

# 琉球大学学術リポジトリ

## 圧力容器の鏡板と円胴の強さについて

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学工学部 公開日: 2012-05-25 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 真喜志, 康二, 宮城, 清宏, 兼城, 英夫, Makishi, Yasuji, Miyagi, Kiyohiro, Kaneshiro, Hideo メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/20.500.12000/24514">http://hdl.handle.net/20.500.12000/24514</a>

# 圧力容器の鏡板と円胴の強さについて†

真 喜 志 康 二\*

宮 城 清 宏\*

兼 城 英 夫\*

## On the Strength of a Circular Plate and Drum of Pressure Vessel

Yasuji MAKISHI

Kiyohiro MIYAGI

Hideo KANESHIRO

Pressure vessel used in experiment is welded a circular plate and drum by Bevel joint. Authors investigate stress distribution within elastic limit in the circular plate and drum under the hydraulic pressure. On the stress analysis of cylinder drum the bending theory of beam of finite length on elastic foundation is applied and the bending theory of thin plate for the circular plate. Experimental values of cylinder drum gives a good agreement to theoretical solution, but circular plate gives unsatisfactory results. After experiment within elastic limit performed test of breaking strength. The experimental results prove the criterion of yielding of Von Mises.

### 1. 緒 言

内径235mm, 厚さ11mm, 長さ600mmの円胴の両端に厚さ9mmの平板を溶接して圧力容器を製作し, それに水圧を加えて抵抗線歪ゲージを使って弾性限度内における応力分布を調べ, しかる後破壊試験を行なって弾性<sup>1)</sup>破損の法則を検討した。また, 弾性限度内での円胴の

応力解析に弾性床上に置かれた有限長さの梁の理論を適用した結果実験値と極めて良く一致した。

### 2. 実験容器

実験に使用した圧力容器の製作にあたっては図1に示す寸法の引抜鋼管と平板とを250°Cに予熱しつつ溶

† 受付: 1971年9月30日

\* 琉球大学理工学部機械工学科

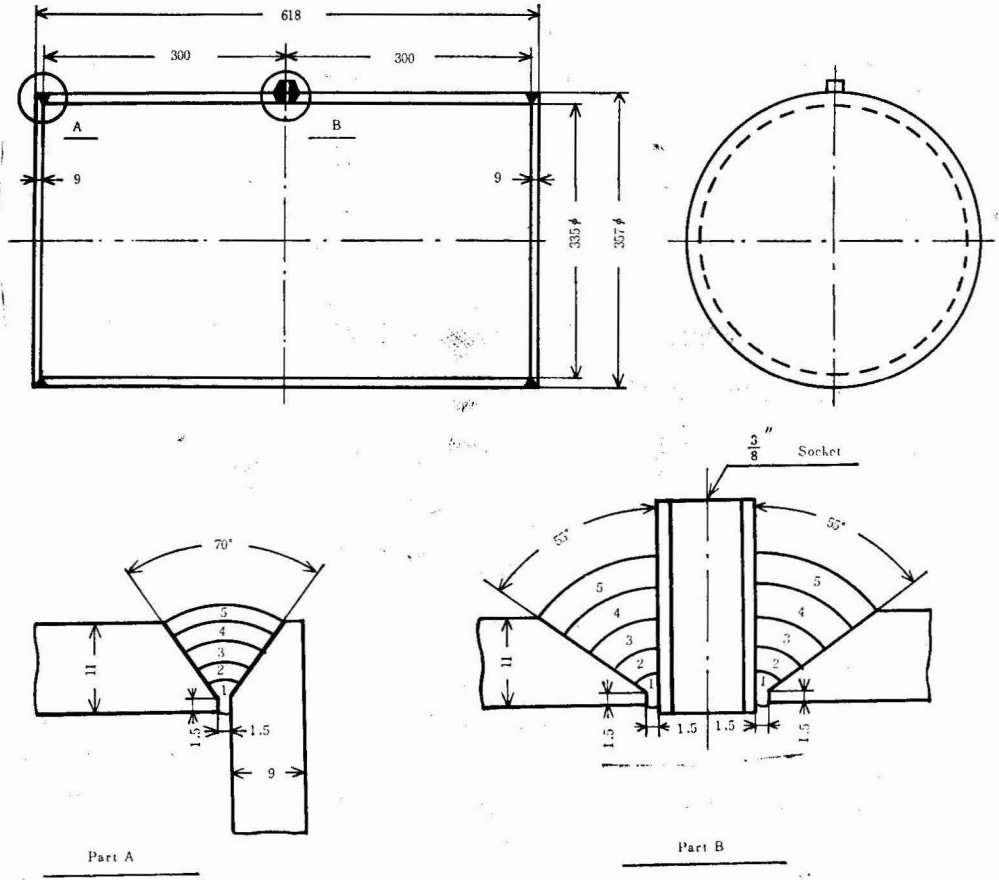


Fig. 1. Pressure vessel used in experiment

接を行なった。溶接後は残留応力を除去するため、容器を1時間650°Cに加熱保持してから室温まで空中除冷した。表1は溶接時の電流と電圧との関係を示す。

	1	2	3	4	5
I (A)	100	170	170	170	170
E (V)	30	30	30	30	30

Table 1. Welding Current and Voltage

溶接後の余盛りは、応力集中を除去し、また歪ゲージを貼り付ける都合上、母材表面まで平滑に仕上げることにした。なお、同図のB部は水圧口である。

3. 使用材料

平板はSS41を使用した。胴板(引抜鋼管)の材質

は不明だったので化学分析を依頼した。その結果を表2に示す。表3はそれらの機械的諸性質を示す。

C	Mn	Si	S	Mo	P	Cr	Ni
0.24	0.88	0.04	0.21	0.50	0.005	0	0

Table 2. Components of drum (%)

	$\sigma_Y$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_B$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\phi$ (%)
Drum	29.9	52.8	24.0
Plate	27.8	42.9	25.9

Table 3. Mechanical properties

4. 使用計器

D36-R型抵抗線歪計 新興通信  
 10点切換平衡箱 新興通信  
 24点切換平衡箱 共和電業  
 歪ゲージ SV104, SV108 新興通信  
 圧力計 最高使用圧力  $20\text{kg/cm}^2$ ,  $500\text{kg/cm}^2$   
 の2個  
 水圧ポンプ 最高圧  $50\text{kg/cm}^2$   
 ダイアルゲージ 2個  
 顕鏡装置

5. 歪測定位置

平板の応力状態は周辺支持と固定支持の間になるものと予想されるが、これらの支持状態下では半径応力も接線応力も中央点で極値を取り、その近傍での応力勾配は周辺に比して小さいと考えられる。また、円胴部は平板と円胴との接続部、所謂不連続部において複雑な応力状態を呈するものと予想され、不連続部から十分離れば一定の薄膜応力状態になる。従って、歪測定点の選定にあたってはこれらの事柄を考慮して図2に示すように不連続近傍で密にとることにした。

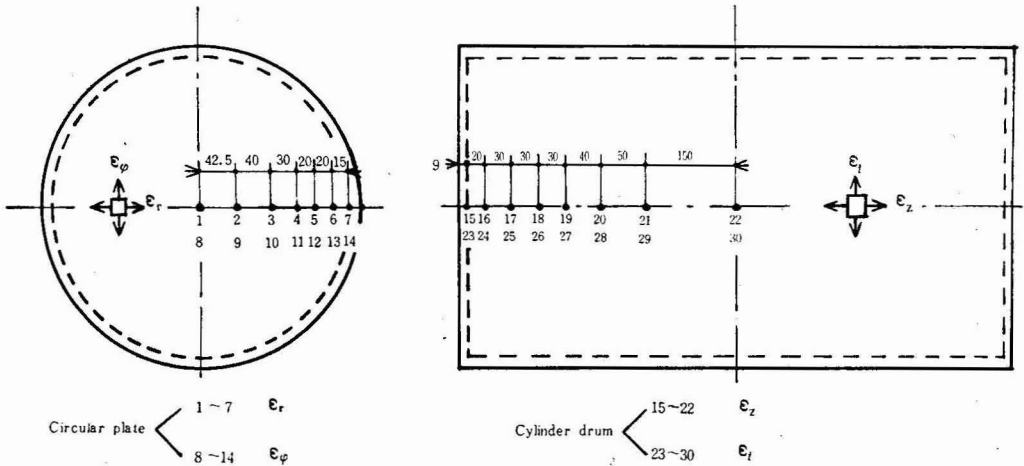


Fig. 2 Measuring position of strains

6. 弾性限度内において容器に発生する応力

6.1 実験応力

$8\text{kg/cm}^2$  までは  $1\text{kg/cm}^2$  ごとに各点における歪

を読み取ることとし、その結果を図3に示す。同図の (a), (b) は円胴部における軸方向と円周方向の歪を表わし、(c), (d) は鏡板部の径歪と接線歪を表わす。ど

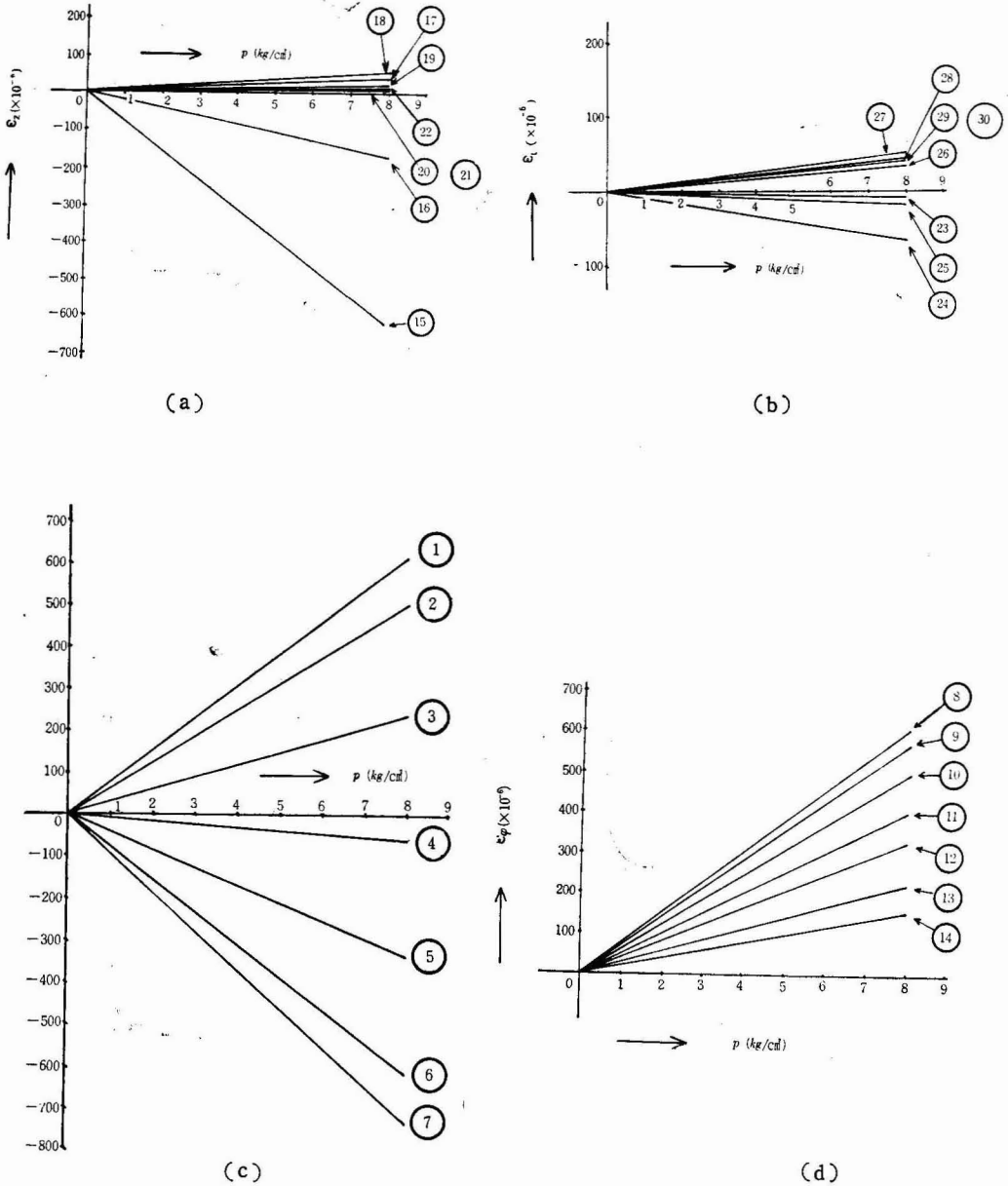


Fig. 3. Experimental strain within elastic limit

のグラフも  $8 kg/cm^2$  までは各点の歪は直線的に変化しているので、 $8 kg/cm^2$  はまだ容器の弾性限度内の水圧であることが判る。図4, 5, 6は鏡板と円胴の弾性係数を  $2.1 \times 10^4 kg/mm^2$  として計算した水

圧  $8 kg/cm^2$  のときの容器の応力状態を示す。これらの図から判るように応力は鏡板の中央と円胴と鏡板の接続部において大きな値になっている。

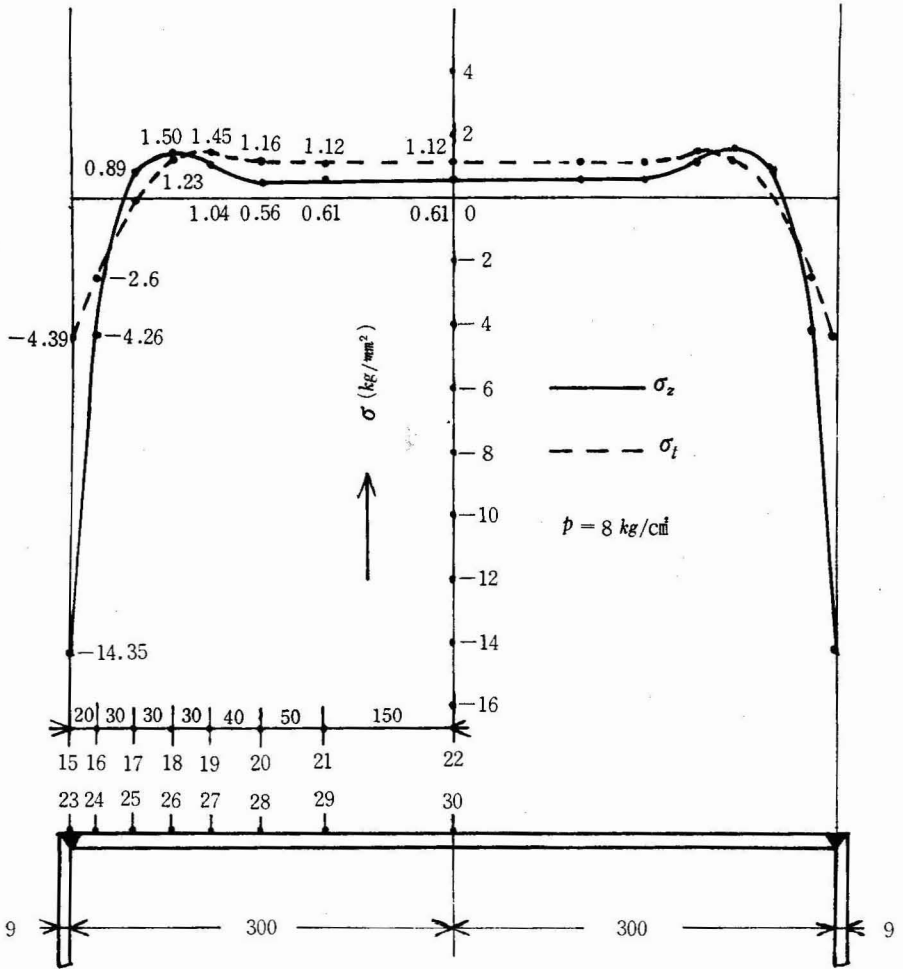


Fig. 4. Stress distribution in a cylinder drum

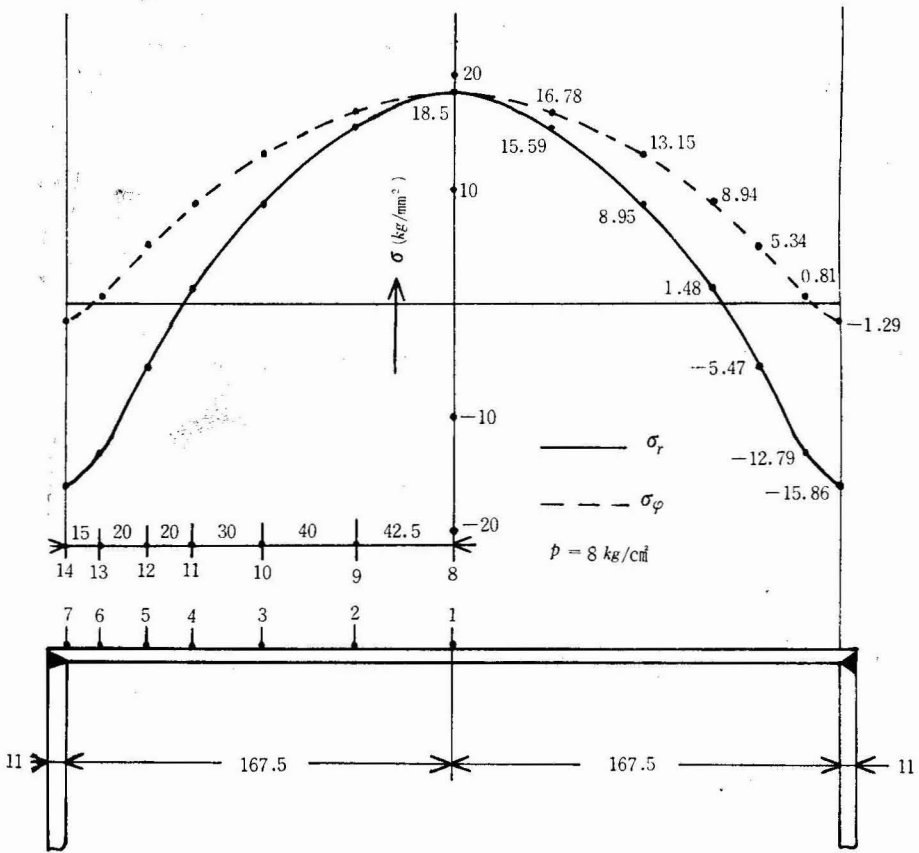


Fig. 5. Stress distribution in a circular plate

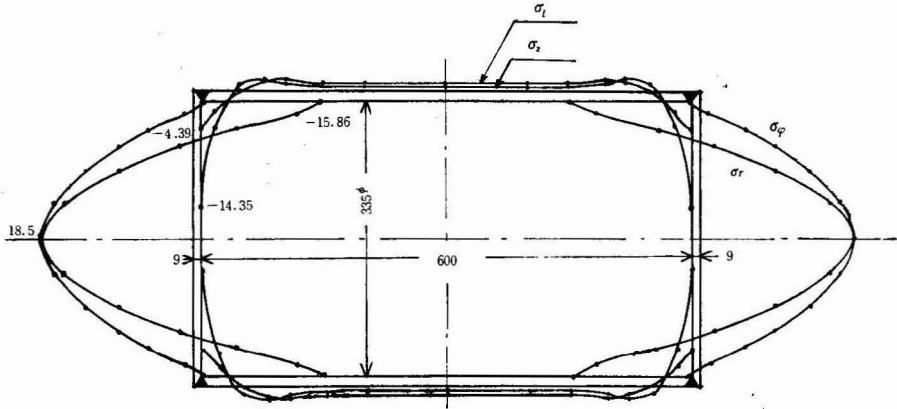


Fig. 6. Stress distribution in a pressure vessel ( $P=8 \text{ kg/cm}^2$ )

6.2 理論応力

薄肉容器に内圧がかかる場合、鏡板と円胴との接続部、所謂不連続部から十分離れた所においては円胴部の応力計算に薄膜理論が適用される。しかし、この薄

膜理論を不連続部の応力解析に利用すれば甚々誤差が大きいため、本報では此の不連続部の応力解析に弾性<sup>2)</sup>床上に置かれた有限長さの梁の理論を応用することにした。

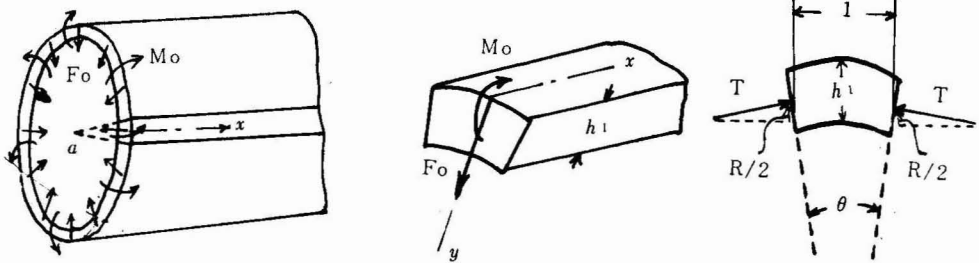


Fig. 7. External force in a cylinder drum

圧力容器に内圧が作用すると円胴の径は増加することになるが、接続部においては鏡板がこの伸びを拘束するため図7に示すように単位長さ当り剪断力 $F_0$ と曲げモーメント $M_0$ が発生する。いま、この拘束力によって生ずる円胴の半径変化を $y$ とすれば、円胴には円周方向に $y/a$ なる圧縮歪、従って $\frac{E_1}{a}y$ なる圧縮力が生ずるので帯板要素の単位長さ当りに生ずる圧縮力は

$$T = \frac{E_1 h_1}{a} y \quad (1)$$

となる。両側面に働くこの圧縮力の径方向の分力の和は

$$R = 2 T \sin \frac{\theta}{2} = \frac{E_1 h_1}{a} \theta y = \frac{E_1 h_1}{a^2} y \quad (2)$$

となり、これが帯板要素の撓みに抵抗する力である。この式から判るように反力 $R$ は撓み $y$ に比例しているため、帯板要素は床の係数が $k = E_1 h_1 / a^2$ で表わされる弾性床上の梁の曲げと同じ条件下にあることになる。

従って、帯板要素の撓みに関する微分方程式は

$$D \frac{d^4 y}{dx^4} = - (E_1 h_1 / a) y \quad (3)$$

で表わされる。ここに $D$ は板の曲げ剛性で

$$D = E_1 h_1^3 / 12 (1 - \nu^2)$$

である。ここで



$$\beta = \sqrt[4]{\frac{E_1 h_1}{4 D a^2}} = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{a^2 h_1^2}} \quad (4)$$

とおいて(3)式の一般解を求めれば

$$y = \cosh \beta x (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + \sinh \beta x (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) \quad (5)$$

となる。この式を図8に示すような両端に剪断力  $F_0$

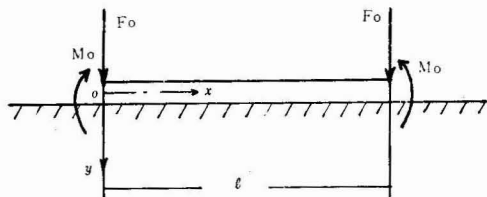


Fig. 8. Beam of finite length on elastic foundation

と曲げモーメント  $M_0$  とが働く長さ  $l$  の弾性床上の梁に適用すれば、任意点における撓み、撓み角および曲げモーメントは夫々

$$y = \frac{2 \beta F_0}{k (\sinh \beta l + \sin \beta l)} \left\{ (\cosh \beta l + \cos \beta l) \cosh \beta x \cos \beta x + \sin \beta l \cosh \beta x \sin \beta x - \sinh \beta l \sinh \beta x \cos \beta x \right\} - \frac{2 \beta^2 M_0}{k (\sinh \beta l + \sin \beta l)} \left\{ (\sinh \beta l - \sin \beta l) \cosh \beta x \cos \beta x - (\cosh \beta l - \cos \beta l) (\cosh \beta x \sinh \beta x + \sinh \beta x \cos \beta x) + (\sinh \beta l + \sin \beta l) \sinh \beta x \sin \beta x \right\} \quad (6)$$

$$i = \frac{dy}{dx} = \frac{2 \beta^2 F_0}{k (\sinh \beta l + \sin \beta l)} \left\{ (\cosh \beta l + \cos \beta l) (\sinh \beta x \cos \beta x - \cosh \beta x \sin \beta x) + \sin \beta l (\sinh \beta x \sin \beta x + \cosh \beta x \cos \beta x) + \sinh \beta l (\sinh \beta x \sin \beta x - \cosh \beta x \cos \beta x) \right\} - \frac{2 \beta^3 M_0}{k (\sinh \beta l + \sin \beta l)} \left\{ (\sinh \beta l - \sin \beta l) (\sinh \beta x \cos \beta x - \cosh \beta x \sin \beta x) - 2 (\cosh \beta l - \cos \beta l) \cosh \beta x \cos \beta x + (\sinh \beta l + \sin \beta l) (\sinh \beta x \cos \beta x + \cosh \beta x \sin \beta x) \right\} \quad (7)$$

$$M = \frac{F_0}{\beta (\sinh \beta l + \sin \beta l)} \left\{ (\cosh \beta l + \cos \beta l) \sinh \beta x \sin \beta x - \sin \beta l \sinh \beta x \cosh \beta x - \sinh \beta l \cosh \beta x \sin \beta x \right\} + \frac{M_0}{\sinh \beta l - \sin \beta l} \left\{ (\sin \beta l - \sinh \beta l) \sinh \beta x \sin \beta x - (\cosh \beta l - \cos \beta l) \sinh \beta x \cosh \beta x + (\cosh \beta l - \cos \beta l) \cosh \beta x \sin \beta x + (\sinh \beta l + \sinh \beta l) \cosh \beta x \cos \beta x \right\} \quad (8)$$

従って、両端における撓みと撓み角は

$$y_0 = \frac{2 \beta F_0 (\cosh \beta l + \cos \beta l)}{k (\sinh \beta l + \sin \beta l)} - \frac{2 \beta^2 M_0 (\sinh \beta l - \sin \beta l)}{k (\sinh \beta l + \sin \beta l)} \quad (9)$$

$$i_0 = -\frac{2 \beta^2 F_0 (\sinh \beta l - \sin \beta l)}{k (\sinh \beta l + \sin \beta l)} + \frac{4 \beta M_0 (\cosh \beta l - \cos \beta l)}{k (\sinh \beta l + \sin \beta l)} \quad (10)$$

(6), (7), (8)式中の  $F_0$ ,  $M_0$  は鏡板との拘束条件から決定しなければならないから、次に円板の変形について述べる。

中心に対して対称な荷重を受ける円板の曲げの問題は微分方程式

$$\frac{d^4 w}{d^4 r} + \frac{2}{r} \frac{d^3 w}{d^3 r} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 w}{d^2 r} + \frac{1}{r^3} \frac{dw}{dr} = \frac{P}{D} \quad (11)$$

を解くことに帰着し、その一般解は

$$W = \frac{1}{D} \left\{ \frac{P}{64} r^4 + (C_1 r^2 + C_2) \log r + C_3 r^2 + C_4 \right\} \quad (12)$$

で表わされる。ここに  $D = E_2 h_2^3 / 12 (1 - \nu^2)$  である。実際の鏡板には  $F_0$  なる引張力が作用しているが、この  $F_0$  によって生ずる応力を曲げ応力に比し小

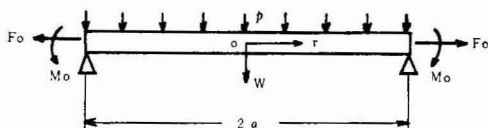


Fig. 9. External force in a circular plate

さいものとして省略すれば図9に示す荷重条件に対し(12)式は

$$W = \frac{3(1-\nu)(a^2-r^2)}{16E_2h^2} \left[ \left\{ (5+\nu)a^2 - (1+\nu)r^2 \right\} P - 32M_0 \right] \quad (13)$$

となる。従って、円板の中心から任意点における撓み角と外周上の撓み角とは夫々

$$i = \frac{dw}{dr} = -\frac{3(1-\nu)r}{4E_2h^3} \left[ \left\{ (3+\nu)a^2 - (1+\nu)r^2 \right\} P - 16M_0 \right] \quad (14)$$

$$i_a = -\frac{3(1-\nu)a}{2E_2h^3} (a^2p - 8M_0) \quad (15)$$

また、径方向の曲げモーメント $M_r$ と接線方向の曲げモーメント $M_\phi$ は

$$M_r = p(3+\nu)(a^2-r^2)/16 - M_0 \quad (16)$$

$$M_\phi = p\{(3+\nu)a^2 - (1+3\nu)r^2\}/16 - M_0 \quad (17)$$

で表わされるから、円板の任意点に生ずる曲げ応力は

$$\sigma_r = \frac{12z}{h_2^3} M_r \quad (18)$$

$$\sigma_\phi = \frac{12z}{h_2^3} M_\phi \quad (19)$$

となる。

円筒と鏡板との接続部に生ずる $F_0$ と $M_0$ とを求めるために、a) 鏡板の半径変化はない、b) 接続部は変形後も直角を維持する(図10)と仮定すれば、外部から

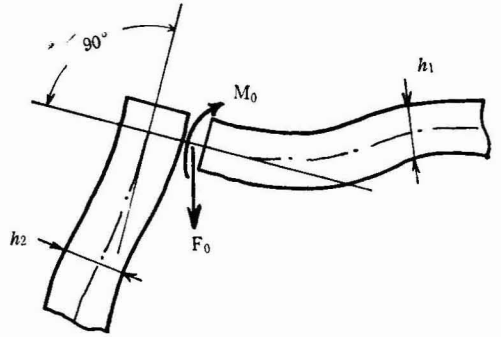


Fig. 10. Deformation between cylinder and plate

拘束されない薄肉円筒が内圧 $P$ を受けるとその半径は $\delta r = (2-\nu)a^2\rho/(2E_1h_1)$ 増加するので、変形条件式は(9), (10), (15)より

$$\begin{aligned} & \frac{2\beta h F_0 (\cos \beta \ell + \cos \beta \ell)}{k (\sinh \beta \ell + \sin \beta \ell)} \\ & - \frac{2\beta^2 M_0 (\sinh \beta \ell - \sin \beta \ell)}{k (\sinh \beta \ell + \sin \beta \ell)} \\ & = \frac{(2-\nu)a^2}{2E_1h_1} P \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{2\beta^2 F_0 (\sinh \beta \ell - \sin \beta \ell)}{k (\sinh \beta \ell + \sin \beta \ell)} \\ & + \frac{4\beta^3 M_0 (\cosh \beta \ell - \cos \beta \ell)}{k (\sinh \beta \ell + \sin \beta \ell)} \\ & = \frac{3(1-\nu)a}{2E_2h_2^3} (a^2P - 8M_0) \end{aligned} \quad (21)$$

で表わされる。この2式より $F_0$ と $M_0$ とを決定し、それらの値を(6), (8)式に代入すれば不連続部から任意の距離はなれた点における円筒の撓み量および曲げモーメントを計算することが出来る。

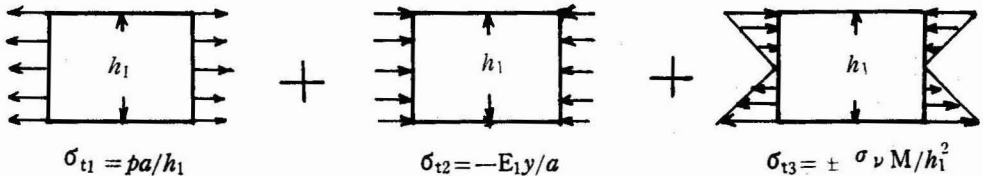


Fig. 11. Circumferential stress in a Cylinder drum

円筒に生ずる円周応力の値を求めるためには図11に示すように、i) 薄膜応力、ii) 円周の長さの縮小に基づく応力、iii) 断面変化を妨げる応力の3つから成り立っており、従って円筒表面におけるその値は

$$\sigma_t = \sigma_{t1} + \sigma_{t2} + \sigma_{t3} = \frac{Pa}{h_1} - \frac{E_1}{a} y \pm \frac{6\nu}{h_1^2} M \quad (22)$$

となる。また、軸応力は図12に示すように、

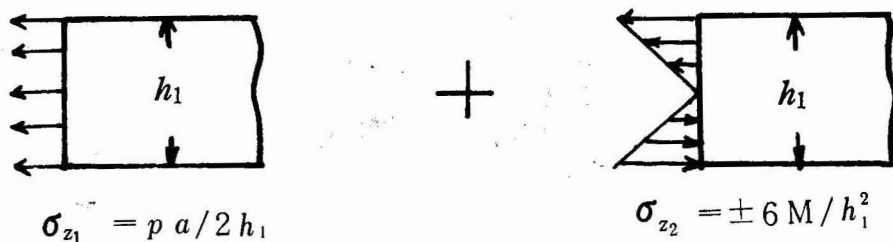


Fig. 12. Axial stress in a cylinder drum

i) 薄膜応力, ii) 曲げ応力の2つの和で

$$\nu = 0.3$$

$$\sigma_z = \sigma_{z1} + \sigma_{z2} = \frac{Pa}{2h_1} \pm \frac{6M}{h_1^2} \quad (23)$$

の値を(20), (21)式に代入して  $F_0$ ,  $M_0$  を求めると近似的に

が(23)で表わされる。ここに  $\psi$  と  $M$  とは(6), (8)式の値である。

$$F_0 = 113P, \quad M_0 = 3307P \quad (24)$$

上述の理論値を実験値と比較するために本実験に使用した図1の圧力容器の寸法形式と弾性定数

となる。これらの値を(6), (8)式に代入すれば接続点から円胴の任意点における撓みと曲げモーメントが計算出来る。この得られた撓み  $\psi$  と曲げモーメント  $M$  とを(22), (23)式に代入すれば円胴の軸応力と円周応力とが求まる。図13, 14は内圧  $8 \text{ kg/cm}^2$  に対してこのように計

$a = 167.5 \text{ mm}$ ,  $h_1 = 11.0 \text{ mm}$ ,  $h_2 = 9.0 \text{ mm}$ ,  
 $t = 600 \text{ mm}$ ,  $E_1 = E_2 = 2.1 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$ ,

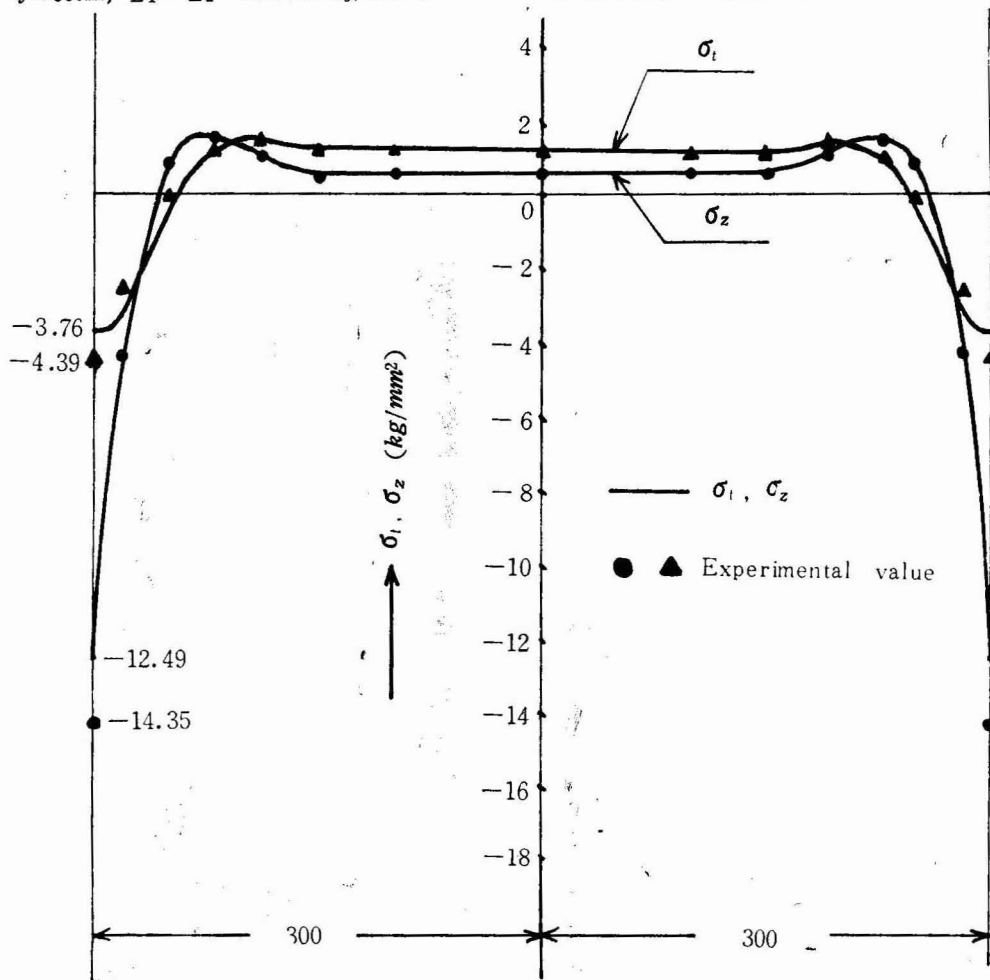


Fig. 13. Theoretical and experimental stress in a cylinder drum ( $P = 8 \text{ kg/cm}^2$ )

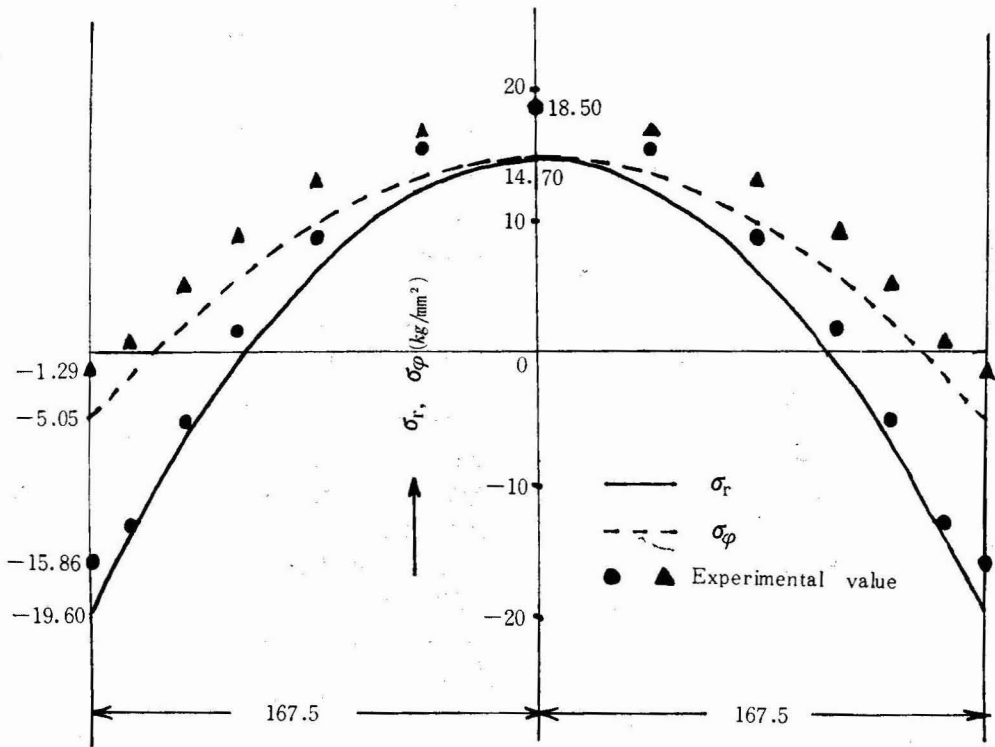


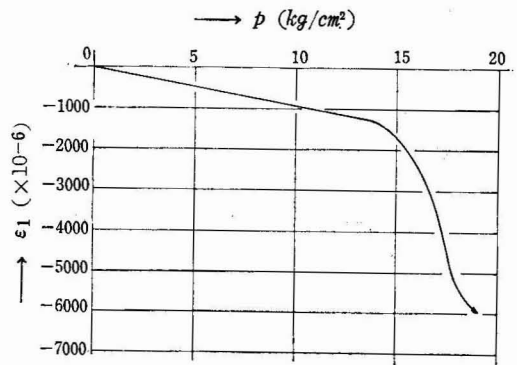
Fig. 14. Theoretical and experimental stress in a circular plate ( $P=8\text{ kg/cm}^2$ )

算した値と抵抗線歪ゲージを用いて求めた実験値とを示す。この図よりわかるように弾性床上に有限長の梁が置かれたときの梁の曲げ理論は円筒の応力解析に極めて有効なことが判る。なお、鏡板部においては理論値と実験値との間に  $4\text{ kg/mm}^2$  程度の誤差が存在するが、これは変形条件式を導くときに円板の半径変化を無視したこと等の原因に基づくと推察される。

7. 破壊試験

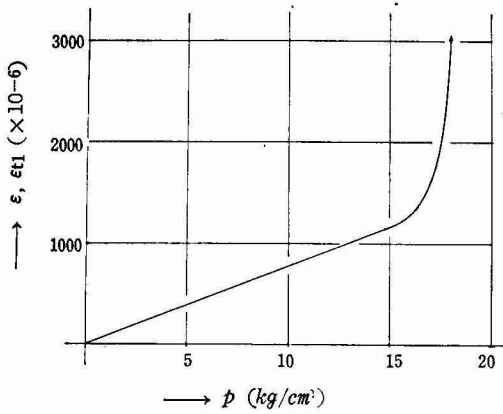
弾性範囲内での水圧試験結果から压力容器に生ずる応力は鏡板の中央部および鏡板と円筒との接続部において大きな値を取ることが判明したので、更に水圧を増加すればこれらの近傍から降伏が始まるであろうことは十分推察されることである。破壊試験を行なった結果も確かにこの事を裏付け、最初に降伏を開始したのはこれらの諸点からであった。図15は破壊試験時における水圧とこれらの諸点に生ずる歪との関係を示すものである。これらの図から判るように鏡板の中央部

は  $15\text{ kg/cm}^2$  の水圧で降伏を起こしているのに周辺部は中央よりやや低目の  $14\text{ kg/cm}^2$  で既に降伏を開始し

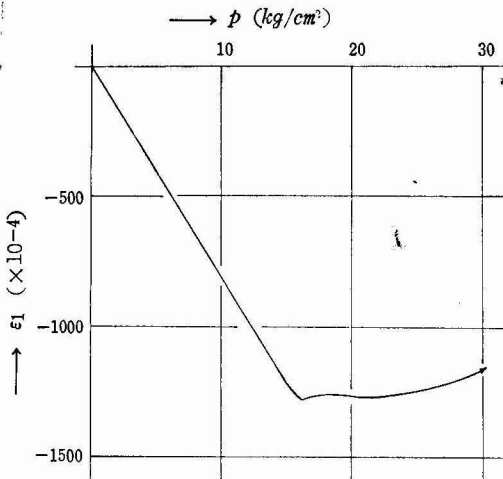


(a)

Fig. 15. Experimental strain over elastic limit



(b)



(c)

ていたことになる。中央より周辺部が降伏が速いのは、溶接の形態や良否および溶接時における材質変化等に基因しているものと推測される。

今、この周辺部に組合せ応力下における弾性破損の法則を適用してみることにする。銅、アルミニウム、および軟鋼はミーゼズの降伏説が良く成り立つ代表的材料であると云われている。ミーゼズの説によれば次式で表わされる相当降伏応力 $\sigma_{eq}$ <sup>4)</sup>

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2} \{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \}} \tag{25}$$

が単軸引張りのときの降伏応力 $\sigma_e$ に等しくなったときにその部分は降伏を起こすことになる。鏡板の周辺

は $14\text{kg/cm}^2$ の水圧になったとき降伏を起こしているのです、これに対する相当降伏応力 $\sigma_{eq}$ を計算してみると、 $\sigma_{r7} = -27.7\text{kg/mm}^2$ 、 $\sigma_{\phi 14} = -2.2\text{kg/mm}^2$ を(25)式に代入すれば

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{r7}^2 + \sigma_{\phi 14}^2 - \sigma_{r7} \sigma_{\phi 14}} \doteq 28.9\text{kg/mm}^2$$

この値は鏡板材の1軸引張下の降伏応力 $\sigma_e = 27.8\text{kg/mm}^2$ に極めて近い。全く同様にして円胴部に対しても相当降伏応力を求めてみると、円胴部は $15\text{kg/cm}^2$ の水圧になったとき接続部から降伏が起り始めているので、 $\sigma_{z15} = -26.9\text{kg/mm}^2$ 、 $\sigma_{t15} = -8.23\text{kg/mm}^2$ 、を(25)式に代入すれば

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{z14}^2 + \sigma_{t14}^2 - \sigma_{z14} \sigma_{t14}} \doteq 31.8\text{kg/mm}^2$$

これも円胴材料の1軸引張下の降伏応力 $\sigma_e = 29.9\text{kg/mm}^2$ に極めて近い値になっている。従って、これらのことから我々の実験容器に対してはミーゼズの降伏説が極めて良く一致した。

圧力容器にかかる水圧を更に増加すると水圧が $40\text{kg/cm}^2$ に達したとき、突然円胴と鏡板との接続部付近から1条の水滴が噴出し出した。減圧後調べてみると図16に示すように破壊箇所は溶接面に沿ってお

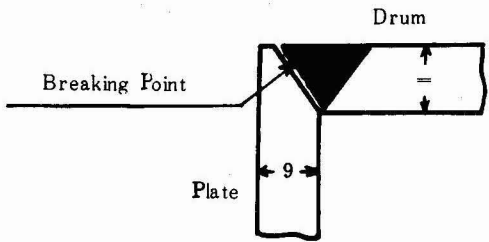


Fig. 16. Detail drawing of breaking point

り、従って溶接不良によって容器は構造物として強度低下したと考えられる。しかし、容器の両側板は $2\text{cm}$ 程度も外側に半球状に変形しているのです、容器が構造物としての使用限度を越えていることは言うまでもない。

8. 結言

引抜鋼管の両側に平板を溶接して圧力容器を製作し、圧力試験を行なった結果次の事が判明した。

- a) 容器に生ずる応力は鏡板中央および円胴と鏡板

との接続部において大きな値となる。

- b) 弾性範囲内における円胴部の応力解析に、弾性床上に有限長さの梁が置かれた場合の曲げ理論を適用した結果は実験値と極めて良く一致した。
- c) 容器の相当降伏応力はミーゼズの降伏説にしたがった。
- d) 溶接不良のため容器の破壊は溶接面から起ったが、その時には既に鏡板の変形度は可成り大きく容器は構造物として使用不能である。

#### 参 考 文 献

- 1) 野原石松, 宮田越郎: ボイラ研究 第82号
- 2) チモシェンコ: 材料力学中巻, 鶴戸口英善訳  
コロナ
- 3) 鶴戸口, 川田, 倉西共著: 材料力学下巻 裳華房
- 4) 工藤英明著: 塑性学 森北出版