

琉球大学学術リポジトリ

異方性理離層下におけるV.L.F.およびE.L.F.波の伝播

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学工学部 公開日: 2013-10-01 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 平良, 賢剛, Taira, Kengo メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/26602

異方性離層下におけるV.L.F.およびE.L.F.波の伝播

平 良 賢 剛*

The Propagation of V.L.F. and E.L.F. Waves
under the Anisotropic Ionosphere.

by

Kengo TAIRA

SUMMARY

Reflection coefficients are calculated at the boundary between the earth and the anisotropic ionosphere in order to get the directional dependence of the propagation of V.L.F. and E.L.F. waves in the terrestrial wave guide. The multi-layer model and a matrix treatment are used for the propagation from east to west, or west to east under the horizontal earth magnetic field.

1. 序 文

地球磁場を考慮した異方性電離層と大地で形成された導波管の中を伝播するV.L.F.およびE.L.F.波の方向依存性を求めるため、均質異方性プラズマと自由空間の境界面における平面波の反射係数を求めた。また離層を均質プラズマの多層モデルとして取扱い、行列の積の形で求めた。

2. 本 文

2-1 屈折率の式

電離層を均質異方性プラズマとし、座標系を図1のようにとる。x軸は東向き、y軸は北向き、z軸は鉛直上向を向いている。地球磁場 B_0 は、y-z平面内にあり、y軸と角度 θ だけ傾いている。

電離層の誘電率テンソルを ω 、 $[K]$ とおくと、次のようになる。

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & -K_{zx} \\ -K_{xy} & K_{yy} & K_{zy} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

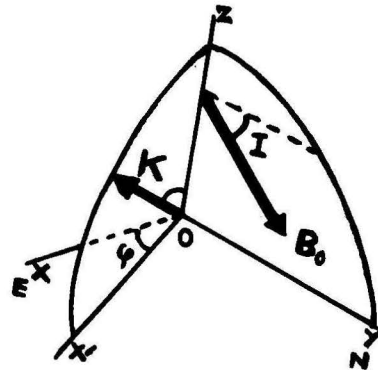


Fig. 1 The coordinate system

電磁波の伝播に対して、電子だけが影響を与えるとし、イオンを無視すると、行列の各成分は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} K_{xx} &= 1 - X' / (1 - Y'^2) \\ K_{yy} &= 1 - X' (1 - Y_y'^2) / (1 - Y'^2) \\ K_{zz} &= 1 - X' (1 - Y_z'^2) / (1 - Y'^2) \\ K_{xy} &= j X' Y'_z / (1 - Y'^2) \\ K_{yz} &= X' Y_y' Y'_z / (1 - Y'^2) \\ K_{zx} &= j X' Y'_y / (1 - Y'^2) \end{aligned}$$

受付：1975年4月30日

*琉球大学理工学部電気工学科

ここで $X' = X/(1-jZ)$

$$Y'_y = Y_y/(1-jZ)$$

$$Y'_z = Y_z/(1-jZ)$$

$$Y_y = (\Omega/\omega) \cos I$$

$$Y_z = -(\Omega/\omega) \sin I$$

$$Y = \sqrt{Y_y^2 + Y_z^2}$$

$$X = \omega_p^2/\omega^2$$

ω_p : 電子プラズマ(角)周波数

$$Z = \nu/\omega$$

ν : 電子平均衝突周波数

$$\Omega = -|e|B_0/m\omega_0$$

Ω : 電子ジャイロ(角)周波数

である。

Maxwell の方程式を書く。

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \mathbf{H} \\ \nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_0 [\mathbf{K}] \cdot \mathbf{E} \end{cases} \quad (2)$$

時間変化は、 $\exp(j\omega t)$ とした。(2)式より

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_0 [\mathbf{K}] \cdot \mathbf{E} \quad (3)$$

が導かれる。

今、 $x'-z$ 平面内を、 z 軸と θ の方向へ伝播する平面波を考える。ここで、 x' 軸は、 x 軸と角度 φ をなしている。電界 \mathbf{E} は、次のように書ける。

$$\mathbf{E}(x, y) = \mathbf{E} \exp[-j\omega n(\sin \theta \cos \varphi x + \sin \theta \sin \varphi y + \cos \theta Z)/c] \quad (4)$$

ここで n は屈折率、 c は光速である。

(4)式を(3)式に代入すると

$$\begin{bmatrix} K_{xx} - n^2(1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) & K_{xy} + n^2 \sin^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi & -K_{xz} + n^2 \sin \theta \cos \theta \cos \varphi \\ -K_{xy} + n^2 \sin^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi & K_{yy} - n^2(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi) & K_{yz} + n^2 \sin \theta \cos \theta \sin \varphi \\ K_{xz} + n^2 \sin \theta \cos \theta \cos \varphi & K_{yz} + n^2 \sin \theta \cos \theta \sin \varphi & K_{zz} - n^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

が成立する。 $\mathbf{E} \neq 0$ のためには、(5)式の係数の作る行列式が零となり、それより屈折率 n が求まる。

スネルの法則を考慮して、 $n \sin \theta = \lambda$ (定数) とおくことにする。

屈折率を与える式は、次のようになる。

$$a_4 n^4 + a_3 \sqrt{n^2 - \lambda^2} + a_2 n^2 + a_1 \sqrt{n^2 - \lambda^2} + a_0 = 0 \quad (6)$$

ここで

$$a_4 = K_{zz}$$

$$a_3 = 2K_{yz} \lambda \sin \varphi$$

$$a_2 = -K_{xx} K_{zz} - K_{yy} K_{zz} + K_{yz}^2 - K_{xz}^2 - K_{zz} \lambda^2 + K_{xx} \lambda^2 \cos^2 \varphi + K_{yy} \lambda^2 \sin^2 \varphi$$

$$a_1 = -2K_{xx} K_{yz} \lambda \sin \varphi + 2K_{xy} K_{xz} \lambda \sin \varphi$$

$$a_0 = K_{xx} K_{yy} K_{zz} + 2K_{xy} K_{yz} K_{xz} - K_{xx} K_{yz}^2 + K_{xy}^2 K_{zz} + K_{yy} K_{xz}^2 - \lambda^2 K_{xx} K_{yy} - \lambda^2 K_{xy}^2$$

$$+ K_{xx} K_{zz} \lambda^2 \sin \varphi + K_{yy} K_{zz} \lambda^2 \cos^2 \varphi - K_{yz}^2 \lambda^2 \cos^2 \varphi + K_{xz}^2 \lambda^2 \sin^2 \varphi$$

である。 $D = \sqrt{n^2 - \lambda^2}$ とおくと、 D についての 4 次方程式となり、これは Booker's quartic と同じ式になる。(6)式の四つの根のうち、2 根は上方に伝播する波で、他の 2 根は、下方に伝播する波を表わす。もしも a_3 と a_1 が零のときは、(6)式は

$$An^4 + Bn^2 + C = 0 \quad (7)$$

のようになる。それは

$$\begin{cases} (i) I = 0 & (\text{水平地球磁場}) \\ (ii) \varphi = 0, \pi & (\text{東} \rightarrow \text{西、又は、西} \rightarrow \text{東の伝播}) \end{cases}$$

の場合である。ただし、 $\theta = 0$ の場合も(7)となるが、今はモード伝播を考えているので興味外である。又 $I = \frac{\pi}{2}$ のときは、 φ に依存しないので、 $\varphi = 0$ としてもよい。

(2)式より

$$\begin{aligned} H_{1x} &= -\frac{1}{j\omega\mu_0} \left(\frac{\partial E_{1z}}{\partial y} - \frac{\partial E_{1y}}{\partial z} \right) \\ &= n_1 (\sin \theta_1 \sin \varphi E_{1z} - \cos \theta_1 E_{1y}) / \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \\ &= n_1 f_{1x} E_{1x} / \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \end{aligned}$$

ここで $f_{1x} = \sin \theta_1 \sin \varphi \rho_{1z} - \cos \theta_1 \rho_{1y}$ とおいた。

$$H_{1y} = n_1 f_{1y} E_{1x} / \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

$$f_{1y} = \cos \theta_1 - \sin \theta_1 \cos \varphi \rho_{1z}$$

同様にして

$$\rho_{2y} = E_{2y} / E_{2x}, \quad \rho_{2z} = E_{2z} = E_{2z} / E_{2x}$$

$$H_{2x} = n_2 f_{2x} E_{2x} / \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}, \quad H_{2y} = n_2 f_{2y} E_{2x} / \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \text{ が求まる。}$$

ρ_{1x}, ρ_{2y} は次のように書ける。

$$\begin{aligned} \rho_{1y} &= \frac{-[-K_{xy} + \lambda^2 \sin \varphi \cos \varphi] \cdot [K_{zz} - \lambda^2] + [K_{zx} + \lambda \sqrt{n_1^2 - \lambda^2} \cos \varphi] \cdot [K_{yz} + \lambda \sqrt{n_1^2 - \lambda^2} \sin \varphi]}{[K_{yy} - (n_1^2 - \lambda^2 \sin^2 \varphi)] \cdot [K_{zz} - \lambda^2] + [K_{yz} + \lambda \sqrt{n_1^2 - \lambda^2} \sin \varphi] \cdot [K_{yz} + \lambda \sqrt{n_1^2 - \lambda^2} \sin \varphi]} \\ \rho_{1z} &= \frac{-[K_{yy} - (n_1^2 - \lambda^2 \sin^2 \varphi)] \cdot [K_{zx} + \lambda \sqrt{n_1^2 - \lambda^2} \cos \varphi] + [-K_{zz} + \lambda^2 \sin \varphi \cos \varphi] \cdot [K_{yz} + \lambda \sqrt{n_1^2 - \lambda^2} \sin \varphi]}{[K_{yy} - (n_1^2 - \lambda^2 \sin^2 \varphi)] \cdot [K_{zz} - \lambda^2] + [K_{yz} + \lambda \sqrt{n_1^2 - \lambda^2} \sin \varphi] \cdot [K_{yz} + \lambda \sqrt{n_1^2 - \lambda^2} \sin \varphi]} \end{aligned}$$

ρ_{2y}, ρ_{2z} は、 n_1 を n_2 にかえればよい。

自由空間には、T.E.波とT.M.波が存在し、地球磁場のために、電離層との境界面で結合する。但し、水平磁場で、東西伝播のときは、それらは独立になる。

平面波が、 $x'-z$ 平面内を θ の方向に伝播するとし

電界を E 、磁界を $H = E / \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ とし、図2のようにおく。

$$\exp j\omega(t - (\sin \theta \cos \varphi x + \sin \theta \sin \varphi y + z \cos \theta) / c)$$

を省略する。

2個の上方伝播波の屈折率を、 n_1, n_2 とし、電界を $E_1 = (E_{1x}, E_{1y}, E_{1z}), E_2 = (E_{2x}, E_{2y}, E_{2z})$ 、磁界を、 H_1, H_2 とする。伝播方向を θ_1, θ_2 とする。(5)式より、偏波の因子 $\rho_{1y} = E_{1y} / E_{1x}, \rho_{1z} = E_{1z} / E_{1x}$ が求まる。

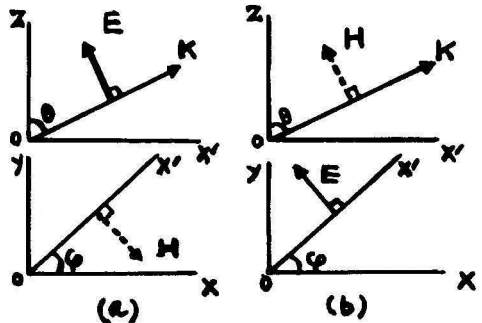


Fig. 2 (a) T. M. wave
(b) T. E. wave

(a) T.M. 波 (// で記す。)

$$\begin{cases} E_x = -E \cos \theta \cos \varphi \\ E_y = -E \cos \theta \sin \varphi \\ E_z = E \sin \theta \end{cases} \begin{cases} H_x = E \sin \varphi / \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \\ H_y = -E \cos \varphi / \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \\ H_z = 0 \end{cases}$$

(b) T.E. 波 (⊥ で記す。)

$$\begin{cases} E_x = -E \sin \varphi \\ E_y = E \cos \varphi \\ E_z = 0 \end{cases} \begin{cases} H_x = -E \cos \theta \cos \varphi / \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \\ H_y = -E \cos \theta \sin \varphi / \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \\ H_z = E \sin \theta / \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \end{cases}$$

2-2 反射係数の計算

電離層と自由空間の境界面で、電界と磁界の接線成分が連続であることを用いる。それより、スネルの法則 $\sin \theta = n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \equiv \lambda$ (θ は入射角) が成立する。反射波は、 θ のかわりに、 $\pi - \theta$ とおきかえればよい。反射係数は、T.M. 波の入射に対し ${}_R R_{//}$ 、 ${}_R R_{\perp}$ を T.E. 波の入射に対し、 ${}_{\perp} R_{\perp}$ 、 ${}_{\perp} R_{//}$ を定義する。すなわち

- ${}_R R_{//}$: T.M. 波が入射し、T.M. 波が反射する。
- ${}_R R_{\perp}$: T.M. 波が入射し、T.E. 波が反射する。
- ${}_{\perp} R_{\perp}$: T.E. 波が入射し、T.E. 波が反射する。
- ${}_{\perp} R_{//}$: T.E. 波が入射し、T.M. 波が反射する。

(i) T.M. 波が入射する場合。

図3のように T.M. 波が角度 θ で入射し、角度 θ で反射し、 θ_1 、 θ_2 の方向に複屈折をするものとする。

入射波の振幅を E_i 、反射波の振幅を ${}_R R_{//} E_i$ 、 ${}_R R_{\perp} E_i$ とおく。 $z = 0$ 面での境界条件を書く。

$$\begin{cases} -E_i \cos \theta \cos \varphi + {}_R R_{//} E_i \cos \theta \cos \varphi - {}_R R_{\perp} E_i \sin \varphi = E_{1x} + E_{2x} \\ -E_i \cos \theta \sin \varphi + {}_R R_{//} E_i \cos \theta \sin \varphi + {}_R R_{\perp} E_i \cos \varphi = \rho_{1y} E_{1x} + \rho_{2y} E_{2x} \\ -E_i \sin \theta + {}_R R_{//} E_i \sin \theta + {}_R R_{\perp} E_i \cos \theta \cos \varphi = n_1 f_{1x} E_{1x} + n_2 f_{2x} E_{2x} \\ -E_i \cos \varphi - {}_R R_{//} E_i \cos \varphi + {}_R R_{\perp} E_i \sin \varphi = n_1 f_{1y} E_{1x} + n_2 f_{2y} E_{2x} \end{cases}$$

これより、 ${}_R R_{//} = {}_R B_{//} / A$ 、 ${}_R R_{\perp} = {}_R B_{\perp} / A$ が求まる。

$$\begin{aligned} A = & \cos \theta \cos^2 \varphi n_1 n_2 (f_{1x} f_{2y} - f_{1y} f_{2x}) - \cos^2 \theta \cos^2 \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2y} - \rho_{2y} n_1 f_{1y}) \\ & + \cos^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2x} - \rho_{2y} n_1 f_{1x}) + \cos \theta \sin^2 \varphi n_1 n_2 (f_{1x} f_{2y} - f_{1y} f_{2x}) \\ & + \cos^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi (n_2 f_{2y} - n_1 f_{1y}) - \cos^2 \theta \sin^2 \varphi (n_2 f_{2x} - n_1 f_{1x}) \\ & - \sin^2 \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2y} - \rho_{2y} n_1 f_{1y}) - \sin \varphi \cos \varphi (n_2 f_{2y} - n_1 f_{1y}) \\ & + \cos \theta \sin^2 \varphi (\rho_{2y} - \rho_{1y}) - \cos \varphi \sin \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2x} - \rho_{2y} n_1 f_{1x}) \\ & - \cos^2 \varphi (n_2 f_{2x} - n_1 f_{1x}) + \cos \theta \cos^2 \varphi (\rho_{2y} - \rho_{1y}) \end{aligned}$$

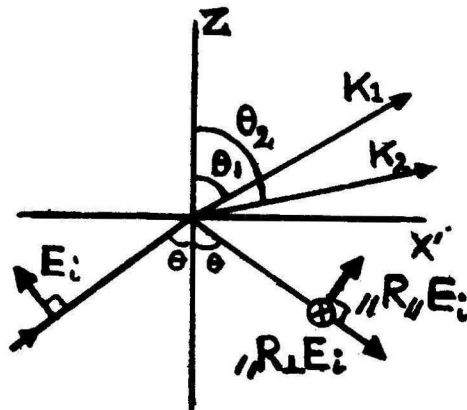


Fig. 3 Incident of T.M. wave

$$\begin{aligned} \parallel B_{\parallel} &= \cos \theta \cos^2 \varphi n_1 n_2 (f_{1x} f_{2y} - f_{1y} f_{2x}) - \cos^2 \theta \cos^2 \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2y} - \rho_{2y} n_1 f_{1y}) \\ &+ \cos^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2x} - \rho_{2y} n_1 f_{1x}) + \cos \theta \sin^2 \varphi n_1 n_2 (f_{1x} f_{2y} - f_{1y} f_{2x}) \\ &+ \cos^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi (n_2 f_{2y} - n_1 f_{1y}) - \cos^2 \theta \sin^2 \varphi (n_2 f_{2x} - n_1 f_{1x}) \\ &+ \sin^2 \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2y} - \rho_{2y} n_1 f_{1y}) + \sin \varphi \cos \varphi (n_2 f_{2y} - n_1 f_{1y}) \\ &- \cos \theta \sin^2 \varphi (\rho_{2y} - \rho_{1y}) + \cos \varphi \sin \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2x} - \rho_{2y} n_1 f_{1x}) \\ &+ \cos^2 \varphi (n_2 f_{2x} - n_1 f_{1x}) - \cos \theta \cos^2 \varphi (\rho_{2y} - \rho_{1y}) \\ \parallel B_{\perp} &= 2 \cos \theta \sin \varphi \cos \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2y} - \rho_{2y} n_1 f_{1y}) - 2 \cos \theta \sin^2 \varphi (n_2 f_{2y} - n_1 f_{1y}) \\ &+ 2 \cos \theta \cos^2 \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2x} - \rho_{2y} n_1 f_{1x}) - 2 \cos \theta \sin \varphi \cos \varphi (n_2 f_{2x} - n_1 f_{1x}) \end{aligned}$$

(ii) T.E. 波が入射する場合

図4のように、入射波、反射波、透過波をとる。

反射波を $\perp R_{\parallel} E_i$ 、 $\perp R_{\perp} E_i$ とする。z = 0 面での境

界条件を書く。

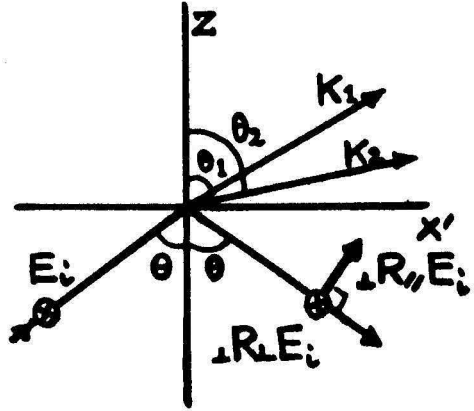


Fig. 4 Incident of T. E. wave

$$\begin{cases} -E_i \sin \varphi - E_i \perp R_{\perp} \sin \varphi + E_i \perp R_{\parallel} \cos \theta \cos \varphi = E_{1x} + E_{2x} \\ -E_i \cos \varphi + E_i \perp R_{\perp} \cos \varphi + E_i \perp R_{\parallel} \cos \theta \sin \varphi = \rho_{1y} E_{1x} + \rho_{2y} E_{2x} \\ -E_i \cos \theta \cos \varphi + E_i \perp R_{\perp} \cos \theta \cos \varphi + E_i \perp R_{\parallel} \sin \varphi = n_1 f_{1x} E_{1x} + n_2 f_{2x} E_{2x} \\ -E_i \cos \theta \sin \varphi + E_i \perp R_{\perp} \cos \theta \sin \varphi - E_i \perp R_{\parallel} \cos \varphi = n_1 f_{1y} E_{1x} + n_2 f_{2y} E_{2x} \end{cases}$$

これより、 $\perp R_{\perp} = \perp B_{\perp} / C$ 、 $\perp R_{\parallel} / C$ が求まる。

$$\begin{aligned} C &= -\cos \theta \sin^2 \varphi n_1 n_2 (f_{1x} f_{2y} - f_{2x} f_{1y}) + \sin^2 \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2y} - \rho_{2y} n_1 f_{1y}) \\ &+ \sin \varphi \cos \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2x} - \rho_{2y} n_1 f_{1x}) - \cos \theta \cos^2 \varphi n_1 n_2 (f_{1x} f_{2y} - f_{2x} f_{1y}) \\ &+ \sin \varphi \cos \varphi (n_2 f_{2y} - n_1 f_{1y}) + \cos^2 \varphi (n_2 f_{2x} - n_1 f_{1x}) \\ &+ \cos^2 \theta \cos^2 \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2y} - \rho_{2y} n_1 f_{1y}) - \cos^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi (n_2 f_{2y} - n_1 f_{1x}) \\ &- \cos \theta \cos^2 \varphi (\rho_{2y} - \rho_{1y}) - \cos^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2x} - \rho_{2y} n_1 f_{1x}) \\ &+ \cos^2 \theta \sin^2 \varphi (n_2 f_{2x} - n_1 f_{1x}) - \cos \theta \sin^2 \varphi (\rho_{2y} - \rho_{1y}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \perp B_{\perp} &= \cos \theta \sin^2 \varphi n_1 n_2 (f_{1x} f_{2y} - f_{2x} f_{1y}) - \sin^2 \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2y} - \rho_{2y} n_1 f_{1y}) \\ &- \sin \varphi \cos \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2x} - \rho_{2y} n_1 f_{1x}) + \cos \theta \cos^2 \varphi n_1 n_2 (f_{1x} f_{2y} - f_{2x} f_{1y}) \\ &- \sin \varphi \cos \varphi (n_2 f_{2y} - n_1 f_{1y}) - \cos^2 \varphi (n_2 f_{2x} - n_1 f_{1x}) \\ &+ \cos^2 \theta \cos^2 \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2y} - \rho_{2y} n_1 f_{1y}) - \cos^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi (n_2 f_{2y} - n_1 f_{1x}) \\ &- \cos \theta \cos^2 \varphi (\rho_{2y} - \rho_{1y}) - \cos^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2x} - \rho_{2y} n_1 f_{1x}) \\ &+ \cos^2 \theta \sin^2 \varphi (n_2 f_{2x} - n_1 f_{1x}) - \cos \theta \sin^2 \varphi (\rho_{2y} - \rho_{1y}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \perp B_{\parallel} &= -2 \cos \theta \sin^2 \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2x} - \rho_{2y} n_1 f_{1x}) + 2 \cos \theta \cos^2 \varphi (n_2 f_{2y} - n_1 f_{1y}) \\ &+ 2 \cos \theta \sin \varphi \cos \varphi (\rho_{1y} n_2 f_{2y} - \rho_{2y} n_1 f_{1y}) - 2 \cos \theta \sin \varphi \cos \varphi (n_2 f_{2x} - n_1 f_{1x}) \end{aligned}$$

反射係数が求まったので、電離層と大地の形成する導波管の中を伝播する波のモード方程式が次のように与えられる。

$$(\exp j 2k_0 c_q h - \#R_{\parallel}) (\exp j 2k_0 c_q h + \#R_{\perp}) + \#R_{\perp} \cdot \#R_{\parallel} = 0 \tag{8}$$

ここで、 $k_0 = \frac{\omega}{c}$

$c_q = \cos \theta_q$ 、 θ_q は 4 モードの入射角

(8)式の固有値 $\sin \theta_q$ は、複素数であり、その実部と虚部から、位相速度と減衰係数が求まる。

$$c/v_q = 1 / R_0 (\sin \theta_q)$$

v_q : 4 モードの位相速度

$$\alpha_q = -0.02895 \omega \text{Im} (\sin \theta_q)$$

α_q : 減衰係数/1000km

2-3 赤道附近での東西伝播

水平磁場で、東西伝播の場合を別に考慮する。(1)式は、

$$(K) = \begin{pmatrix} K_{xx} & 0 & -K_{zx} \\ 0 & K_{yy} & 0 \\ K_{zx} & 0 & K_{zz} \end{pmatrix} \text{ となる。}$$

(5)式は、 $(n^2 - K_{yy})E_y = 0$

$$(n^2 \cos^2 \theta - K_{xx})E_x - (n^2 \sin \theta \cos \theta - K_{zx})E_z = 0$$

$$-(n^2 \sin \theta \cos \theta + K_{zx})E_x + (n^2 \sin^2 \theta - K_{xx})E_z = 0$$

これより、 E_y と (E_x, E_z) とは、独立である。

(E_x, E_z) について考える。

$$n = \sqrt{\frac{K_{xx} + K_{zx}^2}{K_{xx}}}, \quad \rho = \frac{n^2 \sin \theta \cos \theta + K_{zx}}{n^2 \sin \theta - K_{xx}}$$

$$H_y = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}} n f E_x, \quad f = \cos \theta - \rho \sin \theta = \frac{K_{xx} \cos \theta + K_{zx} \sin \theta}{K_{xx} - n^2 \sin^2 \theta}$$

等方性の場合には、 $\rho = -\sin \theta / \cos \theta$ 、 $f = 1 / \cos \theta$ である。図5のように、p層からなる、均質異方性プラズムの平面層状モデルを考える。

第 l 番目の層の厚さが Δ_l 、誘電率テンソルが $(K)_l$ である。z 軸と θ_l の方向へ伝播する平面波と、 $\pi - \theta_l$ の方向へ伝播する平面波があり、 $\pi - \theta_l$ 方向へ伝播する波には “ \prime ” をつける。第 l 番目の層において、 θ_l の方向へ伝播する平面波の電界の x 成分を

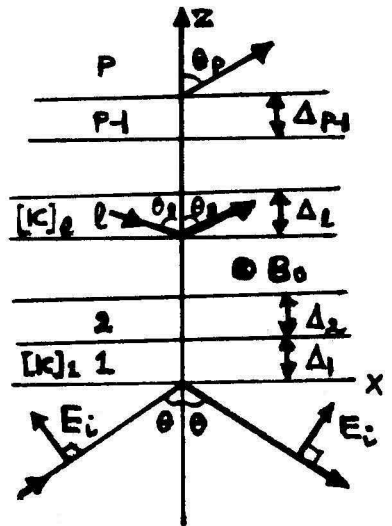


Fig. 5 E→W or W→E propagation under Horizontal earth magnetic field

$$E_{ix} = E_i \exp \left[-j \omega n_i \frac{x \sin \theta_i + \{z - (\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_{i-1}) \cos \theta_i\}}{c} \right]$$

とおく。π-θ_i 方向へ伝播する波は、cos θ_i → -cos θ_i におきかえればよい。T.M. 波が角度 θ で入射し、角度 θ で反射する。振幅を E_i、E_r とおく。各層の境界面、z = 0, Δ₁ + Δ₂, …, Δ₁ + Δ₂ + … + Δ_{p-1} での、電界と磁界の接線成分連続の式を書く。その際、スネルの法則が成立する。

$$\left. \begin{aligned} z = 0 \text{ で } -E_i \cos \theta + E_r \cos \theta &= E_1 + E'_1 \\ -E_i & - E_r &= n_1 f_1 E_1 + n_1 f'_1 E'_1 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} z = \Delta_1 \quad E_1 e^{-j\phi_1} + E'_1 &= E_2 + E'_2 \\ n_1 f_1 E_1 e^{-j\phi_1} + n_1 f'_1 E'_1 e^{-j\phi_1} &= n_2 f_2 E_2 + n_2 f'_2 E'_2 \end{aligned} \right\}$$

ここで φ₁ = n₁ $\frac{\omega}{c}$ Δ₁ cos θ₁ である。

z = Δ₁ + Δ₂ + … + Δ_i で

$$\left. \begin{aligned} E_i e^{-j\phi_i} + E'_i e^{j\phi_i} &= E_{i+1} + E'_{i+1} \\ n_i f_i E_i e^{-j\phi_i} + n_i f'_i E'_i e^{j\phi_i} &= n_{i+1} f_{i+1} E_{i+1} + n_{i+1} f'_{i+1} E'_{i+1} \end{aligned} \right\}$$

これを、行列で書く。

$$\begin{bmatrix} E_i \\ E'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\phi_i} & e^{j\phi_i} \\ n_i f_i e^{-j\phi_i} & n_i f'_i e^{j\phi_i} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n_{i+1} f_{i+1} & n_{i+1} f'_{i+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{i+1} \\ E'_{i+1} \end{bmatrix}$$

P層では、E_p' = 0 である。結果を行列の積で書く。

$$\begin{bmatrix} E_0 \\ E'_0 \end{bmatrix} = K_0 K_1 \dots K_{p-1} A_0 A_1 \dots A_{p-1} \begin{bmatrix} E_p \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここで K_i = $\frac{-e^{-j\phi_i}}{n_i (f_i - f'_i)}$, φ_i = n_i $\frac{\omega}{c}$ Δ_i cos θ_i

$$A_i = \begin{bmatrix} -(n_{i+1} f_{i+1} - n_i f_i) e^{2j\phi_i} & -(n_{i+1} f'_{i+1} - n_i f'_i) e^{2j\phi_i} \\ n_{i+1} f_{i+1} - n_i f_i & n_{i+1} f'_{i+1} - n_i f'_i \end{bmatrix}$$

但し n₀ = 1, φ₀ = 0, f₀ = -f'₀ = - $\frac{1}{\cos \theta}$

E₀ = -E_i cos θ, E'₀ = E_r cos θ とおいた。

反射係数 R は、R = E_r/E_i = -E'₀/E₀ で与えられる。

(A) 一層の場合

$$R = \frac{n_1 f'_1 - f'_0}{n_1 f_1 - f'_0} = \frac{n_1 f_1 \cos \theta - 1}{n_1 f_1 \cos \theta + 1}$$

電離層が等方なら

$$R = \frac{n_1 \cos \theta - \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta + \cos \theta_1} \text{ になる。}$$

(B) 二層の場合

$$\begin{pmatrix} E_0 \\ E_0' \end{pmatrix} = \frac{1}{f_0 - f_0'} \cdot \frac{e^{-i\phi_1}}{n_1(f_1 - f_1')} \begin{pmatrix} A & X \\ B & X \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Xは、必要がない要素

$$A = (n_1 f_1 - f_0')(n_2 f_2 - n_1 f_1') e^{-i\phi_1} - (n_1 f_1' - f_0)(n_2 f_2 - n_1 f_1)$$

$$B = -(n_1 f_1 - f_0')(n_2 f_2 - n_1 f_1') e^{-i\phi_1} - (n_1 f_1' - f_0)(n_2 f_2 - n_1 f_1)$$

従って

$$R = \frac{\frac{n_1 f_1 \cos \theta - 1}{n_1 f_1 \cos \theta + 1} - \frac{n_1 f_1' \cos \theta - 1}{n_1 f_1' \cos \theta + 1} \cdot \frac{n_2 f_2 - n_1 f_1}{n_2 f_2 - n_1 f_1'} e^{-2i\phi_1}}{1 - \frac{n_1 f_1' \cos \theta - 1}{n_1 f_1' \cos \theta + 1} \cdot \frac{n_2 f_2 - n_1 f_1}{n_2 f_2 - n_1 f_1'} e^{-2i\phi_1}}$$

ここで、 $\Delta_1 = 0$ とおくと、一層の場合と一致する。
今、

$$r_{01} = \frac{n_1 f_1 \cos \theta - 1}{n_1 f_1 \cos \theta + 1}$$

$$r_{12} = \frac{n_2 f_2 - n_1 f_1}{n_2 f_2 - n_1 f_1'}$$

とおく。 r_{12} はI層とII層の間の反射係数である。

もしも、 $f_1 = -f_1'$ (垂直入射、又はI層が等方性の場合) なら

$$R = \frac{r_{01} + r_{12} e^{-2i\phi_1}}{1 + r_{01} r_{12} e^{-2i\phi_1}}$$

になる。これは、等方性の場合には、よく知られた結果である。

(C) 多層の場合

電子計算機で行列の積の計算を行えばよい。電離層のパラメータの分布を与えると求めることができる。

反射係数が求まったので、モード方程式

$$R \cdot \exp(-jK_0 h C q) = 1$$

を解くことにより、減衰係数と位相速度が得られる。

なお、西→東伝播のときは、X軸を東向き、地球磁場をy軸方向にとり、東→西伝播のときは、x軸を西向き、地球磁場をy軸の負方向にとることにする。

向き、地球磁場をy軸の負方向にとることにする。

そのとき、ジャイロ周波数は、

$$Y = \begin{cases} -|Y| & \text{西} \rightarrow \text{東} \\ +|Y| & \text{東} \rightarrow \text{西} \end{cases}$$

にとればよい。T.E.波の入射の場合は、地球磁場が影響しないので、考察からははずすことにする。

3. むすび

地球磁場を考慮した均質プラズマと自由空間の境界面における反射係数を求め、大地と電離層の形成する導波管の中を伝播するモード波の方向依存性を求めることを試みた。現在、モード方程式の固有値を求めるコンピュータ計算を実行中である。また赤道附近における東西伝播に対して、電離層を均質層状モデルとして、行列の積の形で取り扱った。この手法を、任意方向の磁場で、イオンを考慮した場合に拡張することを考えている。

参考文献

- 1) 前田、木村、電磁波動論
オーム社
- 2) Janis Galejs, Terrestrial Propagation of Long Electromagnetic Waves
Pergamon Press