

# 琉球大学学術リポジトリ

## 安全荷重域に関する研究2

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学農家政学部 公開日: 2011-11-22 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 具志, 幸昌 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/20.500.12000/22372">http://hdl.handle.net/20.500.12000/22372</a>

# 安全荷重域に関する研究 II

具 志 幸 昌\*

Yukimasa GUSHI: A study on Safe-Domain. II.

## 1 序 説

曩に筆者<sup>(3)</sup>は主として集中荷重を受ける場合の安全荷重域の性状並びにそれによる設計法について報告したが本報文はこれに引続いて、等布荷重を受ける場合の安全荷重域の性状について行った研究の成果である。この問題については筆者は既に 1955 年度に於て境界線が曲線になることを指摘した<sup>(4)</sup>。又最近入手した文献<sup>(1)</sup>にも現象的に述べられてあるが、本論文ではもう少し詳しく等布荷重を受ける場合について追求してみよう。

等布荷重を受ける場合の安全荷重域の求め方は基本的には何等集中荷重の場合と異なる所はない。ただ等布荷重を受ける部材に塑性ヒンジを生ずる崩壊メカニズムの仮想仕事式は荷重を示す量  $P, Q$  の他に塑性ヒンジ位置を示すパラメーター  $\xi, \eta$  等を含む直線群となる。この直線群より安全荷重域の境界線を求めるには、静的許容条件を満足するように  $\xi, \eta$  等を定めればよいのである。それには仮想仕事式  $\xi, \eta$  等を各々について偏微分して、 $\xi, \eta$  等の値を求め、それを元の仮想仕事式に代入して、更に検討を加える。この証明は定理の形で与えておいた。その他等布荷重を受ける場合の安全荷重域の性状を定理の形でまとめておき、証明しておいた。又、この小文中の等布荷重と云う言葉は分布荷重とよみかえても殆んど差支えない。まず最初に簡単な例題でもって等布荷重を受ける場合の安全荷重域の性状について説明し、次いで一般的な安全荷重域の求め方にふれてみることにする。

## 2 等布荷重を受ける場合の安全荷重域の考察

第1図の如き簡単なラーメンに等布荷重  $Q=2aq$ 、及び水平集中節点荷重  $P$  が作用している時を考える。これは、崩壊メカニズムの基本型は Neal, Symonds 両氏の研究<sup>(5, 6)</sup> によれば2つであり、それは第2, 第3図に示してある。それに対応する仮

\* 琉球大学農家政学部土木工学科

想仕事式は下記の (1), (2) 式である。

$$4M_0\theta = Q \cdot \frac{a}{2}\theta$$

$$Q = 8 \frac{M_0}{a} \quad (1)$$

$$Pa\theta = 4M_0\theta$$

$$P = 4 \frac{M_0}{a} \quad (2)$$

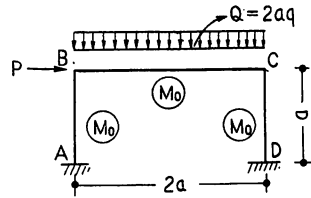
所でこの2つの型の組合せ型の崩壊形はただ1つで、第4図に示す様な等布荷重を受ける部材 BC の中間にヒンジを生ずる。そしてそのヒンジの位置は一般に確定しないで、荷重 P, Q の割合によつて梁 BC 上を移動する。それに対応する仮想仕事式は、ある基準点 (ここでは梁の右端 C) より測った梁上のヒンジ E 迄の距り  $x=2a\xi$  を含む P, Q の一次式となる。即ち第4図を参照して、

$$Pa\theta + Q \cdot \frac{2a(1-\xi)\theta}{2} = \left\{ 4\theta + 2\left(\frac{1-\xi}{\xi}\right)\theta \right\} M_0$$

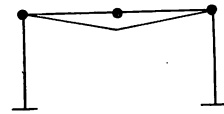
$$P + (1-\xi)Q = 2\left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \frac{M_0}{a} \quad (3)$$

となる。(3) 式は  $\xi$  を含んでいるので  $\xi$  の値を与えてやらぬと荷重平面上に図示できない。それ故にある特定の値を入れてやると、P, Q に関する一次式となって荷重平面上の直線となる。 $\xi$  に色々な値を与えて (3) 式より数多くの P, Q に関する直線を作ると、1つの直線群 ( $\psi$  とする) ができ、個々の直線は運動的十分条件を満足している故、安全荷重域はそのいづれに対しても原点側と云うことから求められる。(この場合上記 (1), (2), (3) の他に崩壊型が存在しないから簡単である)。(3) 式の表わす直線群  $\psi$  に包曲線が存在すれば、勿論これも運動的十分条件を満足しており、もしこの包曲線が静的許容条件を満足することが証明できれば、安全荷重域の境界線の1部となるわけである。所で直線群  $\psi$  の包曲線を求める操作は実に (3) 式が梁 BC に於て、静的許容条件を満足することに他ならないのである。以下それを示そう。まず包曲線を求める。

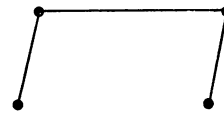
(3) 式を  $\xi$  について偏微分する。



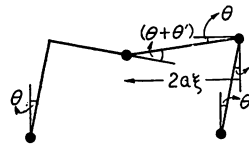
(\*1 図)



(\*2 図)



(\*3 図)



(\*4 図)

$$-Q = 2 \left( -\frac{1}{\xi^2} \right) \frac{M_0}{a}$$

$$\xi = \pm \sqrt{\frac{2M_0}{Qa}} \quad (4)$$

(4) の正值を (3) に代入して整理すると

$$\left( Q + P - 2 \frac{M_0}{a} \right) \left( \sqrt{\frac{2M_0}{Qa}} \right) = 4 \frac{M_0}{a} \quad (5)$$

(5) が求める包曲線の方程式である。簡単のために 2 乗して整理すると

$$\left( Q + P - 2 \frac{M_0}{a} \right)^2 = 8 \frac{M_0}{a} Q \quad (7)$$

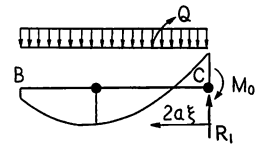
(7) 式のある 1 分枝又は 1 部分が (3) の包曲線である。

次に梁 BC 上での静的許容条件を求めてみると、(3) 型の崩壊メカニズムより、第 5 図を参照して

$$M_{\xi} = M_0 + \frac{Q}{2a} \cdot \frac{(2a\xi)^2}{2} - R_1 \cdot 2a\xi$$

$$= M_0 + Qa\xi^2 - 2aR_1\xi$$

$$(M_{\xi})' = 2Qa\xi - 2aR_1 = 0$$



(※ 5 図)

$$\xi = \frac{R_1}{Q} \quad (8)$$

故に

$$(M_{\xi})_{\min} = M_0 - a \frac{R_1^2}{Q} \quad (9)$$

静的許容条件より

$$|(M_{\xi})_{\min}| \leq M_0 \quad (10)$$

$$\therefore M_0 - a \frac{R_1^2}{Q} \geq -M_0$$

$$R_1^2 \leq \frac{2M_0Q}{a}$$

又は

$$R_1 \leq \sqrt{\frac{2M_0Q}{a}} \quad (11)$$

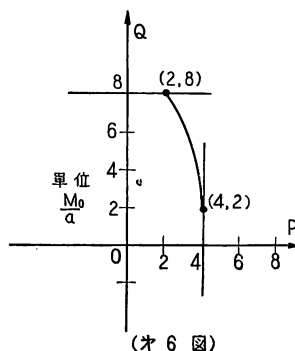
(11) を (8) に代入すると

$$\xi \leq \sqrt{\frac{2M_0Q}{a}} \frac{1}{Q} = \sqrt{\frac{2M_0}{Qa}} \quad (12)$$

(11) より  $R_1 \leq \sqrt{\frac{2M_0Q}{a}}$  なら 静的許容であり、従って  $\xi = \sqrt{\frac{2M_0}{Qa}}$  なら梁 BC に於て静的許容であり且つ  $\xi$  に於て塑性ヒンジを生ずる。(12) と (14) とを較べれば、

包曲線を求める操作は梁  $BC$  に於ての静的許容条件を満足していることが判った。式 (7) が運動的十分で且つ静的許容であることが判ったから (梁  $BC$  上だけでなく、他部材上でも静的許容であることを確かめねばならない。この場合は  $1 \geq \xi \geq \frac{1}{2}$  で静的許容であることは容易に判るので省略した。) 式 (7) はある範囲で安全荷重域の境界線となる。かくして第 6 図の如き安全荷重域が求まる。

以上の例で明らかになった如く、等布荷重を受ける剛節構造物の崩壊メカニズムの仮想仕事式は等布荷重を受ける部材の中間に塑性ヒンジを生ずる時は直線群を表わす。而もその直線群の包曲線を求めると、それが自動的に等布荷重を受ける部材中での静的許容条件を満足することになり、従って包曲線が安全荷重域の境界線となり得ることが判った。次に等布荷重を受ける場合の安全荷重域についてもう少し一般的に考えてみよう。



### 3 安全荷重域に関する種々の定理

先ず 2. に於て得た知識をもとにして進めて行く。なお、基本事項は研究 I<sup>(3)</sup> と殆んど同じであり、その 205 頁と 206 頁を参照されたい。

#### [予備定理]

剛節構造物に対する運動的十分な荷重値の示す点は荷重平面上で必ず崩壊メカニズムの仮想仕事式直線又は直線群上に存在する。

(説明)

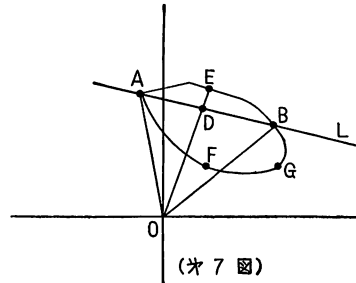
これは研究 I の予備定理と全く同じで、ただ集中荷重が等布荷重に迄拡張されたにすぎない。等布荷重を受ける部材にヒンジを生ずる崩壊メカニズムの仮想仕事式は塑性ヒンジ位置がはっきりしないので、その位置を示すパラメーターとして、 $\xi, \eta$  等を含み、荷重群  $(P, Q)$  に関する 1 次式となる。 $\xi, \eta$  等を適当に定めて崩壊メカニズムを形成するに十分な塑性ヒンジを生ずる  $P, Q$  のある 1 組の値 (荷重平面上で  $A$  点とする) を定める。するとその崩壊メカニズムに対応する仮想仕事式 ( $a$  と名付ける) を作り得る<sup>(6)</sup>。それを荷重平面上に画くと、 $A$  は  $(a)$  上にあると云うのがこの定理である。 $(a)$  は塑性ヒンジ位置を示すパラメーター  $\eta$  等を含む直線群  $\psi$  の  $\xi, \eta$  等にある特別の値を入れた  $\psi$  の中の 1 直線である。) 以後は研究 I の予備定理の場合と全く同じで、これ以後の証明は文献 4) に載せてある。

## [定 理 3]

剛節構造物の崩壊形の仮想仕事式が直線群  $\psi$  である時、その直線群  $\psi$  の個々の直線 ( $L$  と名付ける) はそのある 1 つの  $L$  のある区間全体が静的許容である場合 (この場合は集中荷重の場合と同じで研究 I に帰着する) を除いて、ただ 1 点に於て静的許容であるか又は全然非許容である。

(証 明)

仮想仕事式の示す直線群  $\psi$  の中の任意の 1 つの直線を  $L$  とし、今  $L$  上の 2 点  $A, B$  に於て静的許容であったとする。所で  $L$  上の点はすべて運動的十分であるから、 $A, B$  は安全荷重域の境界線上の点である。題意によ



って線分  $AB$  が静的許容の場合を除くから、安全荷重域の境界線は第 6 図の如く直線  $L$  に関し原点側がその反対側を折線又は曲線で  $A, B$  の間を結んでいる筈である。(安全荷重域の境界線の連続性は証明してないが、当然考えられよう。) 境界線が  $L$  に関し原点と反対側にある時は  $AB$  の中間の点  $D$  をとる時、原点  $O$  と  $D$  を結ぶ直線は必ず境界線と  $OD$  の延長上の  $E$  で交わる。すると  $D$  点は運動的十分であるので、 $E$  点は静的許容であり得ない。これは境界線が  $L$  の原点と反対側に存在しないことを示す。すると境界線は  $L$  に関し原点側に存在することになる。(  $L$  が境界線である場合は除外しているから) 次に  $L$  に関し原点側に境界線が存在する時、その境界線上に任意の 1 点  $F$  をとる時  $F$  は運動的十分条件を満足する故、 $F$  を通る仮想仕事式とそれに対応する崩壊メカニズムが存在する。 $F$  を通る仮想仕事式の示す直線は、 $A, B$  を同時に原点側に含むことができないことは明らかである。(図の  $G$  点の場合はそうでないが、その場合は  $A, B$  を同時に原点側に含むことができないような点が必ず  $AB$  の間の境界線に存在するから同じことである。) これは  $A, B$  両点を静的許容と仮定したことと矛盾する。故に  $A, B$  は同時に静的許容であり得ない。 $L$  上の 3 点以上を静的許容とした時も同じように矛盾が証明できるから、結局  $L$  上ではただ 1 点で静的許容であるか又は全然非許容のいずれかの場合しかあり得ない。

## [定 理 4]

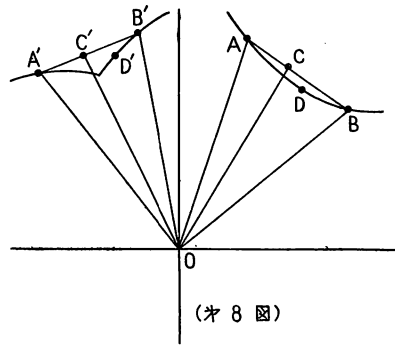
安全荷重域は等布荷重を受ける場合も原点に関し凹であり得ない。

(証 明)

安全荷重域の境界線が直線の場合に凸であることを研究 I で証明したから、曲線の

場合について証明すればよい。

第8図の如く、安全荷重域の境界線が原点  
 に関し凹であったとする。凹なる境界線上に  
 相当はなれた2点  $A, B$  をとる。すると  $A, B$   
 を結んだ時  $AB$  上の任意の1点  $C$  をとる。  
 $C$  と原点  $O$  を結ぶ時  $CO$  は必ず境界線  $\widehat{AB}$   
 をよぎる(これが凹と云うことである)。次に  
 境界線上に任意の点  $D$  をとる時、 $D$  は運動



(オ 8 図)

的十分であるから、 $D$  点に対応する崩壊メカニズムが存在し、更に対応する仮想仕事式  $a$  が存在する。 $a$  が示す直線又は直線群中の1個の直線は  $A, B$  両点を同時に原点側に含むことができない ( $D$  は三角形  $DAB$  の内部の点であるから)。故に安全荷重域は凹であり得ない。

[定理 5]

等布荷重又は集中荷重を受ける場合で、荷重平面上で任意の2点の示す荷重値が静的許容である時は、その2点と原点とを結んでできる三角形の内部及び境界線上では、すべて静的許容である。

(証明)

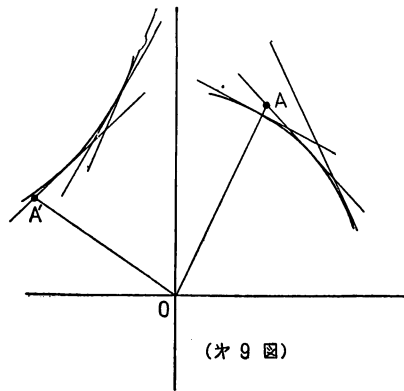
定理7(研究 I の) 及び定理4によって明らかであるので証明は省略する。

[定理 6]

等布荷重を受ける部材に塑性ヒンジを生ずる崩壊メカニズムの仮想仕事式の示す直線群に包曲線が存在すれば、この包曲線以外に静的許容になり得る直線群上の点はない。但し、直線群を構成する1つの直線のある区間全体が安全荷重域の境界線となる時、つまり静的許容である時は除く。

(証明)

直線群に包曲線が存在する場合、直線群中のある1つの直線上の点  $A$  が、包曲線上に存在せず、且つ静的許容であるとする。すると第9図より明らかなの如く、 $A$  と原点  $O$  とを結ぶ時、必ず直線群中のある直線が線分  $AO$  をよぎる。すると  $A$  点は静的許容でなくなる。これは仮定と矛盾する。故



(オ 9 図)

に定理 6 は正しい。(証明終り。 $A'$  点の場合は定理 4 によれ。) 定理 6 によって、安全荷重域を求めるには、仮想仕事式が直線群を示す時は、まず直線群の包曲線を求めればよいことが判る。次にその包曲線が静的許容であるか否かを検すればよい。

### [定 理 7]

等布荷重を受ける部材に塑性ヒンジを生ずる崩壊メカニズムの仮想仕事式  $a$  が塑性ヒンジ位置を示すパラメーター  $\xi, \eta$  等を含む時、 $\xi, \eta$  等について  $a$  を偏微分して、夫々  $\xi, \eta$  等について解いて求めた値を元の  $a$  式に代入して求めた式を  $a'$  とすれば、 $a'$  は等布荷重を受ける部材中では静的許容であり、それ故、その他の部材で静的許容であることを確かめれば、 $a'$  安全荷重域の境界線の 1 部である。

(証 明)

この定理はすべての場合に証明されることを期待しているが、現在の所、等布荷重を受ける部材の塑性ヒンジ位置を示すパラメーター  $\xi, \eta$  等が、その部材以外に作用する荷重の仮想仕事と無関係の場合にのみ証明されている。かかる場合は矩形ラーメンの梁に鉛直等布荷重  $Q$  が作用し、節点に集中水平荷重が作用する場合である。

この様な時の崩壊メカニズムの仮想仕事式は次の様にかかれる。

$$\begin{aligned} \Sigma Q_n \cdot f_n(\xi_n, a) + \Sigma P_n \cdot g_n(\eta_n, a) + \Sigma \lambda Q_n a + \Sigma \mu P_n a \\ = \kappa M_0 + \Sigma M_0 h_n(\xi_n) + \Sigma M_0 J_n(\eta_n) \end{aligned} \quad (1)$$

但し、 $f_n, g_n, h_n, J_n$  は函数記号、 $\lambda, \mu, \kappa$  は常数、 $a$  は部材長に関する常数、 $n$  は部材の種類を表わすサフィクスである。(1) 式を  $\xi_n$  又は  $\eta_n$  の中の 1 つ例えば  $\xi_1$  について偏微分すると、次式となる。

$$Q_1 \cdot f_1(\xi_1, a) = M_0 h_1(\xi_1) \quad (2)$$

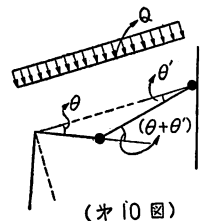
(2) 式を具体的に表わすと、第 10 図の如き場合で、 $\xi_0$  は他部材での荷重の仕事に影響を与えないし、又  $Q_1$  の仕事に他の  $\xi_n, \eta_n$  等は入ってこないで次の様になる。

$$Q_1 \cdot \frac{2a(1-\xi_1)}{2} \cdot \theta = M_0 \left( 1 + 2 \frac{1-\xi_1}{\xi_1} \right) \theta \quad (3)$$

$$Q_1 a (-1) = M_0 (-2\xi_1^{-2}) \quad (4)$$

式は

$$\xi_1 = \sqrt{\frac{2M_0}{Q_1 a}} \quad (5)$$



所でこれは本論文の第 2 節の (12) 式と全く一致し、静的許容条件を満足している。よって定理は証明された。つまり  $\xi, \eta$  等について仮想仕事式を偏微分して求めた  $\xi, \eta$  等の値を元の式に代入すると云うことは (これは直線群の包曲線を求めることであ



る。), 自然に  $\xi, \eta$  等の存在する部材での静的許容条件を満足することになる。

#### 4 等布荷重を受ける剛節構造物の安全荷重域の求め方

以上の考察により, 等布荷重を受ける場合の安全荷重域の求め方をまとめてみる。それは集中荷重を受ける場合と大体同じであって, 次の様になる。

- 1) 先ず基本崩壊メカニズムを求める。
- 2) 基本崩壊メカニズムの合成型の崩壊メカニズムを求める。
- 3) それら崩壊メカニズムの仮想仕事式を荷重平面上にプロットして, 最小の閉じた形の図形を求め, それが静的許容であるか否かを検する。

1), 2) の操作で, 等布荷重を受ける部材の中間に塑性ヒンジを生ずる崩壊メカニズムがある時は, その仮想仕事式が塑性ヒンジ位置を示すパラメーター  $\xi, \eta$  等を含み, 直線群を表示している。かかる時は定理 6 によってただちにその包曲線を求める。その場合  $\xi, \eta$  等がそれ等が存在する部材に作用する荷重以外の荷重の仕事に関係しない時は, 定理 7 によって, 直ちに,  $\xi, \eta$  等が存在する以外の部材について静的許容であるか否かを検し, 静的許容であれば, その包曲線はある範囲で安全荷重域の境界線となる。この静的許容であるか否かの検し方は, 集中荷重時の如く, 頂点についてチェックしてみると言う訳にはいかないで, 仮想仕事式や包曲線の式について, 数式的にしらべてみる必要がある。併しその他部材については, 塑性ヒンジ位置が確定しているので, チェックは容易にできる。

$\xi, \eta$  等がそれ自身が存在する部材に作用する荷重以外の仕事にも関係する時も, 定理 6 は有効であるから, まず包曲線を求める操作を行う。この操作は次の如く一般的に表示される。

$$Q \cdot f(\xi, \eta, a) + P \cdot g(\xi, \eta, a) = M_0 \cdot h(\xi, \eta, a) \quad (1)$$

$\xi, \eta$  等について偏微分すると,

$$Q \cdot f_{\xi}(\xi, \eta, a) + P \cdot g_{\xi}(\xi, \eta, a) = M_0 h_{\xi}(\xi, \eta, a) \quad (2)$$

$$Q \cdot f_{\eta}(\xi, \eta, a) + P \cdot g_{\eta}(\xi, \eta, a) = M_0 h_{\eta}(\xi, \eta, a) \quad (3)$$

(2), (3) を連立して  $\xi, \eta$  についてとくと,

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \varphi_1(P, Q, a) \\ \eta &= \varphi_2(P, Q, a) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

となるが, 一般的にはこう云う形にとけないで,

$$\left. \begin{aligned} \varphi_3(P, Q, a, \xi, \eta) &= 0 \\ \varphi_4(P, Q, a, \xi, \eta) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

となる。(4) 式の形になれば、包曲線は直接に或は媒介変数表示で定まり、それから静的許容条件を満足しているか否か、各部材について、チェックをすればよい。(5) 式のような表現しか得られない時は、崩壊形を全体的に或は部分的に解析して行って、各部材の静的許容、運動的十分条件等から、別に  $\xi$  と  $\eta$  との関係を求めて、

$$\xi = \varphi_s(\eta) \tag{5}$$

の如き関係を導いて、包曲線の式を求めればよい。かくして後、その包曲線が静的許容であるか否か、或は静的許容である範囲等を数式的にチェックすればよい。

等布荷重を受ける部材を有する剛節構造物の安全荷重域の求め方は以上の如くであるが、上の説明だけでは判りにくいと思われるので例題を示すことにする。

(例題 1)

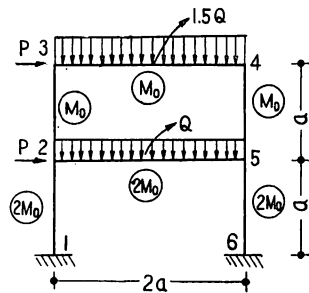
第 11 図の如き場合の安全荷重域を求めよ。

(解)

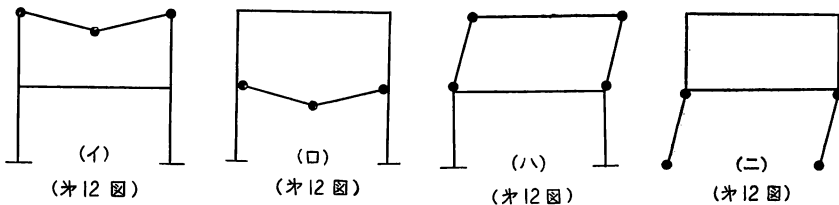
基本崩壊形は

$$12-6-2=4$$

で、それは第 12 図 (イ), (ロ), (ハ), (ニ) に示す。それに対応する仮想仕事式は次の如くなる。



(\*11 図)



(イ) 図に対して  $Q = \frac{16}{3} \frac{M_0}{a}$  (1)

(ロ) 図に対して  $Q = 16 \frac{M_0}{a}$  (2)

(ハ) 図に対して  $P = 4 \frac{M_0}{a}$  (3)

(ニ) 図に対して  $P = 4 \frac{M_0}{a}$  (4)

次に合成型崩壊メカニズムとして、第 13 図の崩壊型を考える。

仮想仕事式を直角変位図 (第 14 図) を利用して求めてみる。

$$1 - \frac{17'}{17} = 1 \qquad 1 - \frac{78'}{78} = 1$$

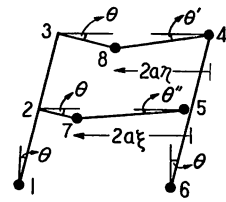
$$1 - \frac{5'6'}{56} = 1 \quad , \quad 1 - \frac{4'5'}{45} = 1$$

$$1 - \frac{7'5'}{75} = -\frac{1-\xi}{\xi} \quad , \quad 1 - \frac{8'4'}{84} = \frac{\eta-1}{\eta}$$

故に,

$$\theta_1 = \theta, \quad \theta_4 = -1 - \frac{1-\xi}{\xi} = -\frac{1}{\xi} \theta$$

$$\theta_5 = -\frac{1}{\xi} \theta, \quad \theta_6 = -\theta, \quad \theta_7 = \frac{1}{\xi} \theta$$



(※ 13 図)

$$2\theta \cdot 2M_0 + 2 \frac{1}{\eta} M_0 \theta + 2 \frac{1}{\xi} \theta \cdot 2M_0$$

$$= P \cdot 2a + Pa + \frac{2a(1-\eta)}{2} \cdot \frac{3}{2} Q \cdot \frac{2a(1-\eta)}{2}$$

$$+ \frac{2a(1-\xi)}{2a} \cdot Q \cdot \frac{2a(1-\xi)}{2} + \frac{2a\eta}{2a} \cdot \frac{3}{2} Q (a-a\eta)$$

$$+ \frac{2a\xi}{2a} \cdot Q \cdot (a-a\xi)$$

整理して,

$$\left(4 + \frac{2}{\eta} + \frac{4}{\xi}\right) \frac{M_0}{a} = 3P + \frac{3}{2} (1-\eta) + Q(1-\xi) \quad (5)$$

ξ について偏微分して

$$\eta = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{M_0}{Qa}} \quad (6)$$

同様にして

$$\xi = 2\sqrt{\frac{M_0}{aQ}} \quad (7)$$

(2), (3) を (1) に代入して, 次式を得,

$$3P + \frac{5}{2} Q - 4 \frac{M_0}{a} = 2(2 + \sqrt{3}) \sqrt{\frac{QM_0}{a}} \quad (8)$$

(8) が (5) の包曲線であり, これは, 2-5 材, 3-4 材の間では静的許容である。他部材での静的許容のチェックは 2 及び 3 点について行えばよい。これによると (4) 式の Q の範囲として

$$4 \frac{M_0}{a} \leq Q \leq \frac{16}{3} \frac{M_0}{a} \quad (9)$$

が誘導され, 更に  $Q \leq 4 \frac{M_0}{a}$  の範囲として第 15 図の型の崩壊メカニズムが存在することが判る。

次に (3)+(4) 型の崩壊メカニズムとして, 第 14 図の型を考えてみよう。

これは簡単で、第 14 図より仮想仕事式は

$$Pa\theta + P \times 2a\theta = 10 M_0\theta$$

$$P = \frac{10}{3} \frac{M_0}{a} \tag{10}$$

(10) 式の有効範囲は 3-4 材をしらべてすぐに

$$0 \leq Q \leq \frac{4}{3} \frac{M_0}{a} \tag{11}$$

となる。

次は第 15 図の型の崩壊メカニズムを考える仮想仕事式は次の如くなる。

$$\frac{3}{2} Q(1-\xi) + 3Pa = \left( \frac{2}{\xi} + 8 \right) M_0 \tag{12}$$

$\xi$  について偏微分して、

$$\xi = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{M_0}{Qa}} \tag{13}$$

(12), (13) より包曲線の式は、

$$\left( \frac{3}{2} Qa + 3Pa - 8M_0 \right) = 2\sqrt{3QaM_0} \tag{14}$$

となり、この式の有効範囲は検討により、

$$\frac{4}{3} \frac{M_0}{a} \leq Q \leq 4 \frac{M_0}{a} \tag{15}$$

となる。かくして安全荷重域は定まって、第 16 図の如くなる。

**(例題 2)**

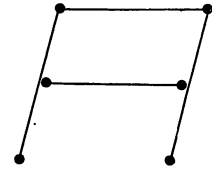
第 17 図の如き場合の安全荷重域を求める。

(解)

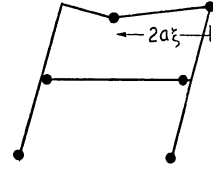
崩壊の基本型は 3 個で第 18 図の (イ), (ロ),

(ハ) に示してあり、対応する仮想仕事式は (1),

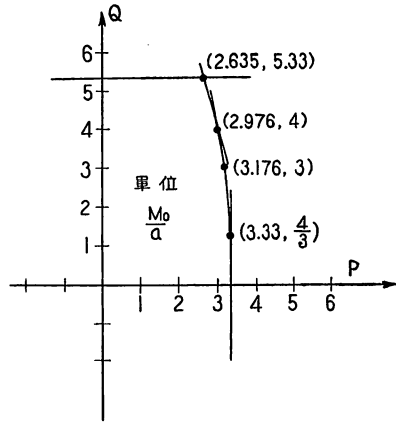
(2), (3) である。



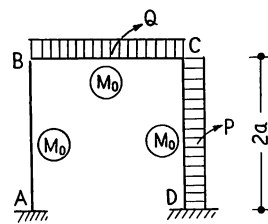
(オ 14 図)



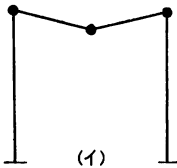
(オ 15 図)



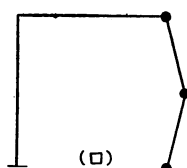
(オ 16 図)



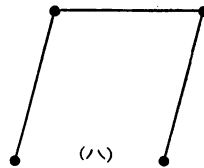
(オ 17 図)



(オ 18 図)



(オ 18 図)



(オ 18 図)

(イ) 図に対して

$$Q = 8 \frac{M_0}{a} \quad (1)$$

(ロ) 図に対して

$$P = 8 \frac{M_0}{a} \quad (2)$$

(ハ) 図に対して

$$P = 4 \frac{M_0}{a} \quad (3)$$

次に合成型として、第 19 図の場合を考える。仮想仕事式は (4) となる。

$$Pa(2-\eta) = M_0 \left( 2 + \frac{2}{\eta} \right) \quad (4)$$

$\eta$  について偏微分して次式を得る。

$$\eta = \sqrt{\frac{2M_0}{Pa}} \quad (5)$$

(5) を (4) に代入して整理すると

$$\frac{Pa}{M_0} - 1 = 2\sqrt{\frac{Pa}{2M_0}} \quad (6)$$

これを  $P$  についてとくと次の如くなる。

$$P = (2 + \sqrt{3}) \frac{M_0}{a} \quad (7)$$

$$\therefore \eta = \sqrt{3} - 1$$

即ち第 19 図の如き崩壊形の際は  $Q$  の有無に関せず、 $CD$  材のヒンジ位置は固定してしまう。次に他部材での静的許容を検討する。 $BC$  材の検討から、(7) 式は次の範囲で有効となる。

$$0 \leq Q \leq (2 - \sqrt{3}) \frac{M_0}{a} \quad (8)$$

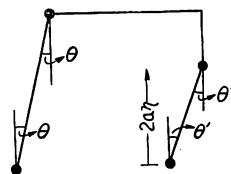
次は、第 20 図の崩壊メカニズムを考える。これは (イ), (ロ), (ハ) の合成型で、仮想仕事式は整理して次の式となる。

$$Qa(1-\xi) + Pa \left\{ 1 + \frac{1}{\xi} - \frac{\eta}{\xi} \right\} = 2 \left( 1 + \frac{1}{\eta\xi} \right) M_0 \quad (9)$$

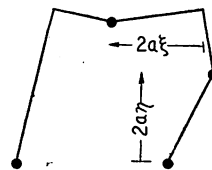
$\xi, \eta$  について偏微分すると、

$$\eta = \sqrt{\frac{2M_0}{Pa}} \quad (10)$$

$$\xi = \sqrt{\frac{1}{Qa} \left[ 2\sqrt{(2M_0 \cdot Pa - Pa)} \right]} \quad (11)$$



(\* 19 図)



(\* 20 図)

よって包曲線は (9), (10), (11) 式によって媒介変数表示として表わされた。次に静的許容条件によってチェックを行う。

(5) 式と (10) 式は一致しているから

$P \leq (2 + \sqrt{3}) \frac{M_0}{a}$  の範囲で DC 材は静的許容となる。次に BC 材も (11) 式が成立しているので静的許容となる。(BC 材について解析しても (11) 式を得る) 次に AB 材の検討により, (9) 式は次の範囲で有効となる。

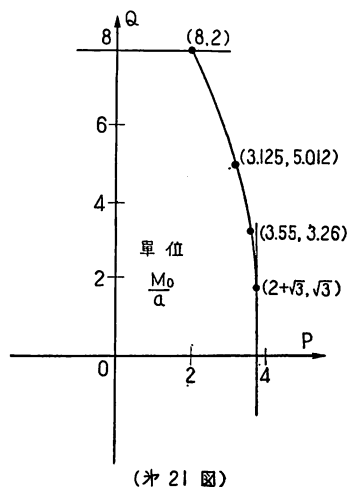
$$2 \frac{M_0}{a} \leq P \leq (2 + \sqrt{3}) \frac{M_0}{a} \quad (12)$$

所で (9) 式は

$$P = 2 \frac{M_0}{a} \quad \text{で} \quad Q = 8 \frac{M_0}{a}$$

$$P = (2 + \sqrt{3}) \frac{M_0}{a} \quad \text{で} \quad Q = \sqrt{3} \frac{M_0}{a}$$

となるので, 安全荷重域は定まって第 21 図の如くなる。



#### 附 記

本研究を遂行するにあたり常に懇篤なる指導を賜った恩師, 東京工業大学教授二見秀雄博士並びに助教藤本盛久先生に深甚なる感謝の意を表す。また懇切なる助力を仰いだ同学研究生杉山圭二氏にその好意を深謝する。

#### 参 考 文 献

1. Baker, J. F., Horne, M. R. & Heyman, J. (1956): The Steel Skelton. vol. 2.
2. Greenberg, H. J. & Prager, W. (1951): Limit design of beams and frames. Proc. A.S.C.E. vol. 77, no. 59.
3. 具志幸昌 (1956): 安全荷重域に関する研究. I. 琉球大学農家政学部学術報告. no. 3, 203~214.
4. 具志幸昌 (1956): リミットデザインに関する研究. 東京工業大学大学院修士論文.
5. Neal, B. G. & Symonds, P. S. (1952): The calculation of the plastic collapse loads for a framed structure. The Engineer. vol. 194, 317~363.
6. Symonds, P. S. & Neal, B. G. (1952): The rapid calculation of the plastic collapse load for a framed structure. Proc. I.C.E. part III, vol. 1, no. 1.

### Synopsis

In this paper, the author is intended to report results of a study on the characteristics of the Safe-Domain of the rigid framed structure subjected to uniformly distributed load, continued from his paper, "A study on Safe-Domain, I." which was published on studies on the behavior of Safe-Domain of the rigid framed structure under concentrated load and its design method.

The method for making up Safe-Domain of the structures under uniformly distributed load is fundamentally equal to that of the structures under concentrated load. The only difference is that—virtual work equation for collapse mechanism in which there are plastic hinges on the members directly subjected to uniformly distributed load represents a group of straight lines which included parameters  $\xi$  and  $\eta$  etc. denoting the positions of plastic hinges. The boundary line of Safe-Domain can get from group of straight lines, if  $\xi$  and  $\eta$  are so decided that they fulfil the condition of "Statically Admissible".

A way to fulfil the above condition is as follows:

After partially differentiating virtual work equation with respect to  $\xi$  and  $\eta$ , respectively, then we can get the values of  $\xi$  and  $\eta$ , and put these values into the original virtual work equation for collapse mechanism. And it is needed check other members. The demonstration of this method are given in this paper as a theorem. And other theorems indicating the behavior of the Safe-Domain of the framed structure subjected to uniformly distributed load are demonstrated also. These theorem are adaptable for any type of distributed load also.