カップリング状モデルの局部すべりによる減衰能

カップリング状モデルの局部すべりによる減衰能

久　米　靖　文*

Slip Damping in Coupling Model

Yasufumi KUME

Summary

Slip damping depends on the coefficient of friction, clamping pressure, shear stress and strain distribution and the contact surface geometry. Therefore, slip damping occurs at an interface surface (a surface integral), whereas material damping occurs throughout the volume of a part (a volume integral).

In this paper, we considered the behavior of torsion bar with contact surface for damping mechanism and evaluated the damping of this case analytically and tried to measure the damping of coupling model.

It became clear that maximum damping occurs at " optimum " pressure.

1. まえがき

接合面を含む結合部の減衰能は以前から注目されている。しかしその減衰能の発生機構についての研究はほとんどされていない。したがって，既報[1)]では接合面の減衰能を評価するために接合面を含む系の挙動である矩形波応答発生限界を明らかにした。この報告から，系の挙動の応答が正弦波状である場合の接触機構には二つの場合があると考えられる。一つは局部すべりを行なっている場合で，他は完全に一体運動を行なっている場合である。前者は2個の局部弾性体が接合されていると考えられる。したがって局部すべりを行なっている場合は減衰能が接触機構と振動系の挙動に依存することになるし，この場合の減衰能はこの系の消散エネルギーを求めて，これを振動エネルギーで無次元化すればよい[2)]。

面圧はもちろん減衰能に大いに影響するが面間介在物，あるいは面あらさは減衰能に影響する因子のうちで，摩擦係数を変化させるものであると考えることができる。ここでは局部すべりによる減衰能の発生機構に関する一考察を述べる。

受付：1974年10月31日

＊琉球大学理工学部機械工学科

減衰能の発生機構の模型としては1端固定の中空丸棒のねじりの挙動を想定する。その中空丸棒は軸と直角に接合面をもち，接合面が完全固着結合した場合の1次のねじり振動モードのみを考え，この場合の減衰能を評価する。つぎにカップリング状モデルを使用して実験を行ない。減衰能を測定し，減衰能と面圧との関係を明らかにした。

2. 1端固定の中空丸棒で軸に直角な接合面をもつ場合の減衰能

Fig. 1 のような1端固定の中空丸棒が軸に直角な接合面をもつ場合の減衰能を評価する。解析においてはつぎのような仮定を設定した。

1) 丸棒の中心軸は変形後も直線を保つ。
2) 接合面上ではクーロン型の摩擦特性をもつ。
   イ．摩擦係数は同じ面を何回繰返しすべらせても等しい。
   ロ．摩擦係数は法線方向の圧力には独立である。
   ハ．静摩擦係数と運動摩擦係数の大きさが等しい。
3) 接合面上での面圧は一定とする。

1端固定の中空丸棒が接合面A－Aで接合しているときのねじりの挙動を考える。この接合面は丸棒の軸と

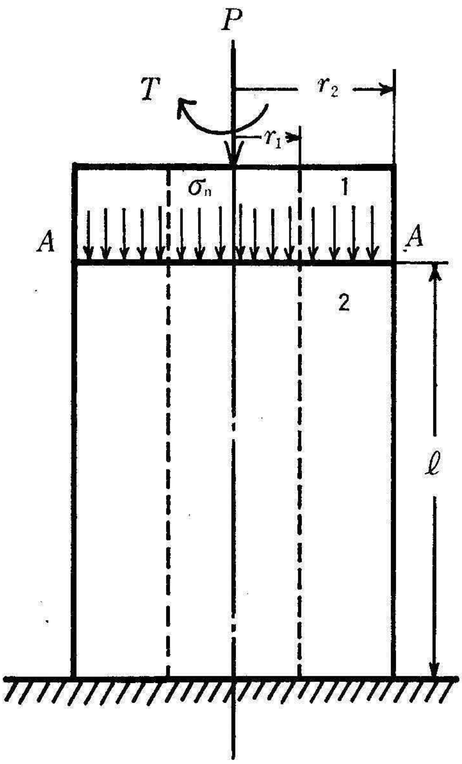


Fig. 1 Model for analysis

垂直である。しかも，接合面を完全固着結合と考えた場合の1次のねじりモードのみを考える。接合面のせん断応力分布は **Fig.** 2のようになり実線は完全固着の場合の応力分布である。この接合面上に働く摩擦係

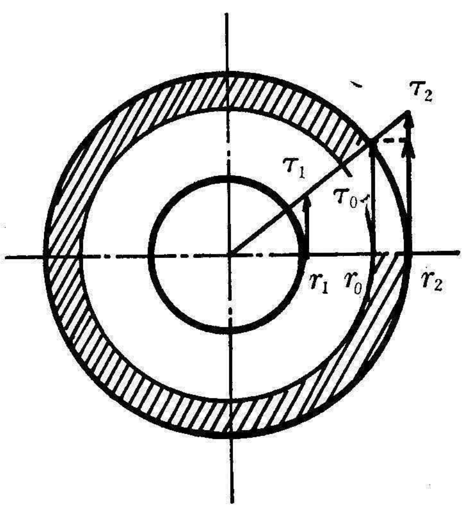


Fig. 2 Shear stress distribution

数をμ，面に直角な方向の応力すなわち法線圧力をσnとすると，面に沿って働く摩擦力は単位面積あたり$\mu \cdot \sigma n$である。この$\mu\sigma n$とせん断応力τが等しいところがすべりの限界となる。この限界せん断応力をτ_oとすると，τ_oより大きいせん断応力のところでは相対すべりが発生し，τ_oより小さいせん断応力では相対すべりは発生しない。すべり領域は半径方向で，r_oからr_2となり斜線の部分が相対すべりが発生している領域となる。そのときのねじれ角をθ_oとすると，次式が成立する。

$$\tau_o = G\gamma_o = \frac{G r_o}{\ell}\theta \tag{1}$$

相対すべりを発生している領域で，**1**の部分は$r\theta_o$の変位をし，**2**の部分は$r_o\theta_o$の変位をする。この領域での相対すべりの大きさは$r\theta_o - r_o\theta_o$である。したがって，微小面積$\triangle S$に生ずる消散エネルギー$\triangle D$はつぎのようになる。

$$\triangle D = (r\theta_o - r_o\theta_o)\,\mu\sigma n\,\triangle S \tag{2}$$

$\triangle S = \triangle r \cdot r \cdot \triangle\theta$であるので，消散されるエネルギー$D$は

$$D = \int_o^{2\pi}\int_{r_o}^{r_2} \mu \cdot \sigma n \cdot r\,(r\theta_o - r_o\theta_o)\,dr\,d\theta \tag{3}$$

となり，μとσnは接合面上では一定であるとして積分すると，

$$D = \mu\sigma n\theta_o\left\{\frac{2}{3}\pi\,(r_2^3 - r_o^3) - \pi r_o\,(r_2^2 - r_o^2)\right\} \tag{4}$$

となる。$\tau_o = \mu\sigma n$，$r_o/r_2 = \tau_o/\tau_2$を代入すると，

$$D = \frac{\pi\ell r_2^2}{G}\left\{\frac{1}{3}\frac{1}{\tau_2^2}\mu^4\sigma_n^4 - \mu^2\sigma_n^2 + \frac{2}{3}\tau_2\mu\sigma n\right\} \tag{5}$$

となる。（5）式より最適なσnを求めてみると

$$\sigma n = 0.366\frac{\tau_2}{\mu} \tag{6}$$

となり，式（6）が最適な締結圧力を求める式である。また$\mu = 0.366\tau_2/\sigma n$は$\sigma n$が与えられたときの最適摩擦係数となる。つぎに **Fig.** 3から明らかなように1サイクルあたりに消散されるエネルギーをD_{cyc}とすると

$$D_{cyc} = 4D = \frac{4\pi\ell r_2^2}{G}\left\{\frac{1}{3}\frac{1}{\tau_2^2}\mu^4\sigma_n^4 - \mu^2\sigma_n^2 + \frac{2}{3}\tau_2\mu\sigma_n\right\} \tag{7}$$

となる。ここでUは$\mu = \infty$のときの最大ひずみエネル

ギーとすると，

$$U = \frac{I_p \ell \tau_2^2}{2G\ r_2^2} \tag{8}$$

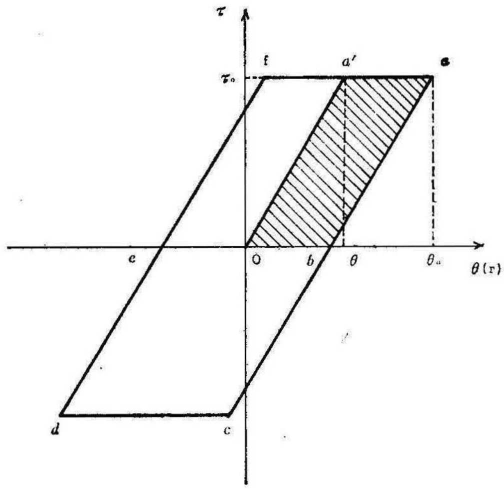


Fig. 3　Hysterisis loop

となる。減衰能を評価する無次元量Φを次式で表す。

$$\Phi = \frac{D_{cyc}}{U} \tag{9}$$

したがって，Φは

$$\Phi = \frac{2G r_2^2\ 4\pi\ \ell r_2^2}{I_p \ell \tau_2^2 G} \left\{ \frac{1}{3} \frac{\mu_4\ \sigma_n^4}{\tau_2^2} - \mu^2 \sigma_n^2 + \frac{2}{3} \tau_2\ \mu\ \sigma_n \right\} \tag{10}$$

である。$I_p = \pi\ (1 - n^4)\ r_2^4 / 2$，$n = r_1 / r_2$，$B = \mu\ \sigma_n / \tau_2$とすると，

$$\Phi = \frac{16}{(1 - n^4)} \left\{ \frac{1}{3} B^4 - B^2 + \frac{2}{3} B \right\} \tag{11}$$

となる。nをパラメータとして横軸に$B = \mu\ \sigma_n / \tau_2$，縦軸に$\Phi = D_{cyc}/U$をとると，式 (11) は**Fig**, 4 のようになる。

（9）式からも明らかのように減衰能は接合面での消散エネルギーと最大弾性エネルギーとの比によって表わす。また消散エネルギーは摩擦力と相対すべりの積である。したがって，接合面の摩擦係数と外トルクを一定にすると，法線圧力の σ_n はBが0.366までは σ_n を大きくすれば減衰能は大きくなる。Bが0.366を越えると，σ_n が大きくなると相対すべり$\triangle d$を発生することを妨げるので，消散エネルギーが小さくなり，減衰能Φも小さくなると考えることができる。同様なこと

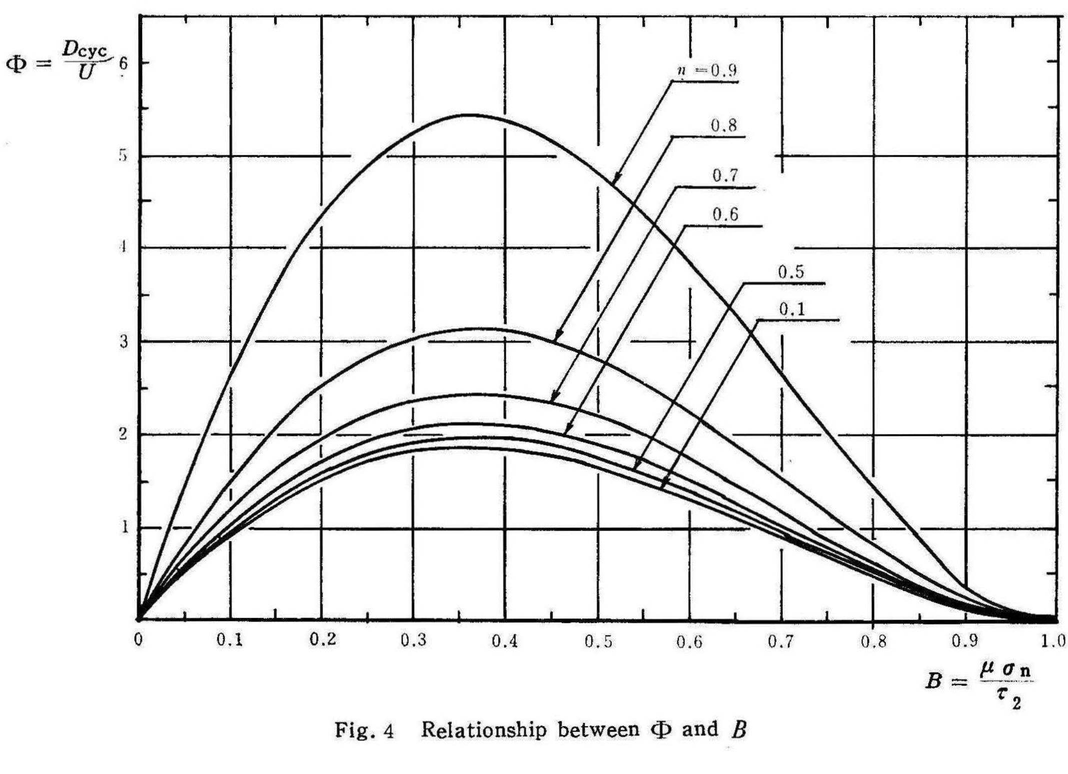


Fig. 4　Relationship between Φ and B

が摩擦係数μについても言える。つぎに接合面の摩擦係数と法線圧力を一定にすると，Bが0.366までは外トルクが大きくなれば減衰能が小さくなる。これは外トルクによる相対すべり$\triangle d$と摩擦力との積である消散エネルギーに比して，最大弾性エネルギーが大きくなるので，減衰能は小さくなる。Bが0.366以上ではτ_2すなわち外トルクが小さくなるにつれて，Φが小さくなる。これはτ_2が小さくなって最大弾性エネルギーも小さくなる。また$\triangle d$も小さくなるけれども，その弾性エネルギーに比して，$\triangle d \mu \sigma_n$による消散エネルギーが小さくなる。つぎにnすなわちr_1/r_2が大きくなると，半径に比して肉厚がうすくなるということである。肉厚がうすくなると，摩擦力は小さくなるけれども$\triangle$dが大きくなって，減衰能が大きくなる。

3. 実験装置

解析結果を確かめるために **Fig.** 5 のようなカップリング状モデルを製作した。このモデルは円錐台形の接合面をもち，これによって回転中心軸のずれを防止することができる。回転トルクはカップリング上部に取付けたレバーで与え，振れ角はカップリング下部と一体になっている薄肉円筒にひずみゲージをはって

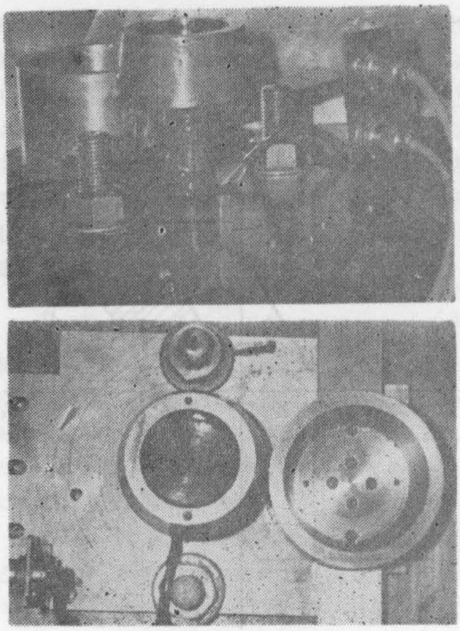


Fig. 5　Coupling model

測定した。カップリング状モデルとレバーの寸法は **Fig.** 6 に示す。その他の詳細については既報[1]に述べているのでここでは省略する。

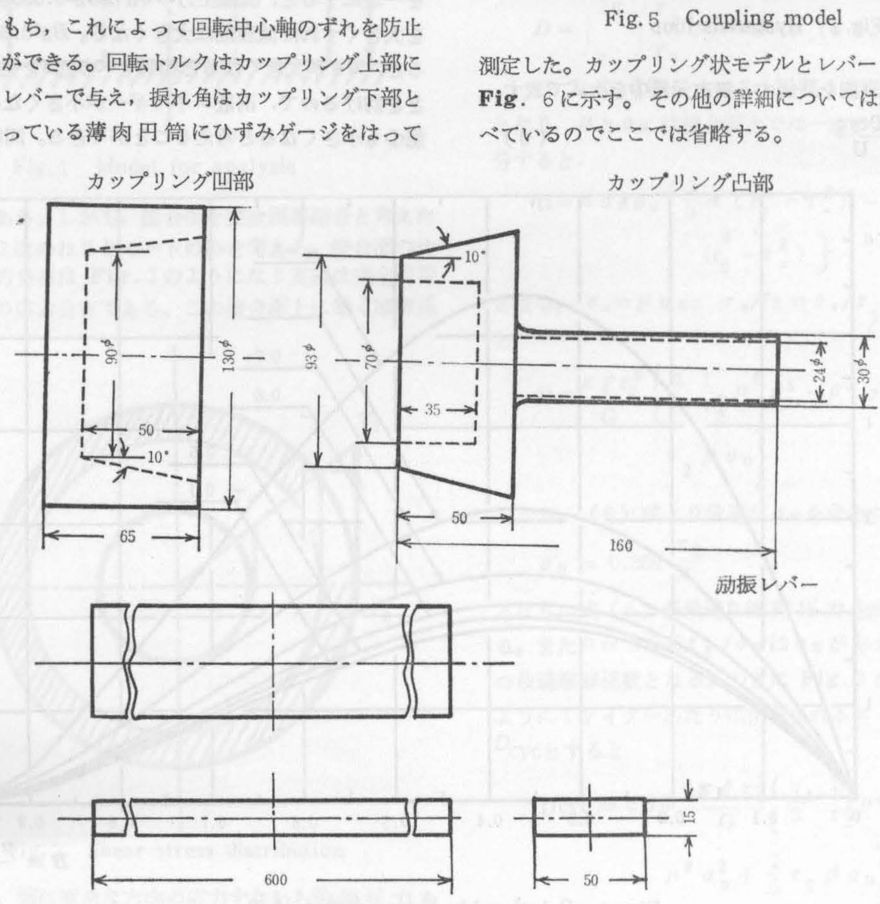
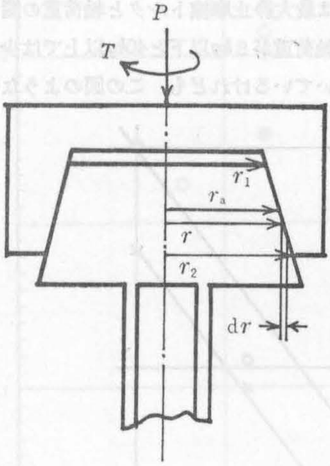


Fig. 6　Dimension of coupling model

4. 接触面上での静力学

1端固定の中空丸棒で軸に直角な接合面をもつ場合の減衰能発生機構をカップリング状モデルによる実験によって，確かめるためにつぎのような接触面上での静力学を考察した。

いま **Fig**. 7 のように，任意の半径rおよび小幅円周の長さは$2\pi r$，微小円錐台の面積は$2\pi r\cdot dr/\sin\alpha$，円錐面の法線力は$2\pi r\cdot dr p/\sin\alpha$，円錐面の法線力の軸方向分力は$2\pi r p dr$，円錐面の法線力による円錐面上の摩擦力は$2\pi r\mu d r p/\sin\alpha$，同上の軸方向の分力は$2\pi\mu r d r p\cos\alpha/\sin\alpha$となる。したがって，軸荷重Pはつぎのようになる。



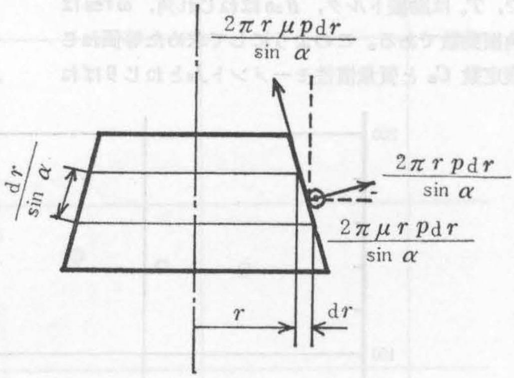


Fig. 7　Static equilibrium

$$P=2\pi\int_{r_1}^{r_2} pr\,dr+2\pi\mu\frac{\cos\phi}{\sin\varphi}\int_{r_1}^{r_2} p_r\,dr \qquad (12)$$

圧力小pは円錐面上で，一様分布をしているとすると，

$$P=2\pi p\int_{r2}^{r1} r dr+2\pi p\mu\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\int_{r_1}^{r_2} r\,dr$$

$$=\pi p\left(r_2^2-r_1^2\right)\left(1+\mu\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right) \qquad (13)$$

となる。円錐面上の法線力による円周方向の摩擦力は$2\pi r\mu dr p/\sin\alpha$であるので，摩擦トルクは$2\pi r^2\mu dr p/\sin\alpha$である。したがって伝達ねじりモーメントはつぎのようになる。

$$T=\frac{2\pi\mu}{\sin\alpha}\int_{r_1}^{r_2} Pr^2\,dr=\frac{2}{3}\frac{\pi P\mu}{\sin\alpha}\left(r_2^3-r_1^3\right) \qquad (14)$$

TとPの比を取ると

$$\frac{T}{P}=\frac{2}{3}\mu\frac{r_2^2+r_2r_1+r_1^2}{r_2+r_1}\cdot\frac{1}{\sin\alpha+\mu\cos\alpha} \qquad (15)$$

となる。したがって，摩擦トルクと軸荷重との関係はつぎのようになる。

$$T=\frac{2}{3}\mu\frac{r_2^2+r_2r_1+r_1^2}{r2+r1}\cdot\frac{P}{\sin\alpha+\mu\cos\alpha} \qquad (16)$$

この式から最大摩擦係数μと内径r_1，外径r_2軸荷重P，円錐半角αを与えれば，最大静止摩擦トルクTは決まる。

5. 実験方法

実験は接合面の潤滑の状態を一定にするために，潤滑油は SWARUBE RO 400を使用し，一定温度（室温），一定圧力で接合面に注入した。文献[3)]によると，この状態がクーロンの摩擦特性に近い挙動をするということが述べられている。まず静的な状態で，最大静止摩擦トルクと軸荷重との関係を測定する。つぎに励振周波数を一定にして，励振振幅を制御して，正弦波領域から矩形波領域へ移る限界をシンクロスコープで観測して求め，正弦波領域のところでの励振振幅を測定した。軸荷重については実験装置の都合上，8～32kgを4kgおきに実験を行なった。励振装置は市販の動電型励振器（励振力10kg）を使用した。

6. 減衰能の評価方法

前節で述べた実験方法では面圧の分布状態を測定していないので，直接，消散エネルギーを測定することができない。ゆえに，ここでは減衰能を次式を用いて，等価粘性減衰定数[4)]として表わした。

$$C_s = \frac{T_o}{\theta_{s0}\,\omega_{res}} \quad (17)$$

ここで，T_o は励振トルク，θ_{s0} はねじれ角，ω_{res} は共振角振動数である。このようにして求めた等価ねじり減衰定数 C_s と質量慣性モーメント J_s とねじりばね定数 k_s より減衰比をつぎのようにして求め，

$$\zeta = \frac{C_s}{2\sqrt{J_s k_s}} \quad (18)$$

とした。

7. 実験結果および考察

Fig. 8 は最大静止摩擦トルクと軸荷重の関係を示している。軸荷重が 8 *kg* 以下と40*kg*以上では少し実験点がばらついているけれども，この図のような直線で

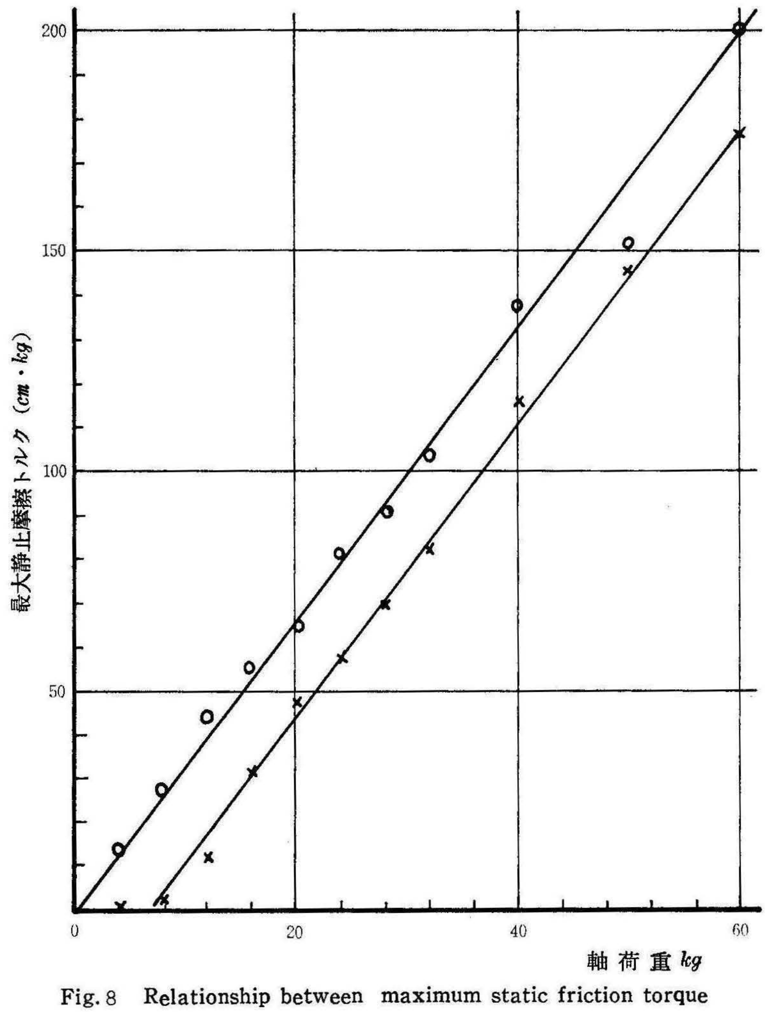


Fig. 8 Relationship between maximum static friction torque and axial load

あると仮定して実験値を整理した。そしてつぎのような実験式で表わした。

$$Tc = 3.376P - 23.56, \quad Tc\ (cm\text{—}kg), \quad P\ (kg) \quad (19)$$

この図で○印は油圧を開放した場合であるが，×印は油圧を負荷した場合である。このような静的な実験では油圧は軸荷重を除荷するはたらきをしていることがわかる。ある軸荷重に注目すると，油圧負荷の場合

は最大静止摩擦トルクは減少している。この原因は接合面の摩擦係数の減少と油圧による軸荷重の減少とが考えられる。もしも接合面の摩擦係数が減少しているとすると，この直線の勾配が減少するはずである。しかし2本の直線の勾配はほとんど等しい。したがって油圧負荷は軸荷重を除荷する働きをしていると考えた。実験式（19）と（16）式から最大静止摩擦係数を求めることができる。

Fig. 9 は減衰比と軸荷重との関係を示している。○印は実験模型の応答を変位で検出し，●印は加速度で検出した場合である。実験装置の都合上，8 *kg*～32 *kg*間，4 *kg*ごとの軸荷重で実験を行なった。軸荷重8 *kg*附近では矩形波応答発生限界の実験値を得ることが非常に困難であった。12*kg*以上では軸荷重とともに単調に減少するという傾向を示した。これは軸荷重の増加とともに相対すべりの領域を減少させるものと思われる。低い軸荷重では実験装置の系全体が不安定になることもあって，実験値がばらつき，実験値を得ることができなかった。したがって，実験では減衰能の最大値に対する最適軸荷重を明確にすることができなかった。この実験で用いたカップリング状モデルは接合面が完全固着の場合は一体運動をするがそれ以外では局部すべりか全体すべりである。局部すべりによる減衰能の発生機構の研究は弾性接触の機構と摩擦の特性が明らかになればある程度，定量的にも明確にすることができると考えた。しかし接触機構に関する研究はヘルツによって研究[5]された弾性接触論以来，わずかにソ連で研究されていただけである。とくに，相対すべりが発生する場合は弾性接触論的な立場から研究されていない。スティック・スリップに関する研究[6]では剛体同志の接触で全体すべりと付着すべりが発生するとされている。相対運動のある剛体と弾性体の接触機構についてはソ連のガーリンの研究[7]がある。また一方接触によるコンプライアンスについてはミンドリンの研究[8]があるにすぎない。

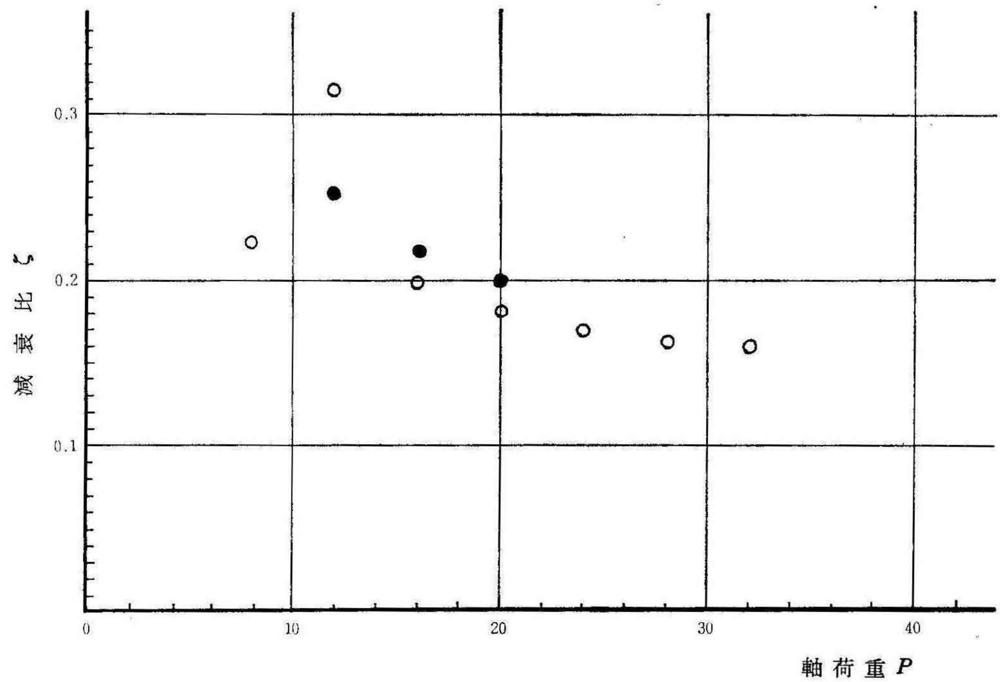
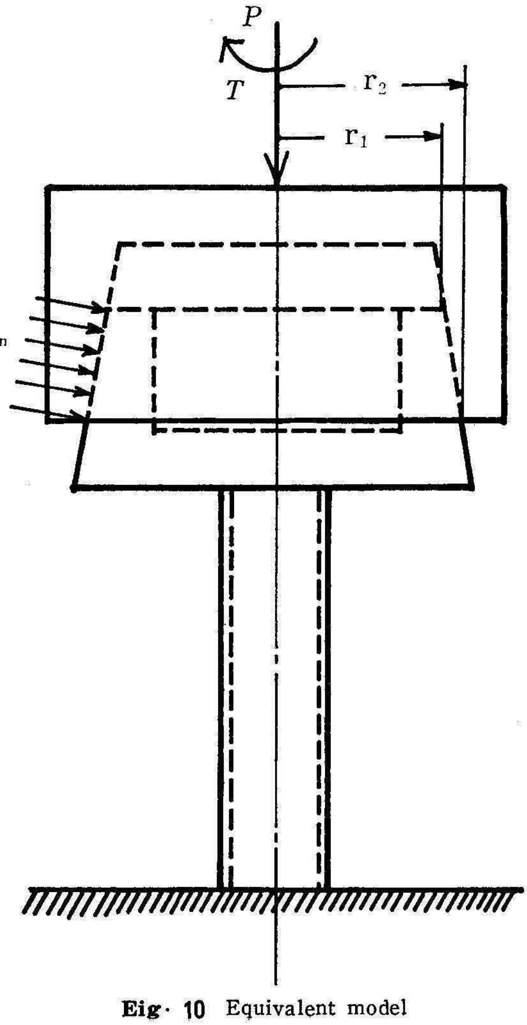


Fig. 9　Damping of coupling model

ここでは摩擦特性はもっとも簡単なクーロンの摩擦特性，接触機構は非常に簡単化した解析をして，近似的な局部すべりによる減衰能発生機構を考察した。実験で減衰能を求める場合は矩形波応答発生限界より求めている。したがって消散エネルギーには円錐接合面で局部すべりによって消散されるエネルギーとねじり角の検出器となっている円筒管部での材料減衰能による消散エネルギーとが含まれている。が材料減衰能は円錐接合面での局部すべりによる減衰能に比べて小いとして無視した。つぎに **Table** 1，**Fig.10** の関係を用いて整理し，解析と実験を比較したのが

Table 1 Specifcation of coupling model

$\sigma_n = \dfrac{P}{A\ (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$	$Z_p = 108.45\text{cm}^3$
$\tau_2 = \dfrac{T_c}{Z_p}$	$r_2 = 5.3815\text{cm}$
	$\mu = 0.1$
	$\alpha = 10°$
$T_c = 3.376\,P - 23.56$	
T_c (cm-kg) , P (kg)	$A = 136\,\text{cm}^2$



Eig· 10 Equivalent model

Fig.11 である。予想していたように，面圧と減衰能の関係には減衰能を最大にする最適面圧が存在することがわかる。また材料減衰能については現在検討中であり，さらに弾性接触についてのより厳密な解析をすれば，もっとはっきりした形で局部すべりによる減衰能の発生機構が明らかになると思う。

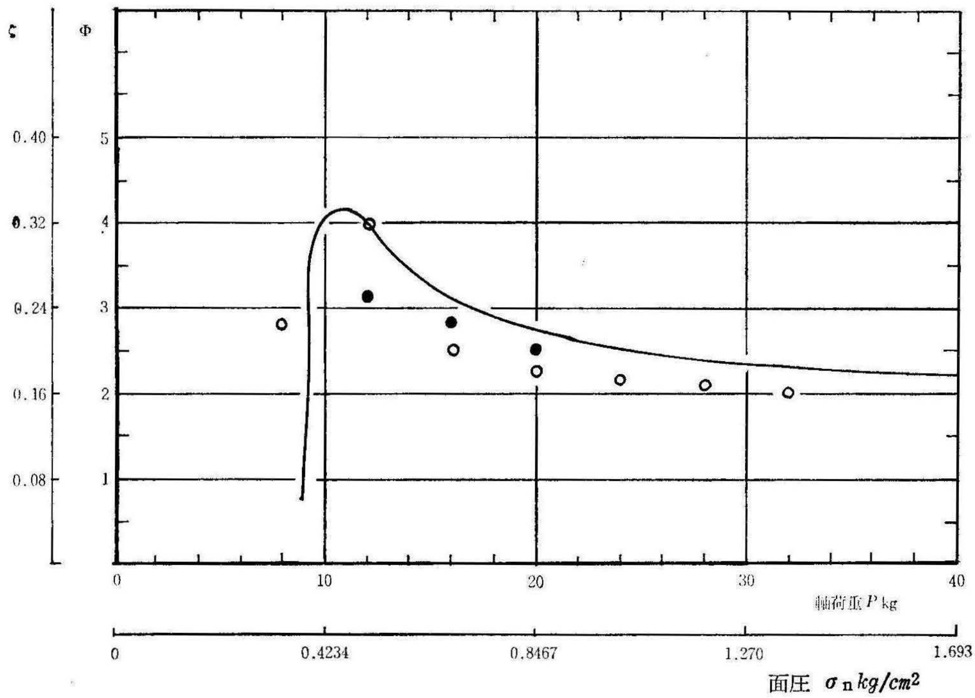


Fig. 11 Comparative damping of coupling model of the experimental results with calculated results

8. 結　　論

減衰能と面圧との関係が明らかになり，接合面と弾性部をもつような系の減衰能は接合面圧に最適値が存在する。

1端固定，軸に直角な接合面をもつ中空円筒の解析によると，減衰能の最大値に対して，接合面上の摩擦係数，接合面圧，外トルクに最適値が存在することが明らかになった。

この報告では接合面の接触機構を近似的に解析したが，もっと厳密な解析は後報で行なう。

おわりに，大阪府立大学工学部橋本文雄教授からいろいろとご助言をいただいたことに感謝する。この報告は精機学会の全国大会にて発表したものに加筆した。

参 考 文 献

1) 橋本文雄，久米靖文："カップリング状モデルの矩形波応答発生限界,, 精密機械， vol. 38, No. 10 (1972) P844.

2) B.J. Iazan : " Damping of Materisls and Members in Structural Mechanics,, Pergamon Press, London 1968 23.

3) I.E. Goodman J.H. Klumpp : "Analysis of Slip Damping With Reference to Turbine-Blade Vibration,, J. Appl. Mech., P424 (Sep. 1956)

4) R. Plunkett, Measurement of Damping, Structural Damping, Pergamon Press, London, 1960 117-130.

5) たとえば
Timoshenko and Goodier : " Theory of Elasticity,, McGRAW-HILL, PP 372-376 (1951).

6) たとえば，加藤仁，丸井悦男：機械振動学，コロナ社PP276~294 (1972).

7) ガーリン著，佐藤常三訳：弾性接触論，日刊工業，PP152 ~157 (1958)。

8) R. D. Mindlin: " Compliance of Elastic Bodies in Contact" J. Appl. Mech. pp259-268 (Sep. 1949).

記　号

μ	接合面上に働く摩擦係数
σ_n	面に直角な方向の応力
τ_o	限界せん断応力
Γ_o	すべり領域の限界半径
r_2	外半径
r_1	内半径
θ_o	限界せん断応力に達したときのねじれ角
G	横弾性係数
ℓ	部材の長さ
$\triangle S$	微小面積
$\triangle D$	微小面積$\triangle S$に生ずる消散エネルギー
τ_2	外半径でのせん断応力
$Dcyc$	1サイクルあたりに消散されるエネルギー
D	0から最大ひずみまでの消散エネルギー
U	摩擦係数が∞のときの最大ひずみエネルギー
I_p	極断面2次モーメント
Φ	$Dcyc/U$
n	内径と外径との比
B	$\mu \sigma_n/\tau_2$
T	伝達ねじりモーメント
P	軸荷重
N	円錐面上の法線力
p	円錐面上の圧力
α	円錐半角
C_s	等価粘性減衰定数
T_o	励振トルク
θ_{so}	ねじれ角
ω_{res}	共振角振動数
J_s	質量慣性モーメント
k_s	ねじりばね定数
ζ	減衰比
r_a	接触平均半径