

琉球大学学術リポジトリ

一様断面棒の横振動時における端末条件 第2報:集中質量のついたはりの自由振動および強制振動

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学工学部 公開日: 2013-05-15 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 屋富祖, 建樹, Yafuso, Tateki メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/26074

一様断面棒の横振動時における端末条件
 第2報：集中質量のついたはりの自由
 振動および強制振動

屋 富 祖 建 樹*

End Condition of the Transverse Vibration
 of Uniform Bars.

2nd Report ; Free and Forced Vibration
 of lumped mass bars.

Tateki YAFUSO

In the previous report, author led a equation of end condition involving the effect of rotary inertia for free transverse vibration of uniform bars and inuestigated the effect of rotary inertia on angular frequency and end condition, This paper investigates continuously the frequency equation and the equation of end condition for free and ofrced vibration of lumped mass bars. Experimental results of bending moment at the built-in end agree well with theoretical value.

第1章 緒 言

1)
 前報告においては、一様断面棒の自由横振動に対する振動数方程式と端末条件式を誘導し、振動数と端末条件に及ぼす回転慣性の影響を調べ、導びかれた端末条件式が実験とよく一致することを確かめた。本研究では、引き続き強制振動に対する振動数方程式と端末条件式について検討する。実験では、はりに周期的強制力を与えるために起振機を取りつけたが、はりの運動を取扱うにあたっては、この起振機をはりの途中に付着した集中質量であるとみなした。

ここでは、まず起振機が取り付けられた点ではりを2つの部分に分けて2つの運動方程式をたてる。続いて切断面における両部のせん断力差が強制力と起振機の慣性力に等しいとおき、連続の条件と両端の境界条件とを用いて運動方程式を解く。強制振動に対して誘導された理論式は、外力の項をゼロとおくことによってただちに集中質量のついたはりの自由振動に対する式となる。

記号説明

- F : 周期的強制力
- F₀ : 周期的強制力の最大値
- k_n : 周期的強制力の角振動数
- m : 起振機の質量
- ω_n : はりの固有角振動数
- ℓ : スパンの長さ
- ℓ1 : 支持端より起振機までの距離

第2章 集中質量のついたはりの強制振動に対する運動方程式と解

図1は、はりの途中に集中質量のついたはりのたわみ線図を示している。

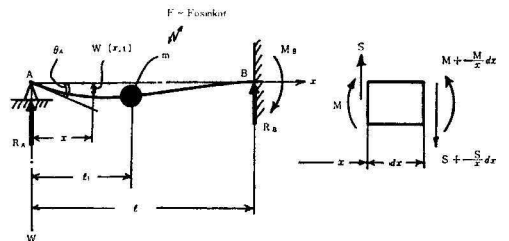


Fig. 1

受付： 1973年10月31日

* 琉球大学理工学部機械工学科

軸線方向や曲げモーメントMとせん断力Sの方向は図1に示すとおりである。運動方程式の求め方は前節と同じであるので詳細は省略する。まず、はりを2つの部分に分けて $x \leq l_1$ の部分のたわみを w_1 、 $x \geq l_1$ の部分のたわみを w_2 とすれば、次のような2つの運動方程式が成立する。

$$\frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + \frac{\rho_f}{EI} \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} - \frac{\rho_f K^2}{EI} \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} + \frac{\rho_f}{EI} \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} - \frac{\rho_f K^2}{EI} \frac{\partial^4 w_2}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \quad (2)$$

(1), (2)式よりたわみ w_1 , w_2 を求めると(3), (4)式となる。

$$w_1 = \varphi_1(x) \cdot \text{sink}_n t \quad (0 \leq x \leq l_1) \quad (3)$$

$$w_2 = \varphi_2(x) \cdot \text{sink}_n t \quad (l_1 \leq x \leq l) \quad (4)$$

ここで

$$\varphi_1(x) = A_1 \cosh px + B_1 \sinh px + C_1 \cos qx + D_1 \sin qx \quad (5)$$

$$\varphi_2(x) = A_2 \cosh px + B_2 \sinh px + C_2 \cos qx + D_2 \sin qx \quad (6)$$

である。

支持端 $x=0$ では、次の4つの境界条件が存在する。

$$\left. \begin{aligned} (\varphi_1)_{x=0} &= 0 \\ \left(\frac{d\varphi_1}{dx} \right)_{x=0} &= \theta_A \\ \left(EI \frac{d^2\varphi_1}{dx^2} \right)_{x=0} &= 0 \\ \left(EI \frac{d^3\varphi_1}{dx^3} \right)_{x=0} &= R_A \end{aligned} \right\} (7)$$

(5), (7)式より A_1, B_1, C_1, D_1 を決定すれば

ここで

$$G = \frac{mk_n^2}{EI p q (p^2 + q^2)} \left\{ (q^3 \sinh pl_1 + p^3 \sin ql_1) \theta_A + (q \sinh pl_1 - p \sin ql_1) \frac{R_A}{EI} \right\} + \frac{F_0}{EI} \quad (11)$$

(8), (10)式を(5), (6)式に代入すると(12), (13)式が得られる。

$$\varphi_1(x) = \frac{1}{pq(p^2 + q^2)} \left[q(q^2 \theta_A + \frac{R_A}{EI}) \sinh px + p(p^2 \theta_A - \frac{R_A}{EI}) \sin qx \right] \quad (12)$$

$$\varphi_2(x) = \frac{1}{pq(p^2 + q^2)} \left[-q \sinh pl_1 \cdot G \cosh px + q(q^2 \theta_A + \frac{R_A}{EI} + \cosh pl_1 \cdot G) \sinh px + p \sin ql_1 \cdot G \cos qx + p(p^2 \theta_A - \frac{R_A}{EI} - \cos ql_1 \cdot G) \sin qx \right] \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 0 \\ B_1 &= \frac{q^2 \theta_A}{p(p^2 + q^2)} + \frac{R_A}{p(p^2 + q^2)EI} \\ C_1 &= 0 \\ D_1 &= \frac{p^2 \theta_A}{q(p^2 + q^2)} - \frac{R_A}{q(p^2 + q^2)EI} \end{aligned} \right\} (8)$$

次に、 $x=l_1$ では次の4つの連続の条件が存在する。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_2 \\ \frac{d\varphi_1}{dx} &= \frac{d\varphi_2}{dx} \\ \frac{d^2\varphi_1}{dx^2} &= \frac{d^2\varphi_2}{dx^2} \\ EI \left(\frac{\partial^3 w_1}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 w_2}{\partial x^3} \right) &= m \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} \right) - F_0 \text{sink} t \end{aligned} \right\} (9)$$

(3), (4), (5), (6)式と(8), (9)式より A_2, B_2, C_2, D_2 を決定すれば

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= -\frac{\sinh pl_1}{p(p^2 + q^2)} \cdot G \\ B_2 &= \frac{q^2 \theta_A}{p(p^2 + q^2)} + \frac{R_A}{p(p^2 + q^2)EI} + \frac{\cosh pl_1}{p(p^2 + q^2)} \cdot G \\ C_2 &= \frac{\sin ql_1}{q(p^2 + q^2)} \cdot G \\ D_2 &= \frac{p^2 \theta_A}{q(p^2 + q^2)} - \frac{R_A}{q(p^2 + q^2)EI} - \frac{\cos ql_1}{q(p^2 + q^2)} \cdot G \end{aligned} \right\} (10)$$

さらに(12), (13)式を(3), (4)式に代入すれば, たわみ w_1 , w_2 は(14), (15)式となる。

$$w_1 = \frac{1}{pq(p^2+q^2)} \left[q(q^2 \theta_A + \frac{R_A}{EI}) \sinh px + p(p^2 \theta_A - \frac{R_A}{EI}) \sin qx \right] \sin k_n t \quad (0 \leq x \leq \ell_1) \quad (14)$$

$$w_2 = \frac{1}{pq(p^2+q^2)} \left[-\sinh p\ell_1 \cdot G \cdot \cosh px + q(q^2 \theta_A + \frac{R_A}{EI} + \cosh p\ell_1 \cdot G) \sinh px \right. \\ \left. + p \sin q\ell_1 \cdot G \cdot \cos qx + p(p^2 \theta_A - \frac{R_A}{EI} - \cos q\ell_1 \cdot G) \sin qx \right] \sin k_n t \quad (\ell_1 \leq x \leq \ell) \quad (15)$$

本式が集中質量のついたはりの強制振動に対する運動方程式(1), (2)式の解である。

2.1 振動数方程式

固定端 $x = \ell$ では

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2 &= 0 \\ \frac{d\varphi_2}{dx} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

なる境界条件が存在するので (12)式と(10)式より(17), (18)式を得る。

$$- (q \sinh p\ell_1 \cdot G) \cosh p\ell + (q^2 \theta_A + \frac{R_A}{EI} + \cosh p\ell_1 \cdot G) \sinh p\ell + (p \sin q\ell_1 \cdot G) \cos q\ell \\ + p(p^2 \theta_A - \frac{R_A}{EI} - \cos q\ell_1 \cdot G) \sin q\ell = 0 \quad (17)$$

$$- (\sinh p\ell_1 G) \sinh p\ell + (q^2 \theta_A + \frac{R_A}{EI} + \cosh p\ell_1 \cdot G) \cosh p\ell - (\sin q\ell_1 \cdot G) \sin q\ell \\ + (p^2 \theta_A - \frac{R_A}{EI} - \cos q\ell_1 \cdot G) \cos q\ell = 0 \quad (18)$$

(17)式を(18)式に代入して整理すれば

$$\left\{ q^3 \sinh p\ell + p^3 \sin q\ell - \frac{mk_n^2}{EI pq(p^2+q^2)} (q^3 \sinh p\ell_1 + p^3 \sin q\ell_1) \cdot H \right\} \theta_A \\ + \left\{ q \sinh p\ell - p \sin q\ell - \frac{mk_n^2}{EI pq(p^2+q^2)} (q \sinh p\ell_1 - p \sin q\ell_1) \cdot H \right\} \frac{R_A}{EI} - H \cdot \frac{F_o}{EI} = 0 \quad (19)$$

を得る。ここで

$$H = q (\sinh p\ell_1 \cosh p\ell - \cosh p\ell_1 \sinh p\ell) + p (\cos q\ell_1 \sin q\ell - \sin q\ell_1 \cos q\ell) \quad (20)$$

同様に(17)式と(18)式とから

$$\left\{ q^2 \cosh p\ell + p^2 \cos q\ell - \frac{mk_n^2}{EI pq(p^2+q^2)} (q^3 \sinh p\ell_1 + p^3 \sin q\ell_1) \cdot J \right\} \theta_A \\ + \left\{ \cosh p\ell - \cos q\ell - \frac{mk_n^2}{EI pq(p^2+q^2)} (q \sinh p\ell_1 - p \sin q\ell_1) \cdot J \right\} \frac{R_A}{EI} - J \cdot \frac{F_o}{EI} = 0 \quad (21)$$

ここで

$$J = \sinh p\ell_1 \sinh p\ell - \cosh p\ell_1 \cosh p\ell + \sin q\ell_1 \sin q\ell + \cos q\ell_1 \cos q\ell \quad (22)$$

固有振動数を求めるために(19), (21)式において $F=0$ とおき, k_n を ω_n に置換えて自由振動の場合を考えてみる。 $R_A \neq 0$ であるので(19)式から

$$EI \frac{\theta_A}{R_A} = - \frac{q \sinh p \ell - p \sin q \ell - \frac{m \omega_n^2}{EI p q (p^2 + q^2)} (q \sinh p \ell_1 - p \sin q \ell_1) \cdot H}{q^3 \sinh p \ell + p^3 \sin q \ell - \frac{m \omega_n^2}{EI p q (p^2 + q^2)} (q^3 \sinh p \ell_1 + p^3 \sin q \ell_1) \cdot H} \quad (23)$$

(21)式から

$$EI \frac{\theta_A}{R_A} = - \frac{\cosh p \ell - \cos q \ell - \frac{m \omega_n^2}{EI p q (p^2 + q^2)} (q \sinh p \ell_1 - p \sin q \ell_1) \cdot J}{q^2 \cosh p \ell + p^2 \cos q \ell - \frac{m \omega_n^2}{EI p q (p^2 + q^2)} (q^3 \sinh p \ell_1 + p^3 \sin q \ell_1) \cdot J} \quad (24)$$

(23)式と(24)式を等しくおき、これを整理すれば(25)式を得る。

$$(p^2 + q^2) (q \sinh p \ell \cos q \ell - p \cosh p \ell \sin q \ell) - \frac{m \omega_n^2}{EI p q} \left\{ -2 p q \sinh p \ell_1 \sin q \ell_1 - p q (\sinh^2 p \ell_1 - \sin^2 q \ell_1) \right. \\ \left. \sinh p \ell \sin q \ell - (q \sinh p \ell_1 \cosh p \ell_1 - p \sin q \ell_1 \cos q \ell_1) (q \sinh p \ell \cos q \ell - p \cosh p \ell \sin q \ell) \right. \\ \left. + (p^2 \sin^2 q \ell_1 + q^2 \sinh^2 p \ell) \cosh p \ell \cos q \ell \right\} = 0 \quad (25)$$

本式が集中質量のついた一端支持、他端固定のよりの振動数方程式である。

2.2 端末条件式

固定端 $x = \ell$ の曲げモーメントとせん断力は M_B および R_B である。これら2つの条件を(14)式に用いれば(26)、

(27)式が得られる。

$$- p \sinh p \ell_1 \cosh p \ell \cdot G + p (q^2 \theta_A + \frac{R_A}{EI} + \cosh p \ell \cdot G) \sinh p \ell - q \sin q \ell_1 \cos q \ell \cdot G \\ - q (p^2 \theta_A - \frac{R_A}{EI} - \cos q \ell_1 \cdot G) \sin q \ell = (p^2 + q^2) \frac{M_B}{EI} \quad (26)$$

$$- p^2 \sinh p \ell_1 \sinh p \ell \cdot G + p^2 (q^2 \theta_A + \frac{R_A}{EI} + \cosh p \ell_1 \cdot G) \cosh p \ell + q^2 \sin q \ell_1 \sin q \ell \cdot G \\ - q^2 (p^2 \theta_A - \frac{R_A}{EI} - \cos q \ell_1 \cdot G) \cos q \ell = (p^2 + q^2) \frac{R_A}{EI} \quad (27)$$

(27)、(28)式と(17)、(18)式とから(28)、(29)、(30)、(31)式が得られる。

$$\cosh p \ell = \frac{(q^2 \theta_A + \frac{R_A}{EI} + \cosh p \ell_1 \cdot G) \frac{R_B}{EI} + p \sinh p \ell_1 \cdot G \frac{M_B}{EI}}{(q^2 \theta_A + \frac{R_A}{EI} + \cosh p \ell_1 \cdot G)^2 - (\sinh p \ell \cdot G)^2} \quad (28)$$

$$\sinh p \ell = \frac{\sinh p \ell_1 \cdot G \frac{R_B}{EI} + p (q^2 \theta_A + \frac{R_A}{EI} + \cosh p \ell_1 \cdot G) \frac{M_B}{EI}}{(q^2 \theta_A + \frac{R_A}{EI} + \cosh p \ell_1 \cdot G)^2 - (\sinh p \ell_1 \cdot G)^2} \quad (29)$$

$$\cos ql = \frac{(p^2 \theta_A - \frac{R_A}{EI} - \cos ql_1 \cdot G) \frac{R_B}{EI} + q \sin ql_1 \cdot \frac{M_B}{EI}}{(p^2 \theta_A - \frac{R_A}{EI} - \cos ql_1 \cdot G)^2 + (\sin ql_1 \cdot G)^2} \quad (30)$$

$$\sin ql = \frac{\sin ql_1 \cdot G \frac{R_B}{EI} - q(p^2 \theta_A - \frac{R_A}{EI} - \cos ql_1 \cdot G) \frac{M_B}{EI}}{(p^2 \theta_A - \frac{R_A}{EI} - \cos ql_1 \cdot G)^2 + (\sin ql_1 \cdot G)^2} \quad (31)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \cosh^2 p\ell - \sinh^2 p\ell &= 1 \\ \cos^2 ql + \sin^2 ql &= 1 \end{aligned} \right\}$$

なる関係式を用いると(32), (33)式を得る。

$$\begin{aligned} R_B^2 - p^2 M_B^2 &= (EI)^2 \left\{ (q^2 \theta_A + \frac{R_A}{EI} + \cosh p\ell_1 \cdot G)^2 - \sinh^2 p\ell \cdot G^2 \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} R_B^2 + q^2 M_B^2 &= (EI)^2 \left\{ (q^2 \theta_A - \frac{R_A}{EI} - \cos ql_1 \cdot G)^2 + \sin^2 ql_1 \cdot G^2 \right\} \end{aligned} \quad (33)$$

(32), (33)式より M_B^2 と R_B^2 を求めると, 端末条件式(34), (35)式が求まる。

$$\begin{aligned} M_B^2 &= (EI)^2 \left[(p^2 - q^2) \theta_A^2 - 2 \theta_A \frac{R_A}{EI} + \frac{2}{p^2 + q^2} \left\{ (\cos ql_1 - \cosh p\ell_1) \frac{R_A}{EI} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (p^2 \cos ql_1 + q^2 \cosh p\ell_1) \theta_A \right\} G \right] \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} R_B^2 &= (EI)^2 \left[(p^4 - p^2 q^2 + q^4) \theta_A^2 + \left(\frac{R_A}{EI} \right)^2 - 2(p^2 - q^2) \theta_A \frac{R_A}{EI} + \frac{2}{p^2 + q^2} \left\{ (q^2 \cosh p\ell + p^2 \cos ql_1) \frac{R_A}{EI} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (q^4 \cosh p\ell_1 - p^4 \cos ql_1) \theta_A \right\} G + G^2 \right] \end{aligned} \quad (35)$$

前報と同様にして(34), (35)式中の θ_A , R_A をたわみを用いて表わす。(12)式に示される $0 \leq x \leq \ell_1$ におけるたわみを δ_x とおいて式を書換えると(36)式が得られる。

$$pq(2 + q^2) \delta_x = (q^3 \sinh px + p^3 \sin qx) \theta_A + (q \sinh px - p \sin qx) \frac{R_A}{EI} \quad (36)$$

また(21)式より(37)式が得られる。

$$\theta_A = \frac{\left\{ \cosh p\ell - \cos ql - \frac{mk_n^2}{EI pq(p^2 + q^2)} (q \sinh p\ell_1 - p \sin ql_1) \cdot J - J \frac{F_0}{EI} \right.}{q^2 \cosh p\ell + p^2 \cos ql - \frac{mk_n^2}{EI pq(p^2 + q^2)} (q^3 \sinh p\ell_1 + p^3 \sin ql_1) \cdot J} \quad (37)$$

(37)式を(36)式に代入して整理すれば(38)式が得られる。

$$\frac{R_A}{EI} = \frac{pq(p^2 + q^2) \delta_x \left\{ q^2 \cosh p\ell + p^2 \cos ql - \frac{mk_n^2}{EI pq(p^2 + q^2)} \right.}{(p^2 + q^2) \left\{ q \sinh px \cos ql - p \sin qx \cosh p\ell \right.}$$

$$\frac{(q^3 \sinh p \ell_1 + p^3 \sin q \ell_1) \cdot J \left\} - (q^3 \sinh px + p^3 \sin qx) \frac{F_0}{EI} \cdot J \right.}{+ \frac{mk_n^2}{EI(p^2+q^2)} (\sin qx \sinh p \ell_1 - \sinh px \sin q \ell_1) \cdot J \left. \right\}} \quad (38)$$

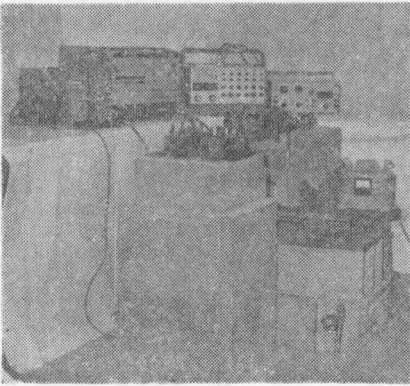
(38)式を(37)式に代入すれば(39)式が得られる。

$$\theta_A = \frac{pq \delta_x \left\{ \cosh p \ell - \cos q \ell - \frac{mk_n^2}{EIpq(p^2+q^2)} (q \sinh p \ell_1 - p \sin q \ell_1) \cdot J \right.}{\left\{ q \sinh px \cos q \ell - p \sin qx \cosh p \ell + \frac{mk_n^2}{EI(p^2+q^2)} (\sin qx \sinh p \ell_1 - \sinh px \sin q \ell_1) \cdot J \right.}{\left. \left[(q^3 \sinh px + p^3 \sin qx) \left\{ \cosh p \ell - \cos q \ell \right. \right. \right.}{(p^2+q^2) \left\{ q^2 \cosh p \ell + p^2 \cos q \ell - \frac{mk_n^2}{EIpq(p^2+q^2)} \right.}{- \frac{mk_n^2}{EIpq(p^2+q^2)} (q \sinh p \ell_1 - p \sin q \ell_1) \cdot J \left. \right\} + (p^2+q^2)} \left. \right\} \left\{ q \sinh px \cos q \ell \right.}{\left. \left[q \sinh px \cos q \ell - p \sin qx \cosh p \ell + \frac{mk_n^2}{EI(p^2+q^2)} (\sin qx \sinh p \ell_1 - \sinh px \sin q \ell_1) \cdot J \right] \frac{F_0}{EI} \cdot J \right.}{- p \sin qx \cosh p \ell + \frac{mk_n^2}{EI(p^2+q^2)} (\sin qx \sinh p \ell_1 - \sinh px \sin q \ell_1) \cdot J \left. \right\}} \quad (39)$$

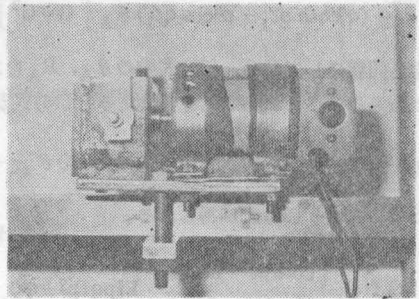
(38), (39)式を(34), (35)式に代入すれば M_B , R_B が δ_x で表わされる。よって、 $0 \leq x \leq \ell_1$ におけるはりのたわみ δ_x がわかれば、固定端における曲げモーメント M_B とせん断力 R_B が(34), (35), (38), (39)式を用いることによって容易に求まる。

第3章 実験装置および実験方法

実験装置の概略を写真1に示す。写真2は起振機である。起振機の2枚の回転羽根は、高速モータによつ



Picture 1 Experimental Apparatus



Picture 2. Oscillator

て同じ角度でたがいに反対の方向に回転させられ、はりに正弦的に変化する鉛直方向の力を与える。起振機の回転速度は変圧機によって制御され、回転によって生ずる高次ノイズは固定端のひずみ波形を乱すので万能分析器によって取り除かれる。

実験に用いた軟鋼はりを使用した機器は第1報に示

した通りである。起振機の質量 m は 2.4×10^{-3} ($kg \text{ sec}^2/cm^4$) である。

第4章 実験結果および考察

図2, 図3, 図4は, 集中質量のついたはりの自由振動に対するはりのたわみの実験値と固定端の曲げモーメントの理論値を縦軸に, 時間を横軸にとり1サイクルについて示したものである。ここで ω_n ははりの第1次固有角振動数の実験値であり, l_1 は支持端より起振機の取り付け位置までの距離である。これらの理論値と実験値の誤差は最大10%であり満足すべき結果が得られた。

図5, 図6, 図7は, 集中質量のついたはりの強制振動の理論値を示している。ここで k_n は周期的強制力の角振動数である。実験値の測定は第1次共振点の直前で行った。これらの場合も理論値と実験値は比較的良く一致している。理論値と実験値の誤差は11%以内である。

第1報および本研究における実験の結果は, 自由振動, 集中質量のついた場合の自由および強制振動のいずれの場合にも固定端の曲げモーメントの実験値は理論値よりも常に低くなることを示している。このように実験値と理論値の間に誤差が生ずる原因としては種々のことが考えられるが, 主要な原因は次の4つであると考えられる。

- 1) 本研究の末端条件式には, せん断変形の影響が考慮されていない。
- 2) 理論計算は, 基準振動のうち第1次固有振動に対応する基本振動についてのみ行い, 2次以上の基準振動を考慮していない。

3) 固定端および支持端の条件を完全に実現させることは不可能である。理論式の誘導に際して用いる境界条件で, 固定端における傾き角をゼロ, 支持端における変位をゼロと仮定しているが, 厳密には固定端は弾性支持であり, 支持端でのボールベアリングとレールには隙間が存在する。

4) 起振機によって発生する力が完全には左右等しくなっていない。そのため, はりに水平方向の振動やねじり振動が発生する。

これらのことを考慮に入れた理論式を導き, 実験装置を改良すれば, 実験値と理論値の間にさらに満足すべき一致が得られるものと思われる。

第5章 結論

1. 本研究では, 集中質量のついた一端支持, 他端固定のはりの横振動に対する回転慣性の影響をも考慮した振動数方程式(25)と末端条件式(34), (35)を求めた。これらの理論は, はり理論を拡張するのに役立つものである。

2. 本研究で求めた固定端の曲げモーメントを表わす末端条件式(34)は実際にも十分使用できるものである。

最後に本研究にあたって, 終始熱心に御指導いただいた, 鹿児島大学富武満教授, 田中豊助教授に対し心からの感謝の意を表します。また終始熱心に実験の遂行に協力下さった, 有富正男, 荒谷明教の両君に深く感謝の意を表します。

文 献

- 1) 屋富祖建樹 本論文集掲載

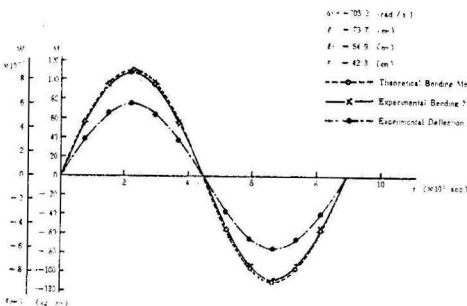


Fig. 2 Bending moment and deflection for S-1

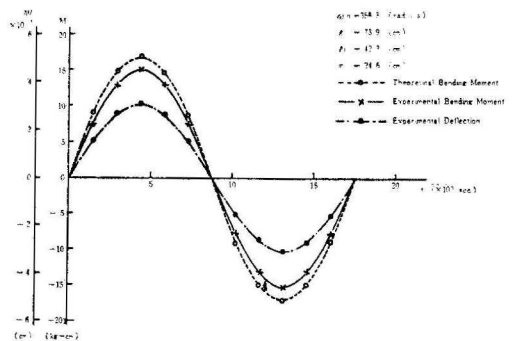


Fig. 3 Bending moment and deflection for S-2

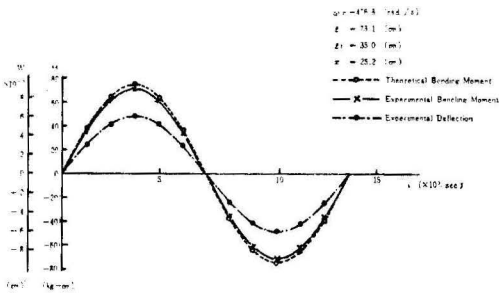


Fig. 4 Bending moment and deflection for S-3

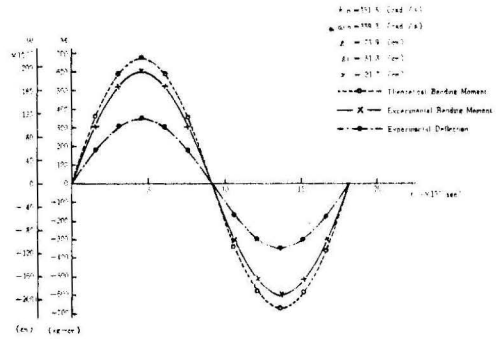


Fig. 6 Bending moment and deflection for S-2

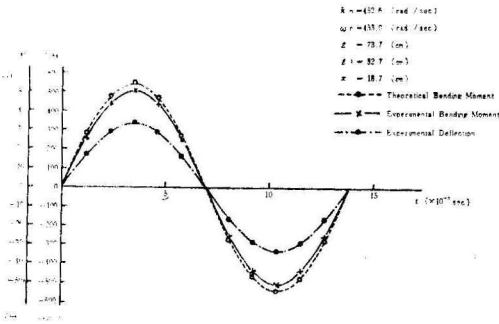


Fig. 5 Bending moment and deflection for S-1

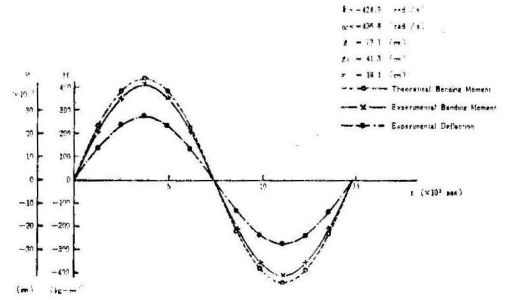


Fig. 7 Bending moment and deflection for S-3