リンダール均衡の分配論的分析

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学法文学部 公開日: 2010-01-18 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 大城, 郁寛, Oshiro, Ikuhiro メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24564/0002005263

リンダール均衡の分配論的分析

大城 郁寛

Ⅰ．序論

高度経済成長から低成長への移行は、日本の経済、または社会政治に様々な問題をつきつけた。それらの問題は、地域間、産業間、消費者と生産者、そして国際的にも相互に絡み合い、目標について複雑なトレードオフ関係をもつようになったため、問題の解決は益々困難なものとなっている。政府は限られた手段で多くの問題に対処せざるを得ず、苦しい経済運営を強いられているわけである。

我々が本稿で焦点を当てる財政についても、近い将来の未曾有な高齢社会にそなえて早急な再建が望まれながら、貿易摩擦緩和のため積極財政が呼ばれ、また産業構造転換をスムーズに進めるため財政支出を求められることもあって、極めて難しい局面に立っていると言わざるをえない。それに対応して公共サービスの提供について、その内容、その提供方法についてかなりの改革が行われたし、税制改革を含めまた行われようとしている。

その目的は１つに、今までの財政の歪み、ムダの是正と言える。支出の一面をみても、税収潤沢な高度成長期に準備された公共サービスプログラムは、「ばらまき福祉」、「補助づけ」と形容されることもあるように的外れでムダが多い。しかし現在行われている改革では、公的分野の見直し作業も含めより効率的に、またはより安上がりに公共サービスを提供することもまた大きな目的の１つとしているように思える。それを象徴する言葉として、民活、自助努力、そして受益者負担原則などをあげることができよう。

本稿では、そのうちの１つの受益者負担原則による公共サービス供給について考察したい。

受益者負担原則は、社会について国対個人という見方をとると、国が負担

すべき費用を個人に押しつけるものとして心理的抵抗が生じるが、個人の寄せ集めとしての国を考えるとまた別の評価が可能になる。財政の２大理念、(注１) 利益説（受益者負担原則）、能力説のうちの一説として、各個人はサービスからの受益に相応して供給コストを負担すべきだとする見方は、それなりの合理性を持っている。

そのことを、受益と負担が分離された最も単純な例をつくって考えてみよう。まず、公共サービスの供給コストがサービス１単位につきａ円、社会の人数がｎ人としよう。もしコスト負担が受益に関係なく均等分されると、各個人のコストは１単位につきａ／ｎ円となり人数が多いほど安くなる。各個人がこのように単純に、または欲ばって考えてサービスを要求すると供給過多、そして多大な供給コストという資源配分の観点から非効率的な結果が得られる。また、個人間についてサービス享受量に明らかな差異が認められれば、公平性の面からも費用負担のあり方について問題が生じてくるであろう。過去においても、老人に対して無料に近いかたちで医療サービスが提供されたとき病院が老人であふれるという現象が起きた。

当然、公共サービスには政治のチェック機能が働くし、もっと洗練された方法が考えられるからことは上のように単純にはいかない。しかし、政策を担当する政界または行政側が一部地域や産業を誘導する手段として財政を使い、逆にそれらは正当または非正当な政治プロセスによって政策担当者を動かし自分に有利な財政々策を享受することもまた日常的によくみられる現象である。利己的な側面を持った経済人を想定する限り、適切な経済的サンクションを有する制度を設けないと好ましい資源配分は期待できない。

さて、現実には多様な公共サービスが存在し、そのなかには受益者負担原則の適用が可能または不可能なもの、そして実際に適用されているものと様々である。そのなかで排除不可能性と集団消費性を備えた公共財は、受益者負担原則の適用が不可能なサービスと言われている。しかし、もしこの公共財が他の私的財と結合して消費されたり(注２)、または各人が公共財から受けとる

便益の大きさと彼らの所得水準との間に規則的な関係がみられるならば[(注3)]、この点に着目して受益に応じたコスト徴収が可能になると思われる。そこで本稿では、そのような公共財を受益者負担原則にそって供給したとき、それが持つ分配的含意について分析したい。

（注1）、利益説、能力説の思想的背景、学説史的展開を含め詳しいサーベイがマスグレイブ〔6〕によってなされている。

（注2）、1つの例として道路があげられる。混雑現象を無視すれば、高速道路を除いて一般の道路網は2つの性質を持った公共財とみることが出来る。しかし、確かに徒歩や自転車による利用も可能であるが、実質的には自動車を保有することなしには道路網の十分な利用は不可能である。そこで、自動車に一連の税金、つまり自動車税、ガソリン税、重量税が課され道路網の整備に使用されている。

（注3）、警察や消防サービスについても、それから得られる便益は生命の保全は別として各人の守るべき財産に比例して増大するとみることが出来る。実際、治安の悪い国において金持ちはガードマンを雇う。国際経済の面では、ＧＡＴＴ、ＩＭＦまたは世銀、その他関連機関の活動は自由貿易体制を支える国際的公共財とみることが出来るが、それから得られる便益は各国の貿易額に比例すると考えてよい。

II．分析方法

我々は分析方法として、根岸〔14〕が完全競争経済における均衡の厚生的評価を行うために用いた手法をそのまま利用する。そこで、ボックスーダイアグラムによってその方法を大まかに説明しよう。

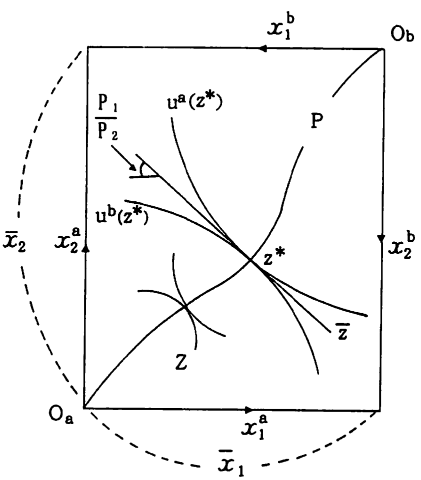
2人の個人ａ，ｂ，2種類の財X_1，X_2が存在し、生産は行われない経済を想定しよう。個人ａ，ｂの各財初期保有量が（$\bar{X}_1^a, \bar{X}_2^a$）（$\bar{X}_1^b, \bar{X}_2^b$）として与えられ、その合計が社会的に利用可能な財の総量となりａ，ｂに分け与えられて消費される。まず、誰が幾ら所有しているかは無視して、各財の社会

的総量$\overline{X}_1 = (\overline{X}_1^a + \overline{X}_1^b)$，$\overline{X}_2 = (\overline{X}_2^a + \overline{X}_2^b)$だけに注目しよう。そうするとa，b間で様々な配分が可能でそれは矩形で示されるが、その配分の組合せ全体をZで示すことにする。

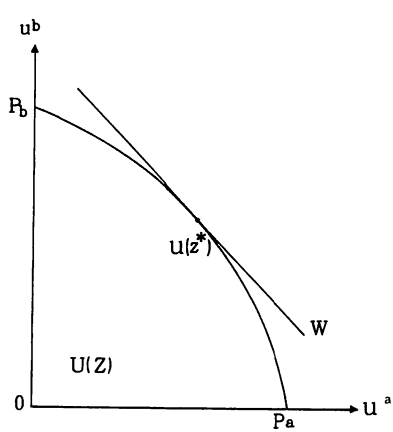
さらに、Zに含まれる任意の配分$z = (X_1^a, X_2^a, X_1^b, X_2^b)$について個人a，bの効用水準$u^a(z) = u^a(X_1^a, X_2^a)$、$u^b(z) = u^b(X_1^b, X_2^b)$の組合せが対応しているから、Zに含まれる全ての配分に対応する効用水準の組合せ全体U(Z)を考えることが出来る。もし、効用関数u^a，u^bが強凹な関数、つまり各財の任意の消費水準に対して限界代替率逓減の法則が働くならば、U(Z)は凸集合となる。

さて、Z上の一群のパレート最適な配分（F 1 − 1のPで示された軌跡）はU(Z)の境界面(F 1 − 2のP_a〜P_b)となり、それ以外の配分はU(Z)の内点となる。そうすると、U(Z)上の任意のパレート最適点が与えられると（ここでは$u(z^*)$を選んでみよう）、分離定理によってある非負ベクトル$\alpha = (\alpha^a, \alpha^b)$が定まり、

〔F 1 − 1〕



〔F 1 − 2〕



$$(\alpha,\ u(z^*)) \geqq (\alpha,\ u(z)) \quad \forall u(z) \in U(Z)$$

つまり、U（Z）上の全ての点とαとの内積（α，u(z)）を作った場合に、u(z*)が最大値を与える。

さらにまた、最大値定理によって次のことも示すことができる。１つの社会厚生関数として、非負係数α^a，α^bで加重された各個人の効用関数を集計した線形社会厚生関数、$w(\alpha)=\alpha^a \cdot u^a+\alpha^b \cdot u^b$を採用した場合、Z上で$w(\alpha)$に最大値を与える配分がみつかり、またその点はパレート最適となる。

上の２つの関係を利用すれば、もしある経済メカニズムがパレート最適な資源配分をもたらすとき、その点をサポートする非負係数を明示化することによってこのメカニズムの所得分配的含意を調べることができる。もちろん、線形社会厚生関数によればと言う限定条件のもとではあるが。

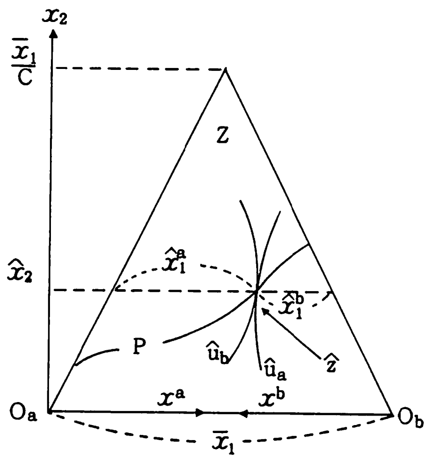
今までボックスーダイアグラムで説明してきたが、この議論は社会構成員の人数や財の種類が増えても、また生産が行われようとも（ただし、収穫逓増は除く）同様に成り立つ。根岸は、完全競争経済において達成されるパレート最適配分は、均衡における各個人の所得（F１－１でいえば、$y^a=P_1 \cdot \bar{X}_1^a+P_2 \cdot \bar{X}_2^a$，$y^b=P_1 \cdot \bar{X}_1^b+P_2 \cdot \bar{X}_2^b$）の限界効用の逆数$\alpha^a=1/u_y(y^a)$，$\alpha^b=1/u_y(y^b)$を加重ベクトルとした線形社会厚生関数によってサポートされることを示した。つまり、どのような初期配分が前提とされたかが問題となるわけである。

さて、我々は私的財、公共財の両方が存在する経済を想定するが、上と同様な手法が利用可能なことを簡単に説明しよう。ここでは、財X_2は私的財ではなく共同消費される公共財とし、予め与えられた私的財X_1の一部分を投入して生産されるものとする。さらに、公共財を１単位生産するのに必要な私的財の量はCで一定と仮定すれば、前の矩形に代って三角形によって経済で達成可能な資源配分を示すことが出来る。

F２において、個人a，bの原点がO_a，O_bで示され、２個人で消費可能な私的財の数量が横軸に、そして公共財の数量が縦軸にとられている。とこ

ろで、消費可能な財の組合せ全体（前と同様にＺで示す）が三角形となるのは、達成可能な財配分が技術的制約条件、$\bar{X}_1 = X^a_1 + X^b_1 + CX_2$、を満たす必要があるからである。

〔Ｆ２〕



さて、例示としてＺ上の１点$\hat{z}$を選んでみると、個人ａ，ｂの私的財消費量が各々$\hat{X}^a_1$，$\hat{X}^b_1$、公共財の数量が$\hat{X}_2$で示され、またこの点は制約条件$\bar{X}_1 = \hat{X}^a_1 + \hat{X}^b_1 + C\hat{X}_2$を満たしている。

このように、Ｚ上の各点が個人の消費可能な財ペアを示しているから、それには各個人の効用水準（$\hat{z}$の場合は$\hat{u}_a$，$\hat{u}_b$）が対応している。そうすると、ボックス－ダイアグラムの場合と同様に、集合Ｚに対応した効用空間上の集合Ｕ(Ｚ)を考えることができ、パレート最適な配分（Ｆ２では軌跡Ｐで示した）はＵ(Ｚ)の境界面、非効率的な配分は内点を構成する。

もし、Ｕ(Ｚ)が凸集合になることが示されれば任意のパレート最適点について、これをサポートする線形社会厚生関数を特定化することが出来る。そ

して、各個人に付されたウエィトを比較すれば、このパレート最適点の分配的評価が可能となる。

この議論も、人数を増やし、公共財一単位あたり費用一定の仮定をはずしても同様に成り立つ。

Ⅲ．リンダール均衡

分析に入る前に、ここで想定される経済について簡単にスケッチしよう。

まず、経済には同一の効用関数を持つｎ個の家計が存在し、彼らは各々一種類の私的財(注４)、公共財を消費して生活を営むと仮定する。彼らの推一の違いは、初期保有として与えられる私的財の量に差異がみられることである。また、この経済には最初から公共財が与えられているのではなく、私的財を犠牲にして生産を行う。その費用は各家計が分担する。

符　号

x ：公共財

y^i：家計ｉの私的財消費量

w^i：家計ｉの私的財初期保有量

h^i：家計ｉの公共財供給費用負担率

$$h^i \geqq 0 \qquad \sum_i^n h^i = 1$$

$u^i = u(x,\ y^i)$ ：家計の効用関数

$C = C(x)$ ：公共財供給の費用関数

$$\Sigma w^i = C(x) + \Sigma y^i$$

仮　定

(1)　$u(x,\ y)$は連続で強凹な単調増加関数

また、$u_x(0,\ y) = \infty,\ u_y(x,\ 0) = \infty$

(2)　$C'(x) > 0,\ C''(x) \geqq 0$

さて本稿では、リンダール均衡を分析することによって、受益者負担原則の分配的インプリケーションを吟味したい。リンダールメカニズムを選んだ

理由は、それが公共財を含む経済モデルのなかで主体的そして社会的均衡条件として、費用と受益との対応関係を最も明示的に示しているからである。さらに、リンダールメカニズムはパレート最適な資源配分を導き、上で示した分析方法が利用できるからである。

リンダールにそって、次の簡単な公共財供給のメカニズムを考えてみよう。

まず前提として、家計は費用関数C(x)について十分な知識を持っているとしよう。さらに経済にはセンターが設置され、ここでxの量、およびその費用分担について各家計の意見調整が行われるとする。さて、センターから各家計に適当な費用負担率h^iが賦されると、家計は自分の予算内で効用を極大にするxの量、

$$\max\ u^i = u(x,\ y^i),\quad \mathrm{st}\ \ w^i = y^i + h^i \cdot C(x)$$

つまり、希望供給量$x^i(h^i)$をセンターに送り返す。センターは各家計の希望供給量が出揃うとその平均を計算し、希望量が平均値より多い家計にはより重い負担率、平均値よりも少ない家計には以前より軽い負担率を賦して再度希望供給量を各家計に求める。（注５）

そのようなプロセスを続けるうちに、各家計の希望量が全員において一致する負担率ベクトルが定まり、経済は均衡状態に落ちつく。均衡点における財の配分を$z^* = \{x^*,\ y^{*1} -- y^{*i} -- y^{*n}\}$、負担率ベクトル$h^* = \{h^{*1} -- h^{*i} --- h^{*n}\}$で示すことにすれば、各家計、経済全体について次のことが言える。

まず家計について、次の条件が成り立つ。

$$\frac{u_x(x^*,\ y^{*i})}{u_y(x^*,\ y^{*i})} = h^{*i} \cdot C'(x^*) \qquad (1)$$

$$w^i = y^{*i} + h^{*i} \cdot C(x^*) \qquad (2)$$

(1)式は、y財で計った公共財の限界的評価と限界的負担額が等しいという主体的均衡条件を示している。(2)式は、費用負担後の消費可能な私的財の量を示している。

次に、経済全体についてみてみよう。まず重用なポイントは、リンダール均衡がパレート最適となることである。本稿では次のように証明しよう。

Z上にz^*以外の配分$\hat{z}=(\hat{x}, \hat{y}^1--\hat{y}^i--\hat{y}^n)$が存在して、すべての家計について

$u〔\hat{x}, \hat{y}^i〕\geqq u〔x^*, y^{*i}〕$

そして、少なくても１つの家計について

$u〔\hat{x}, \hat{y}^i〕> u〔x^*, y^{*i}〕$

となると仮定する。

さて、$\hat{z}$によって次のような負担率ベクトルを作ってみる。

$$\forall_i \quad \hat{h}^i = \frac{w^i-\hat{y}^i}{C(\hat{x})}$$

資源の制約条件$\Sigma w^i=\Sigma \hat{y}^i+C(\hat{x})$より$\Sigma \hat{h}^i=1$。従って、少なくても１つの家計について

$$\hat{h}^i > h^{*i}$$

しかし、（注５）からもわかるようにこのような家計では、

$u〔\hat{x}, \hat{y}^i〕\leqq V〔\hat{h}^i〕< V〔h^{*i}〕= u(x^*, y^{*i})$

これは矛盾。

リンダール均衡がコアであることも簡単に示せる。ｎより少ない人数ｍ人で結託して公共財を供給したとしよう。$m<n$より、結託に加った家計の少なくても１つについて負担率はｎ人一緒のときより高くなっていなければならない。そうすると、この家計の効用水準は低くなっているはずだから結託は成功しない。

パレート最適であることは(1)、(2)式によってもわかる。(1)、(2)を全ての家計について集計すれば、

$$\Sigma \frac{u_x(x^*, y^{*i})}{u_y(x^*, y^{*i})} = C'(x^*) \quad \cdots\cdots (3)$$

$$\Sigma w^i = \Sigma y^{*i} + C(x^*) \quad \cdots\cdots (4)$$

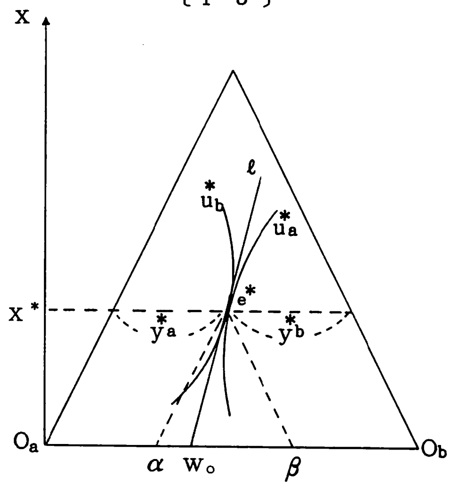
(3)式は、公共財を含む経済におけるパレート最適の条件として知られているサムエルソン条件〔16〕を示し、(4)式はリンダール均衡における資源配分が実現可能であることを示している。

Ⅱ章で用いた三角形で、リンダール均衡を簡単に図示してみよう。

F 3において、w_oが公共財供給以前の資源配分状態、w_oを通る線分ℓが家計a，bの負担率を示す。ℓは、右に傾くほど家計bの負担率が高く、逆に左に傾くと家計aのが高くなる。

F 3では、ℓが丁度各家計の希望供給量が一致した負担率を示し、e^*が均衡点となっている。e^*点での配分は、私的財が各々y^{*a}（または$O_a\alpha$）、y^{*b}（または$O_b\beta$）、公共財がx^*となっている。費用分担についてみるとx^*を供給する費用として私的財が$\alpha\beta$だけ投入されたが、そのうち家計aが$\alpha w°$、家計bが残りの$\beta w°$を負担している。

〔F 3〕



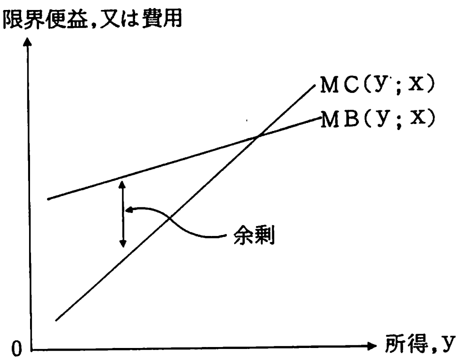
ところで、公共財は上にあげた特性によりサービスの享受を妨げられることはないから、家計の側に出来るだけ費用負担を免れようという行動、有名

なフリライダー問題が発生する。従って、人々の選好を的確につかみ効率的な供給を行うことは難しい。我々が考察したリンダールメカニズムも、フリーライダー問題ゆえに実際には機能しない。しかし、前にも述べたように公共財からの受益と所得水準との間にある種の規則性がみいだされれば、大体において受益に応じた費用徴収が可能のように思える。

例えば、次の場合を考えてみよう。所得水準が高いほど、公共財からの便益が大きいと仮定しよう。そこで累進的な費用徴収が行われて公共財が供給されるが、その供給量が少ない限りは全ての家計にとって費用よりも便益が大きいから供給量を増やすことに全員賛成する。供給量を徐々に増やしていったとき、もし費用徴収の累進度が強すぎれば供給量がある点まできたとき、高所得層はこれ以上の増加に反対するであろう。これは累進度の低減を訴えるシグナルを意味する。

もし、累進度の増加による費用の増加を恐れて低所得層も同時に反対すれば、全ての人が供給量増加に反対したことになりここで供給はストップする。しかし、この行為によって一番損をするのは低所得であるから、この行為は取りにくい。

〔F 4〕



従って適性な累進度に向けて調整が行われ、そのもとで新たな供給量が決定される。

このような投票プロセスを通じて受益に応じた費用徴収が行われ、少なくても大多数の人が満足するかたちで公共財が供給されるであろう。

（注４）、ここでは一種類の私的財としているが、これは具体的な財をイメージしているのではなく、ヒックスが余剰を説明するときに用いた貨幣または所得と同様に公共財以外の残りの私的消費財を代表させている。

（注５）、$x(h^i)$ を効用関数に代入して、間接効用関数を求めると、

$$V(h^i ; w^i) = u\ \{x(h^i),\ w^i - h^i C\ [x(h^i)]\}$$

$$\frac{\partial V}{\partial h^i} = [u_x - h^i \cdot C' \cdot u_y] \cdot \frac{\partial x^i}{\partial h^i} - u_y \cdot C$$

さて、〔　〕は主体的均衡条件よりゼロ、従って

$$\frac{\partial V}{\partial h^i} = -u_y \cdot C < 0$$

これより明らかのように、高い負担率を賦されると到達可能な効用水準は低くなる。そうすると、各家計が偽って少なめの希望供給量をセンターに報告することが予想される。多数の家計がそのような行動を取れば、公共財の供給量は最適量よりも少なくなる。

カルブレイス〔２〕は別の観点から次のことを主張する。彼によれば、私的財については企業の利潤動機によって人々の需要の発生が供給へと直接的に結びつくが、公共サービスの場合はその供給に政治プロセスが介在するため需要の発生がすぐ供給へとは結びつかず、その結果供給量が少なめになる。さらに、現代社会は企業による宣伝、広告によって私的財への需要がかきたてられ、そのため私的財へのバイアスがかかった資源配分がなされやすいことも社会資本不足の原因にあげている。

上は消費者主権のもとで家計が自己矛盾に落ちいったケース、下は生産者主権のもとで歪められた資源配分がなされたケースを示す。

Ⅳ．線形社会的厚生関数とリーダール均衡

この章では、線形社会厚生関数とパレート最適資源配分、後にさらに特定化してリンダール均衡との対応関係について考察する。

その前に、付論によって次のことを示しておく。

付論Ⅰ－a、経済で達成可能な財配分集合

$Z=\{x,\ y^1,\ --y^i--y^n \mid \Sigma w^i \geqq \Sigma y^i + C(x),\ x \geqq O,$

$\forall_i\, y^i \geqq O\}$ が閉凸集合になる。

付論Ⅰ－b、Zを効用空間に写した集合

$U(Z)=\{u(z) \mid z \in Z\}$

ただし、$u(z)=[u(x,\ y^1),\ ---,\ u(x,\ y^i)---$

$u(x,\ y^n)]$

が閉凸集合になる。

付論Ⅱ、U(Z)上の任意の上限について（仮りに$u(z*)$を選ぶと）、それに対応して内積を作った場合に、

$(\alpha^*,\ u(z^*)) \geqq (\alpha^*,\ u(z)) \quad \forall u(z) \in U(Z)$

を満たす非負ベクトル$\overset{*}{\alpha}=(\overset{*}{\alpha}{}^1\ --\overset{*}{\alpha}{}^2--\overset{*}{\alpha}{}^n)$が存在する。

付論Ⅲ、付論Ⅱとは逆に任意に非負ベクトル$\alpha=\{\alpha^1,--\alpha^i--\alpha^n\}$を選び１つの線形社会厚生関数、$w(\alpha)=\Sigma \alpha^i \cdot u(x,\ y^i)$を構成し１つの最大値問題

$\max\ w(\alpha)=(\alpha,\ u(z))$、$\forall z \in Z$

を考えた場合に、最大値を与える配分（これを$z(\alpha)$で示す）がZ上に存在し、それが一意で、αについて連続であることが示せる。配分$z(\alpha)$がパレート最適となることは証明するまでもないであろう。

さて付論Ⅱでは、パレート最適な資源配分に対し、この配分の分配的意味あいを示しているウェイトベクトルが対応していることが明らかにされた。しかし、存在することは示されてもそれだけでは具体的内容は捉まえにくいから、付論Ⅲにおいて最大値問題の形に書きかえ、さらに kuhn-Tucker 定理

よってαを明示化することにする。

我々は、以上の準備のもとに、線形社会厚生関数とリンダール均衡との対応関係をみることが出来る。まず、kuhn-Tucker 定理によって上の最大値問題の解 z（α）を書き直してみよう。

まず、（a）凹の効用関数を仮定したからそれの線形１次結合であるw（α，u）はzについて凹関数となる、（b）凸の費用関数C（x）を仮定したから、g（z）＝Σwi－Σyi－C（x）という関数を作った場合g（z）は凹関数となる、（c）資源の自由処分を考えれば、g＞0なる配分も選択できる。上の（a），（b），（c）により kuhn-Tucker 定理の条件がそろったから、

$\Theta(\alpha) \in R_+$，$\lambda(\alpha) = \{\lambda^1(\alpha) -- \lambda^i(\alpha) -- \lambda^n(\alpha)\} \in R_n^+$

が存在して、$\{z(\alpha)$，$\Theta(\alpha)$，$\lambda(\alpha)\}$ が、（注６）

$$L(\alpha) = \Sigma \alpha^i \cdot u(x^i,\ y^i) + \Theta \cdot \{\Sigma w^i - \Sigma y^i - C(x)\} + \Sigma \lambda^i \cdot (x - x^i)$$

の鞍点になる。

効用関数について、$u_x(0,\ y) = \infty$，$u_y(x,\ 0) = \infty$ を仮定したからコーナー解は排除され、$\{z(\alpha)$、$\Theta(\alpha)$、$\lambda(\alpha)\}$ が $L(\alpha)$ の鞍点であることは、次の一連の式で示す条件と同値である。

$\forall_i$

$$\frac{\partial L}{\partial x^i} = \alpha^i \cdot \frac{\partial u\,[x^i(\alpha),\ y^i(\alpha)]}{\partial x^i} - \lambda^i(\alpha) = 0 \quad \cdots\cdots (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y^i} = \alpha^i \cdot \frac{\partial u\,[x(\alpha),\ y^i(\alpha)]}{\partial y^i} - \Theta(\alpha) = 0 \quad \cdots\cdots (6)$$

$$\lambda^i(\alpha)\ \{x(\alpha) - x^i(\alpha)\} = 0$$

ただし、$\lambda^i(\alpha) = \alpha^i \cdot u_x{}^i > 0$ より

$$x(\alpha) = x^i(\alpha)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -\Theta(\alpha) \cdot C'\,[x(\alpha)] + \Sigma \lambda^i(\alpha) = 0 \quad \cdots\cdots (7)$$

$\Theta(\alpha)\cdot\{\Sigma w^i-\Sigma y^i(\alpha)-C[x(\alpha)]\}=0$

ただし、$\Theta(\alpha)>0$より

$$\Sigma w^i-\Sigma y^i(\alpha)-C[x(\alpha)]=0 \quad \cdots\cdots (8)$$

まず(5)、(6)、そして(7)より

$$\Sigma\frac{u_x{}^i}{u_y{}^i}=C'[x(\alpha)] \quad \cdots\cdots (9)$$

(8)式は$z(\alpha)$が達成可能であることを示し、(9)式はサムエルソン条件を示している。

さて、$z(\alpha)=\{x(\alpha),\ y^1(\alpha)--y^n(\alpha)\}$によって次の2つのベクトル$h(\alpha)$, $w(\alpha)$を作ってみる。

$h(\alpha)=\{h^1(\alpha),\ --h^i(\alpha)--h^n(\alpha)\}$

$$\forall_i \quad h^i(\alpha)=\frac{1}{C'}\cdot\frac{u_x{}^i}{u_y{}^i}$$

$w(\alpha)=\{w^1(\alpha)--w^i(\alpha)--w^n(\alpha)\}$

ただし、$\forall_i \quad w^i(\alpha)=y^i(\alpha)+h^i(\alpha)\cdot C[x(\alpha)]$

もちろん(8)、(9)式より

$\Sigma h^i(\alpha)=1$、$\Sigma w^i(\alpha)=\Sigma w^i$

ところで、$h(\alpha)$、$w(\alpha)$をこのように作ったとき最大値の解$z(\alpha)$は、$w(\alpha)$を私的財初期配分ベクトル、$h(\alpha)$を公共財供給の費用負担率ベクトルとして与えたときのリンダール均衡配分となっていることがわかる。

何故なら(1)〜(4)式と比較しても明らかなことであるが、各家計について$x(\alpha)$、$y^i(\alpha)$が次の最大値問題、

$\max u(x,\ y^i) \quad s.t \quad w^i(\alpha)=y^i+h^i(\alpha)\cdot C(x)$の解になり、(8)、(9)式からも明らかのように$z(\alpha)$は達成可能でパレート最適となっているからである。

この章の締め括りとしてαと$z(\alpha)$との対応関係をみてみよう。そのために今までの議論展開とは逆に、次の問題を考えてみる。つまり、$z(\alpha)$をw

（α）を出発点としたときのリンダール均衡配分としてみたとき、$z(\alpha)$ をサポートする線形社会厚生関数のウェイトベクトルはどうなっているのであろうか？

そうすると(6)式より、

$$\forall_i \quad \alpha^i = \frac{\Theta(\alpha)}{u_y\,[x(\alpha),\ y_i(\alpha)]} \cdots\cdots (6')$$

線形社会厚生関数の場合、ウェイトベクトルを正数倍しても実質的変化は起こらないから、(6') 式において$\Theta(\alpha)$を消却して

$$\forall_i \quad \alpha^i = \frac{1}{u_y\,[x(\alpha),\ y_i(\alpha)]} \cdots\cdots (10)$$

(10)式は、α_iが各家計の私的財限界効用の逆数に等しいことを示している。もし通常仮定されるように、私的財の量が増えるに従ってその限界効用が逓減するならば、大きなα_iは多量のy^iに対応することになる。

（注６）、主体的最適条件を明示するために、各家計の公共財消費量をx^iで示し$x^i=x$で制約することにした。従って、$z(\alpha)$ ではなく次元を増やして、$\{x^1---x^n,\ z(\alpha)\}$ が正確である。しかし、煩雑さを避けるために省略した。

Ｖ．結論

以上の分析結果をふまえ、リンダール均衡の分配的評価を行うことにしよう。

さて、Ⅱ章では、初期配分が$z^\circ = \{0,\ w^1--w^i--w^n\}$で与えられ、リンダール均衡が負担率ベクトル$h^* = \{h^{*1}---h^{*i}---h^{*n}\}$、配分ベクトル$z^* = \{x^*,\ y^{*1}--y^{*i}--y^{*n}\}$で示された。そうするとⅢ章から明らかのように、この均衡点に対応するウェイトベクトル$\alpha^* = \{\alpha^{*1}--\alpha^{*i}--\alpha^{*n}\}$が存在し、それは各家計の配分に対し次の関係を満たしている

はずである。

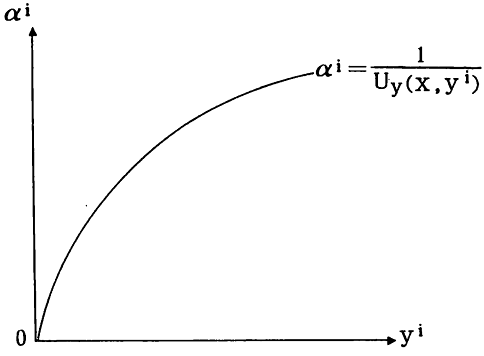
$$\forall_i \quad \overset{*}{\alpha}{}^i = \frac{1}{u_y(x^*,\ y^{*i})} \qquad \cdots\cdots (11)$$

(2)より$\overset{*}{y}{}^i$は、$\overset{*}{y}{}^i = w^i - \overset{*}{h}{}^i \cdot C(x^*)$。

(11)式からも明らかのように、各家計にふされたウェイト、つまり$z°$から出発して得られたリンダール均衡の分配的評価は、各家計の消費可能な私的財の量に依存して決まることがわかる。これは非常にありきたりの結論にもみえるが、逆に費用負担は受益に応じてなされながらも手元に残った私的財の量のみが分配的には問題となるということで意外な結果とも思える。

このように、たとえ$z°$が所得分配に関して適正な出発点であったとしても、供給後の私的財配分は費用分担のあり方によって歪められる可能性をもち、まさにサミュエルソン〔15〕が示したように配分と分配という両問題は同次決定を必要としているのである。

〔F 5〕



そこで$\overset{*}{h}{}^i$と$\overset{*}{y}{}^i$の関係を調べてみると、

$$h^{*i}=\frac{1}{C'(x^{*})}\cdot\frac{u_x(x^{*},\ y^{*i})}{u_y(x^{*},\ y^{*i})}$$

$$\frac{\partial h^{*i}}{\partial y^{*i}}=\frac{h^{*i}}{y^{*i}}\cdot\left\{\frac{y^{*i}}{u_x}\cdot\frac{\partial u_x}{\partial y^{i}}-\frac{y^{*i}}{u_y}\cdot\frac{\partial u_y}{\partial y^{*i}}\right\}$$

｛ ｝内の第一項は、効用レベルでの私的消費と公共財との代替、又は補完関係示している。第二項は、私的消費の限界価値が消費量の増加によってどの程度低下するかを示している。その解釈は難しいが、その弾力性の大きさそのものは追加的所得の利用価値に依存するから、それは経済に種類についてどれぐらい豊富な私的財が存在しているかによって決まると思われる。例えば、品揃にとぼしい離島に人々がとどまるかぎり、そこで利用可能な財やサービスを購入することから得られる所得の限界効用は急ピッチで低下するであろう。言ってみれば、私的消費の飽和の進み具合を示している。ガルブレイスは、生産者主権のもと貧弱な公共サービスとは裏腹に、多くの社会的資源が私的財の生産に投入される傾向があると主張した。我々の分析によれば、豊富な私的財の存在は公共財供給費用分担の有り方を通じて所得分配にも影響を与える可能性がある。

さてそうすると、所得階層別の費用負担は様々なケースが考えられる。もし補完関係が強く、かつ私的消費の価値が急テンポで低下していくなら高所得層の分担率は高く、それと逆の場合には低所得層の分担率が高くなる。興味深いのは、公共財からの受益の大きさが私的消費量に対して中立的、つまり$u_{xy}=0$でも高所得者は高い分担率を負う用意があるということである。所得の限界効用逓減を認める限り、利益説は能力説に通じる一面を持っている。

ところで、市場で売買される財と公共財が強い代替関係にあるとは考えにくいから、一般に高所得者ほど高額負担となるであろう。

次に、各所得層の相対的負担割合についてみてみよう。(1)、(2)式より

$$w^i = y^{*}_{i} + \frac{C}{C'} \cdot \frac{u_x}{u_y} = \left(1 + \frac{C}{C'} \cdot \frac{1}{y^{*i}} \cdot \frac{u_x}{u_y}\right) \cdot y^{*i}$$

$$\frac{y^{*i}}{w^i} = 1 \Big/ \left(1 + \frac{C}{C'} \cdot \frac{1}{y^{*i}} \cdot \frac{u_x}{u_y}\right)$$

そこで、（　）内でy^{*i}が関係している項目についてy^{*i}で偏微分してみると、

$$\frac{\partial}{\partial y^{*i}}\left(\frac{1}{y^{*i}} \cdot \frac{u_x}{u_y}\right) = \frac{u_x}{u_y} \cdot \left(\frac{y^{*i}}{u_x} \cdot \frac{\partial u_x}{\partial y^{*i}} - \frac{y^{*i}}{u_y} \cdot \frac{\partial u_y}{\partial y^{*i}} - 1\right)$$

これより

$$\frac{y^{*i}}{u_x} \cdot \frac{\partial u_x}{\partial y^{*i}} - \frac{y^{*i}}{u_y} \cdot \frac{\partial u_y}{\partial y^{*i}} \gtreqless 1 \rightarrow \frac{\partial}{\partial y^{*i}}\left(\frac{y^{*i}}{w^i}\right) \gtreqless 0$$

この関係式から明らかのように、費用負担が累進的なのか逆進的か、または中立的になるかどうかは２つの弾力性の正負だけでなく、その強さに依存することになる。

以上の分析結果をまとめると、次のようになるであろう。

リンダールメカニズムは理想的な形で受益者負担原則を具現し、資源配分の効率面からパレート最適そしてコアという望ましい均衡をもたらした。しかし、そのリンダールメカニズムも逆進的な費用負担になる可能性を十分にもっており、所得分配の面から問題点を提示した。従って、受益者負担原則によって公共サービスを供給する場合、そのサービスの特質を十分にふまえ分配的配慮を必要とするように思える。

付論Ｉ－ａ

費用関$C(x)$が連続な凸関数ならば、次の集合Ｚ

$$Z = \{x,\ y^1,\ --y^i--y^n \mid \Sigma w^i \geqq \Sigma y^i + C(x),\quad x \geqq 0,\ \forall_i\, y^i \geqq 0\}$$

は閉凸集合になる。

〔証　明〕

閉集合になることは、C(x)の連続性より明らか。そこで凸性について示す。そのためには、任意の$\hat{z}$, $\bar{z}\in Z$, $0\leqq a\leqq 1$について、

$$z_a \equiv a\cdot\hat{z}+(1-a)\bar{z}\in Z$$

を示せばよい。

まず、$\hat{z}$, $\bar{z}\in Z$より

$$\Sigma w^i \geqq \Sigma \{a\cdot\hat{y}^i+(1-a)\cdot y^i\}+a\cdot C(\hat{x})+(1-a)\cdot C(\bar{x})$$

従って、$z_a\in Z$のためには、

$$a\cdot C(\hat{x})+(1-a)\cdot C(\bar{x})\geqq C[a\cdot\hat{x}+(1-a)\cdot\bar{x}]$$

を示せばよい。これはC(x)の凸性より明らか。

付論 I － b

$$u(z)=\{u(x,\ y^i),\ ---u(x,\ y^i),\ ---u(x,\ y^n)\}$$

としたとき、次の集合U(Z)、

$$U(Z)=\{u(z)\mid z\in Z\}$$

は閉凸集合になる。

〔証　明〕

閉集合になることは、効用関数の連続性、そしてZが閉集合であることより明らか。そこで、次にU(Z)が凸集合になることを示す。そのためには、任意の$u(\hat{z})$, $u(\bar{z})\in U(Z)$, $0\leqq a\leqq 1$について、

$$a\cdot u(\hat{z})+(1-a)\cdot u(\bar{z})\in U(Z)$$

になることを示せばよい。まずZの凸性より

$$z_a\equiv a\cdot\hat{z}+(1-a)\cdot\bar{z}\in Z$$

また、効用関数の凹性により、

$$a\cdot u(\hat{z})+(1-a)\cdot u(\bar{z})<u(z_a)$$

そこで資源の自由処分性、効用関数の単調増加性より、ある非負ベクトルεを適当にみつけることによって

$z_a-\varepsilon\in Z$, $a\cdot u(\hat{z})+(1-a)\cdot u(\bar{z})=u(z_a-\varepsilon)\in U(Z)$

にすることが出来る。

付論 II

U(Z) が閉凸集合であれば、U(Z)上の任意の上限の点（例えばu^*を選べば）について、その点に対応して次の性質を満たす非負ベクトル、

$\overset{*}{\alpha}=(\overset{*}{\alpha}{}^1 --\overset{*}{\alpha}{}^i --\overset{*}{\alpha}{}^n)$, $\forall_i\ \overset{*}{\alpha}{}^i\geqq 0$

$\Sigma\overset{*}{\alpha}{}^i\cdot\overset{*}{u}{}^i\equiv(\overset{*}{\alpha}, \overset{*}{u})\geqq(\overset{*}{\alpha}, u(z))$, $\forall u(z)\in U(Z)$

が存在する。

（証　明）

U(Z)とu^*によって、次の集合を定義する。

$V(u^*)=U(Z)-u^*$

U(Z)が閉凸集合であるから$V(u^*)$も閉凸集合、またu^*がU(Z)の上限の1点であるから$V(u^*)$は正のベクトルを含まない。

従って、分離定理「ある閉凸集合が正象限の内点を含まなければ、非負係数を持ち原点を通る超平面によって、その集合と正象限は分離できる」によって次の非負係数ベクトルが存在することがわかる。すなわち、

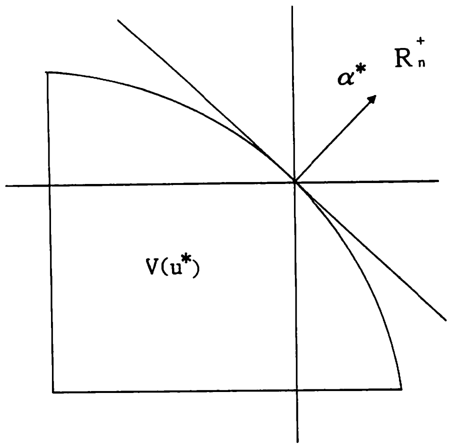
$(\alpha^*, u(z)-u^*)\leqq 0$、$\forall u(z)\in U(Z)$

従って、

$(\alpha^*, u(z))\leqq(\alpha^*, u^*)$

が示された。

〔F 6〕



付論 III

n次元の非負ベクトルαを任意に選び、線形社会厚生関数

$w(\alpha)=(\alpha,\ u(z))=\Sigma\alpha^i\cdot u(x,\ y^i)$

を構成したとき$w(\alpha)$に最大値を与える配分ベクトル$z(\alpha)$がZ上に存在し、それが一意かつαに対して連続となる。

〔証　明〕

連続な効用関数を仮定したから$w(\alpha)$は連続関数となり、また$U(Z)$がコンパクト集合であるから、$w(\alpha)$は最大値原理によりZ上で最大値を持つ。次に$z(\alpha)$が一意に定まることを示す。

今、2つの配分ベクトル$\hat{z}$, $\bar{z}\in Z$が$w(\alpha)$に最大値を与えたと仮定する。つまり、

$w^*\equiv(\alpha,\ u(\hat{z}))=(\alpha,\ u(\bar{z}))=\max(\alpha,\ u(z))$、$^\forall z\in Z$

そこで、$\hat{z}$, $\bar{z}$の一次結合

$z_a = a \cdot \hat{z} + (1-a) \cdot \bar{z},\ 0 \leqq a \leqq 1$

を作ればZの凸性より、$z_a \in Z$、従って$u(z_a) \in U(Z)$、また効用関数の強凹性により、

$a \cdot u(\hat{z}) + (1-a) \cdot u(\bar{z}) < u(z_a)$

そこで、αとの内積をとれば、

$a \cdot w^* + (1-a) \cdot w^* = w^* < (\alpha,\ u(z_a))$

これは、w^*が最大値であることに矛盾。

次に連続性について証明しよう。

まず一連の数列α_qを考え、qを無限に大きくしたときα_qはα_0に限りなく近づくとする。

つまり、

$$\lim_{q \to \infty} \alpha_q = \alpha_0$$

さてqの動きに対応して、$w(\alpha_q)$に最大値を与える配分$z(\alpha_q)$も変化していく。その極限値を次のように示しておく。

$$\lim_{q \to \infty} z(\alpha_q) = \hat{z}(\alpha_0)$$

次に、$w(\alpha_0)$に最大値を与える配分を$z(\alpha_0)$で示し、$\hat{z}(\alpha_0) \neq z(\alpha_0)$になったと仮定しよう。

従って、

$$\lim_{q \to \infty} (\alpha_q,\ u[z(\alpha_q)]) = (\alpha_0,\ u[\hat{z}(\alpha_0)]) < (\alpha_0,\ u[z(\alpha_0)])$$

そうすると、$w(\alpha)$の連続性により十分大きなq_1を選べば、$q_1 < q$になるqについて$(\alpha_q,\ u[z(\alpha_q)]) < (\alpha_q,\ u[z(\alpha_0)])$が成立しなければならない。しかし、これは$z(\alpha_q)$が$w(\alpha_q)$に最大値を与えることに矛盾する。これより、$z(\alpha_0) = z(\alpha_0)$

参考文献

〔1〕 Buchanan. JM, “The Demand and Supply of Public Good,” Rand Mcnally and Company 1968.（山之内光躬，日向寺純雄訳、『公共財の理論』、文眞堂）

〔2〕 Galbraith. J. K, “The Affluent Society,” Houghton Mifflin Company 1969（鈴木哲太郎訳、『ゆたかな社会』岩波書店 1970）

〔3〕 Graaf. Jde V, “Theoretical Welfare Economics,”1957,（南部鶴彦，前原金一訳、『現代厚生経済学』，創文社 1973）

〔4〕 Johansen. L, “Offentlig φkonomikk,” Oslo Univ Press. 1965,（宇田川璋仁訳、『公共経済学』、好学社1973）

〔5〕 熊谷尚夫、『厚生経済学』、創文社 1978

〔6〕 Musgrave R. A. “The Theory of Public Finance,” McGraw-Hill 1959（木下和夫監修・『財政理論』、有斐閣、1961）

〔7〕 宮沢健一、『現代経済の制度的機構』、岩波書店、1978）

〔9〕 二階堂副包、『現代経済学の数学的方法』、岩波書店、1960）

〔10〕 根岸隆、『価格と配分の理論』、東洋経済新報社、1979

〔11〕 Foley D. K, “Lindahl's Solution and the Core of an Economy with Public Good”, Econometrica Jan 1970

〔12〕 Johansen L, “Some Note on the Lindahl Theory of Public Expenditures” IER. Sep 1963

〔13〕 Musgrave R. A, “Provision for Social Good” in “Public Economics” Margolis J & Guitton, ed 1969

（14〕 Negishi T, “Welfare Economics and Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy” Metroeconomica, 12, 1960

〔15〕 Samuelson, P.A. "Pure Theory of Public Expenditure and Taxation" in "Public Economics" Margolis. J & Guitton, ed 1969

〔16〕 〃 "Diagrammatic Exposition of Public Expenditure" R.E and Statistics Nov 1955