琉球大学学術リポジトリ

球形構造物の波による振動に関する基礎的研究

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学理工学部 公開日: 2012-07-13 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 河野, 二夫, Kono, Tsugio メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/24957

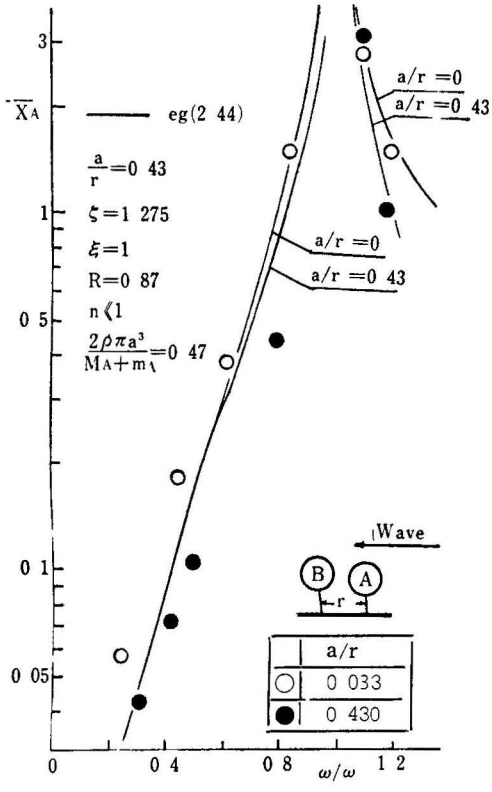


Fig. 2 — a　Theoretical curves and experimental data

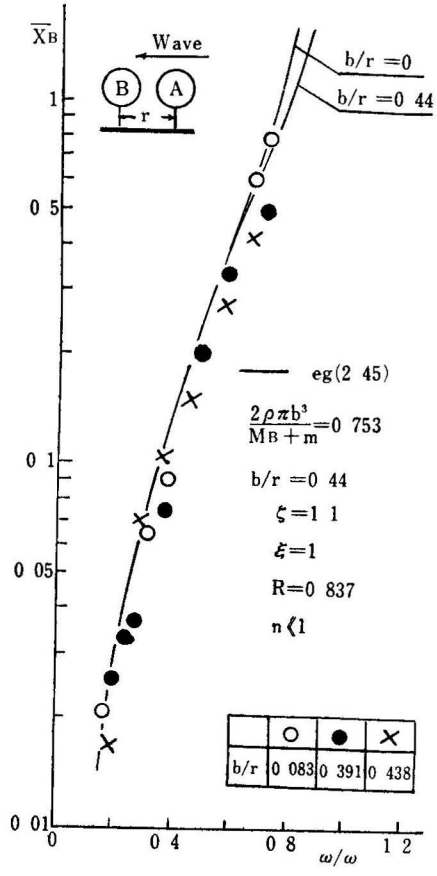


Fig. 2 — b　. Theoretical curves and experimental data

6 1 4) 共振曲線

最後に共振曲線について調べてみる。共振曲線は（2—47）　（2—48）式で与えられるが　簡単な場合として，R＝1　ξ＝1　ζ＝1（A，B球の固有振動数，球径比，質量比が等しい）の場合について考えると，例えばB球については（2—102）式が得られる。

$$\frac{X_B}{X_{SB}} = \frac{1}{\left[\left\{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_B^2}\right)+\left(\frac{b}{\gamma_0}\right)^3\left(\frac{2\rho\pi b^3}{m_B}\right)\left(\frac{\omega}{\omega_B}\right)^2\right\}^2\right]^{1/2}} \qquad (2-102)$$

（2—102）式をグラフに示すと図2—23になる。図によると共振点の位置は1箇の球の場合（$\frac{b}{\gamma_0}=0$）と比較して移動している。

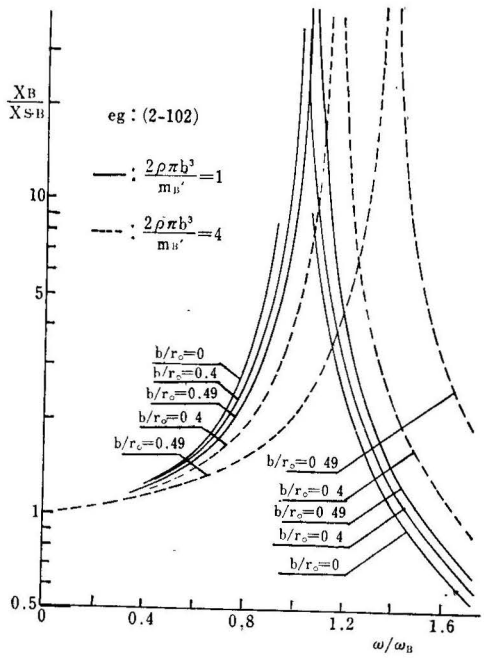


Fig. 2—23：Response curves for the system shown in figure.（2—6）

第2節　Y干渉について（1）

図2—2または図2—10に示すように波の進行と直角水平方向に2箇の球を接近して並べた場合のY振動について述べる。

6.2.1）波形と変位の関係

波形と変位の関係を図2—24，図2—25に示した。図2—24は2球の中心間隔を一定値（4.1cm）に保って波を与え，波の周期をかえた場合の振子の振動の状況を示したものである。また，図2—25は周期をほぼ一定（0.9～0.94秒）にして，2球の中心間隔を変化させた場合の状況である。これらの図から波長を大にすると，また中心間隔をせまくすると干渉の効果が現われている。しかも振動数は波のそれの倍になっている。なおこれらのグラフに対する実験内容は表2—2—2に示してある。また，図で(A)，(B)は波の進行方向に向って右側がA球に対する振子であることを示す。

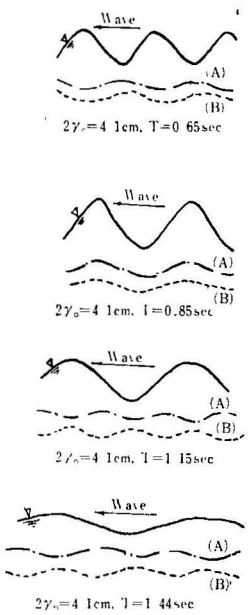


Fig. 2—24：Wave-profiles and deflections in Y direction.（2γo：constant）

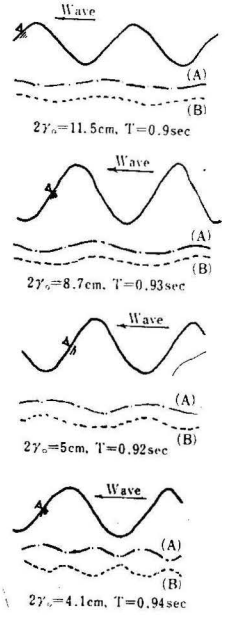
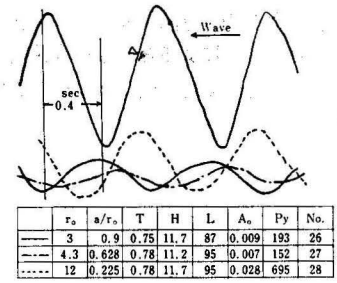


Fig. 2—25 : Wave-profiles and deflections in Y direction (T≒constant)

6.2.2) 境界壁近傍の振動

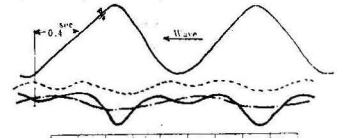
2球が全く等しい場合のY振動は，図2—11の(b)に示すように，2球の2等分面を境界壁と仮定した場合の1箇の球の振動と同じ結果になる。従って，1箇の球を水路壁の近傍で，水路壁方向に振動させた場合の実験を行なった。そのときの波形の一例を図2—26，図2—27，図2—28に示した。図から一概に判断することは難かしいが，波長の大きいと壁に近接する程大きな振動をしている。（図2—28）。

また波長が短いと壁から離れる程大きい振動をするが，壁に接近するに従って振巾は小さくなり，しかも壁に充分近づくと振巾はまた大きくなる。(図2—26) 上述の中間の波長の場合は，壁に近づく程，振巾は大きくなり，しかも最大波高附近で球は壁に引き押せられた形の振動をしている。（図2—27）。以上の様に，境界壁近傍の球の振動現象は極めて複雑であるが，しかし明確であることは，境界壁の影響（或は2球を接近したときの干渉の効果）は実験的にもはっきりと認められることである。たゞし図でγ_0，H，L，A_0はcm，Tはsec，|Py|はdynである。



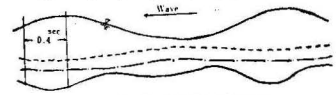
	r_0	a/r_0	T	H	L	A_0	Py	No.
———	3	0.9	0.75	11.7	87	0.009	193	26
—·—·—	4.3	0.628	0.78	11.2	95	0.007	152	27
-----	12	0.225	0.78	11.7	95	0.028	695	28

Fig. 2—26 : Sphere moving perpendicular to a rigid plane boundary.



	r_0	a/r_0	T	H	L	A_0	|Py|	No.
———	3	0.9	1.3	8.4	217	0.012	288	26
—·—·—	4.3	0.628	1.3	8.0	217	0.004	97	27
-----	12	0.225	1.3	7.0	217	0.005	108	28

Fig. 2—27 : Sphere moving perpendicular rigid plane boundary.



	r_0	a/r_0	T	H	L	A_0	|Py|	No.
———	3	0.9	2.1	3.3	390	0.008	199	26
—·—·—	4.3	0.628	2.2	3.2	411	0.003	75	27
-----	12	0.225	2.2	3.6	411	0.002	48	28

Fig. 2—28 : Sphere moving perpendicular rigid plane boundary.

6.2.3)　球に作用する外力

2球が全く同一のものと仮定したとき，水路壁を境界壁と考えて壁の近傍で，1箇の球により，壁と垂直方向の振動実験を行なった。

その結果，球に作用する外力を（2—70），（2—71）式で整理すると，図2—29，および図2—30，図2—31になる。図によると，球が境界壁に接近する程（2球を接近させる程）理論と実験値は一致する傾向にある。

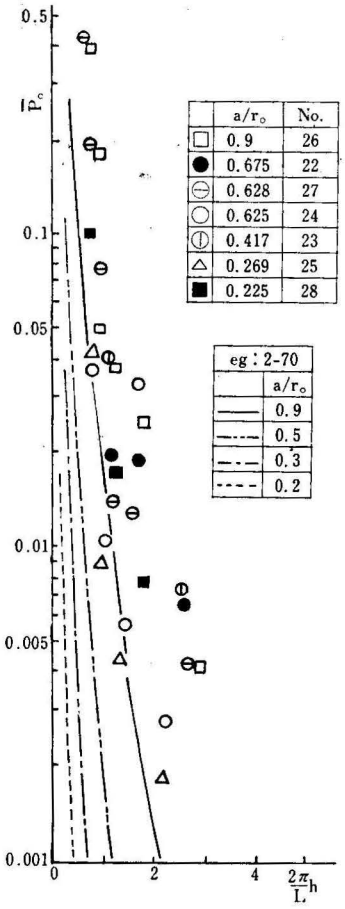


Fig. 2—29 ：Theoretical curves and experimental data.
$\left(\frac{a}{r_0} = 0.225 \sim 0.9\right)$

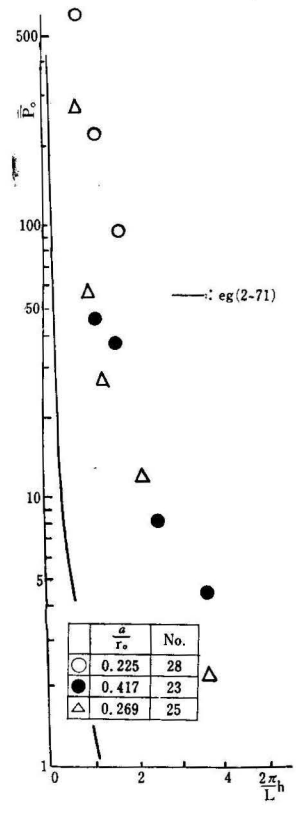


Fig. 2—30 ：Theoretical curve and experimental data.
$\left(0.225 < \frac{a}{r_0} < 0.417\right)$

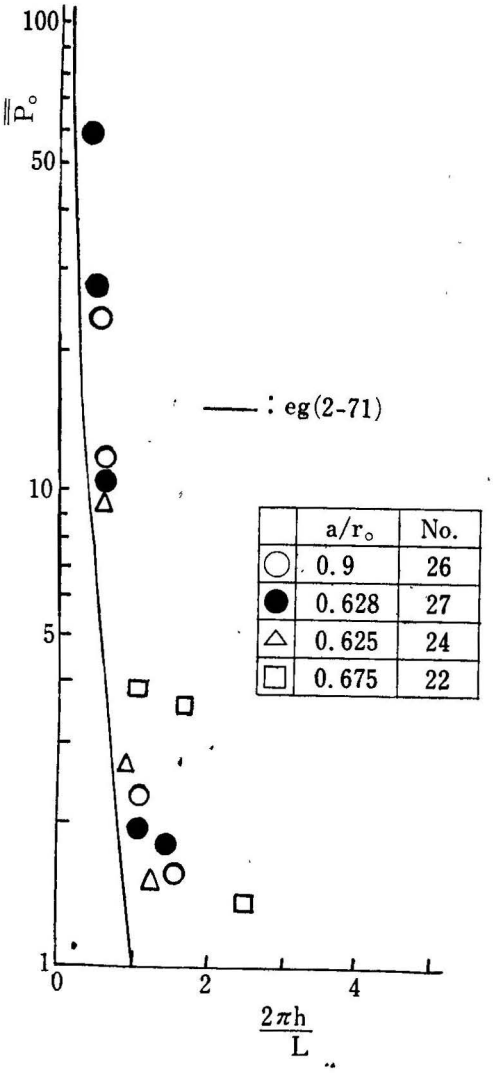


Fig. 2—31 : Theoretical curve and experimental data.

$\left(0.625 < \frac{a}{r_0} < 0.9\right)$

6.2.4) 球の変位

水路壁近傍における球のY振動についての，変位に対する理論（2—92）式と実験値の比較したものが図2—32である。図によると理論は実験値の傾向に一致している。

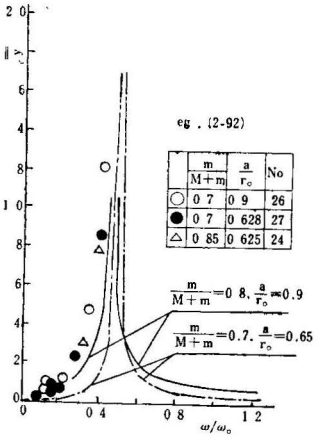


Fig. 2—32 : Theoretical curves and experimental data.

第3節　Y干渉について（2）

図2—3に示すように，波の進行と直角水平方向に2球の倒立振子と並べ，振子が波の進行方向に同様の振動をする場合についての実験結果と理論について、比較を行なった。実験は図2—11に示すように，2球が全く同一のものとして対称壁を仮定し，それを水路壁で考えて，水路壁の近傍に1箇の球をおき，壁に平行な振動をさせたものである。

6.3.1) 球に作用する外力

球に作用する外力は（1—46）式で与えられるが、非線型部分の流体抵抗の負になる場合と考えると（1—58）式で示される。

（1—58）式と実験値を比較したものが，図2—33である。つぎに，$\left(\ell+\frac{d}{2}\right)$ / Lの値が球に作用する外力とどの様な関係にあるかを調べたのが図2—34である。

図2—34と図2—33を比較すると，理論的には（図に示した範囲では）$\left(\ell+\frac{b}{2}\right)$ /Lの差異に対するPの値はあまりかわらない。

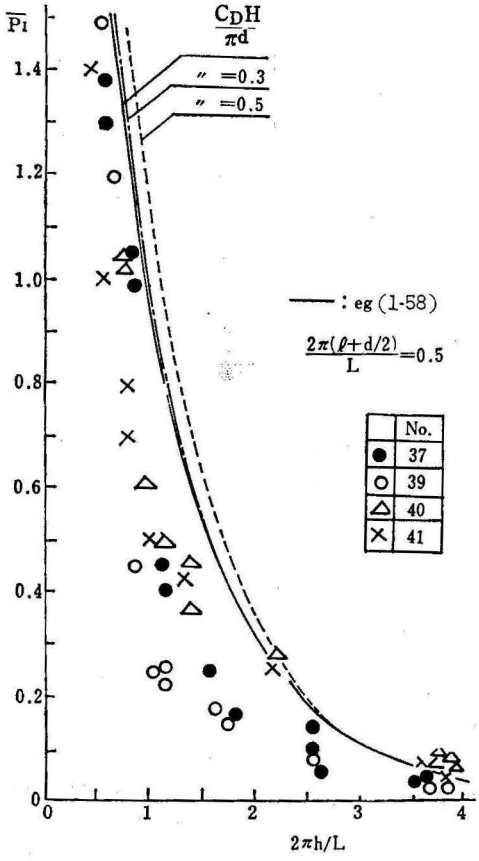


Fig. 2 —33 : Theoretical curves and experimental data for external forces.

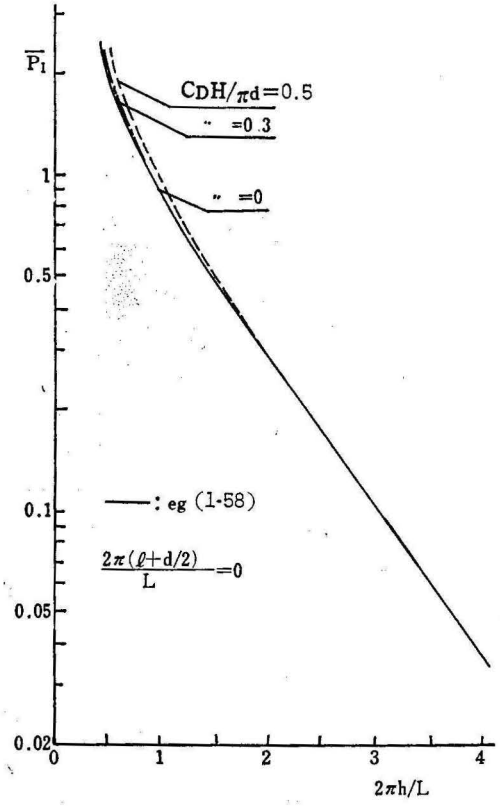


Fig. 2 —34 : Theoretical curves for external forces.

6.3.2) 球の変位

理論（2 —96）式と実験値の比較を図 2 —35，図 2 —36に示した。理論と実験値は比較的一致する。図によると，2球を接近させると$\frac{\omega}{\omega_0}<1$の範囲では振巾は増大することがわかる。この物理的理由は第3篇で述べる。なお実験値に対する条件は表 2 —3 に示してある。

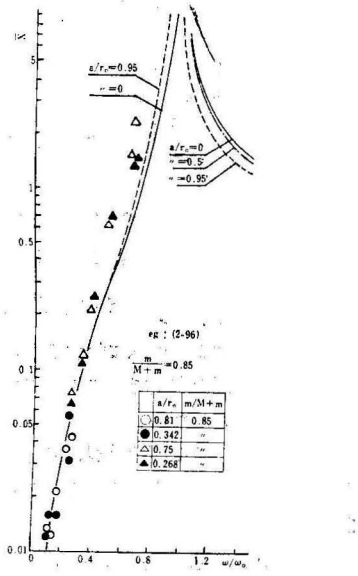


Fig. 2—35 : Theoretical curves and experimental data $\left(\frac{m}{M+m}=0.85\right)$

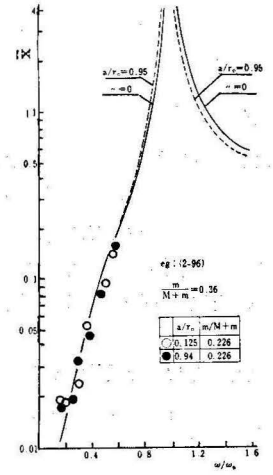
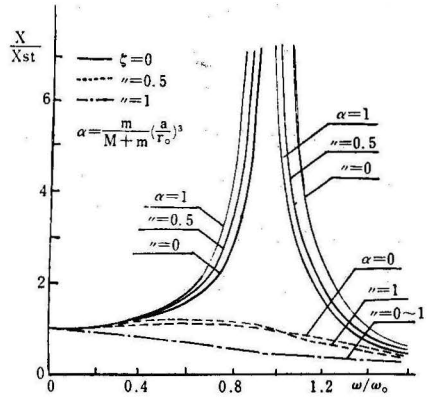


Fig. 2—36 : Theoretical curves and experimental data $\left(\frac{m}{M+m}=0.226\right)$

6.3.3) 共振曲線と位相曲線

共振曲線と位相曲線を各々図2—37および図2—38に示した。図によると共振点の位置は2球が接近する程$\frac{\omega}{\omega_0}$の値が1より小さい値になっている。



Fg. 2—37 : Response curves for the system shown in figure.(2—3) : eq(

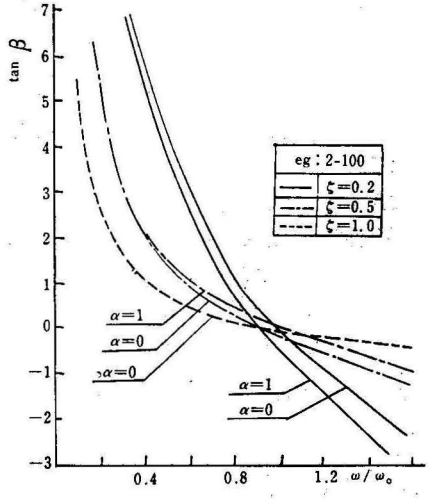


Fig. 2—38 : Phase angle between the response displbcement and the excitation force.

第4節　結　　語

以上得られた結果について要約すると次のようになる。

6.4.1) 波の進行方向の干渉（X干渉）

波の進行方向に2球を接近しておいた場合では次のことが結論される。

a）$\frac{\omega}{\omega_0}$（ω_0：固有振動数，ω：波の振動数）の値が1より小さい範囲では2球を接近させる程，振巾は小さくなる。（図2—17～図2—22）

b）同一の球を用いた場合は2球を接近させる程，下流側の球の振巾は上流側のものより小さい。（図2—17と図2—19，図2—18と図2—20の比較）

c）2球を接近させると下流側の球の共振点は1箇の球の場合$\left(\frac{\omega}{\omega_0}=1\right)$より移動し大きな値になる。

6.4.2) 波の進行方向に直角水平方向の干渉(1)

図2—10に示すように2球の中心線を結ぶ方向が波の進行に直角水平方向になるようにした場合のY振動について次のようなことが結論される。

a）2球を接近した場合のLambやT.Thomsonによるポテンシャルの近似解によってY振動の外力を計算しても零になる〔（2—66）式〕この理由は，図2—9で$\frac{a}{2\gamma}$，$\frac{b}{2\gamma}\ll 1$と仮定した事，（2球の間隔に比較して球径は充分小さいとした）による。

従ってA球についての速度ポテンシャルがB球上で境界条件を満足させる場合には，近似的に$\gamma_A=2\gamma$の点で考えている。

このようにすると（2—59）式は

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\cos\theta_A}{\gamma_A^2}=\frac{\gamma_A\cos\theta_A}{\gamma_A^3}=\frac{\gamma_B\cos\theta_B}{(2\gamma)^3}\\&\text{同様に}\\&\frac{\cos\theta_B}{\gamma_B^2}=\frac{\gamma_A\cos\theta_A}{(2\gamma)^3}\end{aligned}\right\}\qquad(2.103)$$

さて，上述の仮定によって求めた速度ポテンシャルは（2.65）式になるが，（2.103）式を用いて(2.65)式を書き直すと，例えばA球については次式に変換される。

$$\phi=-\frac{U}{2}a^3\left\{1+\frac{a^3b^3}{4(2\gamma)^6}\right\}\frac{\cos\theta_A}{\gamma_A^2}-\frac{U}{2}\left\{\frac{b^3}{(2\gamma)^3}+\frac{a^3b^3}{2(2\gamma)^6}+\frac{a^3b^6}{4(2\gamma)^9}\right\}\gamma_A\cdot\cos\theta_A\qquad(2.104)$$

（2.104）式の右辺第1項はB球が接近しておかれた影響として，A球1箇だけの場合の$\left\{1+\frac{a^3b^3}{4(2\gamma)^6}\right\}$倍だけ$\phi$が増加した事を示す。従って$\phi$は1箇の球に対するものであるから，図2—9の$x$Z面の右左で常に対称である。従って$y$方向に外力は作用しない。

つぎに，右辺第2項はϕが，$\gamma_A\cos\theta_A$で変化する部分を示すが，これも図2—9からわかるように，xZ面の左右で常に対称になる。従ってy方向に外力は作用しない。2球の間隔に対し，球径が無視されない場合は，三次元的に取扱えば（2.64）式に示したようなy方向の外力を求めることが出来る。

b）2球が充分接近した場合は振子の振動数は波の振動数の倍になる。このことは実験的にも明らかである。

c）2球を充分接近すると球に作用するy方向の外力も球の変位も理論値に近づく。

6.4.3) 波の進行に直角水平方向の干渉(2)

6.4.2）と同様な配置に2球を設置した場合であるが，図2—3に示すように，波の進行方向にお互の球が同様の振動をする場合は次のことがいえる。

a）$\frac{\omega}{\omega_0}>\fallingdotseq 1$の範囲では2球を接近させる程，球の変位は大きくなる。図2—35，2—36）たゞし$\frac{\omega}{\omega_0}>\fallingdotseq 1$の時は上述の逆になる。

b）2球を接近させると，共振点の位置は1箇の球の場合$\left(\frac{\omega}{\omega_0}=1\right)$よりも小さい値になる。

第3篇　重複波の中におかれた球の振動

第1章　緒　言

第3篇においては，図3—1に示すように1箇の球の倒立振子が直立壁の近傍におかれた場合で，波が定常状態のとき，球に作用する流体力ならびに球の振動の状況はどのようになるかについて論じた。

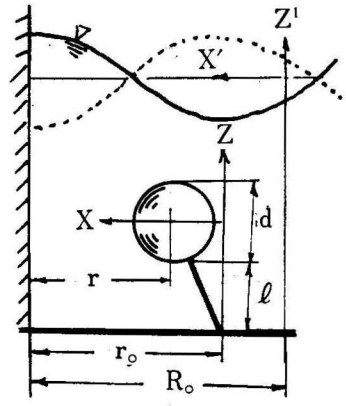


Fig. 3—1 : Vibration of a sphere caused by the standing wave.

このような海岸工学的な問題に関する論文は見出せなかったが，これに関連した流体力学的な論文としては，円筒内で非定常運動する物体についての流体力の問題として[48]円筒内の任意点にdoubletをおき，この流れを一様な速度で軸方向と逆向きに移動した時に生ずる閉曲面を求め，この中の運動エネルギーより仮想質量を計算している。また同様の研究で，球状の気泡が壁面で崩壊する状態について，理論的に研究した論文が[49,50]ある。この論文によるとa/γ_0（a：球半径；γ_0：球の中心と壁との距離）の値が大になると，気泡の崩壊する時の衝撃圧も大になり，また気泡はかなり非球状になって崩壊すると述べている。以上の様な課題を内容とした論文は他にも多くなされている。本篇においては球に作用する外力が重複波である外は，直立壁に垂直方向の（球の倒立振子の）振動に関する問題であるから，振動の問題は，第2篇第3章に論じたものと同様の内容になる。従って本篇では振動についてはなるべく簡単に記述する。

第2章　振動方程式とその解

第1節　運動エネルギー

図2—10に示す様に球A，Bが各々UA，UBの速度でお互が逆向きの運動をする時の流体と，球自体のもつ運動エネルギーの和は（2—21）式で与えられることを示した。

図3—1に示すように1箇の球が壁に向って運動する場合はお互の球は鏡像の関係にあるから，（2—21）式で$M_A=M_B=M$，$m_A=m_B=m$，$U=V=u$，$b=a$，$\left(a=\frac{d}{2}\right)$とおくときは，(2.21) 式は (3.1) 式になる。

$$E=\frac{1}{2}(M+m)\,u^2+\frac{\rho\pi a^6}{8\gamma^3}u^2$$
$$=\frac{1}{2}(M+m)\left\{1+\frac{3}{8}\frac{a^3}{\gamma^3}\left(\frac{m}{M+m}\right)\right\}u^2 \qquad (3.1)$$

第2節　振動方程式

(1.12) 式のU，F，P_kは (3.2) 式で与えられる。

$$U=\frac{1}{2}Kx^2,\quad F=\frac{1}{2}C\dot{x}^2,\quad P_K=P(t)\pm\varepsilon'(\dot{x}-u')^2 \qquad (3.2)$$

(3.2) 式で，u′は水粒子の水平速度成分，ε'は比例定数である。

図3—1により，$\gamma=\gamma_0-x$を考慮して以上の (3.1)，(3.2) 式を (1.2) 式に代入すると，(3.3) 式が得られる。

$$\ddot{x}+\frac{2q}{1+\frac{A}{(\gamma_0-x)^3}}\dot{x}+\frac{\omega_0^2}{1+\frac{A}{(\gamma_0-x)^3}}x-\frac{9}{16}\frac{\frac{a^3}{(\gamma_0-x)^4}\frac{m}{M+m}}{1+\frac{A}{(\gamma_0-x)^3}}\dot{x}^2$$

$$=\frac{P_K/M+m}{1+\frac{A}{(\gamma_0-x)^3}} \tag{3.3}$$

たゞし，$A=\frac{3ma^3}{8(M+m)}$であり，かつ（3.1）式のuは$\dot{x}$におきかえた。

第3節　振動方程式の解

2.3.1）Pkと振動の展開式

図3－1により，波形と波の速度ポテンシャルは（3.4）式になる。

$$\left.\begin{aligned}\eta&=\frac{H}{2}\sin\frac{2\pi}{L}(x+R_0-\gamma_0)\cos\omega t\\ \Phi&=\frac{-H\omega L}{4\pi}\frac{\cosh\frac{2\pi}{L}(h+Z)}{\sinh\frac{2\pi}{L}h}\cdot\sin\frac{2\pi}{L}(x+R_0-\gamma_0)\cdot\sin\omega t\end{aligned}\right\} \tag{3.4}$$

波動では，γ_0は（3.5）式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}&\gamma_0=L(n+n')\\ &n=0,1,2\cdots\cdots;\ 0<n'<1\end{aligned}\right\} \tag{3.5}$$

球に作用する水圧は（1.25）式と同様な考え方とすると，（3.6）式になる。

$$P(t)=-\frac{1}{3}\rho\pi^3 d^3\frac{H}{T^2}\frac{\cosh\frac{2\pi}{L}(h+Z)}{\sinh\frac{2\pi}{L}h}\left\{\cos\frac{2\pi}{L}R_0\cdot\cos 2\pi n'+\sin\frac{2\pi}{L}R_0\cdot\sin 2\pi n'\right\}\cos\omega t \tag{3.6}$$

たゞし（3.6）式では，球径は波長に比較して余り大きくないと仮定して$\frac{2\pi}{L}(x+R_0-\gamma_0)\fallingdotseq\sin\frac{2\pi}{L}(R_0-\gamma_0)+\frac{2\pi}{L}x\cdot\cos\frac{2\pi}{L}(R_0-\gamma_0)$とした。

R_0は適当に選べるので，$R_0'=nL+\frac{L}{4}$と仮定すると，

$$\left.\begin{aligned}&P(t)=P_0\cos(\omega t+\pi)\\ &P_0=\frac{1}{3}\rho\pi^3 d^3\frac{H}{T^2}\cdot\sin 2\pi n'\frac{\cosh\frac{2\pi}{L}(\ell+d/2)}{\sinh\frac{2\pi}{L}h}\end{aligned}\right\} \tag{3.7}$$

P_0を無次元の形にすると

$$\overline{P_0}=\frac{P_0}{\frac{1}{3}\rho\pi^3 d^3\frac{H}{T^2}}=\sin 2\pi n'\frac{\cosh\frac{2\pi}{L}\left(\ell+\frac{d}{2}\right)}{\sinh\frac{2\pi}{L}h} \tag{3.8}$$

または

$$\overline{P_0}=\frac{P_0}{\frac{1}{8}\rho\cdot\pi^3\cdot d^3\cdot\frac{H}{T^2}\cdot\sin 2\pi n'}=\frac{\cosh\frac{2\pi}{L}\left(\ell+\frac{d}{2}\right)}{\sinh\frac{2\pi}{L}h} \tag{3.9}$$

(3.2) 式の u' は，(3.4) 式より，

$$u'=\frac{\partial\Phi}{\partial x}=-\frac{H\omega}{2}\ \frac{\cosh\frac{2\pi}{L}\left(\ell+\frac{d}{2}\right)}{\sinh\frac{2\pi}{L}h}\cdot\cos\frac{2\pi}{L}(x+R_0-\gamma_0)\cdot\sin\omega t \tag{3.10}$$

(3.10)式で，$R_0=nL+\frac{L}{4}$，$\gamma_0=L(n+n')$ とおくと

$$u'=-\frac{H\omega}{2}\frac{\cosh\frac{2\pi}{L}\left(\ell+\frac{b}{2}\right)}{\sinh\frac{2\pi}{L}h}\cdot\sin 2\pi n'\cdot\sin\omega t \tag{3.11}$$

たゞし $\frac{2\pi}{L}x\ll 1$ とする。

(3.3) 式で分母を (3.12) の型におく

$$f(x)=1+\frac{A}{(\gamma_0-x)^3}=F_0+6\varepsilon\frac{x}{\gamma_0}+12\varepsilon\left(\frac{x}{\gamma_0}\right)^2+\cdots\cdots=$$

$$F_0+\varepsilon\sum_{n=2}^{\infty}\cdot n\cdot(n+1)\cdot\left(\frac{x}{\gamma_0}\right)^{n-1} \tag{3.12}$$

(3.12) 式で，$F_0=1+\frac{3m}{8(M+m)}\left(\frac{a}{\gamma_0}\right)^3$，$\varepsilon=\frac{3}{16}\frac{m}{M+m}\left(\frac{a}{\gamma_0}\right)^3$　である。

さて γ_0，x，a の間には，図３－１からわかるように $\frac{a}{\gamma_0}+\frac{x}{\gamma_0}<1$ の関係がある事を考えると，(3.12) 式 ε のの各項は F_0 に対し充分小さな値であり，かつ (3.12) 式は収斂する式である。(3.12) 式を用いると (3.3) 式は次の式になる。

$$\left\{F_0+6\varepsilon\frac{x}{\gamma_0}+12\varepsilon\left(\frac{x}{\gamma_0}\right)^2+20\varepsilon\left(\frac{x}{\gamma_0}\right)^3+\cdots\cdots\right\}\ \ddot{x}+2q\dot{x}+\omega_0^2x=\frac{P_K}{M+m} \tag{3.13}$$

たゞし (3.3) 式の左辺第４項は充分小さいとして無視した。

また，(3.2)，(3.7)，(3.11) 式により，

$$\frac{P_k}{M+m}=\frac{P_0}{M+m}\cos(\omega t+\pi)\ \pm\frac{\rho\pi d^2C_D}{8(M+m)}\left\{\dot{x}+\frac{H\omega}{2}\ \frac{\cosh\frac{2\pi}{L}\left(\ell+\frac{d}{2}\right)}{\sinh\frac{2\pi}{L}h}\right.$$

$$\left.\sin 2\pi n'\cdot\sin\omega t\right\}^2 \tag{3.14}$$

2.3.2)　振動方程式の解

(3.13) 式の解を (3.15) 式のように仮定する。

$$x=x_0+\varepsilon x_1+\varepsilon' x_2+\cdots\cdots\varepsilon^{n'}x_{n'} \tag{3.15}$$

$\varepsilon^{n'}x_{n'}$ は，n' 次の近似解である。(3.15) 式を (3.13) 式に代入すると

$\varepsilon=0$ のとき

$$F_0\ddot{x}_0+2q\dot{x}_0+\omega_0^2x_0=\frac{P_0}{M+m}\cos(\omega t+\pi) \tag{3.16}$$

$\varepsilon=\varepsilon'$ のとき

$$F_0\ddot{x}_1+2q\dot{x}_1+\omega_0^2x_1=-\left(\frac{6x_0}{\gamma_0}+\frac{12}{\gamma_0^2}x_0^2+\cdots\cdots\right)\ddot{x}_0 \tag{3.17}$$

たゞし (3.16)，(3.17) 式では相対速度の自乗の抵抗の項は無視した。
以下同様して n′次の近似解に対する方程式が得られる。

A）　自由振動

静水中を球が壁の方向に自由振動する場合は，(3.16) 式で

$P_0=0$ として，$t=0$ のとき $x=X_0$，$\dot{x}_0=0$ とすると，

$$\left.\begin{aligned} x_0&=X_0e^{-\frac{q}{F_0}t}\left\{\cos\omega_1t+\frac{q}{\omega_1F_0}\cdot\sin\omega_1t\right\}\\ \omega_1&=\frac{\omega_0}{\sqrt{F_0}}\left(1-\frac{1}{F_0}\frac{q^2}{\omega_0^2}\right)^{\frac{1}{2}}\end{aligned}\right\} \tag{3.18}$$

(3.18) 式で減衰項を無視して考えると，

$$\frac{\omega_0}{\omega_1}=\sqrt{F_0}=\sqrt{1+\frac{3m}{8\,(M+m)}\left(\frac{a}{\gamma_0}\right)^3} \tag{3.19}$$

たゞし，ω_1 は球を壁から γ_0 の位置においたときの振子の振動数であり，ω_0 は $\gamma_0\to\infty$ のときの振動数である。

B）　重複波による振動

i）$\varepsilon=0$ の場合

(3.16) 式により

$$\left.\begin{aligned} x_0&=X_0\sin(\omega t+\beta)\\ \tan\beta&=\frac{1-F_0\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{C\omega/\omega_0^2\,(M+m)}\end{aligned}\right\} \tag{3.20}$$

X_0 を無次元表示 ($\overline{X_0}$) で示すと，

$$\left.\begin{aligned} \overline{X_0}&=\frac{X_0}{H\cdot\dfrac{\cosh\frac{2\pi}{L}\left(\ell+\frac{d}{2}\right)}{\sinh\frac{2\pi}{L}h}}\\ &=\sqrt{\frac{\left(\frac{m}{M+m}\cdot\sin 2\pi n'\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2}{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\left\{1+\frac{3}{8}\frac{m}{M+m}\left(\frac{a}{\gamma_0}\right)^3\right\}\right]^2+\left\{\frac{\omega\cdot C}{\omega_0^2\cdot(M+m)}\right\}^2}}\end{aligned}\right\} \tag{3.21}$$

あるいは

$$\left.\begin{aligned} \overline{X_0}&=\frac{12\,(M+m)\cdot X_0}{\rho\pi H d^3\cdot\sin 2\pi n'\dfrac{\cosh\frac{2\pi}{L}\left(\ell+\frac{d}{2}\right)}{\sinh\frac{2\pi}{L}h}}\\ &=\frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\left\{1+\frac{3}{8}\frac{m}{M+m}\left(\frac{a}{\gamma_0}\right)^3\right\}\right]^2-\left\{\frac{\omega\cdot C}{\omega_0^2\cdot M+m}\right\}^2}}\end{aligned}\right\} \tag{3.22}$$

(3.7)，(3.21) 式により共振曲線は (3.23) 式になる。

$$\frac{X_0}{X_{st}}=\frac{1}{\sqrt{\left\{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\left(1+\frac{3}{8}\alpha^3\right)\right\}^2+\left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \tag{3.23}$$

ただし

$$\alpha=\left(\frac{m}{M+m}\right)^{1/3}\cdot\left(\frac{a}{\gamma_0}\right),\quad X_{st}=\frac{P_0}{k},\quad \zeta=\frac{C}{C_0}=\frac{C}{2(M+m)\omega_0}\text{である。}$$

(3.20) 式により位相曲線は (3.24) 式になる。

$$\tan\beta=\frac{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\left\{1+\frac{3}{8}\alpha^3\right\}}{2\zeta\cdot\omega/\omega_0} \tag{3.24}$$

ii) $\varepsilon=\varepsilon^1$の場合

(3.12) 式で，n＝2の場合で取扱うと (3.25) 式が得られる。

$$F_0\ddot{x}_1+2q\dot{x}_1+\omega_0^2x_1=\frac{6X_0^2}{\gamma_0}\omega^2\cdot sin^2(\omega t+\beta) \tag{3.25}$$

故に

$$x_1=a_0+a_1\sin(2\omega t-\gamma) \tag{3.26}$$

$$\left.\begin{aligned}a_0&=\frac{3X_0^2}{\gamma_0}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\\ a_1&=\frac{3X_0^2\omega^2}{\gamma_0\sqrt{\{\omega_0^2-4\omega^2F_0\}^2+(4q\omega)^2}}\\ tan\gamma&=\frac{cos\beta.(\omega_0^2-4\omega^2F_0)+4q\omega sin\beta}{sin\beta(\omega_0^2-4\omega^2F_0)-4q\omega cos\beta}\end{aligned}\right\} \tag{3.27}$$

故に$\varepsilon=\varepsilon^1$まで考えたときの$x$の値は

$$\left.\begin{aligned}&x=x_0+\varepsilon x_1=X_0\left[A_0+sin(\omega t+\beta)+A_1sin(2\omega t-\gamma)\right]\\ &\text{ただし}\ A_0=\frac{9}{16}\frac{m}{M+m}\left(\frac{a}{\gamma_0}\right)^3\frac{X_0}{\gamma_0}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\\ &A_1=\frac{A_0}{\sqrt{\left\{1-\left(\frac{2\omega}{\omega_0}\right)^2F_0\right\}^2+\left(\frac{4q\omega}{\omega_0}\right)^2}},\end{aligned}\right\} \tag{3.28}$$

ii) 1次近似解まで（$x=x_0+\varepsilon x_1$）の波形

1次近似値まで考えた場合の振動は (3.28) 式で与えられる。この式は非常に複雑なので簡単に波形の概要を調べてみる。

まず減衰項は充分小さいとする。そうすると (3.24) 式により

$$\left.\begin{aligned}&1<\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\left(1+\frac{3}{8}\alpha^3\right)\fallingdotseq\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\ \text{のとき}\quad \beta\fallingdotseq-\frac{\pi}{2}\\ &1>\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\left(1+\frac{3}{8}\alpha^3\right)\fallingdotseq\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\ \text{のとき}\quad \beta\fallingdotseq\frac{\pi}{2}\end{aligned}\right\} \tag{3.29}$$

(3.24)，(3.29)，(3.27) 式より

$$\gamma=0 \tag{3.30}$$

(3.29)，(3.30) 式を仮定すれば（仮定の範囲では）

$$x=X_0\left[A_0\pm\cos\omega t+A_1\sin 2\omega t\right] \tag{3.31}$$

たゞし

$$A_0=\frac{9}{16}\frac{m}{M+m}\left(\frac{a}{\gamma_0}\right)^3\frac{X_0}{\gamma_0}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$$

$$A_1\fallingdotseq\frac{A_0}{\left|1-\frac{4\omega^2}{\omega_0^2}F_0\right|}\qquad(3.32)$$

(3.31) 式の右辺第2項の±は$\omega/\omega_0>1$のとき負である。(3.31) 式はA_0, A_1の値を与えないと波形は描けないが，0次近似解と1次近似解を比較したものを，参考のため図3—2に示した。

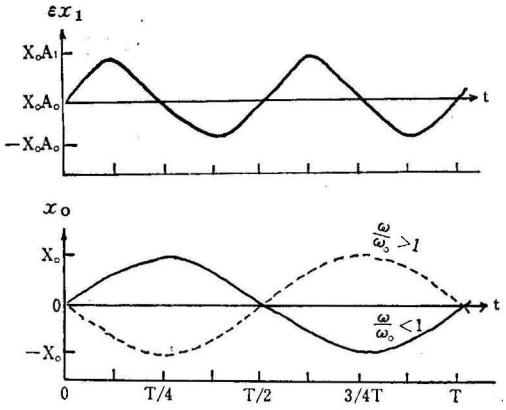


Fig. 3—2：Deflections of pendulum computed from equation (3—31)

(注)：(3.31) 式 (3.32) 式を考えても，$\frac{m}{M+m}<1$，$\frac{a}{\gamma_0}+\frac{X_0}{\gamma_0}<1$，であることを考えると，$A_0$，$A_1$は充分小さく，従って1次近似解は充分小さい値であることがわかる。

第3章　実験装置と実験方法

第1節　実験装置

第1篇，第2篇にのべたのと同じ造波水路，模型，波高計を使用した。

第2節　実験方法

図3—1に示すように，第1篇においたと同じような模型を造波水路の末端に設置し（水路中央），重複波によって振子を振動させた。振動の測定方法はこれまでと同じであるので省略する。なお振子は一定方向（壁に垂直方向）にしかたわまない様になっている。

実験の目的は，振子の位置と壁との距離によって振動がどのようになるかということを主にした。また波高計は直立壁から水路上流側に3cmの所に固定した。従って厳密にはこのような事も問題になるのかもしれない。

第3節　実験内容

第3篇で行なった実験について，波，振子などの諸元を次に示す。

表3—1　板ばね、球および波の諸元

No	球の位置と波の特性					振子の種類									摘要
	球の位置 γ_0 (cm)	水路水深 h (cm)	波高 H (cm)	周期 T (sec)	波長 L (cm)	球径 d (cm)	球の質量 M (g)	球の仮想質量 m (g)	板ばねの長さ (cm)	板ばねの厚さ (mm)	板ばね定数 K dyn/cm	固有角振動数 ω_0 rad/S	減衰係数 C g/sec	板ばねの巾 cm	
45	3	40	4.5 ～ 10.6	0.69 ～ 1.7	76 ～ 305	5.84	17.5	53	7.7	0.4	4.44×10⁴	29.6	26	0.9	
46	7	40	1.6 ～ 8.5	0.78 ～ 2.4	94 ～ 453										
47	15	40	3 ～ 7.5	0.73 ～ 2.3	84 ～ 295										
48	50	40	1.9 ～ 10.8	0.83 ～ 2.25	107 ～ 420										

表3－2　波形と振子の振動

No	記号	波の特性 T (sec)	H (cm)	L (cm)	$\frac{\omega}{\omega_0}$	振子 $\frac{m}{M+m}$	外力 (dyn)	振巾 (cm)	振子の位置 γ_0 (cm)	$\frac{\gamma_0}{L}$	摘要
46	①	0.98	8.5	142	—	—	—	—	—	—	波
45	②	1	8.8	146	0.212	0.75	1.34×980	0.031	3	0.02	
46	③	0.93	8.5	142	0.216	0.75	2.48×980	0.038	7	0.03	
47	④	0.97	6.9	139	0.219	0.75	5.07×980	0.12	15	0.103	

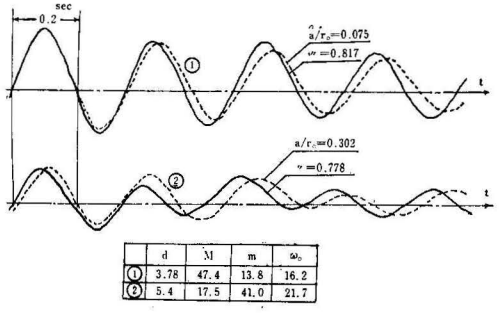
（注）：記号①は波形を示す。たゞし記号③のときの波形である。

第4章　理論と実験結果の比較

第1節　波形と変位の関係

4.1.1） $\frac{a}{\gamma_0}$と固有振動数の関係

図3－1に示すように球（半径a）を直立壁に接近させると，振子の固有振動数はどのようになるかについて調べたものが，図3－3である。



	d	M	m	ω_0
①	3.78	47.4	13.8	16.2
②	5.4	17.5	41.0	21.7

Fig. 3－3：Differences of natural frequency of pendulum due to the value of (a/γo)

図3－3は静水中で自由振動させたもののであるが，図によると振子を壁に接近する程（$\frac{a}{\gamma_0}$を大にする）周期は長くなっている。従って振動数は小さくなることがわかる。このことは理論的にもわかるのであり，例えば，近似的には（減衰項を無視する）(3.19) 式で与えられる。

そこで (3.19) 式と実験値を比較したものを図3－4に示した。図によると理論と実験値は比較的一致している。

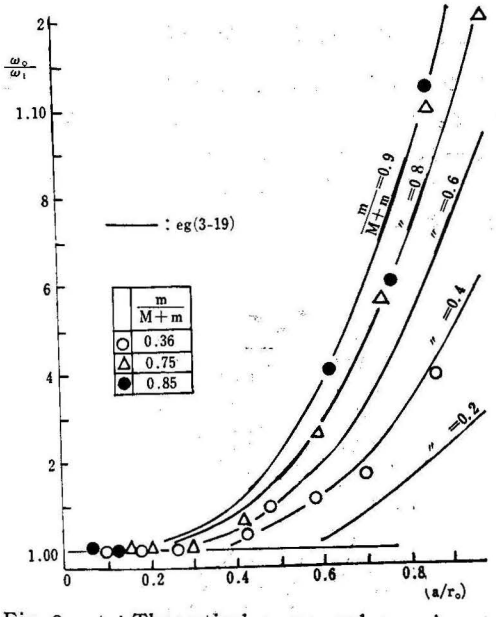


Fig. 3－4：Theoretical curves and experimental data.

4.1.2） 波形と球の変位の関係

振子を壁に接近させたときの変位と波形との関係を図3－5に示した。

図によると，重複波の場合は振子が壁から離れる程，（たゞし図では$\frac{\gamma_0}{L} \fallingdotseq \frac{1}{10}$以内）振巾は大きくなる。図に用いてある実験の内容は表3－2に示して

ある。

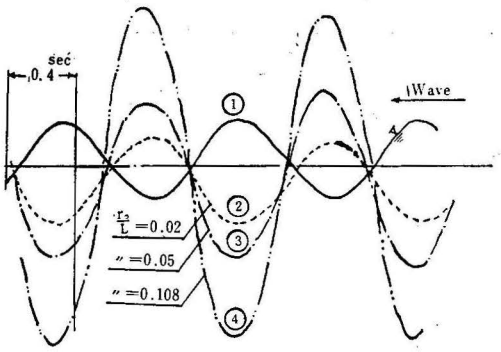


Fig. 3—5 ：Relationship between wave-profiles and deflections of pendulums.

第2節　理論と実験結果の比較

4.2.1) 球に作用する外力について

球に作用する外力は，(3.8) また (3.9) 式で与えられる。故にこれらの理論と実験値を比較したものが図3—6，図3—7である。図に用いた実験条件は表3—1に示してある。図によると実験値と理論の傾向は一致する。

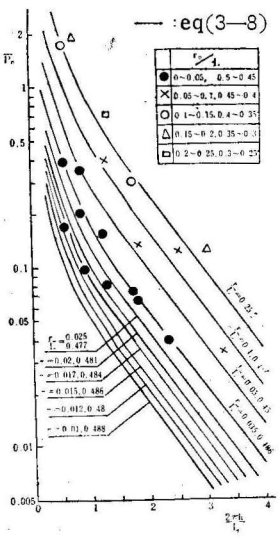


Fig. 3—6 ：Theoretical curves and experimental data.

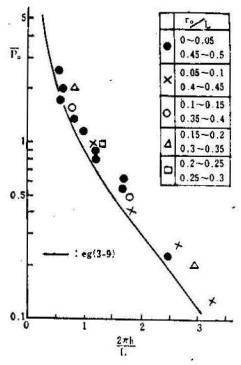


Fig. 3—7 ：Theoretical curves and experimental data.

4.2.2) 球の変位について

理論と実験値の比較を図3—8に示した。図によると理論と実験値はその傾向がよく一致する。なお，図の中の実験条件は表3—1に示した。

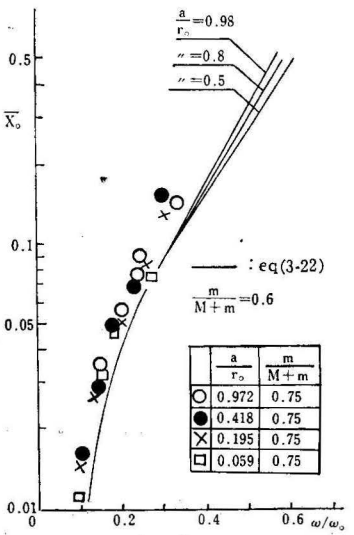


Fig. 3—8 ：Theoretical curves and experimental data.

つぎに，a/γ_0と球の変位の関係，および$\frac{m}{M+m}$，$\frac{\gamma_0}{L}$などと変位の関係を調べたものが，図3—9～図3—11である。図によると質量比$\left(\frac{m}{M+m}\right)$を一定にして$\gamma_0/L$の値を大にすると，振巾は大きくなる。（図3—9と図3—10）の比較）。

このことを別の言葉で示すと，同一の球を壁に接近させるとき，もし同一の波（波長が同じ）であれば振巾は小さくなることを意味する。つぎに$\frac{\gamma_0}{L}$が同一の値のとき，質量比$\left(\frac{m}{M+m}\right)$を大きくすると振巾は大きくなる。（図3—10と図3—11の比較）。この具体的内容は，波と球の位置を同一にして，質量比を大きくすると振巾は大きくなることを示す。

最後に球径と$\frac{m}{M+m}$の値を一定にして，波が同一であれば，壁に接近する程振巾は大になる。

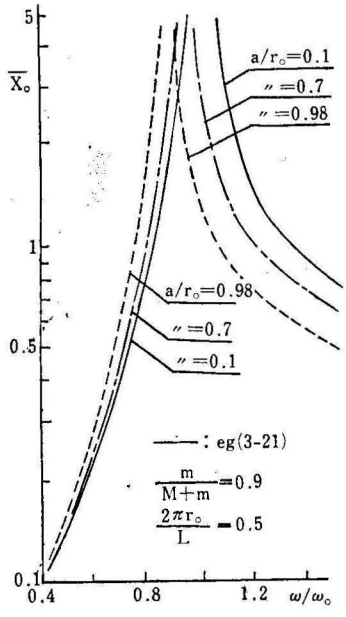


Fig. 3—9：Relationship between $(\overline{Xo})$ and $\frac{\omega}{\omega_o}$ for the values of (a/γ_o).

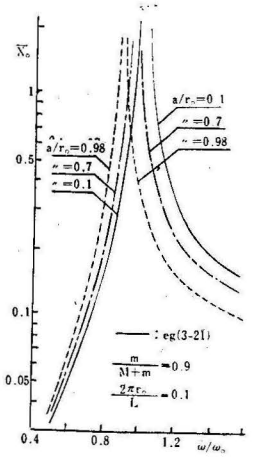


Fig. 3—10：Relationship between $(\overline{X_o})$ and $\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)$.

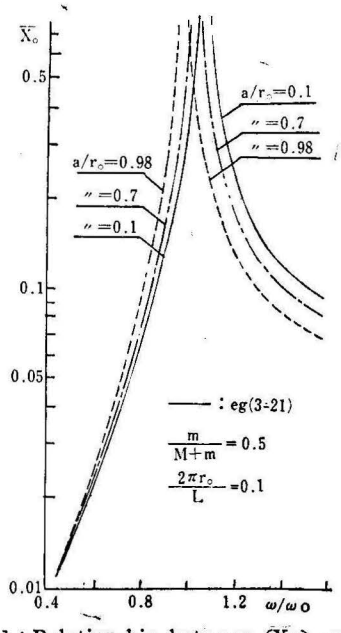


Fig. 3—11：Relationship between $(\overline{Xo})$ and $\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)$.

4.2.3) 共振曲線

(3.23) 式をグラフに示すと図 3—12の様になる。図によると共振点の位置は壁からの球の位置により異なることがわかる。

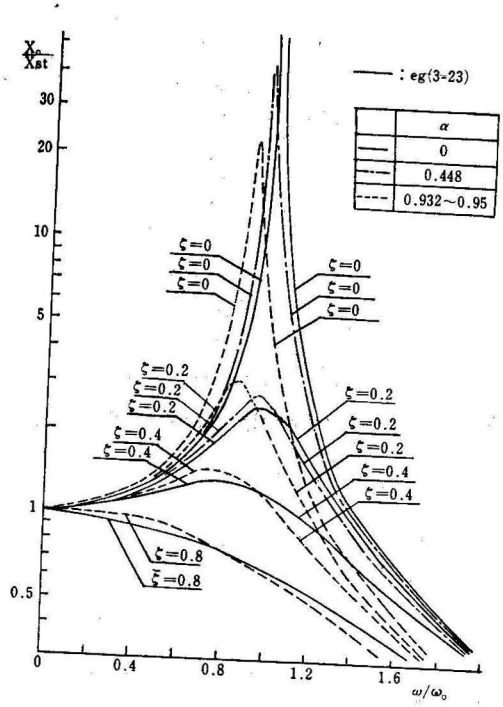


Fig. 3—12 : Response curves for the system shown in figure (3—1).

第3節　結　語

重複波の中におかれた球の振動について次の事が結論される。

a)　壁の近くで振子を振動させると，壁との距離が近い程，振動数は減少する。

b)　同一波の場合で，しかし質量比$\left(\frac{m}{M+m}\right)$が一定の場合，壁に振子を接近させる程振巾は小さくなる。

c)　同一の波で，しかも壁から振子の位置が一定の場合，質量比$\left(\frac{m}{M+m}\right)$を大きくすると，振巾は大きくなる。

d)　同一の波で，球径と$\left(\frac{m}{M+m}\right)$を一定にした場合，振子を壁に接近する程振巾は大になる。

(注)：(b)とd)は矛盾した結論である事が考えられる。しかしよく分析すると次のようなことである。

b)の結論は壁に近い程水面はなめらかになる。従って球に作用する水圧は小さくなることを意味する。故に変位は小さくなる。

d)の結論は，球が壁に接近する程仮想質量は増大する。従って振子のばねは見掛上弱くなる。それ故に変位は大きくなる。

このようにお互逆の作用が組み合わされたものとなる。

第4篇　球の振動とその防止法について

第1章　緒　言

これまで波による球の振動について論じてきた。このような振動を防止するか，或は最小限度にくい止めると云うことは，構造物の設計上非常に重要であるばかりでなく，場合によっては振動の原因についての物理的根拠をも明らかにすることになる。このような流体中の防振工法については，2通りに分類して考えることが出来る。

1つは抗力を減少させることであり，他は揚力を減少させることである。本論文では，前者はX振動の場合に当り，後者はY振動の場合にあたる。まず抗力を減少する場合を考えると，境界層の剝離を防ぎ圧力抵抗を小さくするような形状の物体を考えることが出来る。[51] このことを流線形化と称する。具体的には船舶等がそれにあたる。

つぎに考えられることは序でものべたように野球のボールの表面があらくしてあることの理由である。このような球状物体の面粗度に関する研究は古くからなされているのであるが，円柱や球の場合層流から乱流に遷移する時，特異な現象（円柱ではRe数が 5×10^5，球では 3×10^5 附近でdrag係数が急に低下する）が存在する事を最初球についてE.Eiffelが観察している。[52] 同様に球のdragの面粗度の効果について，Hoerner (1935) も研究を行なったのであるが，[53] 彼によると球の場合の臨界Re数は径が 7 *cm*，14 *cm*，28*cm*に対し各々3.48×10^5，3.72×10^5，3.42×10^5 となっている。

低Re数の流れでの境界層の中は剝離点までlaminarであるが，高Re数の所で乱流への遷移が起る。そして，そのとき剝離点はdelayされてwakeは小さくなり，dragは減少する。

このような問題につき，L.Prandtlは球の廻りにwire-ringをまきつけ上記の事を証明したのである。つまり，滑らかな球であれば層流剝離のために後流域は巾の広いものになる。しかし，wire-ringをつけると乱流剝離になるため，剝離点までの速度分布は層流の場合より下ぶくれになり，物体表面の流体粒子速度は層流の場合より大きくなる。従って後流域は巾の狭いものになる。以上，円柱や球の抗力係数の減少する問題について述べたのであるが，その後の研究（例えばDryden や谷ら）により円柱に働く抵抗はRe数が10^6 オーダーになると再び漸増することが明らかになった。[54]

従って球の場合も同様の現象が予想されるのであるが，たゞこれらの問題を考慮した上での防振工法を考えることは難かしい。

さて，つぎに揚力を小さくする方法であるが，著者は2通りの方法が主として考えられると思う。それは揚力がwakeの中の周期的な渦の発生によるものとすれば，その渦を消滅させるか，或は渦の大きさを小さくする方法である。前述の流線形化もその一つであり，或は円柱の背後に直径の数倍の長さの板を流れ方向におき，交互に発生する渦が無関係になるようにすることなど考えられる。[55] たゞこの様な形状のものは流れ方向と或る角度をなした場合にその迎え角によっては抗力よりも大きな揚力が作用することである。[56]

さて，波動の中におかれた物体が波の進行方向に流体力を受ける場合は，その外力の原因が主に水面変動によるものとすると，防振方法も非常に難かしくなる。従って本文では波の進行に直角方向の振動（Y振動）の防振についてのみ実験を行なった。

まず防振工法としてどのように考えるかであるが，著者は上述のことから，次の2通りの理由によって図4.1から図4.5に示すような4箇の模型を作り実験を行なった

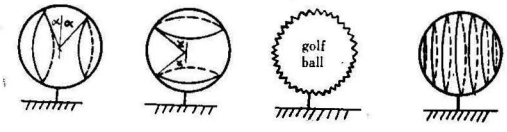


Fig. 4－1　Fig. 4－2　Fig. 4－3　Fig. 4－4

The models of protection against the vibration of sphere.

①球のまわりを wire-ring で結んで剝離点を固定させること。

このことは，かりに振動が球の背後に発生する渦の非対称性によるものとすれば，流れと直角方向に結んだwireによって，非対称性は低下するものと考える。更にL. Prandtlが実験で認めたように，剝離点は後退してwakeは小さな領域になり，球に作用する抗力も低下するものと考えた。

② 球の表面を複数箇のwireか或はゴルフボールのように雑な粗面にすること。

このことは①と全く同様の理由によるものである

が，単純に考えて，①の場合よりも効果は大きいように思われるからである。

第2章　実験装置と実験方法

第1節　実験装置

実験装置は第1篇と同じ造波水路や造波板および波高計を用いたが，防振のために取付けた輪はϕ（径）が0.2mmの銅線を3本に束ねたものを使用し，輪の直径は図—1と図—2はいずれも3cmであり，1箇の輪の重さは0.074gである。

また図—4はϕ=0.2mmの銅線を2本束ねたもので輪の直径は3.7cmが1箇と3.3cm, 2.5cm, 1.5cmが各々2箇である。なお図—3はゴルフボールを使用した。以上の模型や板ばねなどの諸元を表—1に示した。

表—1　バネと球の諸元

No	54	55	56	57	53	59	単位
球径 (d)	3.75	3.75	3.75	3.75	4.12	3.75	cm
球の質量	24.4	2.47	24.4	2.47	46	2.47	g
仮想質量	13.8	13.8	13.8	13.8	13.2	13.8	g
防振輪の質量	0.148	0.148	0.148	0.148	—	0.35	g
輪の位置	52.7	52.7	37.3	37.3	—	—	α°
板ばねの長さ	10	10	10	10	7	7	cm
板ばねの厚さ	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	mm
板ばねの巾	10	10	10	10	10	10	mm
ばね定数 (k)	0.514×10⁴	1.03×10⁴	0.653×10⁴	1.03×10⁴	1.83×10⁴	3.12×10⁴	dyn/cm
固有振動数	13.25	22.8	13.35	22.4	16.6	34.9	rad/S
減衰係数	47.3	9	27.5	10.8	45.5		g/S
水路水深	50	50	50	50	50	40	cm
模型	図•4—1	図•4—1	図•4—2	図•4—2	図•4—3	図•4—4	
摘要	水入れ	中空	水入れ	中空	ゴルフボール	中空	

第2節　実験方法

造波水路底に図4—1から図4—4に示したような模型を別々に固定して，表面波によりY振動させる（ばねは波の進行に直角水平方向につかたわまない）。つぎにこれらの模型に取付けたwireを取り除いて同様の測定を行ない，wireのある場合と，ない場合の振動を比較した。

第3章　実験結果と考察

第1節　球の周りの流れの状況

3.1.1) 定常流においた場合

水路巾40cm，水路水深15.5cmの定常流の中に倒立振子を設置し，過マンガン酸カリを使用して，球のまわりの流れの状況を観測した。なおこのとき使用した球

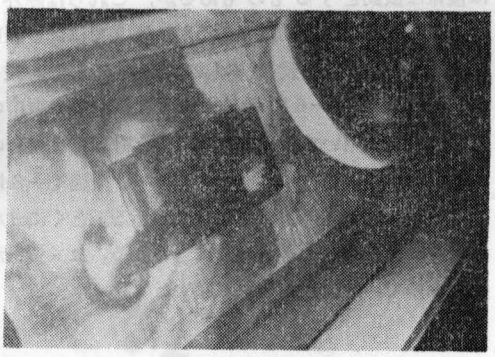
Flow past a sphere in a steady flow.

径は，5.4cmである。その様子は序論でも示したが，改めてこゝにも示した。この場合の流量は7.75（ℓ/S）であり，Re数は6.7×10⁴である。写真で流れ方向は右側より左側に向っている。写真によると渦輪の発生および剝離点の位置がだいたいわかる。

3.1.2) 波動の中においた場合

水路巾40cm，水路長1.8mの小型造波水路底に，定常流の場合と同様の倒立振子を設置して表面波を与え

た場合の流れの状況を，水路下流端の斜め上から撮影したものを写真に示した。



Flow past a sphere in a wave motion.

写真の中で波の進行方向は，左側より右側の方向である。また写真の中の中央附近にある球状物体が実験に使用した球であり，その白色の部分は球の表面，赤色の部分はカスンガン酸カリで覆われた部分である。この写真は瞬間の時の状態であるが，もしこの白色と赤色の境界部分が剝離点だとすれば，剝離点は周期的に移動することがわかった。

第2節　防振装置による球の変位の減少

防振装置による効果がどの程度あるかについての一例を波形と共に示したものが，図4－5，および図4－6である。図4－5は防振効果が余りないと思われる模型図4－2によるものであり，図4－6は防振効果の大きいと思われる模型図4－4によるものである。

注　図4－5，図4－6はY振動についての防振輪（wire-ring）による球の変位の減少することを示したものである。

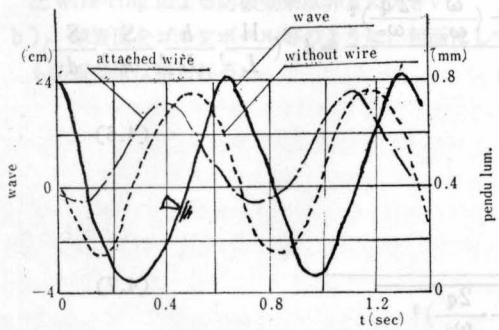
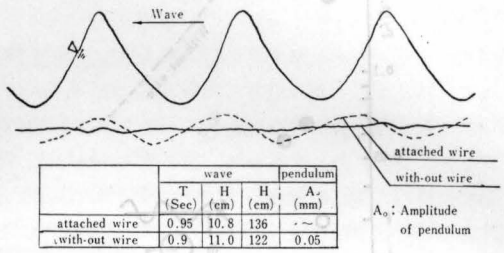


Fig. 4－5：Amplitude of the vibrations reduced by attaching wire-ring on the sphere.



	wave			pendulum
	T (Sec)	H (cm)	H (cm)	A_0 (mm)
attached wire	0.95	10.8	136	~
with-out wire	0.9	11.0	122	0.05

Fig. 4－6：Amplitude of the vibrations reduced by attaching wire-ring on the sphere.

第3節　球に作用する外力

防振装置を考えない場合の球形物体に作用するY振動に対する外力は，次元解析によれば（1－39）式になる。すなわち，

$$\frac{P_y}{\rho\, d^3 \cdot H/T^2} = \phi_2\left(\frac{H}{L}, \frac{h}{L}, \frac{S}{h}, \frac{S}{d}\right) \quad (1.69)$$

たゞし，d：球径，T：波の周期，H：波高，L：波長，h：平均水深，S：水底より球の中心までの高さである。(1.69) 式により，防振装置のある場合と，ない場合の球に作用する外力（P）を比較したものが図4－7と図4－8である。

図4－8で記号A，Bは各々A$\left(\frac{S}{h}=0.18,\ \frac{S}{d}=2.2\right)$，B$\left(\frac{S}{h}=0.22,\ S/d=2.38\right)$を示す。

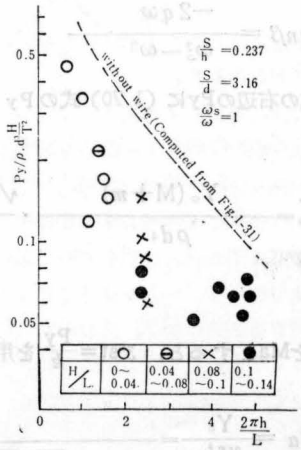


Fig. 4－7：Damping forces due to the wire-ring on the sphere.

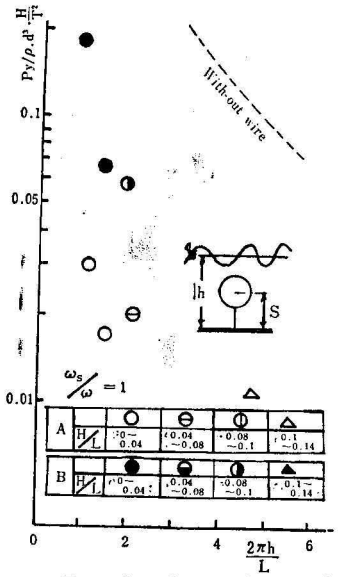


Fig. 4—8 ：Damping forces due to the wire-ring on the sphere.

たゞし，図の中の実験値は振巾や振動周期の比較的一様なものを採用したもので，場合によってはY振動は複雑な振動をするものもあるが，これらは除外した。またωは波の角動数であるが，本文では球の振動数が波の振動数と一致するものだけを示した。従って，例えば図4—6に示したような振動数や振巾の不明なものは用いてない。なお外力を計算する場合の増巾率は第4節に述べている。図4—7や図4—8によると防振の効果の著しいことがわかる。とくにゴルフボールの効果は大きいように思われる。たゞ資料が少ないので，今後検討を重ねたい。

第4節　球の変位

球の変位については，波の振動数と振子のそれが一致するものだけを考えて次式を仮定する。

$$P(t)=Py.\sin\omega t \qquad (4.1)$$

振動方程式は簡単に考えると（4.2）式示せる。

$$\ddot{y}+2q\dot{y}+\omega_0^2 y=\frac{1}{M+m}\{P(t)+F(t)\} \qquad (4.2)$$

上式のF（t）の項は流体抵抗の非線形部分を示すが，これを無視すると，（4.1），（4.2）式により次式を得る。

$$y=Y_0\sin(\omega t+\beta) \qquad (4.3)$$

$$Y_0=\frac{Py}{(M+m)\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4q^2\omega^2}} \qquad (4.4)$$

$$tan\beta=\frac{-2q\omega}{\omega_0^2-\omega^2} \qquad (4.5)$$

（4.4）式の右辺のPyに（1.70）式のPyを代入すると

$$\overline{Y_0}=\frac{Y_0(M+m)}{\rho d^4}\cdot\frac{\sqrt{\{-(\frac{\omega}{\omega_0})^2\}^2+(\frac{\omega}{\omega_0}\cdot\frac{2q}{\omega_0})^2}}{(\frac{\omega}{\omega_0})^2}=\phi_3(\frac{H}{L},\frac{h}{L},\frac{S}{h},\frac{S}{d}) \qquad (4.6)$$

増巾率をMaとすると，$y_{st}=\frac{Py}{k}$を用いることにより

$$Ma=\frac{Y_0}{y_{st}}=\frac{1}{\sqrt{\{1-(\frac{\omega}{\omega_0})^2\}^2+(\frac{\omega}{\omega_0}\cdot\frac{2q}{\omega_0})^2}} \qquad (4.7)$$

(4.6) 式により実験値を整理したものが図 4—9 である。図によると wire-ring による振巾減少の効果が明確に表われている。

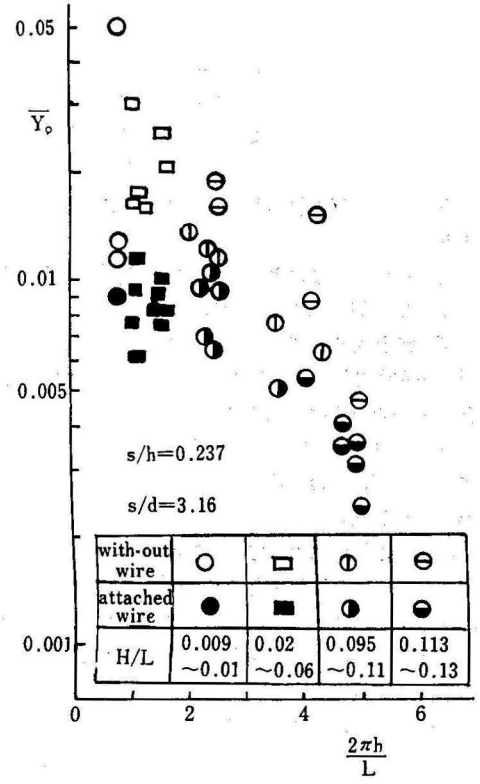


Fig.4—9 : Deflections decreased by the wire ring on the sphere.

第5節　結　語

以上の事から次のような結論が出来る。

a）　波の進行方向に直角な球の表面上に取りつけた wire-ring による防振効果は非常に大きい。

b）　球表面をゴルフボール等のように，粗面にしても防振効果は得られる。

総　　括

これまでにのべた研究結果を要約すると次のようになる。

第1篇では一箇の球の倒立振子の表面波による振動について考察した。すなわち，第3章においては，球が波の進行方向に振動する問題を取扱い球に作用する外力や球の振巾などを理論的および実験的に検討した。

第1節では，球が静水中を運動するときの速度ポテンシャルから流体力を計算し，仮想質量を求め，この仮想質量も考慮した時の球の倒立振子の振動方程式を導いた。

第2節では，第1節で導いた振動方程式の中の外力として，球に表面波が作用する場合の外力を求め振動方程式を導いた。

まず，外力の定義として振動を促進させるような力，或は振動を持続させる力というように考えた場合，波による動水圧の他に流体と振動体の相対速度の自乗に比例するような流体抵抗も球の振動を促進させるような力，つまり外力として見做してもよい場合のあることを示した。

振動方程式は球と流体との相対速度の自乗に比例する非線型項を含む非線型方程式になる。

第3節では，第2節で導いた非線型振動方程式を摂動法によって解き1次近似解までの結果を示した。たゞし，方程式が非常に複雑なので方程式の解を求める場合には波長に比較して球の振巾は充分小さいと仮定した。

非線型流体抵抗のために球は波の振動数の奇数倍で振動することを示した。

第5節では，理論を実験によって確めた。まず，球に作用する外力や球の振巾の理論と実験値はよく一致することを示した。つぎに，非線型抵抗のために球は波の振動数の奇数倍で振動することを実験で確めた。

また波による球の抗力係数を実験で求め，さらにこの係数を含む摂動項，つまり流体と球との相対速度の自乗に比例する抵抗の項が，波の動水圧による外力の項に比較して小さいと仮定し振動方程式の解を求めたことに対しその妥当性について調べた。

その結果，球径（d）や波の周期（T）および動粘性係数（ν）によって示されるパラメーター$\left(\frac{T\nu}{d^2}\right)$の値が$10^{-3}$以下であれば本論文での摂動法による解は妥当であるとのべた。

つぎに，抗力係数の値は波の周期や球径および水粒子の速子の速度成分により異なることを示した。

第4章においては，1箇の球の倒立振子が波の進行方向に対し直角水平方向に振動する問題を検討した。

第1節では従来の研究について考察し，例えば，流れの中におかれた円柱が流れに直角方向の交番揚力を受けるのは，その円柱の背後に発生する渦に関係していることがわかったので，波動の中におかれた1箇の球の振動も球の背後に渦が発生し，その渦によって球のまわりの流れの状態が非対称になることによると考えた。

第3節では，このような振動（Y振動）の型として6種類に分類される事を示した。

第4節と第5節では波の進行方向の振動（以下X振動と仮称する）とY振動の違いについてのべ，X振動とY振動の機構は異なることを示した。

第6節では，Y振動の原因と思われるものについて，例えば，波の横ゆれや，流れの非対称性などの面から考察した。

第8節の結語においては，Y振動の特性について実験によって得られた事をのべ，つぎにY振動は球のまわりの流れの非対称性によるものであろうとのべた。

第2篇では，2箇の球の倒立振子の波による球相互の干渉の問題についてのべた。すなわち，第1章においては従来の研究についてのべ，このような2球の相互干渉の問題が完全流体或は粘性流体について取扱われているが，厳密にはその解法が困難であるので，球を Point force として近似的に解を求めている。

そこで，完全流体とした場合には球を Point force と仮定しないでも（つまり2球の間隔に比較して球径を無視しない場合でも）2球のまわりの速度ポテンシャルは求められると述べた。

第2章においては2箇の球の中心線が波の進行方向に一致するように配置し，しかも波の進行方向に2球が振動する場合の問題について理論的に考察した。

第1節においては，2球のまわりの速度ポテンシャルを求め，第2節では第一節でのべた速度ポテンシャルを用いて，2球の運動によるそのまわりの流体の運動エネルギーを計算した。

第3節では，振動方程式を導き，第4節では摂動法によって，第3節の振動方程式の解を1次近似値まで求めた。

第3章においては，2箇の球の中心線が波の進行方向と直角になるように配置し，お互の球が波の進行方向と直角に振動する場合について，理論的に考察し

た。

第１節では，このような場合の２球のまわりの速度ポテンシャルとして，従来求められている式を用い，球に作用する流体力を計算しても，波の進行方向と直角に流体力は作用しない事になるが，この理由について簡単に説明した。

第２節では，２球の中心間隔に比較して球径を無視しない場合の２球のまわりの速度ポテンシャルを求めた。

第３節では，第２節で導かれた速度ポテンシャルを用いて，球に作用する流体力を計算した。

第４節では，振動方程式を導き，振動方程式の中の非線型項を級数展開し，１次近似解に対する方程式と０次近似解を求めた。

第４章においては，２箇の球の中心線が波の進行方向に直角になるように配置し，お互の球が波の進行方向に振動する場合について理論的に考察した。

第２節では，球に作用する流体力を求め，第３節では振動方程式を導き，その方程式の解の結果だけを示した。（つまり方程式の解法は前章で取扱ったものとほとんど同様になる。）

第４節では共振曲線と位相曲線に対する解を示した。

第５章においては実験方法や，実験内容について説明した。

第６章においては第２，第３，第４章に述べた理論に対する実験結果を示した。

第１節では第２章で導いた理論を実験によって確かめた。理論的に２球を接近すると，仮想質量は減少し，球の振巾は小さくなるが，実験によるとばねが充分固い場合には（固有振動数が20rad/sec以上）このことを確かめる事は出来なかったが，よわいばね（固有振動数が10rad/sec程度）を用いると２球を接近することによりお互の球の振巾は減少することが認められた。

第２節では第３章で導いた理論を実験によって確めた。この場合，理論的には２球を接近する程仮想質量は増加し，球の振巾は増大するがこのことを実験で確めた。また，２球を充分接近すると球は波の振動数の２倍で振動することを示した。

第３節では第４章で導いた理論を実験によって確めた。この場合も理論的には２球を接近するほど仮想質量は増加し，球の振巾は増大する。

第３篇では重複波の中に１箇の球の倒立振子をおいた場合の振動の問題を取扱った。

第２章においては，振動方程式を導き，その近似解を求めた。すなわちこのような問題の振動方程式は，複雑な非線型方程式になるが，２項定理により非線型項を級数展開し，摂動法により方程式の解が得られることを示した。

第４章においては第２章で導いた理論を実験で確めた。

第１節では球を直立壁（或は波の腹の位置）に接近させたことによる固有振動数の変化する問題についてのべた。理論的には球を直立壁に接近させると仮想質量は増加し，従って振子の固有振動数は小さくなるがこのことは実験で認められた。

第２節では球に作用する外力や変位についての理論と実験はよく一致することをのべた。また理論的には球を直立壁（或は波の腹の位置）に接近させると，仮想質量は増加するため球の振巾は増大するが，他方波の性質から球に作用する水圧変動は小さくなるので，球の変位も小さくなる。このようにお互の大きさによってその振動が支配されることを示した。

第４篇では波による球の振動を防止する方法について考察した。

第１章では球のまわりにwire ringをまきつけると剝離点が固定し従って球のまわりの流れは対称になるからＹ振動は減少すると述べた。さらにまた，wire ringをつけたことによって層流剝離から乱流剝離に移るため剝離点はdelayされてwakeは小さくなり，抗力も減少すると述べた。以上の考察によって４種類の振動防止に対する実験の模型を提案した。

第３章では第１章で提案した模型によりＹ振動についての防振実験を行なった結果，防振効果が著しい事を示した。

以上で本論文の要約を終る。

今後も海洋開発の問題について，筆者も浅学非才の身ながらなお一層努力したいと念願している次第である。

内容的には理論や実験結果に対する取扱上の誤謬や独断的な解釈など多々あることゝ思われるが，斯界の諸先輩の御指導を願ってやまない次第である。

終りに本研究にあたって，終始御指導御援助いたゞき，また貴重な時間をさかれ本原稿を通読し有益な御助言を与えて下さった，東京工業大学吉川秀夫教授，椎貝博美助教授，日野幹雄助教授に対し深甚の謝意を表する次第である。

また波高計測の際に御協力下さった計測技研ＫＫおよび同社員である比企勇氏にお礼を申し上げます。

1970年８月

東京工業大学土木教室にて

河　野　二　夫

REFERENCES

1) Middle East Underwater Oil Storage Tank.,
Dook & Harbour Authority : vol.49, No 573, pp99—100, July (1968) .

2) Neumann. G., on the Energy Distribution in Ocean Waves Spectra at Different Wind Velocities : Trans. A. Geophysical. Union, vol. 34, 1953.

3) Longuet-Heggins.M.S., On the Statistical Distribution of the Heights of See Waves : Journal. of Mar. Res, p245, 1932.

4) 友近 晋., 流体力学；共立出版, pp311～325

5) D.R.F. Harlemann and W. C. Shapiro., The Dynamics of A Submerged Moored Sphere in Osillatory Waves : Coastal Engineering, vol.1.2, chapt 41, 1961.

6) Ippen, Editor., Forced Osillations of Moored Submerged Objects: Estuary and Coastline Hydrodynamics, pp396-397.

7) Allen T. Hjelmfelt, et al., Dynamic Response of A Restrained Sphere in A Fluid: Proc. A.S.C.E., EM.1. February, 1967.

8) George R. Alger, et al., Fall Velocity of Irregular Shaped Particles : A.S.C.E., Jour. of H.D. May, 1968.

9) 岡本哲史., 応用流体力学； PP1～3, 誠文堂新光社

10) S. Goldstein., Flow Past Solid Bodies of Revolution : Modern Developments in Fluid Dynamics, pp491-

11) Basset. A. B., On the Motion of A Sphere in a Viscous Liquid : Philosophical, Trans., Royal, Soc., of London, vol.43, p179, 1888.

12) H. Lamb., Hydrodynamics : 6th, Edition, Cambridge, p644.

13) Ordar.F. Hamilton., Forces on a Sphere Accelerating in a Viscous Fluid Jour. of Fluid Mechanics, part 2, vol.18, p302, 1964.

14) 友近 晋., 流体力学(II), 新物理学講座. C篇. 物理学の展開2, ダイヤモンド社.

15) Ippen. Editor., Rigid Vertical Circular Cylinder : Small Amplitude Wave Theory, Estuary and Coastline, Hydrodynamics, pp345-353.

16) Melvilles. Priest., Shallow-Water Wave Action on a Vertical Cylinder : Proc., of A.S.C.E. Jour. of W.H.D., May 1962.

17) A. Paape and H.N.C. Breusers., The Influence of Pile Dimension on Forces Exerted by Waves : Coastal, Engg., vol.2, 1966.

18) 椎貝博美. 河野二夫., 波動による球の振動について；
第23回土木学会年次講演会, 1968年10月 PP41～42

19) 椎貝博美, 河野二夫., 波動による球の振動；
第15回土木学会海岸講演会, 1968年12月, PP97～102

20) H. Shi-igai and T. Kono., Study on Vibration of Submerged Spheres Caused by Surface Waves : Coastal Engg. in Japan, vol.12 1969.

21) 例えば文献 4)

22) Louis A. Pipers., Applied Mathematics for engineers and Physicists : Mc. Ggraw-Hill Book Company, Second Edition, pp212-215.

23) 高橋利衛., 振動工学演習(II)；アーム社, pp4～6

24) Cyril M. Harris and Charles E. Crede., Shock and Vibration Hand Book :

25) 谷 一郎., 流れ学；P78, 岩波出版

26) Prandtl, L. and Tietjens, O.,

27) G. H. Koopmann., The Vortex Wakes of Vibrating Cylinders at Low Reynolds Numbers : Jour. Fluid Mech., vol. 28, part 3, pp501-512, 1967.
28) 日野幹雄., 水力一. 空力弾性振動：電力中央研究所, 技術研究所業務資料, No.66024, P42,1967年3月
29) Bishop,R.E.D & Hassan A.Y.,The lift and Drag forces on a Circular Cylinder in a Flowing Fluid : Proc. of Royal Soc. Series A pp32-50 No.1368. 1964.
30) Bishop, R.E.D & Hassan A.Y.,The lift and Drag Forces on a Circular Cylinder Oscillating in a Flowing Fluid: Proc. of Royal Soc. Series A pp51-57, No.1368, 1964.
31) 振動便覧（土木技術者のための）., 土木学会, P197.
32) B.J. Vickery., Fluctuating Lift and Drag on a Long Cylinder of Square Cross-Section in a Smooth and in a Turbulent Stream: Jour. Fluid Mech. vol.25, part 3, pp481-494, 1966.
33) Roberts Brodkey., The phenomena of Fluid Motion, Addison-WesleyPublishing Company.
34) 日野幹雄., 波自身による乱流拡散への試論：第14回水理講演会, 1970年2月
35) 例えば文献 9), P228.
36) M.Thomson; Theoretical Hydrodynamics: 5th Edition, P671.
37) G.J. Kynch., The Slow Motion of two or more Spheres through a viscous fluid: Journal Fluid Mechanics, vol. 5, 1959.
38) Christopher K. W. TAM., The drag on a cloud of spherical particles in low Reynolds number flow: Journal Fluid Mechanics, vol. 38, part 3, pp537-546, 1969.
39) 前記文献26) ：PP104～103.
40) 永井荘七郎他., 円柱の相互干渉：第24回土木学会年次講演会, 44年9月
41) A.D.K.Laird., Water Eddy Forces on Oscillating cylinders; Proc, A.S.C.E, HY.9 (1960)
42) A.D.K.Laird., Water Forces on Flexible Oscillating cylinders: proc. A.S.C.E; WW.3 (1962)
43) 前記文献 12) ：PP110～114
44) L.M. Milne-Thomson., Theoretical Hydrodynamics: 5th Edition, pp483-493, pp317-330.
45) 元良誠三., 船体運動力学：応用力学講座, 2－C, 共立出版
46) 椎貝博美, 河野二夫., 水中におかれた球状物体の波による干渉 ：東京工業大学土木工学科研究報告 No.7, 1969
47) 河野二夫.椎貝博美., 球状物体の波による干渉：土木学会論文集, 第178号 (1970)
48) 河野長正., 仮想質量の円筒境界干渉： 第1回流体力学講演会講演集, 日本航空宇宙学会, 流体力学懇談会., S44年11月
49) 島 章., 固体壁面近傍における球状汽泡の挙動（第1報）, 東北大高速力学研究堅告 第24巻 238号
50) 島 章., 同上 第Ⅱ報
51) 谷一郎,流れ学；岩波全書, P123.
52) H. Schlichting., Boundary layer theory: pp37-38
53) S. Goldstein Edited., Modern development in Fluid dynamics :
54) 例えば文献 28)
55) 例えば文献 51) のP30
56) 振動便覧. 土木学会篇 .P82.

Summary

The hydrodynamic effects of surface waves on a submarine structure are studied theoretically and experimentally. Main results of the study are summerized as follows:

a) It can be assumed that a submerged sphere is affected by the forces composed of dynamic pressure calculated by the potential theory and hydraulic resistance which is proportional to the square of the relative velocity. The equation of motion of a sphere fixed by the spring on the sea bottom is developed on the basis of the above assumption and is solved analytically by the perturbation wethod. The characteristics of vibration of a sphere due to waves are measured in the wawe tank and the results of experiments coinside fairly well with the theoretical results, which means that the above assumption is reasonable. Therefore, it can be considered that the basic equation is applicable to the analysis of the full size submarine structures.

b) The transverse vibration of a sphere to the woves is recognized by the experiments. It is understood that this phenomenon is caused by the un-symmetric separation of flow around the sphere. The frequency of vibration is either the same or twice of the wave frequency.

c) By investigating the theory of vibration of two spheres, it is found that the added mass changes by the direction of the wave to a line connecting centres of spheres. When the wave direction coincides with the center line of spheres, the added mass decreases and when the wave direction is perendicular to the center line, it increases in comparison with the single sphere.

d) The motion of sphere is characterized by the theoretical investigation as follows;

i) the added mass is increased, and

ii) the effective pressure on the sphere is decreased,

as the sphere approaches to the artinode of the standing wave.

These results are confirmed by the experiments.

e) It is obtained by the experiments that the amplitude of the vibrations is reduced by attaching wire-ring on the sphere.

Based on the above investigation, the guide for the hydraulic design of the submarine structure is provided.