琉球大学学術リポジトリ

コンクリートの引張破壊挙動に関する解析的研究

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 富山潤 公開日: 2021-12-15 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 富山, 潤, Tomiyama, Jun メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/25354

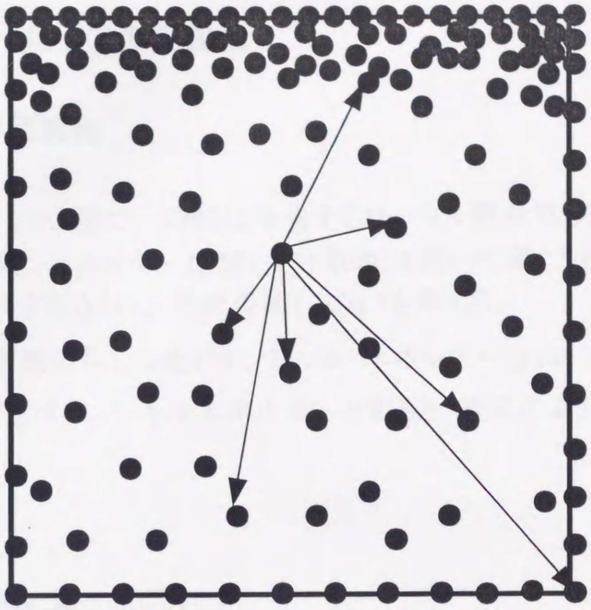


図 3-12　全領域検索アルゴリズム

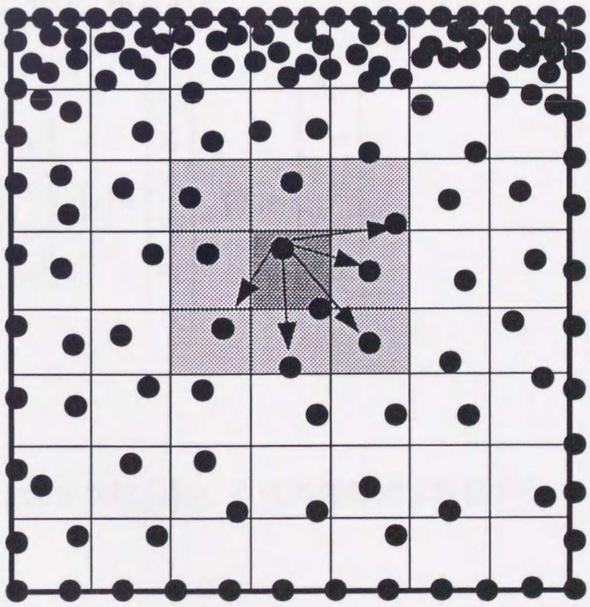


図 3-13　バケット法による局所領域検索アルゴリズム

3．3　定ひずみ三角形要素の支配方程式

3．3．1 剛性マトリックスの定式化

(1) 健全要素の定式化

ここでは，フリーメッシュ法で一時的に作成するローカル要素である定ひずみ三角形要素の支配方程式を，エネルギー原理(変分原理)を用いて導く方法[33]を概説する。

まず，図 3-14 に示す厚さtの三角形要素(Δijk)を考える。

図3-14の三角形要素に生じる全ポテンシャル・エネルギーΠは，U_cをひずみエネルギー，Vを外力によるポテンシャルエネルギーとすると，次式のように表すことが出来る。

$$\begin{aligned}\Pi &= U_c - V \\ &= \frac{1}{2}\iiint_V \{\sigma\}^T\{\varepsilon\}dV - \{u\}^T\{F\}\end{aligned} \tag{3.11}$$

ここで，$\{\sigma\}$，$\{\varepsilon\}$，$\{u\}$，$\{F\}$は，それぞれ要素内応力(要素内一定)，要素内ひずみ(要素内一定)，節点変位，節点力で，

$$\{\sigma\}=\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yx}\end{Bmatrix},\ \{\varepsilon\}=\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{xy}\\ \gamma_{yx}\end{Bmatrix},\ \{u\}=\begin{Bmatrix}u_i\\ v_i\\ u_j\\ v_j\\ u_k\\ v_k\end{Bmatrix},\ \{F\}=\begin{Bmatrix}F_{xi}\\ F_{yi}\\ F_{xj}\\ F_{yj}\\ F_{xk}\\ F_{yk}\end{Bmatrix}$$

である。

次に，ひずみ$\{\varepsilon\}$と節点変位$\{u\}$を，次式の関係式で評価する。

$$\{\varepsilon\}=[B]\{u\} \tag{3.12}$$

ただし，$[B]$は，要素内の変位を一次式で仮定して得られるひずみ－変位マトリックスであり，

$$[B]=\frac{1}{A}\begin{bmatrix} y_j-y_k & 0 & y_k-y_i & 0 & y_i-y_j & 0 \\ 0 & x_k-x_j & 0 & x_i-x_k & 0 & x_j-x_i \\ x_k-x_j & y_j-y_k & x_i-x_k & y_k-y_i & x_j-x_i & y_i-y_j \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

$$A(\text{三角形要素の面積})=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_y \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}$$

と表される。
また，応力$\{\sigma\}$とひずみ$\{\varepsilon\}$には，以下の関係がある。

$$[\sigma]=[D]\{\varepsilon\} \tag{3.14}$$

ここで，弾性係数E，ポアソン比νとすると$[D]$は，2次元の場合，平面応力問題と平面ひずみ問題となり，それぞれ次式が得られる。

（平面応力問題）

$$[D]=\frac{E}{1-\nu^2}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

（平面ひずみ問題）

$$[D]=\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix} 1 & \nu/(1-\nu) & 0 \\ \nu/(1-\nu) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2\cdot(1-\nu) \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

式(3.11)に式(3.12), (3.14)を代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned}\Pi&=\frac{1}{2}\iiint_V \{u\}^T[B]^T[D][B]\{u\}dV-\{u\}^T\{F\} \\ &=\frac{V}{2}\{u\}^T[B]^T[D][B]\{u\}-\{u\}^T\{F\}\end{aligned} \tag{3.17}$$

ここで，$[K]=(tA)[B]^T[D][B]\mid tA=V$と置けば，

$$\Pi=\frac{1}{2}\{u\}^T[K]\{u\}-\{u\}^T\{F\} \tag{3.18}$$

これを$\{u\}$の各成分について偏微分すると，

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{u\}} = [K]\{u\} - \{F\} \tag{3.19}$$

となる。最小ポテンシャル・エネルギーの原理より，$\frac{\partial \Pi}{\partial \{u\}} = 0$が成り立つから，

$$[K]\{u\} = \{F\} \tag{3.20}$$

となる。

このとき，$[K]$を要素剛性マトリックスと呼び，次式を展開するとことで得られる。

$$\begin{aligned}[K] &= \iiint_V [B]^T [D][B] dv \\ &= (tA)[B]^T [D][B]\end{aligned} \tag{3.21}$$

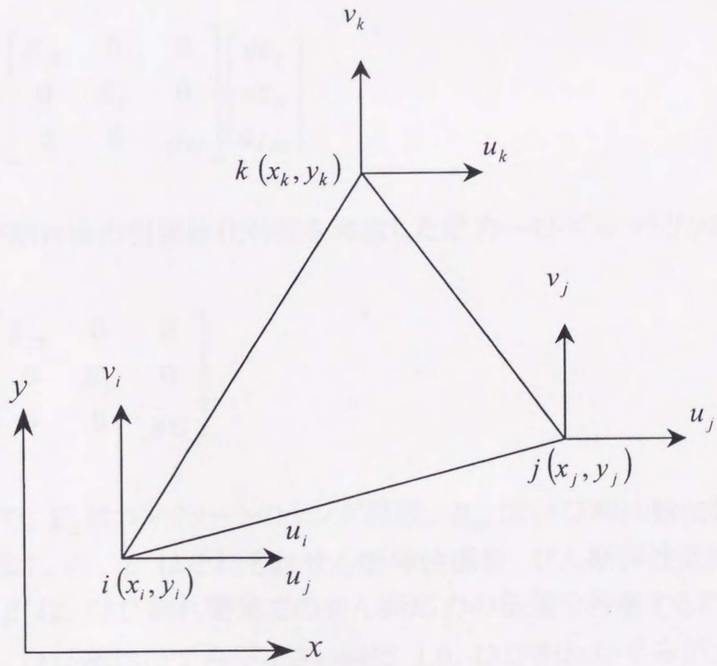


図 3-14　三角形要素

(2) ひび割れ要素の定式化

コンクリート構造物のひび割れ解析を有限要素法で行う場合，引張軟化特性を考慮したひび割れモデルとして『仮想ひび割れモデル』と『ひび割れ帯モデル』が代表的であることは，第2章で既に述べた。本論文では，ひび割れモデルとして，ひび割れ方向を任意に求めることの出来る後者のひび割れ帯モデルを用いた。

ここでは，ひび割れ後の要素剛性マトリックスの導出方法について述べる。

ひび割れ帯モデルには，固定ひび割れ帯モデルと回転ひび割れ帯モデルがあるが，本研究では，特にせん断の影響を考慮していないので，前者の固定ひび割れモデルを用いた。このモデルは，要素中の最大引張主応力がコンクリートの引張強度に達した時，図 3-15(b)のように最大引張主応力と直交する方向にひび割れが要素内に一様に発生するとし，ひび割れと直交する方向の剛性およびせん断剛性が変化するものと仮定して構成則を導く。つまり，ひび割れと直交する方向の剛性に引張軟化特性を組み込めば良い。

ひび割れ発生後の図 3-15 に示す局座標系 t-n に対する応力—ひずみ関係として，次式を仮定した [4]。なお，本解析では，増分解析を行っているので，便宜上式(3.22)を増分で示した。

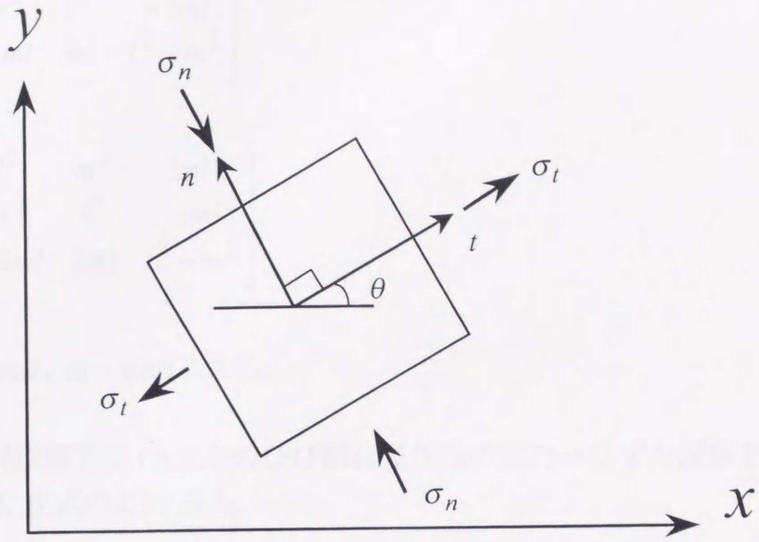
$$\begin{Bmatrix} d\sigma_t \\ d\sigma_n \\ d\tau_{tn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{cr} & 0 & 0 \\ 0 & E_c & 0 \\ 0 & 0 & \beta' G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_t \\ d\varepsilon_n \\ d\gamma_{tn} \end{Bmatrix} \tag{3.22}$$

つまり，ひび割れ後の引張軟化特性を考慮した応力—ひずみマトリックス$[D_{cr}]$は，

$$[D_{cr}] = \begin{bmatrix} E_{cr} & 0 & 0 \\ 0 & E_c & 0 \\ 0 & 0 & \beta' G \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

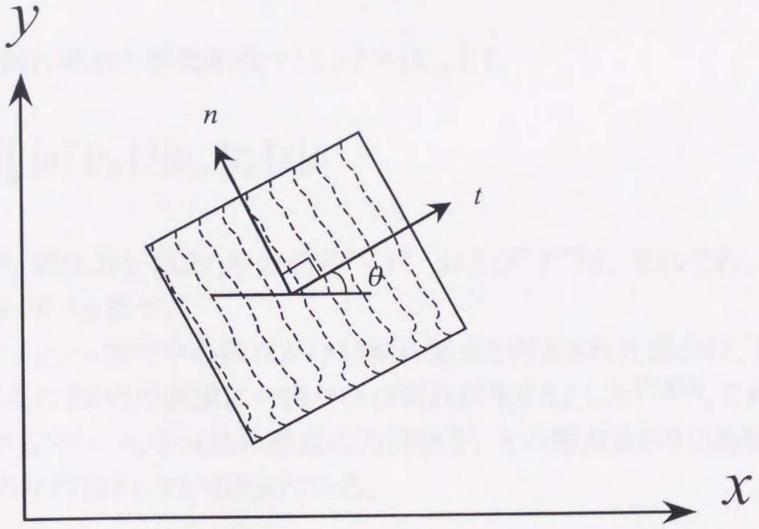
となる。ここで，E_cはコンクリートのヤング係数，E_{cr}はひび割れ発生後の引張軟化特性を表す。また，G，β'はそれぞれせん断弾性係数，せん断弾性低減係数である。

式(3.23)のβ'は，ひび割れ要素でのせん断応力の伝達を考慮するための係数である。この係数は，ひび割れひずみが小さい時は 1.0，ひび割れひずみが大きくなるにつれてβ'は小さくなり 0.0 となる[6]。本論文の解析例ではコンクリート棒の直接引張破壊，コンクリートはりの曲げ破壊を取扱っているが，このようなケースではひび割れ面を伝達するせん断応力も小さいので，解析ではβ'の値として小さな値を用いた。



σ_t :最大主応力, σ_n :最小主応力, θ :主応力方向

(a) 健全要素



(b) ひび割れ要素($\sigma_t = f_t \mid f_t$:コンクリートの引張強度)

図 3-15 健全要素とひび割れ要素の関係

式(3.22)を x-y 座標系に変換するには, 応力に対しては式(3.24), ひずみに対しては式(3. 25)の座標変換マトリックス[34]を用いればよい。

$$[T_\sigma]=\begin{bmatrix} l^2 & m^2 & 2ml \\ m^2 & l^2 & -2ml \\ -ml & ml & l^2-m^2 \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

$$[T_\varepsilon]=\begin{bmatrix} l^2 & m^2 & ml \\ m^2 & l^2 & -ml \\ -2ml & 2ml & l^2-m^2 \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

ここで，$l=\cos\theta$，$m=\sin\theta$ である。

以上より，局所座標系 t-n 上でのひび割れ発生後の応力—ひずみ関係を x-y 座標系に変換すると，次式のようになる。

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{Bmatrix}=[T_\sigma]^{-1}[D_{cr}][T_\varepsilon]\begin{Bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{3.26}$$

よって，ひび割れ要素の要素剛性マトリックス $[K_{cr}]$ は，

$$[K_{cr}]=\iiint_V [B]^T[T_\sigma]^{-1}[D_{cr}][T_\varepsilon][B]dV \tag{3.27}$$

となる。ここで，式(3.26)，(3.27)中の記号“-1”，および“T”は，それぞれ，逆マトリックス，転置マトリックスを表す。

また，フリーメッシュ法で中心節点がひび割れ節点と判定された場合は，図 3-16 のように，中心節点のまわりの要素に一様なひび割れが生じるとした[35][36]。これは，**3．3．2節**で説明するフリーメッシュ法の節点応力評価を，その節点まわりにあるローカル要素の応力度の平均値としているためである。

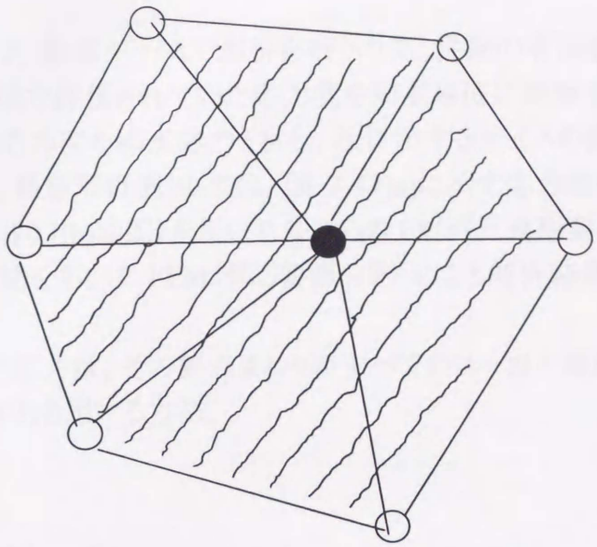


図 3-16　ひび割れ中心節点

本手法では，ひび割れを節点ごとに評価しており，ひび割れは，節点の最大主応力が引張強度に達した時に生じるとしている。また，節点に発生するひび割れは1方向のみと仮定し，同時に多方向に発生する場合は考慮していない。しかし，ひび割れと判定された節点で，ひび割れ方向と平行な応力が引張強度を超える値を示す場合があった。この場合，解析より得られた荷重—変位関係で最大荷重後，荷重はある程度低下し，再び上昇する場合が確認された。このために本論文では，ひび割れ節点でひび割れ方向と平行な応力が引張強度の値を超える場合には，解析的手法として式(3.23)の二行二列の項を小さくした。具体的には弾性係数の 1/1000 倍を用いた。この問題に関する詳細な検討は，**4．3節**で行う。

3．3．2　節点応力の評価法[24]

(1)　健全要素のみの場合

フリーメッシュ法では，節点ベースで解析を行うので，従来の有限要素法で要素単位，または積分点単位で評価されていた応力度を節点単位に変換する必要がある。本論文では，節点の応力度を節点応力と称し，次に示す3ケースの節点応力評価法で比較検討を行った。数値解析例としては，図 3-17(a)に示す応力集中の問題を解析し，同じ節点分布(図 3-17(b)参照)を用いた矢川らの FEM(三角形要素数 115)による解および重ね合わせ法を用いた FEM(同じ要素分割)による解析結果[37]と比較した。

ケース1　中心節点の応力は，その節点まわりのすべてのローカル要素の応力の平均値(FMM-1)を用いる方法。

$$\{\sigma_c\}=\frac{\sum_{i=1}^{N}\{\sigma_i\}}{N}\quad (i=1,2,\cdots,N) \tag{3.28}$$

ここで，$\{\sigma_c\}$は中心節点応力，$\{\sigma_i\}$は中心節点のまわりのローカル要素の応力，N は要素数である。

ケース2　中心節点の応力は，その節点まわりのすべての要素の応力に中心節点から各要素の図心までの距離の逆数を重みとして用いる方法(FMM-2)。

$$\{\sigma_c\}=\frac{\sum_{i=1}^{N}\{\sigma_i\}\left(\frac{1}{l_i}\right)}{\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{1}{l_i}\right)}\quad (i=1,2,\cdots,N) \tag{3.29}$$

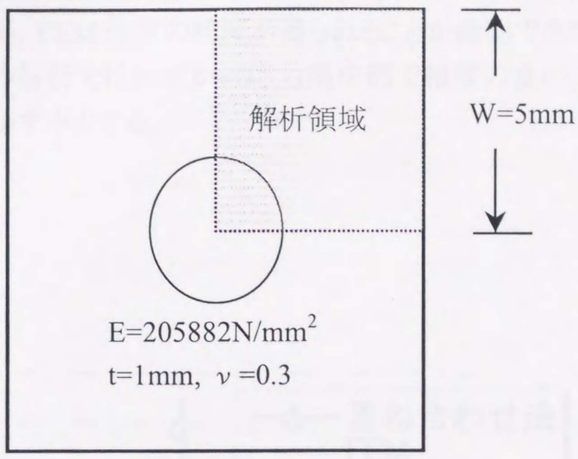
ここで，l_iは，中心節点からローカル要素の図心までの距離である。

ケース3　中心節点の応力は，その節点まわりのすべての要素の応力に中心節点から各要素の面積の逆数を重みとして用いる方法(FMM-3)。

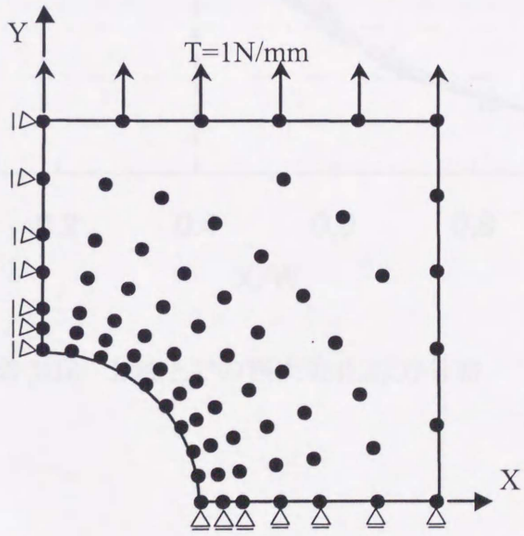
$$\{\sigma_c\}=\frac{\sum_{i=1}^{N}\{\sigma_i\}\left(\frac{1}{A_i}\right)}{\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{1}{A_i}\right)}\quad (i=1,2,\cdots,N) \tag{3.30}$$

ここで，A_iは，中心節点のまわりのローカル要素の面積である。

節点応力を計算する時は，各中心節点は各衛星節点を記憶しているので，要素情報を必要としない。



(a) 円孔を有する正方形板



(b) 解析領域と節点分布（74 節点）

図 3-17 半径 R=2mm の円孔を有する正方形板

図 3-18 に解析結果の比較を示す。

図 3-18 より，3ケースの差はほとんどないことがわかる。また，応力の集中する円孔付近での応力解析精度は，精度の高い矢川らの重ね合わせ法（無限平板の弾性解析解と有限要素法に用いる変位関数を重ね合わせ，仮想仕事の原理より解を求める方法）による結果には劣るが，FEM 程度の精度が得られることが確認できた。

以上の結果より，以降の解析ではわずかに応力集中部で精度の良い，**ケース1**の値を節点応力および節点ひずみとする。

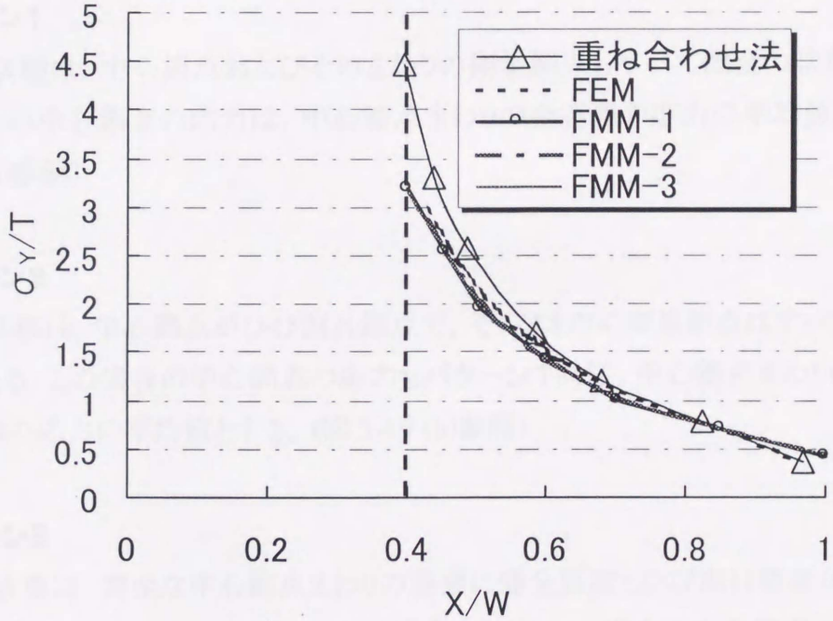


図 3-18　X軸上での無次元化応力分布

(2) ひび割れ要素が混在する場合

フリーメッシュ法は，節点単位で計算するため，応力評価を要素単位から節点単位に変換する必要があることは**(1)**で述べた。弾性解析では中心節点応力をそのまわりのローカル要素の応力の平均値とすればよい。ここでは，ある節点が引張強度に達したとき，つまり，ひび割れが生じたときの節点の応力評価法について述べる。

中心節点まわりの要素パターンとして，ひび割れが進展するにつれて図 3-19 に示す4パターンが考えられる。

本論文では，中心節点の応力状態を以下の4種のパターンで評価した。

パターン1

この状態は，中心節点およびそのまわりの衛星節点もすべて健全の状態である。この場合の中心節点の応力は，中心節点まわりの全要素の応力の平均値とする。(図 3-19 (a)参照)

パターン2

この状態は，中心節点がひび割れ節点で，そのまわりの衛星節点はすべて健全の状態である。この場合の中心節点の応力も**パターン1**同様，中心節点まわりの全ひび割れ要素の応力の平均値とする。(図 3-19 (b)参照)

パターン3

この状態は，健全な中心節点まわりの要素に健全要素とひび割れ要素(衛星節点のいくつかがひび割れ節点)が含まれる場合である。この場合の中心節点の応力は，健全な要素だけの応力の平均値を中心節点の応力とする。なお，すべてひび割れ要素の場合は，中心節点をひび割れ節点とし，そのまわりの全ひび割れ要素の応力の平均値とする。(図 3-19(c)参照)

パターン4

この状態は，健全な中心節点まわりの衛星節点にひび割れ節点と判定されたいくつかの節点が存在し，その後で中心節点がひび割れ節点と判定された状態である。すでに中心節点のまわりにはひび割れ要素が存在する(点線部)。この場合の中心節点の応力は，中心節点まわりの要素で中心節点と同時にひび割れが生じる要素(実線部)の平均値とする。(図 3-19 (d)参照)

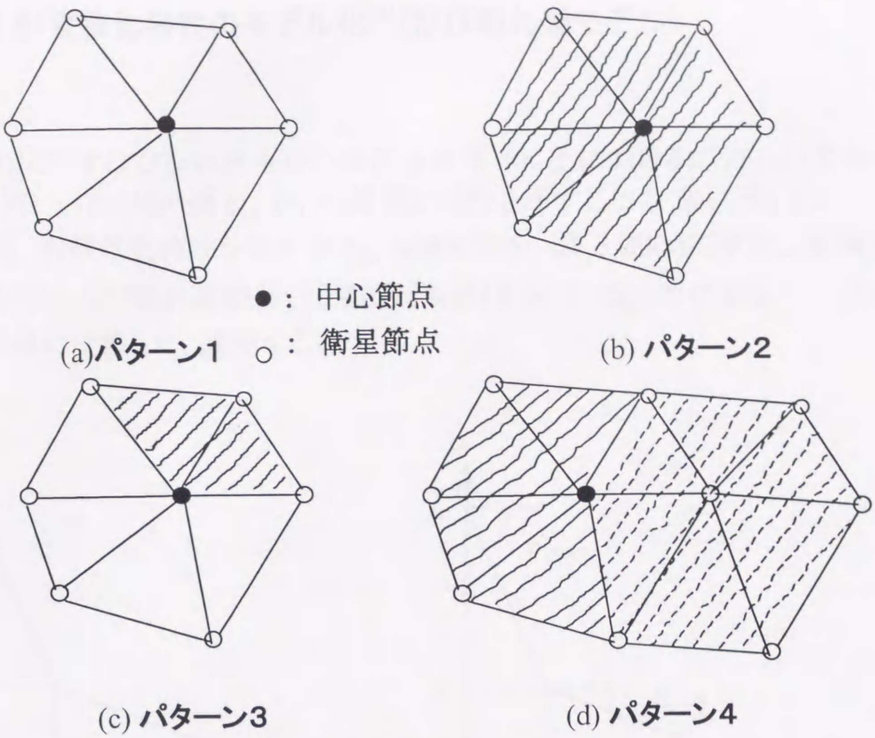


図 3-19　中心節点まわりの要素パターン

3．2節で述べたように，フリーメッシュ法は，全体剛性マトリックスを作成する際，同じ三角形要素を3回参照するので，どの節点からも同一（健全要素またはひび割れ要素）な応力―ひずみマトリックスを採用する必要がある。本解析法では，次に示すような方法で，一時的なローカル要素が応力状態の異なるどの節点に従うかを決定した。

まず，各増分毎に各節点の最大引張主応力を計算し，引張強度を越えたか否かをチェックする。引張強度を超えた節点，つまり，ひび割れ節点にひび割れ発生順位を付ける。なお，同じ増分段階で，同時にひび割れ節点と判定された節点が複数ある場合は，それらの節点のうち最大引張主応力の大きい順にひび割れ順位を付けた。

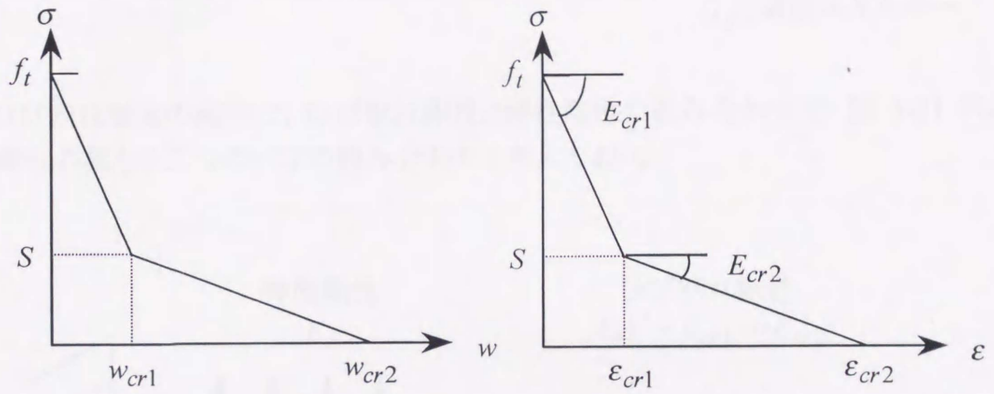
ひび割れ節点が，ある三角形要素を構成する中心節点とその衛星節点にひとつしかない場合（**パターン2**，**パターン3**）は，ひび割れたローカル要素の要素剛性マトリックスは，ひび割れ節点の応力状態に従った応力―ひずみマトリックスを用い作成される。また，同じ三角形要素にひび割れ節点が2つ以上ある場合は（**パターン4**），上記で説明したひび割れ発生順位の小さい方をその三角形要素に関与する節点とし，以後，その節点に関する応力－ひずみマトリックスを用いて要素剛性マトリックスを作成する。

この方法により，どの節点からも同一な要素剛性マトリックスを作成することが出来る（材料特性的整合性の確保）。

3. 3. 3 引張軟化特性のモデル化[4]（ひび割れ帯モデル）

式(3.22)に示すひび割れ発生後の局所座標系 t-n 上における応力—ひずみマトリックス$[D_{cr}]$の一行一列の項E_{cr}が，引張軟化特性を示すことは，先に示した。

ここでは，引張軟化特性を表す項E_{cr}の求め方を，図 3-20(a)に示す二直線モデルの引張応力—ひび割れ幅関係（引張軟化曲線）を図 3-20(b)の引張応力—ひび割れひずみ関係に変換して，説明する。



(a) 引張応力—ひび割れ幅関係　　(b) 引張応力—ひび割れひずみ関係

図 3-20 引張軟化特性の変換

図中のひび割れひずみをひび割れ幅で表すと，第2章の式(2.12)より，

$$\varepsilon_{cr1} = \frac{w_{cr1}}{l_{eq}},\ \varepsilon_{cr2} = \frac{w_{cr2}}{l_{eq}} \tag{3.31}$$

となる。なお，図 3-20(b)中のE_{cr1}，E_{cr2}は軟化勾配である。

また，コンクリートの引張破壊解析に一般的に良く用いられる引張軟化曲線の二直線モデルとして，折れ曲がり位置での応力$S = f_t / 3$の 1/3 モデルと$S = f_t / 4$の 1/4 モデルとがある。それらのモデルのひび割れひずみε_{cr1}，ε_{cr2}と軟化勾配E_{cr1}，E_{cr2}を表 3-1 に示す。

表 3-1　二直線モデル別ひび割れひずみと軟化勾配

	ε_{cr1}	E_{cr1}	ε_{cr2}	E_{cr2}
1/3 モデル（$S = f_t/3$）	$\dfrac{0.8G_f \cdot l_{eq}}{f_t}$	$\dfrac{(f_t/3 - f_t)l_{eq}}{\varepsilon_{cr1}}$	$\dfrac{3.6G_f \cdot l_{eq}}{f_t}$	$\dfrac{-f_t/3}{\varepsilon_{cr2}}$
1/4 モデル（$S = f_t/4$）	$\dfrac{0.75G_f \cdot l_{eq}}{f_t}$	$\dfrac{(f_t/4 - f_t)}{\varepsilon_{cr1}}$	$\dfrac{5.0G_f \cdot l_{eq}}{f_t}$	$\dfrac{-f_t/4}{\varepsilon_{cr2}}$

G_f：破壊エネルギー

ひび割れ要素の剛性は，ひび割れ剛性と弾性剛性の組み合わせで，図 3-21 のような剛性の異なる二つのバネの組み合わせと考えてよい。

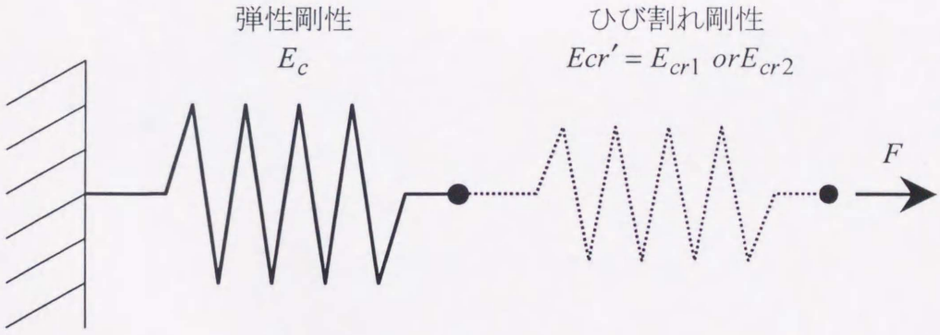


図 3-21　ひび割れを考慮したバネモデル

図 3-21 より，自由端に力 F が作用した場合の全体の伸びを X，全体の剛性を E_{cr} とし，そのときのバネの伸びを左からそれぞれ x_1，x_2 とすると，次式が成り立つ。

$$F = E_{cr} \cdot X \mid (X = x_1 + x_2) \tag{3.32}$$

また，各バネには全体に作用している力 F と等しい力が作用していることになるから，

$$F = E_c \cdot x_1 \tag{3.33}$$

$$F = E_{cr'} \cdot x_2 \tag{3.34}$$

となる。
式(3.32), (3.33), (3.34)より，全体の剛性 E_{cr} は次式で示される。

$$E_{cr} = \frac{E_{cr'} \cdot E_c}{E_{cr'} + E_c} \tag{3.35}$$

式(3.35)が引張軟化特性を示す剛性(負)となる。

ここで，$E_{cr'}$は，図 3-20(b)で示す引張軟化曲線の軟化勾配で，引張応力の状態でE_{cr1}，E_{cr2}のいずれかを用いれば良い。具体的には，以下の通りである。

引張応力が軟化勾配の第1勾配時	$: E_{cr} = \dfrac{E_{cr1} \cdot E_c}{E_{cr1} + E_c}$
引張応力が軟化勾配の第2勾配時	$: E_{cr} = \dfrac{E_{cr2} \cdot E_c}{E_{cr2} + E_c}$

3. 3. 4　等価長の評価法

本論文で用いているひび割れ帯モデルは，引張軟化曲線におけるひび割れ幅のひび割れひずみへの変換を必要とすることは，**3. 3. 3節**でも述べた。ひび割れ幅をひび割れひずみに変換するためには，ひび割れの等価長を定義する必要がある。等価長の評価法は，ひび割れが矩形要素と直交する方向に生じる場合を除き，未だ，明確に確定されていない。

そこで本研究では，以下に示す2つの方法を提案する[24]。なお，数値計算による検討は，第4章で行う。

ケース1

このケースは，等価長を従来の有限要素法のように要素レベルで考慮した場合で，図3-22に示す三角形要素と面積等価な円の直径を等価長とする。

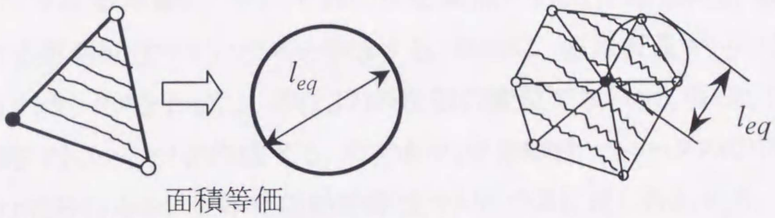


図3-22　要素レベルの等価長

ケース2

本手法のひび割れ評価は，節点ごとに行っている。また，ひび割れ節点と判定された節点まわりのローカル要素内には，一様なひび割れが生じるとしている。このため，等価長をひび割れ節点まわりのローカル要素全体で考慮し，図3-23に示すように中心節点と衛星節点との距離を主応力方向に投影した長さの最大値の2倍とする。

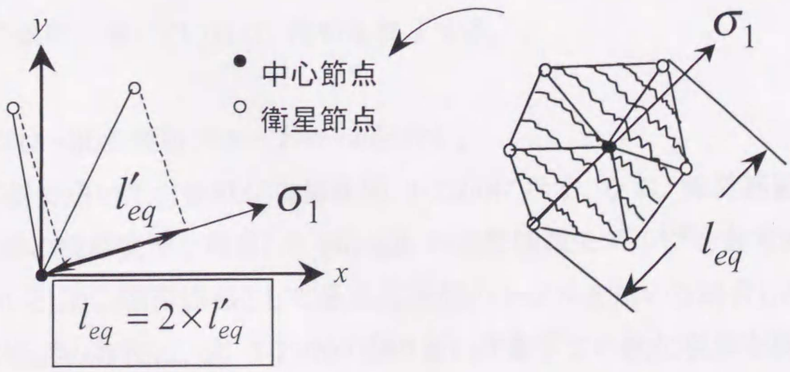


図 3-23　中心節点レベルの等価長

3．4 増分解析アルゴリズム

増分解析方法の概略は**2．4節**で述べた通りであるので，ここでは具体的な解析手順について詳述する。

(1)解析領域に最適な節点分布を，入力データとして与える(**3．2．3節**に示すような方法などによる)。従来のフリーメッシュ法における節点情報は，節点座標と衛星節点を選択するための検索半径のみであったが，本方法では，コンクリートの材料不均質性を考慮するために，各節点に節点情報として材料特性を追加した。つまり，弾性係数，ポアソン比，引張強度，圧縮強度の追加である。

(2)フリーメッシュ法により，各節点毎に一時的なローカル要素を生成する(**3．2．1節**参照)。

(3)各節点毎に，最大引張主応力が引張強度を超えたか否かをチェックする。

(4)各節点各ローカル要素毎に，それぞれの中心節点の応力状態(弾性，軟化，除荷)に対応する要素剛性マトリックスを作成する。同時に，要素質量マトリックスおよび要素減衰マトリックスを作成し，式(2.17)の左辺の変位でまとめた項(以下，有効動的要素剛性マトリックス)を作成する。有効動的要素剛性マトリックスの中心節点に寄与する行成分のみを，全体有効動的剛性マトリックスに足し合わせる。

(5)境界条件，荷重条件に従い，全体有効動的剛性マトリックスを修正し，CG 法により連立一次方程式を解き，増分節点変位を求める。

(6)増分節点変位から増分節点力，増分節点応力，増分節点ひずみを求める。また，ひび割れ判定のための増分最大主応力を求める。ひび割れ方向を知るために，同時に最大主応力方向も求める。

(7)各増分の足し合わせを行う。

(8)解析終了条件に達したか否か判定する。達していなければ，(3)に戻る。

(9)解析終了条件に達していれば，解析を終了する。

図 3-24 に(1)～(9)の解析フローチャートを示す。

また，本解析で用いた引張軟化曲線を図 3-25(a)に示す。なお，除荷経路は，引張領域で除荷時の残留変形を考慮した Hordijk の連続関数モデル[38]を参考にし，簡略化したモデルとした。除荷経路として原点志向型のモデルを用いる場合もあるが，除荷時の残留変形の存在は，図 3-25(b)の繰り返し荷重下での軟化現象を扱った実験結果[4]からも明らかなように決して原点に戻るものではない。

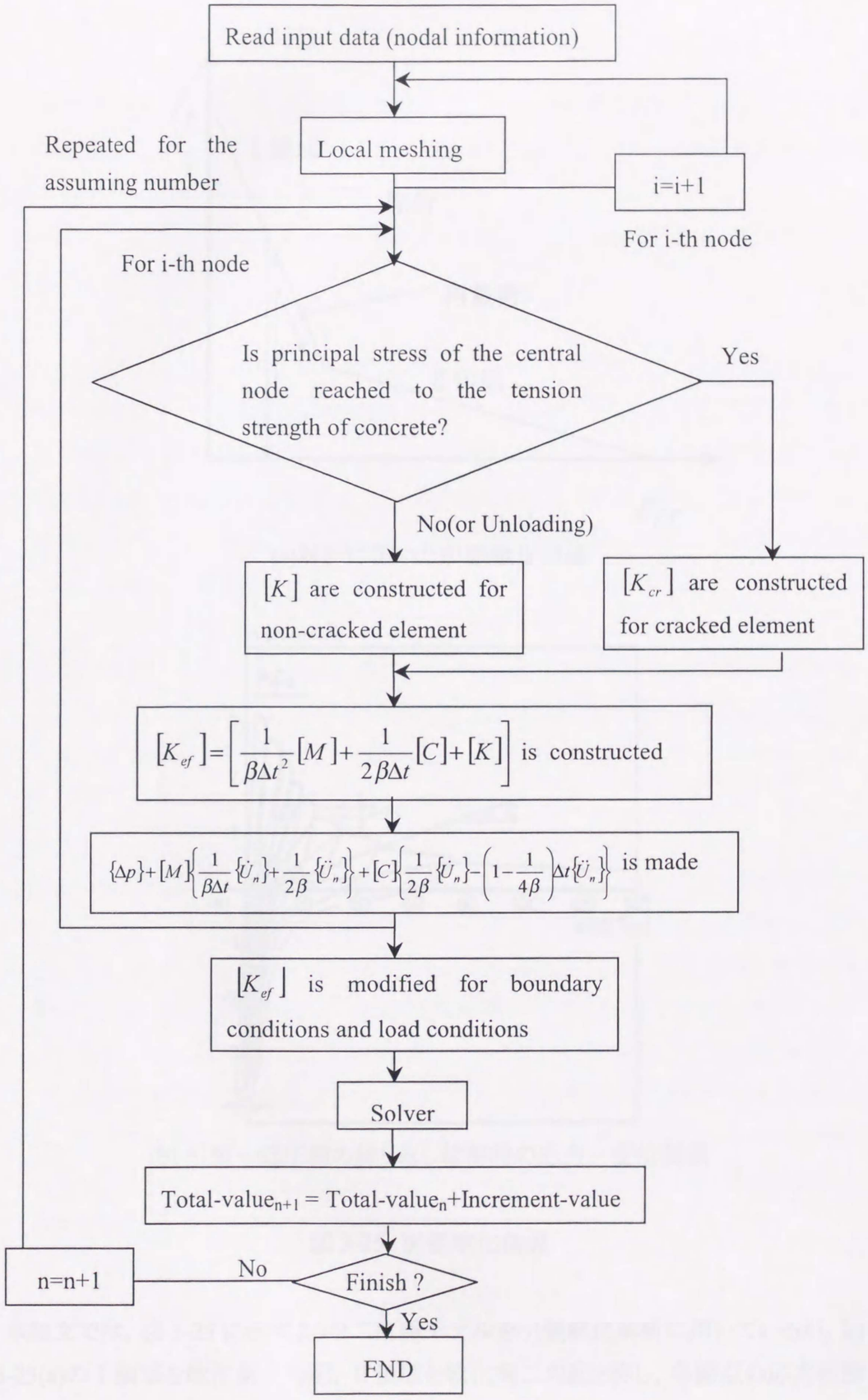
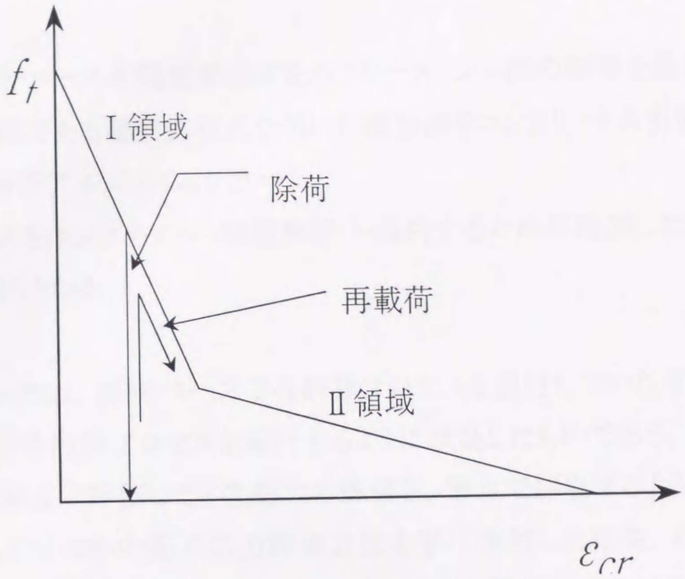
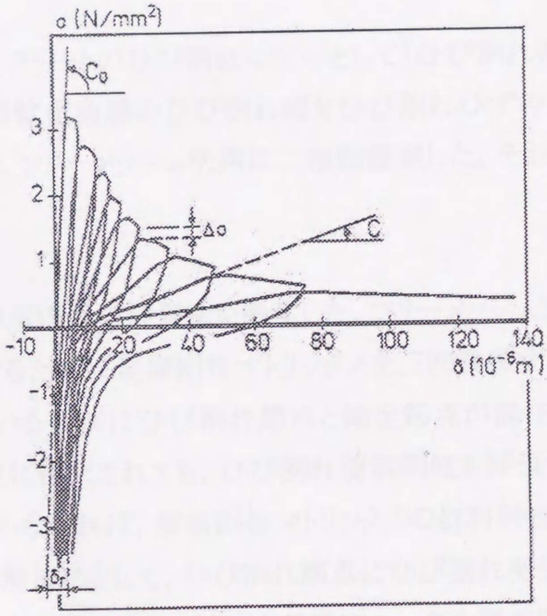


図 3-24 解析フローチャート



(a)解析に用いた引張軟化曲線



(b) 引張－低圧縮の繰り返し載荷時の応力－変位関係

図 3-25 引張軟化曲線

本論文では，図 3-25 に示すような二直線モデルを引張軟化解析に用いているが，図 3-25(a)の I 領域を軟化第一勾配，II 領域を軟化第二勾配と称し，各節点の応力状態を弾性領域，軟化第一勾配，軟化第二勾配，除荷および再載荷で示した。