004）のrobust検定法、Wang-Zivotのベイジアン検定法（2000）といったものがある。

本稿において、これらの検定法から、主に最近の実証分析でよく使われているAndrewsの*SupF*統計量（1993）、Andrwes-Plobergerの*AveF*統計量や*ExpF*統計量（1994）、Hansenのブートストラップ統計量（2000）、NyblomのL統計量（1989）、Bai-Perronの統計量（1998）、Baiの尤度比統計量（1999）、そしてWang-Zivotのベイジアン検定法（2000）についてモンテカルロ実験による比較を行う。

同じような目的の検定法がいくつも存在するために、実際に実証分析する際に、どの手法を構造変化の検定に用いたらよいのかという疑問が生まれるであろう。この問いに答えるため、本稿では人工的に発生させた擬似データを用いてそれぞれの検定手法の長所と短所を探し出すことを目的としている。しかし、同じデータを使ってそれぞれの検定手法を比較するには、いくつか問題点が存在する。まず、検定法により想定している構造変化モデルが違う。Hansen（2000）やWang-Zivot（2000）は誤差項の分散の不均一性を考慮しているが、他は均一分散を想定している。また、Bai-Perron（1998）、Bai（1999）、そしてWang-Zivot（2000）では、多重構造変化を想定した検定を提案しているが、これらの検定法以外は構造変化点を一つと限定した検定となっている。他に、Hansen（2000）のブートストラップ検定では、条件付分布と周辺分布での構造変化を区別するできるように、説明変数の周辺分布での構造変化を見つけることを可能にしている。

本稿の中では、さまざまなDGP（データ発生過程；data generationg processes）を用いて考察を行う。説明変数は周辺過程から発生され、検出力検定の際には構造変化が１つある条件付分布から説明変数は生成される。

本稿は、以下のように構成されている。次節では、それぞれの検定統計量の紹介をする。第３節では、DGPから擬似データを発生させ、サイズ検定を比較する。第４節は、検出力の比較をする。第５節は結論である。

2　検定統計量

2.1 Andrews（1993）、Andrews-Ploberger（1994）、Hansen（2000）

Perron（1989）が単位根検定の際には、構造変化に対して注意を払うべきだと主張して以来、多くの研究者が構造変化点が未知の場合に対する検定を提案してきた。その中において、Andrews（1993）の *SupF* 統計量や、Andrews-Ploberger（1994）の *ExpF* や *AveF* 統計量は有名であり、Andrews と Andrews-Ploberger はそれぞれの検定統計量を漸近特性を導き、臨界値を求めた。

まず、次のような線形回帰モデルを考える。

$$y_t = x_t' b_t + e_t \quad t = 1, \ldots, T \tag{1}$$

ただし、$\sigma^2 = E(e_t^2) < \infty$とする。$x_t$は（$m \times 1$）のベクトルとして、$b_t$を通じて、条件付分布に構造変化を持つ。$\beta$の構造変化は、

$$b_t = \begin{cases} b, & t < t_0, \\ b + \mu, & t \geq t_0 \end{cases} \tag{2}$$

とする。ここで、$t_0 \in [t_1, t_1]$としてt_0は構造変化点を表し（本稿では $t_1 = 0.15T,\ t_2 = 0.85T$ として構造変化はデータの両端それぞれ15％の区域には起こらないと仮定している）、μはその変化の大きさを表すものとする。今、$H_0: \mu = 0$ 対 $H_1: \mu \neq 0$ を検定するならば、$H_0: \mu = 0$ の下でモデルは、

$$y_t = x_t' b + e_t \tag{3}$$

という形になり、これは、t_0に依存しない。この式(3)のOLS残差を$\hat{e}_t$として、分散の推定量を $\hat{\sigma}^2 = (T-m)^{-1} \Sigma_{t=1}^{T} \hat{e}_t^2$ とする。一方、$H_1: \mu \neq 0$ の下でモデルは、

$$y_t = x_t' b + x_t' \mu I_{\{t \geq t_0\}} + e_t \tag{4}$$

となる。ここで、$I_{\{\cdot\}}$は指示関数である。この式(4)において、$t \in [t_1, t_2]$ に対して、分散の推定量を$\hat{\sigma}_t^2 = (T-2m)^{-1} \Sigma_{t=1}^{T} \hat{e}_t^2$とする。そして、時点$t$で構造変化があるかを検定するワルド統計量は、

$$F_t = \frac{(T-m)\hat{\sigma}^2 - (T-2m)\hat{\sigma}_t^2}{\hat{\sigma}_t^2} \tag{5}$$

となる。これは、e_tが $iidN(0, \sigma^2)$ に従う場合には、尤度比検定統計量と同じになる。

ここで、各統計量は次のように定義されている。

$$\begin{aligned} SupF &= \sup_{t \in [t_1, t_2]} F_t \\ ExpF &= \ln \int_t exp\ (F_t/2)\, dw(t) \\ AveF &= \int_t F_t\, dw(t) \end{aligned} \tag{6}$$

ただし、$w(t)$ は $[t_1;t_2]$ の区間での積分のみに $1/(t_2-t_1)$ を加重した測度である。これらの検定に使われた分布理論は漸近的であり、説明変数が定常であると言う仮定に従っている場合に導かれるものである。これらの検定は、条件分布と周辺分布における構造変化を区別することはできない。

一方、Hansen（2000）では周辺過程が定常の場合と非定常の場合の漸近特性を調べ、説明変数がラグ付従属変数を含む場合においても、それらが固定されているものとして扱った Fixed Regressor Bootstrap を提案した。ここでは、$SupF$ 検定を例にとって e_t が均一分散を持つ場合と不均一分散を持つ場合の Fixed Regressor Bootstrap を紹介する。なお、以下の説明は同様に $ExpF,\ AveF$ 検定にも用いることが出来る。

まず、均一分散の場合には、$\{y_t(b):t=1,...,T\}$ が$N(0,1)$ から発生されたする。そして、この $y_t(b)$ を x_t に回帰して、残差分散$\hat{\sigma}^2(b)$を、$y_t(b)$ を x_t と $x_tI_{\{t\geq t_0\}}$ に回帰して残差分散$\hat{\sigma}_t^2(b)$を得る。このとき、Wald 列は

$$F_t(b)=\frac{(T-m)\hat{\sigma}^2-(T-2m)\hat{\sigma}_t^2(b)}{\hat{\sigma}_t^2(b)} \tag{7}$$

となる。ブートストラップ検定統計量は、

$$SupFn(b)=\sup_{t_1\leq t\leq t_2} F_t(b) \tag{8}$$

となる。ここで、$G_t(x)=P(SupF_n(b)\leq x\backslash \Im_t)$ を$SupF_t(b)$の条件付分布関数とする。このとき、ブートストラップの p 値は$p_t=1-G_t(SupF_t)$ となる。ブートストラップ検定では、p_t が小さいときに帰無仮説 H_0を棄却する。

一方、不均一分散の場合には均一分散の場合に少し改良を加えたらよい。まず、式(4)を推定した際の分散$\hat{\sigma}_t^2$を用いて、$\hat{t}=\mathrm{argmin}\ \hat{\sigma}_t^2$を最小二乗法で推定された構造変化点とする。そして、この構造変化点を$\hat{t}$としたときの残差を $\hat{e}_t$ とする。これを用いて、$y_t^h(b)=ut(b)\hat{e}_t$ と定義して、ここで$\{u_t(b):t=1,...,T\}$ は$N(0,1)$ から発生されたとする。後は $y_t(b)$の代わりに $y_t^h(b)$ を用いれば、均一分散のときと同様にブートストラップ検定量を計算することが出来る。このブートストラップの分布は $G_t^h(x)=P(SupF_n^h(b)\leq x/\Im_t)$ となり、同様において p 値は $p_t^h=1-G_t^h(SupF_t)$ となる。

ブートストラップの繰り返し回数は、1000回とする。ここでは、Andrews の漸近近似、均一分散ブートストラップ近似、不均一分散ブートストラップ近似という３種類の近似法を用いる。

2.2 Nyblom（1989）

Nyblom（1989）では、構造変化に対する LM 検定を提案している。まず、式(1)(2)のモデルを考える。このとき、bとt_0をある実数ϕに対して $E\ [b\{t=t_0\}]=0$ と$E\ [bb'\{t=t_0\}]=(\Sigma_{t=1}^{T}x_tx_t')^{-1}\phi^2$を満たす確率変数とする。Nyblom L 検定は、帰無仮説を$\phi^2=0$、対立仮説を$\phi^2>0$を検定し、その検定統計量は、

$$L\ =\ tr\Big[S_n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\Big(\sum_{k=j}^{n}\hat{e}_kx_k\Big)\Big(\sum_{k=j}^{n}\hat{e}_kx_k'\Big)\Big]\Big/\sigma^2>c \tag{9}$$

となる。ここで、$\hat{e}_k$ は OLS 残差、$S_n=n^{-1}\Sigma x_k x_k'$、$\hat{\sigma}^2$ と $=n^{-1}\Sigma\hat{e}_k^2$ する。

しかし、Nyblom L 検定は説明変数が定常であることを想定している。そのため、Hansen（2000）で回帰モデルの応用へは勧められないと述べられているように、この統計量は、定常であるという仮定に対して感応度が高い。

2.3 Bai and Perron（1998）

Andrews, Andrews-Ploberger の統計量は、構造変化点が１つであると想定したものであった。それに対して、Bai-Perron（1998）では、未知の多重構造変化点に対する検定を提案している。Bai-Perron で想定してるモデルは、l個の構造変化がある多重線形回帰モデルである。

$$y_t=x_t'b+z_t'\delta_j+u_t,\ t=T_{j-1}+1,\dots,T_j \tag{10}$$

ここで、$j=1,\dots,l+1$、$T_0=0, T_{j+1}=T$ とする。なお、y_t は従属変数、$x_t(p\times1)$、$z_t(q\times1)$ は共変量ベクトル、$b, \delta_j(j=1,\dots,l+1)$ はそれぞれのベクトルに対する係数である。

構造変化点（$T_1,\dots,T_j$）は未知とする。bが構造変化に影響されず、すべてのデータを使って推定されるとき、モデルは部分構造変化モデルといわれる。もし$p=0$であれば、モデルは、すべての係数が構造変化によって変化する純構造変化モデルである。

SupF タイプの検定では、帰無仮説として構造変化なし、対立仮説として構造変化ありを考え、検定の有意水準は、５％を想定した。われわれの実験では、構造変化なしか上限をLとして構造変化の数を検定したいと考えている。まず、十分小さい正の ε に対して、

$$\Lambda_\varepsilon=\{(\lambda_1,\dots,\lambda_l);(\lambda_{i+1}-\lambda_i)\ \geq\varepsilon,\lambda_1\geq\varepsilon,\lambda_l\leq1-\varepsilon\} \tag{11}$$

とすると、構造変化点（$T_i,\dots,T_j$）は $T_i=[T\lambda_i]$（$i=1,\dots,i$）となる。ここで、$[T\lambda_i]$は$T\lambda_i$を超えない最大の整数とする。そして、構造変化点を（$T_1,\dots,T_j$）としたときの、残差平方和をST（$T_1,\dots,T_j$）すると、

$$F_T(\lambda_1,\dots,\lambda_l;q)=\left(\frac{T-(l-1)q-p}{lq}\right)\ \frac{\hat{\delta}R'(R\ (Z'M_XZ)^{-1}R')^{-1}R\hat{\delta}}{S_T(T_1,\dots,T_l)} \tag{12}$$

と定義する。ここで、Rは$(R\delta)'=(\delta_1'-\delta_2',\dots,\delta_l'-\delta_{l+1}')$を満たす行列で、$M_X=I-X(X'X)^{-1}X'$とする。なお $X=(x_1',\dots,x_T')'$, $Z=(z_1',\dots,z_T')'$ とする。

Bai-Perron（1998）では、この式(12)を用いて Double Maximum 検定を次のように定義している。

$$D\max F_t(L,q,a_1,\dots,a_L)=\max_{1\leq l\leq L}\ a_m \sup_{(\lambda_1\dots\lambda_l)\in\Lambda_\varepsilon} F_T(\lambda_1,\dots,\lambda_{l:q}) \tag{13}$$

これに対してウェイト a_i をすべて１にしたものを $UD\max$ として、

$$UD\max\ F_T(L,q)=\max_{1\le l\le}\ \sup_{(\lambda_1\ldots\lambda_l)\in\Lambda_\varepsilon} F_T(\lambda_1,\ldots,\lambda_{l;q}) \tag{14}$$

とする。固定した q に対して、l が大きくなるにつれて、$\sup_{(\lambda_1\ldots\lambda_l)\in\Lambda_\varepsilon} F_T(\lambda_1,\ldots,\lambda_{l;q})$ といった個々の臨界値が小さくなるので、周辺 p 値は m とともに下がり、構造変化数が多くなれば検出力が落ちると考えられる。この問題を軽減するため、Bai-Perron では、周辺 p 値を m に値に関して等しくなるようにウェイトを考えた WD max を提案している。このウェイトは q と有意水準に依存している。$c(q,\alpha,m)$ を有意水準 α に対する $\sup_{(\lambda_1\ldots\lambda_l)\in\Lambda_\varepsilon} F_T(\lambda_1,\ldots,\lambda_{l;q})$ 検定の漸近臨界値とし、$a_1=1$、$m\geq 2$ のとき $a_m=c(q,\alpha,l)/c(q,\alpha,1)$ とすると、

$$WD\ \max\ F_T(L,\ q)=\max_{1\le l\le}\frac{c(q,\alpha,1)}{c(q,\alpha,l)}\sup_{(\lambda_1,\ldots,\lambda_{l;q})\in\Lambda_\varepsilon} F_T(\lambda_1,\ldots,\lambda_{l;q}) \tag{15}$$

となる。

2.4 Bai の尤度比検定（1999）

Bai（1999）では、帰無仮説を構造変化数が l、対立仮説を構造変化数が $l+1$ として、多重構造変化を決定する尤度比検定を考案した。Bai-Perron 検定では前回の検定で得られた構造変化点を条件付けしなくてはいけないのに対して、この方法では、帰無仮説と対立仮説の下での推定を同時に最適に行うことが出来る。検定統計量は、構造変化点が l のときの SSR と $l+1$ のときの SSR の差に基づいて次のように定義される。まず、構造変化点を $(T_1,\ldots,T_l)$ としたときの、残差平方和を $S_T(T_1,\ldots,T_l)$ として、検定統計量は、

$$sup\ LR_T(l+1|l)=\frac{S_T(\hat{T}_1,\ldots,\hat{T}_l)-S_T(\hat{T}^*_1,\ldots,\hat{T}^*_l)}{S_T(\hat{T}^*_1/,\ldots,\hat{T}^*_l/T)} \tag{16}$$

ここで、$(\hat{T}_1,\ldots,\hat{T}_l)$ は帰無仮説における構造変化点 $(T^0_1,\ldots,T^0_l)$ の推定値、$(\hat{T}^*_1,\ldots,\hat{T}^*_l)$ は構造変化点がもうひとつ増えたとしたときに SSR を最小とする点である。臨界値は、次のように限界分布の密度関数がわかるために、解析的に求めることが出来る。

$$\lim_{T\to\infty} P(sup\ LR_T(l+1|l)>c)=1-\prod_{i=1}^{l+1}(1-G_i(c)) \tag{17}$$

ここで、

$$G_i(c)=\frac{c^{q/2}\ exp(-c/2)}{2^{q/2-1}\Gamma(q/2)}\left[\left(1-\frac{q}{c}\right)\log\frac{1-\eta_i}{\eta_i}+\frac{2}{c}+o(c^{-2})\right] \tag{18}$$

である。

2.5 Wang-Zivot によるベイジアン・アプローチ（2000）

ベイズ法による構造変化推定には、Carlin, Gelfand, and Smith（1992）、Inclan（1993）、Stephens（1994）などギブス・サンプラーを使ったものがある。Wang-Zivot（2000）は、これらの研究よりさらに拡張し、単変量時系列モデルの定数項、トレンド項、そして誤差項の分散値などに多重構造変化の影響を受けている場合を考慮した。多重構造変化の検定と推定ということで、Bai-Perron（1998）や Bai（1999）などの多重構造変化検定と比較できる

ものであるが、構造変化はどのパラメータでも起こりえるという点でこのベイジアン検定法はより一般的である。また、ベイズ法によるものであるから、構造変化時点の事後分布が得られるのは大きな特徴であろう。

まず、次のような構造変化のある自己回帰モデル AR(r) を考える。$t=1,2,\ldots,T$として、

$$y_t = a_t + b_t t + \phi_1 y_{t-1} + \cdots + \phi_r y_{t-r} + s_t u_t \tag{19}$$

ここで、$u_t \sim iidN(0,1)$ とする。変化時点は $k=k_1,\ldots,k_l$ とl個あるものとし、パラメータ a_t, b_t, s_t は m 個の構造変化時点によって変化するものとする。それぞれのレジームi, ($i=1, 2,\ldots,l+1$) では、$k_{i-1} \leq t < k_i$ に対して $a_t=\alpha_i$、$b_t=\beta_i$、$s_t=\sigma_i$となる。

$I_{\{\cdot\}}$ を指示関数として、式(19)はこの$I_{\{\cdot\}}$を使うことにより次のように変換できる。

$$\begin{aligned} y_t &= \sum_{i=1}^{l+1} I_{(k_{i-1} \leq t < k_i)} (\alpha_i + \beta_i t) + \sum_{j=1}^{r} y_{t-r}\phi_j + S_t u_t \\ &= X'_t B + s_t u_t \end{aligned} \tag{20}$$

ここで、

$$Xt = \begin{bmatrix} I_{\{k_0 \leq t < k_1\}} \\ \vdots \\ I_{\{k_l \leq t < k_{l+1}\}} \\ tI_{\{k_0 < t < k_1\}} \\ \vdots \\ tI_{\{k_l \leq t < k_{l+1}\}} \\ y_t - 1 \\ \vdots \\ y_t - r \end{bmatrix} \tag{21}$$

として、そして$B=(\alpha_1,\ldots,\alpha_{l+1},\beta_1,\ldots,\beta_{l+1},\phi_1,\ldots,\phi_r)'$ とする。

ここで、各パラメータの条件付き事後分布について考える。$\theta=(B',\sigma',k')'$とすると$k_i \in [k_{i-1}, k_{i+1}]$の条件付き事後分布は

$$f(k_i | Y, [\theta - k_i]) \propto f(k_i | Y, k_{i-1}, k_{i+1}, B, \sigma) \tag{22}$$

となり、これはk_{i-1}とk_{i+1}との区間のデータを使った尤度に等しい。よって、条件付き事後分布$f(k_i|Y,[\theta-k_i])$ から抽出されるサンプル k_i は確率が尤度に比例する多項分布から発生されるものである。

次に式(20)のパラメータBおよびσ_iの条件付き事後分布を考える。これは自然共役事前分布$N(B_0, \Sigma_B)$ (B_0は事前平均、Σ_Bは事前共分散行列) とし、σ_i は逆ガンマ事前分布$IG(\nu_0, \lambda_0)$ すなわち、

$$p_0(\sigma_i^2) \propto (\sigma_i^2)^{-(\nu_0-1)} exp\left\{-\frac{\lambda_0}{\sigma_i^2}\right\}$$

とすると、σ_iの条件付き事後分布は

$$\sigma_i^2|Y,\ [\theta-\sigma_i^2]\sim IG(\nu_i,\lambda_i) \tag{23}$$

となる。ここで、$\nu_i=\nu_0+n_i/2,\lambda_i=\lambda_0+(Y^{(i)}-X^{(i)}B)'\ (Y^{(i)}-X^{(i)}B)/2$、$X^{(i)}$や$Y^{(i)}$はレジーム$i$の$x'_t$や$y_t$の数値を表している。

Bの条件付き事後分布は

$$B|Y,[\theta-B]\sim N(\Phi_B(\Sigma_B^{-1}B_0+X'S^{-2}Y),\Phi_B) \tag{24}$$

ここで$\Phi_B=(\Sigma_B^{-1}+X'S^{-2}Y)^{-1}$である。

これらの条件付き事後分布(22)、(23)、(24)よりギブスサンプリングを使うことにより各パラメータが推定できる。

構造変化数決定は、ベイズファクターを計算してその割合から決定している。Wang-Zivot (2000) はこのベイズファクターを計算するのにSchwarz BICによる方法を使っている。$\hat{\theta}$をθの事後平均、qを推定パラメータ数とすると、モデル1(l=1) のSchwarz BICは

$$BIC_1=-2\ln L(\hat{\theta}_1|Y)+q_1\ln(T) \tag{25}$$

と与えられ、モデル1のモデル０（$l=0$）に対するベイズファクターBF_{01}は、次の式によって計算される。

$$BF_{01}\fallingdotseq\exp[0.5(BIC_0-BIC_1)] \tag{26}$$

3　モンテカルロ実験－検定のサイズ

この節では、モンテカルロ実験によってAndrews (1993), Andrews-Ploberger (1994), Nyblom (1989), Hansen (2000), BaiandPerron (1998), Bai (1999), Wang-Zivot (2000) による構造変化検定の検定のサイズを比較する。なお、モンテカルロの繰り返し回数はそれぞれ5000回とした。データ発生過程モンテカルロ実験で用いたデータの発生過程 (DGP) は、

$$y_t=b_tx_{i,t}+\eta_t \tag{27}$$
$$x_{i,t}=\alpha_i+\beta_ix_{i,t-1}+u_{i,t},i=1,2,...,k;t=1,2,,...,T \tag{28}$$

である。ここで、$\eta_t\sim N(0,1)$, $u_{i,t}\sim N(0,1)$ で添え字iは周辺過程を表すものとする。本稿では、$k=1$、つまり周辺過程は１つとした[*3]。検定のサイズを計算するのために、ここでは式(28)での$\alpha_i=1$とし、式(27)での$b_t=1$とする。推定モデル検定のサイズの計算では、未知の時点での構造変化を１つを検定する。帰無仮説を構造変化なし、つまり$\theta_t=\theta\ \forall t$、対立仮説を$\theta_t$に構造変化が１回、つまり、

＊３ 実際には周辺過程が２つの場合も行ったが、結果は周辺過程が１つの場合と変わりなかった。

$$b_t = \begin{cases} b & t \leq t_0 \\ b+\mu & \text{otherwise} \end{cases} \tag{29}$$

とした仮説検定を行う。

実験計画　周辺過程に何も構造変化がない場合を考え、構造変化が１つあるかどうかを検定する。そして、予め設定した有意水準と実際の第１種の過誤の割合を比べる。観測数は、戦後のマクロの時系列データを想定し、年次データに対応する観測数50、四半期データに対応する観測数200と中間的な観測数100の３種類の場合について考える。自己回帰係数 β_i は、{0.8, 0.9, 0.95, 0, 99, 1} といった５種類の場合を考える。β_i が１に近づくにつれて、周辺過程における単位根が結果にどのように影響するかを観察する。

そして、計算されたp値と有意水準である $\alpha=0.05$ と比較して、検定を行う。結果をまとめた表では、p値が有意水準である $\alpha=0.05$ を下回ったパーセントを記載した。つまり、帰無仮説 $H_0{:}b_t=b$ の棄却率を記載している。有意水準として $\alpha=0.05$ を設定しているので、第１種の過誤、つまり棄却率は５％となることが望ましい。β_i が１に近づくにつれて、周辺過程における単位根が第1種の過誤にどのように影響するかを観察する。

Wang-Zivot のベイズ法による構造変化検定の各事前分布パラメータはできる限り非報知に近い事前分布を得るために $B_0=0, \nu_0=1.001, \lambda_0=.001, \Sigma_0$ はそれぞれの対角要素が1000となるような対角行列とする。ギブス・サンプラーは最初の500回のサンプリングを捨てて、501回から2000回までのサンプリングを推定・検定等に使う。

3.1 モンテカルロ実験の結果

表１から５はサイズ検定の実験結果である。これらの結果から最も結果が良かったのはＨansenによるブートストラップ法による均一分散 aveF 統計量による検定法である。そしてＨansenの他の統計量が続き、Andrews-Ploberger、Andrews の統計量、Bai の尤度比検定、Nyblom のＬ検定、そして Bai-Perron の順に結果が良かった。Nyblom は周辺過程が単位根に近づくにつれて、ほとんど棄却されなかった。Bai and Perron はサイズの値は大きすぎである。個々の検定法による検定のサイズは以下の通りである。

***Andrews* (1993), *Andrews-Ploberger* (1994), *Hansen* (2000) の場合**　表１では、Andrews、Andrews-Ploberger、Hansen による検定のサイズの結果を表している。全体的に10を超えるような大きな値はなく、比較的５に近い数値である。

β が１に近づくにつれて、Andrews の *SupF*、Andrews-Ploberger の *expF* 検定では過剰に帰無仮説を棄却しているが、Andrews-Ploberger の *aveF* では逆に過小に棄却している。Andrews, Andrews-Plobergerの各検定に比べて、Hansenによる各検定は β の値に対して影響が少ない。*SupF* は他の検定統計量に比べて、サイズが大きすぎる傾向がある。各検定法の棄却率の５からの偏差の２乗和平均を求めると、Hansen 均一分散 *aveF* が最も良く、続いて Hansen 均一分散 *expF* と *SupF* は大差なく、そして Hansen 不均一分散 *expF* と Andrews-Ploberger の *aveF* が続きそして Hansen の不均一分散 *SupF* と *AveF*、Andrews-Ploberger の *expF* と続き、最も結果が思わしくなかったのが Andrews の *SupF* であった。ほとんどの検定量がサンプルサイズが大きくなるにつれ適正値である５に近づいているが、Hansen の不均一分散*SupF*に関しては逆で $T=200$ の時の結果は $T=50$ の時より悪化している。

表１　検定のサイズ：Andrews, Andrews-Ploberegr, Hansen

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
T=50	β=0.80	5.8	5.0	5.5	7.7	5.8	6.8	5.8	6.3	7.2
	β=0.90	5.5	4.3	3.9	6.0	4.5	4.4	4.1	4.4	5.3
	β=0.95	7.3	5.9	5.7	7.0	5.5	5.4	4.8	5.8	6.7
	β=0.99	7.5	5.5	4.2	7.6	5.8	5.2	4.5	5.5	6.4
	β=1.00	8.5	6.4	5.0	8.4	6.0	6.0	3.3	5.3	5.3
T=100	β=0.80	6.2	6.0	6.3	6.2	5.4	5.7	5.5	5.2	5.5
	β=0.90	6.5	5.8	7.2	6.7	6.3	6.5	5.5	5.6	6.2
	β=0.95	6.8	5.6	5.8	6.8	6.1	6.3	5.2	5.9	6.4
	β=0.99	7.2	4.8	4.2	5.6	4.5	4.5	3.3	4.5	4.9
	β=1.00	7.9	5.2	4.5	6.5	4.8	4.8	4.1	4.7	5.5
T=200	β=0.80	6.6	5.2	7.7	6.3	5.9	6.1	5.6	5.8	6.1
	β=0.90	5.0	4.9	6.1	5.0	4.8	4.8	4.4	4.8	5.0
	β=0.95	5.8	5.4	5.5	5.3	4.7	5.1	4.1	4.8	4.8
	β=0.99	7.6	5.9	5.4	5.4	4.9	4.8	3.4	5.2	4.9
	β=1.00	8.7	6.0	5.6	7.2	6.2	6.0	5.5	5.4	5.5

表の１－９は次に対応している。

１：SupF; Andrews の漸近臨界値
２：SupF; Hansen の均一分散ブートストラップ
３：SupF; Hansen の不均一分散ブートストラップ
４：ExpF; Andrews-Plobeger の漸近臨界値
５：ExpF; Hansen の均一分散ブートストラップ
６：ExpF; Hansen の不均一分散ブートストラップ
７：AveF; Andrews-Plobeger の漸近臨界値
８：AveF; Hansen の均一分散ブートストラップ
９：AveF; Hansen の不均一分散ブートストラップ

Nyblom（1989）の検定　表２は、Nybloom の検定の検定のサイズの結果である。表から明らかに、周辺過程が単位根、もしくは単位根に近いものを持っている場合に、検定がうまくいかないことがわかる。βが単位根に近づくにつれて、帰無仮説をほとんど棄却していない。これはこの検定法は説明変数が定常であることを想定しているためで、よって Hansen（2000）が述べているように非定常もしくは非定常に近いような場合は使うべきではない。

表２　検定のサイズ：Nyblom の検定

	T=50	T=100	T=200
β=0.80	4.7	7.1	7.0
β=0.90	2.8	5.2	5.5
β=0.95	1.6	3.3	5.1
β=0.99	0.3	0.8	1.1
β=1.00	0.1	0.2	0.4

Bai and Perron（1998）の場合　表３は Bai and Perron の検定統計量を用いて検定のサイズをモンテカルロ実験した結果である。表から、明らかに過剰棄却がうかがえる。サンプルサイズが大きくなるにつれて、パフォーマンスは改善されるが、依然として、過剰棄却気味であることに変わりはない。WDMax 検定統計量は、UDMax 検定量よりも常に値が大きい。βが１に近づくにつれてその傾向は大きくなる。

表３　検定のサイズ：Bai-Perron

	T=50		T=100		T=200	
	UDMax	WDMax	UDMax	WDMax	UDMax	WDMax
β=0.80	38.20	49.80	17.10	22.50	10.40	13.60
β=0.90	39.90	48.60	20.80	25.80	11.40	13.40
β=0.95	44.30	53.70	20.40	22.90	12.90	14.70
β=0.99	44.60	53.30	21.40	25.80	13.50	14.00
β=1.00	42.60	51.40	24.20	27.90	16.30	16.50

***Bai*（1999）の尤度比検定**　表４は Bai の尤度比検定の検定のサイズに対するモンテカルロ実験の結果を示している。Bai の尤度比検定は、Bai-Perron の方法よりも良いパフォーマンスをあらわしている。また、Bai-Perron の結果と対照的に、β が１に近づくにつれて棄却率は下がっていった。観測数が増えるに従って、検定のサイズは適正に近づいている。

表４　検定のサイズ：Bai'LR 検定

	T=50	T=100	T=200
β=0.80	14.2	11.9	9.5
β=0.90	11.6	7.1	9.3
β=0.95	11.4	9.1	10.5
β=0.99	9.4	7.1	8.3
β=1.00	7.2	5.7	4.5

***Wang-Zivot*（2000）のベイジアン検定**　表５は Wang-Zivot のベイジアン検定によるモンテカルロ実験の結果を示している。表の中のそれぞれの数値は、棄却した割合ではなく l=１（つまり構造変化数が１）の事後確率モンテカルロ平均である。よって、非ベイジアンの検定法によるシミュレーションとは単純に比較はできないが、参考のために結果を載せている。β が１に近づくにつれ、僅かに事後確率モンテカルロ平均は上がっているが、非定常性の影響はほとんどないと言える。また観測数が増えるにつれシミュレーションのパフォーマンスは上がっているが、程度は僅かである。

表５　検定のサイズ：Wang-Zivot のベイジアン検定

	T=50	T=100	T=200
β=0.80	24.6	19.1	18.2
β=0.90	25.5	20.0	17.9
β=0.95	25.9	21.9	17.7
β=0.99	26.5	22.4	18.2
β=1.00	27.8	22.5	19.7

4　モンテカルロ実験－検出力検定

データ発生過程　データ発生過程（DGP）は次のようである。

$$y_t = b_t x'_{i,t} + \eta_t \tag{30}$$

$$x_{i,t} = \alpha_i + \beta_i x'_{i,t-1} + u_{i,t},\ \ i = 1, 2, \ldots, k; t = 1, 2,, \ldots, T \tag{31}$$

ここで、$\eta_t \sim N(0, 1)$, $u_{i,t} \sim N(0, 1)$ で添え字 i は周辺過程を表すものとする。また、検定のサイズの計算と同様に検出力検定でも、式(31)において $\alpha = 1$ とし、周辺過程は1つとしたのでk＝1とした。条件付周辺分布では、データの半分のところで構造変化があるとする。つまり、

$$b_t = \begin{cases} b & t \leq t_0 \\ b + \mu & \text{otherwise} \end{cases} \tag{32}$$

とする。なお、本稿では、$\mu = \{0.1, 0.3, 0.5\}$ とする。

推定モデル　検出力検定では、構造変化があるかないかを検定し、帰無仮説を y_t に構造変化なし、$b_t = b \forall t$、対立仮説は、

$$\mathrm{b}_t = \begin{cases} \mathrm{b} & \mathrm{t} \leq \mathrm{t}_0 \\ b + \mu & \text{otherwise} \end{cases} \tag{33}$$

という未知の構造変化点 t_0 が1つあるとした仮説である。

4.1 モンテカルロ実験の結果

表6から12は検出力実験の結果である。検定のサイズの実験結果より第一種の過誤が異常に大きかったBai-Perronによる検定法が検出力において最も高くなるというのは予想できる。実際、Bai-Perronの結果が最も検出力が高かった。そしてAndrews, Andrews-Ploberger, Hansenによる検定法が続くが、それぞれはほとんど大きな違いは見いだされなかった。そしてBaiの尤度比検定が続き、最も検出力が弱かったのはNyblomのL統計量であった。個々の検定法については以下の通りである。Wang-Zivotによるベイジアン検定は、結果が事後確率のモンテカルロ平均なので解釈が異なるが、それでも検出力はBai-Perronとほぼ同等の結果であった。

***Andrews* (1993), *Andrews-Ploberger* (1994), *Hansen* (2000) の場合**　表6，7，8からは、Hansenの不均一分散 *aveF* がわずかに棄却率が大きい以外は他の統計量に対して違いはみられない。β が1に近づくにつれ、これらの検定の検出力が上がっている。当然、サンプルサイズが増えるにつれて、検出力があがっていく。また、ジャンプサイズが小さい時（$\mu = 0.1$）は各検定量による違いは幾分出ているが、それも T=50の時ぐらいで T=200になると、各検定量による違いはほどんどみられない。この中で、Hansenの均一分散 *SupF* と不均一分散 *SupF* が検出力が多少弱いようである。

表６　検出力検定：Andrews, Andrews-Ploberger, Hansen：T=50

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
	β=0.80	27.6	24.4	24.9	30.5	27.0	26.5	29.1	29.1	30.8
	β=0.90	61.6	57.4	54.3	66.0	60.8	57.1	62.7	65.1	65.8
μ=0.1	β=0.95	86.2	83.9	80.4	88.0	85.6	83.8	84.6	86.1	87.2
	β=0.99	97.7	97.3	95.8	97.9	97.4	96.6	96.2	96.9	97.3
	β=1.00	99.1	98.1	97.2	98.9	98.6	97.7	97.5	98.3	98.3
	β=0.80	97.0	96.5	95.3	97.4	97.1	96.1	96.6	96.8	96.6
	β=0.90	100.0	100.0	99.9	100.0	100.0	99.9	99.8	99.9	99.8
μ=0.3	β=0.95	100.0	100.0	99.9	100.0	100.0	99.9	100.0	100.0	100.0
	β=0.99	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=1.00	100.0	100.0	100.0	99.9	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=0.80	100.0	100.0	99.9	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=0.90	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
μ=0.5	β=0.95	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=0.99	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=1.00	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

表の１－９は表１と同じである。

表７　検出力検定：Andrews, Andrews-Ploberger, Hansen：T=100

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
	β=0.80	53.1	52.2	51.3	56.6	54.7	55.1	56.5	57.5	57.9
	β=0.90	96.5	96.0	96.3	97.2	96.7	96.7	96.4	96.9	96.9
μ=0.1	β=0.95	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=0.99	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=1.00	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=0.80	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=0.90	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
μ=0.3	β=0.95	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=0.99	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=1.00	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=0.80	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=0.90	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
μ=0.5	β=0.95	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=0.99	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	β=1.00	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

表の１－９は表１と同じである。

***Nyblom*（1989）の検定**　表９は、Nyblom のＬ統計量の実験結果を表してる。Andrews, Andrews-Ploberger, Hansen の方法に比べて、Nyblom の検定は検出力が弱い。変わっていることと言えば、Nyblom 検定は、サイズ検定では単位根に大きく影響されるが、検出力検定では、前の結果と比べて、特に Hansen のブートストラップに比べて単位根による影響が少ない。

***Bai-Perron*（1998）の場合**　表10は Bai-Perron の検出力検定のモンテカルロ実験の結果である。Bai-Perron の検出力検定では、Andrews, Andrews-Ploberger, Hansen の結果と同様に β が１に近くなるにつれて、棄却率は100％になっていく。他の結果と総合すると、もっとも強力である。異常に検定のサイズの値が大きかったという問題があるという実験結果から、Bai-Perron 統計量が最も検出力が高いと考えられる。

表８　検出力検定：Andrews, Andrews-Ploberger, Hansen：T=200

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$\beta=0.80$	87.9	87.7	88.3	90.1	90.0	90.1	90.0	90.1	90.3
	$\beta=0.90$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
$\mu=0.1$	$\beta=0.95$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=0.99$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=1.00$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=0.80$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=0.90$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
$\mu=0.3$	$\beta=0.95$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=0.99$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=1.00$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=0.80$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=0.90$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
$\mu=0.5$	$\beta=0.95$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=0.99$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=1.00$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

表の１－９は表１と同じである。

表９　検出力検定：Nyblom

	T=50			T=100			T=200		
	$\mu=0.10$	$\mu=0.30$	$\mu=0.50$	$\mu=0.10$	$\mu=0.30$	$\mu=0.50$	$\mu=0.10$	$\mu=0.30$	$\mu=0.50$
$\beta=0.80$	26.6	93.5	99.3	60.2	99.9	100.0	91.1	100.0	100.0
$\beta=0.90$	48.2	98.4	99.7	94.8	100.0	100.0	99.9	100.0	100.0
$\beta=0.95$	61.8	98.6	99.7	99.6	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
$\beta=0.99$	62.4	97.4	98.9	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
$\beta=1.00$	61.8	97.1	98.7	99.9	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

表10　検出力検定：Bai-Perron

		UDMax			WDMax		
		$\mu=0.10$	$\mu=0.30$	$\mu=0.50$	$\mu=0.10$	$\mu=0.30$	$\mu=0.50$
	$\beta=0.80$	55.1	97.2	100.0	64.9	97.8	100.0
	$\beta=0.90$	76.6	100.0	100.0	81.7	100.0	100.0
T=50	$\beta=0.95$	90.8	100.0	100.0	92.4	100.0	100.0
	$\beta=0.99$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=1.00$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=0.80$	61.4	100.0	100.0	64.6	100.0	100.0
	$\beta=0.90$	97.1	100.0	100.0	97.3	100.0	100.0
T=100	$\beta=0.95$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=0.99$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=1.00$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=0.80$	87.1	100.0	100.0	86.6	100.0	100.0
	$\beta=0.90$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
T=200	$\beta=0.95$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=0.99$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
	$\beta=1.00$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

***Bai*（1999）の尤度比検定**　Baiの尤度比検定は、表11を見る限り、Bai-Perron検定よりも検出力が落ちている。この検定も、Bai-Perron検定と同様にβが1に近づくにつれて、より検出力があがっている。しかし、NyblomのL統計量と同様に他の検定量と比較すると、比較的単位根による影響が少ないといえる。

表11　検出力検定：Baiの尤度比検定

	T=50			T=100			T=200		
	μ=0.10	μ=0.30	μ=0.50	μ=0.10	μ=0.30	μ=0.50	μ=0.10	μ=0.30	μ=0.50
β=0.80	35.0	95.7	99.6	63.4	100.0	100.0	91.4	100.0	100.0
β=0.90	59.0	98.3	100.0	96.8	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
β=0.95	68.3	98.9	99.9	99.7	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
β=0.99	70.5	99.3	99.9	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
β=1.00	69.4	99.5	99.8	99.8	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

***Wang-Zivot*（2000）のベイジアン検定**　表12はWang-Zivotによるベイジアン検定の結果である。サイズでのと同じく、表のそれぞれの数値は事後確率のモンテカルロ平均を表しているので、非ベイジアンの検定の結果とは解釈が異なる。その上で結果を見てみると、ほぼBai-Perronの結果と同じく、大変検出力は高いといえる。また、βが1に近づくにつれ検出力は飛躍的に上がっていることがわかる。

表12　検出力検定：Wang-Zivotのベイジアン検定

	T=50			T=100			T=200		
	μ=0.10	μ=0.30	μ=0.50	μ=0.10	μ=0.30	μ=0.50	μ=0.10	μ=0.30	μ=0.50
β=0.80	52.7	97.6	100.0	60.7	100.0	100.0	87.8	100.0	100.0
β=0.90	75.5	100.0	100.0	96.4	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
β=0.95	91.8	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
β=0.99	98.6	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
β=1.00	99.3	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

5　結　論

本稿では、近年応用マクロ実証によく使われている幾つかの代表的な構造変化検定法を紹介し、未知の構造変化に対する検定をサイズと検出力をモンテカルロ実験により比較した。DGPは、周辺過程に対して定常過程だけでなく、単位根もしくは単位根に近い非定常過程も考慮した。

非定常過程もしくはそれに近い場合には、Hansen（2000）で述べられているように、NyblomのL統計量といったものなど、多くの方法で、サイズのゆがみが生じていた。この点に関しては、Hansenのブートストラップ統計量が優れていることがわかった。

検定のサイズはサンプルサイズが中程度以上ではどの検定量でも似たような結果を示すと予想していたがT=200の場合でも各検定量のサイズはかなり違った。特にBai-Perronの統計量は明らかに過剰棄却しており、また逆に、非定常過程でのNyblomのL統計量は過小に棄却していることがわかった。またBaiのLR統計量も定常過程では過剰に棄却していることがわかった。

検出力検定に関しては小サンプルでジャンプサイズが小さい時は、サイズ検定で最も過剰に棄却していた Bai-Perron 検定が最も検出力が強く、Bai の LR 検定が次に続くというのは予想通りであったが、この２つの検定法以外では殆ど大差のない結果となった。小サンプルでもジャンプサイズが中以上なら、どの検定量でもほぼ同じような結果となり、ジャンプサイズが小さい時でもT=100以上ならほぼ同じような結果となった。

これらの検定量のサイズと検出力を考慮したところ、Hansen のブートストラップ均一分散 *AveF* や *ExpF* 統計量が他の検定量よりもいいのではないかと結論づける。Bai-Perron 検定法は過剰棄却が見られ実用的ではない。また、非定常過程への感応度の高さから Nyblom のＬ統計量を使うのは、避けるべきだと思われる。

古典的な構造変化検定法以外に、Wang and Zivot（2000）のベイズ法によるトレンド項、分散、定数に対して多重構造変化を検定する方法を紹介した。ベイズ法の場合、シミュレーション結果が棄却した割合ではなく、事後確率のモンテカルロ平均となるため、非ベイジアンの検定法と単純には比較することができないが、参考のために同じ DGP を使って構造変化数が０の場合と１の場合をシミュレーションしてみた。結果は同じ多重構造変化時点検定のBai-Perron によく似た結果が出た。

本稿を通じて、構造変化検定、特にここで比較を行った Andrews の *SupF* 統計量、Andrwes-Ploberger の *AveF* 統計量や *ExpF* 統計量、Hansen のブートストラップ統計量、Nyblom のＬ統計量、Bai-Perron の統計量、Bai の尤度比統計量、そして Wang-Zivot のベイジアン検定法の特性を明らかにし、それぞれの検定を用いる際の一定の指標を提供できた。応用マクロ実証等で各検定を用いる際には、ここで明らかにした特性を考慮した上で用いることが望ましい。

謝　辞

本稿のモンテカルロ実験で用いた計算コードを、Jushan Bai 教授、Jukka Nyblom 教授、Eric Zivot 教授より提供していただいた。この場をかりて感謝致します。

参考文献

［1］Andrews, D.W.K., (1993), Tests for parameter instability and structural change with un-known change point, *Econometrica*, **61**, 821-856.

［2］Andrews, D.W.K., Ploberger, W., (1994), Optimal tests when a nuisance parameter is present only under the alternative, *Econometrica*, **62**, 1383-1414.

［3］Bai, J., (1997), Estimating multiple breaks one at a time, *Econometric Theory*, **13**, 315-352.

［4］Bai, J., (1998), Likelihood ratio tests for multiple structural change, *Journal of Econometrics*, **91**, 299-323.

［5］Bai, J., Perron, P, (1998), Estimating and testing linear models with multiple strucrural changes, *Econometrica,* **66**, 47-78.

［6］Banerjee, A., Lumsdaine, R.L., and Stock, J.H., (1992), Recursive and sequential tests of the unit root andtrendbreak hypotheses: theory and international evidence, *Journal of Business and Economic Statistics*, **10**, 271-287.

[7] Brown, R. L., Durbin, J., and Evans, J.M., (1975), Techniques for testing theconstancy of regression relationships over time, *Journal of the Royal Statistical Society*, SeriesB, **37**, 149-192.

[8] Busetti, F., Harvey, A., (2001), Testing for the presence of a random walk in series with structural breaks, *Journal of Time Series Analysis*, **22**, 127-150.

[9] Carlin, B.P., Gelfand, A.E., and Smith, A.F.M., (1992), Hierarchical Bayesian analysis of changepoint problems, *AppliedStatistics*, **41**, 389-405.

[10] Chow, G. C., (1960), Tests of equality between sets of coeftcients in two linear regressions, *Econometrica*, **28**, 591-605.

[11] Fiteni, I., (2004), T-estimators of regression models with structural change of unknown location, *Journal of Econometrics*, **119**, 19-44.

[12] Ghysels, E., Guay, A., and Hall, A., (1997), Predictive tests for structural change with unknown breakpoint, *Journal of Econometrics*, **82**, 209-233.

[13] Hansen, B. E., (2000), Testing for structural change in conditional models, *Journal of Econo-metrics*, **97**, 93-115.

[14] Hansen, H., Johansen, S., (1999), Some tests for parameter constancy in cointegrated VAR-models, *Econometrics Journal*, **2**, 306-333.

[15] Inclan, C., (1993), Detection of multiple changes of varaiance using posterior odds, *Journal of Business and Economic Statistics*, **11**, 289-300.

[16] Kao, C., Ross, S.L., (1992), A CUMSUM test in the linear regression model with serially correlated disturbances, Syracuse University, May 1992.

[17] Kim, H. J., Siegmund, D., (1989), The likelihood ratio test for a changepoint in simple linear regression, *Biometrika*, **76**, 409-423.

[18] Kim, I-M., (1997), Detecting the number of structural breaks, *Economics Letters*, **57**, 145-148.

[19] Nyblom, J., (1989), Testing for the constancy of parameters over time, *Journal of the American Statistical Association*, **84**, 223-230.

[20] Perron, P., (1989), The great crash, the oil price shock and the unit root hypothesis, *Econometrica*, **57,** 1361-1401.

[21] Ploberger, W., Kramer, W., and Alt, R., (1989), A modification of the CUMSUM test in the linear regression model with lagged Dependent variables, *Empirical Economics*, **14**, 65-75.

[22] Quandt, R.E., (1960), Tests of the Hypothesis that a linear regression system obeys two separate regimes, *Journal of the American Statistical Association*, **55**, 320-330.

[23] Stephens, D. A., (1994), Bayesian retrospective multiple changepoint identification, *Applied Statistics*, **43**, 159-178.

[24] Wang, J., Zivot, E., (2000), A Bayesian time series model of multiple structural changes in level, trend and varicance, *Journal of Business and Economic Statistics*, **18**(3), 374-386.