

# 琉球大学学術リポジトリ

モーメント分配法・カニー法・たわみ角法について 2  
(手計算による不静定ラーメンの解法)

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学理工学部 公開日: 2012-03-27 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 具志, 幸昌, Gushi, Yukimasa メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/20.500.12000/24010">http://hdl.handle.net/20.500.12000/24010</a>

# モーメント分配法・カニー法・たわみ角法について II

(手計算による不静定ラーメンの解法)

具 志 幸 昌\*

## On Moment Distribution Method, Kani Method and Slope-Deflection Method, II

(Method for Solving Statically Indeterminate Rigid Frames by Hand Operation)

### Synopsis

In previous study, it was clarified the followings : the ordinary Cross method and Kani method can be explained by slope-deflection method, each process in Cross and Kani methods corresponds to that of slope-deflection method, and any numerical figures which appear in intermediate stages of Cross and Kani method are equal or equivalent to those of slope-deflection method.

In this study, based on above, the slope-deflection methodes which are solved by Iteration are classified in following three categories;

Type I : A slope-deflection method which is solved by Iteration corresponds to Kani method.

Type II : A slope-deflection method which is solved by Iteration corresponds to ordinary Cross method.

Type III : A slope-deflection method which is solved by Iteration corresponds to the moment distribution method where sway moments are automatically controlled.

Then, three types of slope-deflection methods are compared with one another. And, it is discussed that which type of slope-deflection method is more suitable in applying to each particular rigid framed structures.

### 1. まえがき

1)  
前報<sup>1)</sup>において、クロス法やカニー法はたわみ角法をイタラチオン方式によって解いていく方法によって説明できること、および途中のプロセスは勿論途中の数値に至るまで、対応し、しかも一致することを述べた。そしてたわみ角法の方が色々の面ですぐれていることを不十分ながら指摘しておいた。

今回はたわみ角法のイタラチオン解法を1つふやして3つにし、前報と一部重なるが、たわみ角法形式がすぐれている点をあげた後、3方法の一般的優劣を述べ、次いで個々のラーメンについて、どのたわみ角法形式がよいかを、これ迄の計算経験から述べてある。

---

受付：1970年12月15日

\*理工学部土木工学科

## 2. たわみ角法の分類とモーメント分配法、カニー法等との関係

たわみ角法をイタラチオン形式によって逐次近似してといていく場合を次の3つに分類しておく。勿論、他の形式も考えられるが、大体において計算が面倒となるだけなので考えないことにする。

**I型** たわみ角法の節点方程式・剪力方程式を全部使い、その係数行列の主対角線要素の $\varphi$ 、 $\psi$ についてといて表示した式を次々にイタラチオンによってといていく方法。カニー法<sup>2)</sup>、或はモーメント分配法の中で、柱の剪断力の不釣合を次々に修正していく方法<sup>3)</sup>(例えば二見法<sup>4)</sup>)と対応している(以下簡単のためにカニー法のみをとり上げる)。

**II型** たわみ角法の節点方程式だけを考慮して、これをI型と同様に係数行列の主対角線要素の $\varphi$ についてといた式、例えばその1式が次の通りとする(ラーメンの独立部材角が2つの時と考える)。

$$\varphi_j = \frac{-1}{2k} (a \varphi_1 + b \varphi_2 + c \varphi_3 + \Sigma C_{ji} + d \psi_1 + e \psi_2) \quad (1)$$

そして、

$$\varphi_j = \varphi_j^1 + \varphi_j^2 + \varphi_j^3 \quad (2)$$

$$\varphi_j^2 = \alpha \varphi_j^{2'}, \quad \varphi_j^3 = \beta \varphi_j^{3'} \quad (3)$$

とおき、

$$\varphi_j^1 = \frac{-1}{2k} (a \varphi_1^1 + b \varphi_2^1 + c \varphi_3^1 + \Sigma C_{ji})$$

$$\varphi_j^{2'} = \frac{-1}{2k} (a \varphi_1^{2'} + b \varphi_2^{2'} + c \varphi_3^{2'} + d \psi_1)$$

$$\varphi_j^{3'} = \frac{-1}{2k} (a \varphi_1^{3'} + b \varphi_2^{3'} + c \varphi_3^{3'} + e \psi_2)$$

であり、上式中、 $\psi_1$ 、 $\psi_2$ については適当量(例えば1,000、2,000等)を仮定する。これを $\varphi_j^1$ の組、 $\varphi_j^{2'}$ の組、 $\varphi_j^{3'}$ の組について夫々別個にイタラチオン形式でといていき、各 $\varphi_j^1$ の組、 $\varphi_j^{2'}$ の組、 $\varphi_j^{3'}$ の組を求める。それらの値に(2)(3)式を適用した後、剪力方程式に代入して $\alpha$ 、 $\beta$ を求める。その後(2)、(3)式を使って $\varphi_j$ を求め、これと $\psi_1=1,000\alpha$ 、 $\psi_2=2,000\beta$ とから、すべての $\varphi$ 、 $\psi$ を算出してたわみ角法の基本方式から端モーメントを算出する。これがII型である。これはいわゆる通常のモーメント分配法(以下クロス法と呼ぶ)に対応している。

**III型** たわみ角法の節点方程式と剪力方程式の中、まず後者を使って $\psi$ を消去し、係数行列(この $\psi$ 消去後の係数行列も対称である)、の $\varphi$ についてといて表示した式をイタラチオンを使ってといていく方法である。これは色々あるモーメント分配法の中で節点の解放と同時に、自動的に柱剪断力(矩形ラーメン以外でこう云う表現は適当でないが、その場合は同種のことを指す)の釣合が満足されていく様にした方法に対応している。

### たわみ角法I型とカニー法

I型はカニー法にくらべて次の利点をもつ。

- 1) スペースが少なくすむこと、表示が簡明なこと。
- 2) 柱の不等とか、ヒンジがある時とかの処理の仕方が簡単である（特別の処置を必要としない）。
- 3) 変位成分、回転成分の表示がいらぬ。
- 4) ラーメンが複雑になると、変位成分や回転成分を誤算したり誤記入したりする恐れがあるが、Ⅰ型ではこんな心配はない。
- 5) 非矩形ラーメンでも特別な操作を必要とせず、そのまま適用できる。

#### たわみ角法Ⅱ型とクロス法

Ⅱ型はクロス法にくらべて次の利点をもつ。

- 1) スペースが少なくすむこと。表示が簡明なこと。
- 2) 分配・到達モーメントの表示がいらぬ。
- 3) 節点移動する時の最初の節点固定モーメントの算出が容易。
- 4) クロス法では部材途中に荷重が作用し、節点の移動がないときのM-分布、途中に荷重が作用せず、独立部材角の一つ一つに対応する節点変位が生じた時のM-分布を算出し、抑制力、変位力を計算し、それから剪断力の釣合から $\alpha$ 、 $\beta$ 等の係数（前節参照）を計算しなくてはならないが、Ⅱ型では、個々の場合のM-分布を求めたり、抑制力、変位力を算出したりせずに、剪力方程式を使って直接に $\alpha$ 、 $\beta$ 等を計算し得る。
- 5) 4)の利点は特に非矩形ラーメンの時に著しい。

#### たわみ角法Ⅲ型と剪断力自動調整型モーメント分配法

Ⅲ型は対応するモーメント分配法に対して次の利点をもっている。

- 1) スペースが少なくすむこと。表示が簡明なこと。
- 2) 柱の不等とか、ヒンジがある時とかの処理が簡単。
- 3) クロス法の時の分配率・到達率を修正する操作と、Ⅲ型での $\psi$ 消去の操作とが対応するが、後者が簡明である。
- 4) 非矩形ラーメンへの適用が容易である。

以上によりたわみ角法をイタラチオン形式でといていく方が、対応するモーメント分配法、カニー法より有利である。

### 3. 各種ラーメンについての適用法

#### 3.1 一般的事項

前節でたわみ角法形式の解法がモーメント分配法・Kani法にくらべて有利なことを述べたので、今度はたわみ角法形式のⅠ、Ⅱ、Ⅲ型の間の比較を各種ラーメンについて行なうことにする。勿論、ラーメンの種類や荷重のかかり方は数限りなくあるので、ごく一般的なものに限っての話とする。まず、Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ型の一般的比較を行なう。

Ⅰ型は求めた節点方程式、剪力方程式をそのまま使うので面倒がないが、収束が他の2法にくらべておそくなるのが欠点である。要求される精度に応じて途中のどこでも計算を打ち切れる利点がある。 $\psi$ が小さいと予想できる時は3回程度のイタラチオンのくり返しで十分なことは対応するモーメント分配法、カニー法で既知の通りである。非矩形ラーメンでは収束が特に

おそくなる。

Ⅱ型は収束が早い、イタラチオンの操作を(独立部材角数+1)だけくり返し行なう必要があり、独立部材角数に等しい元数の連立一次方程式をとかねばならない欠点をもつ。従って $\psi$ が多い時は著しく不利となる。またイタラチオンの操作を途中で打ち切ると誤差が大きくなることがある。

Ⅲ型は収束が概して一番早い、 $\psi$ の消去と云う手間が余計にかかる。この操作の途中で計算まちがいが、書きまちがいを恐るがあるがこれは、 $\psi$ 消去後の係数行列も対称である事で相当程度チェックできることは前述の通りである。 $\varphi$ をイタラチオンを使って計算していく時計算すべき項数がふえるし、非矩形ラーメンでは $\psi$ 相互が関係し合い消去がやや面倒にもなるという欠点をもっている。精度に応じて計算を途中で打ち切れる。

### 3.2 一層一スパンラーメン

最大未知量は3個なので、直接消去法でといてもよいのだが、イタラチオン形式でとくるとすれば、Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ型の間では大差がない。

### 3.3 一層多スパンラーメン

$\psi$ が一個なのでⅠ、Ⅱ、Ⅲ型いずれでもよい。

### 3.4 多層一スパンラーメン

$\psi$ が多いのでⅡ型は不利で、Ⅰ、Ⅲ型と言うことになるが、 $\psi$ の消去が容易なのでⅢ型が一番よい。

### 3.5 多層多スパンラーメン

$\psi$ が多いのでやはりⅡ型は不利である。Ⅰ型は収束がややおそいし、Ⅲ型は $\psi$ の消去にやや時間がかかるし、計算すべき項数は多くなると言うわけで一長一短であるが、概してⅢ型がよい様である。

### 3.6 ファイレンデイルトラス

多層一スパンラーメンと似ているが、それより収束がやや長くかかる様である。Ⅱ型は同じ理由で適していない。 $\psi$ の消去は多層一スパンラーメンよりは容易でないが、荷重のかかり具合等を考えると、Ⅲ型が一番計算手間がかからない様である。

### 3.4 斜材をもつラーメン

独立部材角がごく少ない時はⅡ、Ⅲ型がよろしい。独立部材角が3からはⅠ、Ⅲ型がよい。独立部材角のえらび方も収束の早さに影響する。

### 3.5 格子桁

既製の成果表を使つての応力法が一番よいのであるが、変形法を使うなら、たわみ角法を使つて消去法を採用するのがよい。イタラチオン形式では収束が非常におそかったり、 $\varphi$ より $\psi$ の数が多かったり、 $\psi$ の消去が面倒であったりして、いずれも適さない。

## 引 用 文 献

- 1) 具志幸昌：モーメント分配法・カニー法・たわみ角法について、琉球大学工学部紀要工学篇第3号、P P、115~127、1970年6月。
- 2) 奥村・佐々木(訳)：多層ラーメンの数値計算法、技報堂、1961年10月。
- 3) 吉村虎蔵：Kani法とCross法、土木学会誌、49巻9号、P P、21~26、1964年9月。
- 4) 二見秀雄：構造力学、実教出版、P P、239~271、1950年