

琉球大学学術リポジトリ

不完全合成げたの有限要素解析

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学工学部 公開日: 2013-06-28 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 浜田, 純夫, 宮里, 康則, Hamada, Sumio, Miyasato, Yasunori メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/26635

不完全合成げたの有限要素解析

浜田純夫* 宮里康則*

Finite Element Analysis of Incomplete Composite Beams

By Sumio HAMADA, Yasunori MIYASATO

Summary

The first research of the analysis for incomplete composite beams was conducted by N.M. Newmark in 1951. Newmark's method may be limited within the beams with regularly placed shear connectors and beams under positive bending.

In the present paper a finite element method is proposed for the analysis of incomplete composite beams. The present method can be applied to beams with irregularly placed shear connectors and beams under both positive and negative bending, and a few numerical examples are shown for these beams. Computed results by the proposed method agree well with the results by Newmark's method.

1. はじめに

現在の60m以内の鋼橋ではほとんど合成げたが用いられている。この合成げたは鋼げたとコンクリートスラブをスタッドジベルなどで接合されているが、すでに多くの実験が示すように鋼げたとコンクリートスラブの間ではいく分のずれが生ずる。このようにずれが生ずる合成げたを不完全合成げたと呼んでいる。

不完全合成げたは最初 Newmark⁽¹⁾によりはじめて解析されたが、この解析はつぎのような仮定に基づいている。

1) 鋼、コンクリートの応力-ひずみ関係は線形である。2) ジベルの力-変位関係は直線である。3) ジベルは等間隔で配置されている。仮定1)において、コンクリートの応力を線形とし、引張りにも働くとしているので実験の合成げたにおいて不適当の場合も生ずる。たとえば、中立軸がコンクリートスラブの内にあり、コンクリートスラブに引張り応力が作用する場合、合成げたが負の曲げモーメントを受ける場合であ

る。仮定3)においても、ジベルが等間隔の時のみ有効であり、不等間隔では直接微分方程式は解けない。

このため上記仮定に合わない場合に Yam⁽²⁾は Predictor-Corrector法を用いて数値計算を行った。数値計算を行うにあたり、Yamは釣合い方程式と適合方程式との二つをそのまま用いた。この方法は計算量の多くなるのが欠点と思われる。一方前田⁽³⁾らは連続合成げたの解析にあたり適当に剛性を仮定してまず曲げモーメントを求め、しかるのちに Newmark の式を用いて数値計算を行った。本来は曲げモーメントも未知数であるので、あらかじめ曲げモーメントを求める前田の方法は一種の近似法となる。また負の曲げモーメント域でジベルのない部分の解析に対して、非常に少ないジベルを仮定して近似した。

最近構造解析に頻繁に用いられる有限要素法はこの分野にも適用されている。Matlock⁽⁴⁾が最初に有限要素法の適用を試みたが、これはエネルギー原理により導かれたものではなくむしろ階差式の応用と解することができる。一方佐藤⁽⁵⁾は合成げたを平面問題とみなして、三角形要素を用いている。はりを平面問題とみなすのは、弾塑性問題を扱う場合にはせん断応力の影

受付：1975年10月31日

* 琉球大学理工学部土木工学科

響も含まれるので確かに利点はある。さらに、ジベルの力-変位関係を節点で容易に導入することができる。しかし、三角形要素を用いることの欠点も大きい。第1に平面問題といえども、厚さが異なり、節点数が多く、減少することがまず不可能である。第2に三角形要素は要素内で一定応力となるので、はりのような応力を有する場合には不適当と考えられる。第3にコンクリートは引張りは作用しないことを原則にしているが、三角形要素ではこの原則を導入することが不可能となる。したがって、三角形要素が用いられる場合には大きな Computer で、弾塑性問題を論ずるときのみ有効と考えて差し支えないであろう。

ここでは、Newmark の方程式を用いず、過去用いられた有限要素法と異なり、はり要素を用いた不完全合成げたの解析を試みた。コンクリートスラブと鋼げたをそれぞれ軸力と曲げを受ける独立のはりとみなし、ジベルはコンクリートスラブと鋼げたの変形を受けるスプリングとみなして、要素を作った。また、従来軸力を受けるはりでは一次式を仮定した要素が用いられていたが、ここでは、軸方向の変位が重要であるので、曲げの場合と同様に三次式を仮定した。一方思想的にはコンクリートスラブや鋼げたをそれぞれ独立のはりとみなすのは、Newmark が合成げたを一つのはりとみなしたのと、三角形要素のように細かく分割したものとの中間的な考えとなろう。

上記提案した有限要素法と Newmark の方法とを比較し、Newmark の方法では不可能であった不等分布したジベル配置の場合の合成げたの計算、負の曲げを受ける合成げたの計算を行った。

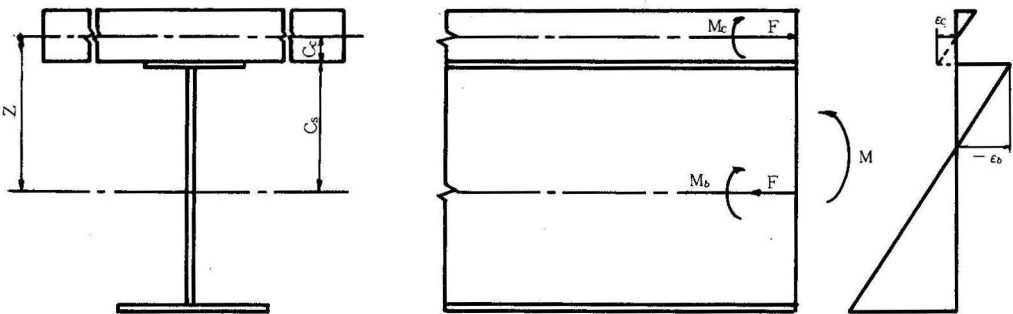


Fig. 1 Free Body Diagram of the Element of Incomplete Composite Beams

2. 解析法

2.1 Newmark の方法

Newmark は、1951年不完全合成げたに関する論文を発表した。Newmark の方法は次の仮定に基づいている。

1.) ジベルは、はりに側って連続でありかつ個々のジベルの状態および間隔は等しいとする。あるいは、

$$\frac{k}{s} = \text{const} \quad (2. 1)$$

ここで k はジベルの剛性であり、 s はジベルの間隔である。この仮定によれば、同じ剛性のジベルを使用すると等間隔でなければならない。

2.) コンクリートスラブと鋼げたの間のジベルの変形によっておこるずれは、ジベルに係るせん断力に比例する。

$$\gamma = \frac{Q_c}{K} \quad (2. 2)$$

ここで γ はコンクリートスラブと鋼げたのズレ、 Q_c はジベル1本当りに働くせん断力である。なお式 (2. 2) が成り立つためには、ジベルの力-ズレ関係は直線で表示することになる。

3.) コンクリートおよび鋼げたの応力-ひずみ関係は線形である。

4.) コンクリートスラブと鋼げたのたわみは同一とする。(図-1 参照)

Newmark は以上の仮定に基づいて不完全合成げたの解析を行なった。その結果コンクリートスラブに作用する力に関する2階の微分方程式を次のように示した。

$$\frac{d^2 F}{dx^2} - F \frac{k}{s} \frac{\overline{EI}}{\overline{EA} \Sigma EI} = - \frac{k}{s} \frac{Mz}{\Sigma EI} \quad (2.3)$$

$$M = P \frac{x}{L} (L - U)$$

$u < x < L$ 区間で、

$$M = P \frac{u}{L} (L - x)$$

境界条件は、

$$x = 0 \text{ で } F_L = 0$$

$$x = L \text{ で } F_R = 0$$

$$x = u \text{ で } F_L = F_R \text{ かつ } \frac{dF_L}{dx} = \frac{dF_R}{dx}$$

ここで、

$$\Sigma EI = E_s I_s + E_c I_c$$

$$\overline{EI} = \Sigma EI + \overline{EA} z^2$$

$$\frac{1}{\overline{EA}} = \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c}$$

この式は曲げモーメントにより解が異なるが、一例として単純ばりに集中荷重が載荷した場合を示そう。左端から U の距離にある点に集中荷重 P が作用している単純ばりの曲げモーメントは、 $0 < x < u$ 区間で、

である。これらの境界条件を満たす式 (2.3) の解は次のとおりである。

$$0 < x < u$$

$$F_L = \frac{\overline{EA} z}{EI} PL \left\{ \left(1 - \frac{u}{L} \right) \frac{x}{L} - \frac{w}{\pi} \frac{\sinh \left[\frac{\pi}{w} \left(1 - \frac{u}{L} \right) \right]}{\sinh \frac{\pi}{w}} \sinh \left(\frac{\pi x}{wL} \right) \right\}$$

$$(2.4a)$$

$$u < x < L$$

$$F_R = \frac{\overline{EA} \cdot z}{EI} PL \left\{ \frac{u}{L} \left(1 - \frac{x}{L} \right) - \frac{w}{\pi} \frac{\sinh \left[\frac{\pi u}{wL} \right]}{\sinh \frac{\pi}{w}} \sinh \left[\frac{\pi}{w} \left(1 - \frac{x}{L} \right) \right] \right\}$$

$$(2.4b)$$

ここで、

$$w = \sqrt{\frac{s \pi \overline{EA} \Sigma EI}{k L^2 EI}}$$

ジベルの剛性が大きくなるとはりの合成作用も増し、ジベルの係数 K が無限大になるとはりは完全な合成げたとなる。完全合成げたの軸力は $K \rightarrow \infty$ すなわち $w = 0$ の時式 (2.4a) および式 (2.4b) から来まるが一般的に表わすと、

$$F = \frac{\overline{EA}}{EI} z M \quad (2.5)$$

となる。

ジベルに働く単位長さあたりのせん断力 q_{cl} および q_{cr} は式 (2.4a)、(2.4b) の F を微分することになり、

$$0 < x < u$$

$$q_{cl} = \frac{\overline{EA} z}{EI} P \left\{ \left(1 - \frac{u}{L} \right) - \frac{\sinh \left[\frac{\pi}{w} \left(1 - \frac{u}{L} \right) \right]}{\sinh \frac{\pi}{w}} \cosh \left(\frac{\pi x}{wL} \right) \right\}$$

$$(2.6a)$$

$$u < x < L$$

$$q_{cr} = \frac{\overline{EA} z}{EI} P \left\{ - \frac{u}{L} + \frac{\sinh \left(\frac{\pi u}{wL} \right)}{\sinh \frac{\pi}{w}} \cosh \left[\frac{\pi}{w} \left(1 - \frac{x}{L} \right) \right] \right\}$$

$$(2.6b)$$

つきにたわみは以下のように求まる。合成げたの曲率の関係式すなわち、弾性方程式は次のように示すことができる。

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M-Fz}{\Sigma EI} = -\frac{M}{\Sigma EI} + \frac{Fz}{\Sigma EI} \quad (2.7)$$

ここで、式(2.3)の軸方向力 F を式(2.7)に代入すると、

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} + \frac{sEAz d^2 F}{k EI dx^2} \quad (2.8)$$

弾性曲線は式(2.8)を積分すれば来まる。式(2.8)の第1項は完全な合成の場合を示しており、第2項はコンクリートスラブと鋼げたのズレすなわちジベルのせん断力の影響を表わしている。式(2.8)を積分すると不完全合成げたのたわみは式(2.9)

で示されるが、ここで y は、完全合成げたとしてのたわみであり、したがって第2項はジベルの弾性変位による影響と考えてよい。

$$y = \hat{y} + \frac{s}{k} \frac{EAz}{EI} F \quad (2.9)$$

ここに示したように、Newmarkの方法により解を求めるにはかなり限定される、つまり曲げモーメントが簡単な式で示されなければならないことや、境界条件によってもかなり複雑な解となることもある。

2.2 著者らの方法

Newmarkは、2.1節の仮定のもとで不完全合成げたの解析方法を示した。Newmarkの方法は、荷重状態および、はりの境界条件によって解が複雑に変わり、多小の不便をまぬがれない点がある。また、負の曲げモーメントおよびコンクリートスラブにひび割れが生じた場合においては、それを解くことが不可能となる。そこで、著者らは、コンクリートスラブと鋼げたの合成げたを、図-2のようにコンクリートスラブのはり

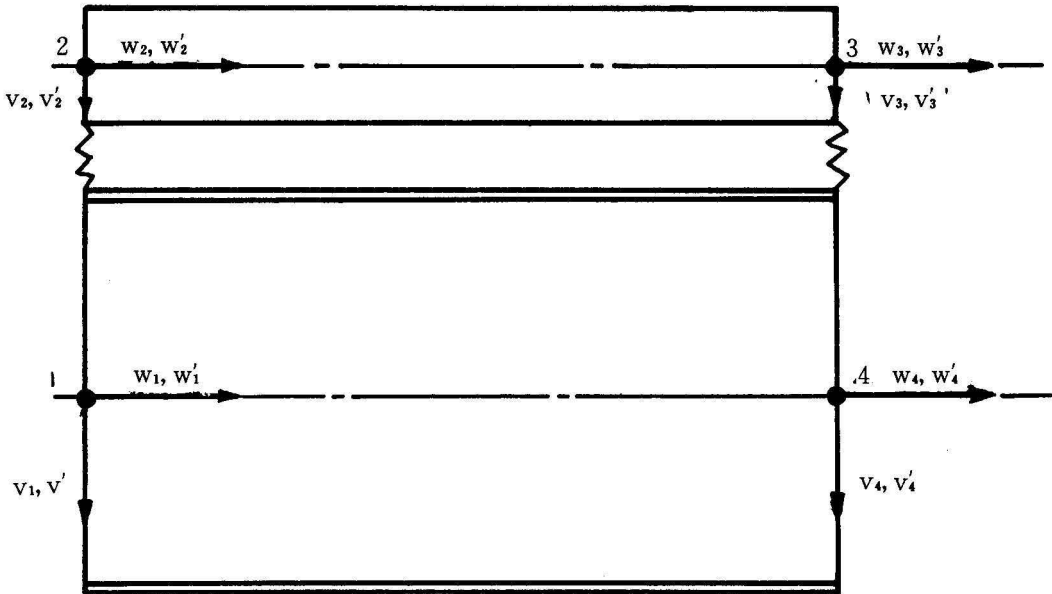


Fig. 2. Nodel Displacements of a Composite Beam Element

要素、鋼げたのはり要素、およびそれらを結合するジベルのスプリング要素とを合成して、一つの合成要素とした。ここでは、ジベルはせん断力のみ抵抗し、コンクリートスラブと鋼げたのたわみは同一とする。したがってコンクリートスラブと鋼げたの間の浮上りはないものとする。図-2に示す合成要素において、変位は節点1~4で軸方向に w, w' とたわみ方向に v, v' を仮定し、合成要素で16個の自由度となる。したがって変位 $\{U\}$ は、

$$\{U\} = \{w_1, w'_1, v_1, v'_1, w_2, w'_2, v_2, v'_2, w_3, w'_3, v_3, v'_3, w_4, w'_4, v_4, v'_4\}^T \quad (2.10)$$

コンクリートスラブと鋼げたを結合するジベルのバネ係数は、今まで行なわれてきた押し抜き試験の結果を用いるものとする。

Newmarkの方法では、負の曲げモーメントおよびコンクリートにひびがれわ発生した場合の解析が不可

能であったが、著者らの方法においては、負の曲げモーメントに対して、コンクリートスラブの断面積を鉄筋の断面積に置き換え、コンクリートスラブの曲げ剛性をゼロにすると解析が可能となる。また、ひびわれが発生しているけたに対しては、コンクリートスラブの断面積を減少させて、すなわち変断面計算によって解析できる。以下それらの解析方法を示すことによる。

2.2a) はり要素の剛性マトリックス

仮想仕事の原理によると、応力テンソル σ_{ij} 、ひずみテンソル ϵ_{ij} 、変位 U_i 、単位体積当りの力 X_i とすると、式(2.11)が成り立つ、

$$\int_V \delta \epsilon_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV = \int_V X_i \delta U_i dV \quad (2.11)$$

はり要素においては、 z 方向のひずみおよび応力のみが生じるので変位も、 y および z 方向のみを考慮すればよいことになり式(2.11)は次のように簡単に示される。

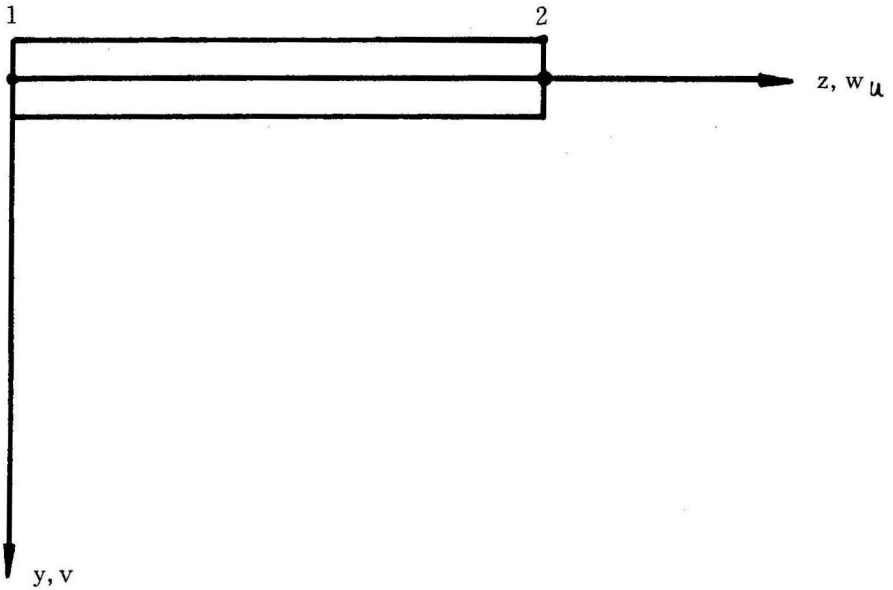


Fig. 3. Coordinate System for Deformations

$$\begin{aligned} \int_V \sigma_j \delta \epsilon_j dV &= \int_l q_y \delta U_y dz + \int_l q_z \delta U_z dz \\ &= \sum P_{yi} \delta U_y + \sum P_{zi} \delta U_z \end{aligned} \quad (2.12)$$

ここで q_i は等分布外力であり、 P_{yi} および P_{zi} は i 点に作用する y および z 方向の集中外力である。はりのひずみを y および z 方向の変位で表わすと、

$$\varepsilon_z = \frac{dw}{dz} - \frac{d^2v}{dz^2}y = w' - v'y \quad (2.13)$$

さらに、弾性体の材料に適用すると、フックの法則より応力は式(2.13)から、

$$\sigma_z = E\varepsilon_z = E(w' - v'y) \quad (2.14)$$

ここで仮想ひずみエネルギーのみについて考えると、

$$\begin{aligned} \int_V \delta g \delta \varepsilon g dV &= \int_V E(w' - v'y) \delta(w' - v'y) dV \\ &= E \int_V (w' - v'y) (\delta w' - y \delta v') dV \\ &= E \left\{ \int_V w' \delta w' dV - \int_V w' \delta v' y dV \right. \\ &\quad \left. - \int_V v' \delta w' y dV + \int_V v' \delta v' y^2 dV \right\} \\ &= E \left\{ \int_I \int_A w' \delta w' dA dz + \int_I \int_A \right. \\ &\quad \left. v' \delta v' y^2 dA dz \right\} \\ &= E \int_I A w' \delta w' dz + \\ &\quad E \int_I I v' \delta v' dz \quad (2.15) \end{aligned}$$

ここで z 軸を部材の重心軸にとると $\int_A y dA = 0$ であり式(2.15)が得られる。一般には曲げに対し三次式を、軸方向変位に対し一次式を仮定しているが、著者らの方法においては、軸方向変位が重要な要素となるので軸方向変位および曲げによる変位をそれぞれ三次式で仮定することにする。

$$\begin{aligned} EA \int_I w' \delta w' dz &= EA \int_I (w_1 g_1' + w_1' g_1 + w_2 g_2' + w_2' g_2) (\delta w_1 g_1' + \delta w_1' g_1 + \delta w_2 g_2' + \delta w_2' g_2) dz \\ &= EA \left\{ \delta w_1 (w_1 \int_I g_1' g_1' dz + w_1' \int_I g_1' g_1 dz + w_2 \int_I g_2' g_2' dz + w_2' \int_I g_2' g_2 dz) \right. \\ &\quad + \delta w_1' (w_1 \int_I g_1' g_1 dz + w_1' \int_I g_1' g_1' dz + w_2 \int_I g_2' g_2 dz + w_2' \int_I g_2' g_2' dz) + \delta w_2 (w_1 \int_I g_1' g_1' dz \\ &\quad + w_1' \int_I g_1' g_1 dz + w_2 \int_I g_2' g_2' dz + w_2' \int_I g_2' g_2 dz) + \delta w_2' (w_1 \int_I g_1' g_1 dz + w_1' \int_I g_1' g_1' dz \\ &\quad \left. + w_2 \int_I g_2' g_2 dz + w_2' \int_I g_2' g_2' dz) \right\} \end{aligned}$$

これをマトリックス表示すると式(2.20)となる。

$$w = w_1 g_1 + w_1' g_1 + w_2 g_2 + w_2' g_2 \quad (2.16a)$$

$$v = v_1 g_1 + v_1' g_1 + v_2 g_2 + v_2' g_2 \quad (2.16b)$$

ここで w_1, w_1' および w_2, w_2' また v_1, v_1' および v_2, v_2' は節点1および2における変位で、変数 g には無関係である。 g_1, g_2, g_3, g_4 はつぎのような形状関数である。

$$g_1 = 2\beta^3 - 3\beta^2 + 1 \quad (2.17a)$$

$$g_2 = (\beta^3 - 2\beta^2 + \beta) \ell \quad (2.17b)$$

$$g_3 = -2\beta^3 + 3\beta^2 \quad (2.17c)$$

$$g_4 = (\beta^3 - \beta^2) \ell \quad (2.17d)$$

ここで $\beta = \frac{z}{\ell}$ である。

著者らの方法は、変断面のはりにも適用できるがこの報告では断面積および断面二次モーメントが一定なはりについてののみ考えることにする。したがって式(2-15)の A および I は一定となり、

$$\int_V \delta \varepsilon g dV = EA \int_I w' \delta w' dz + EI \int_I v' \delta v' dz \quad (2.18)$$

となる。軸方向変位およびたわみ方向変位の導関数は式(2.16a)および式(2.16b)から、

$$w' = w_1 g_1' + w_1' g_1 + w_2 g_2' + w_2' g_2 \quad (2.19a)$$

$$v' = v_1 g_1' + v_1' g_1 + v_2 g_2' + v_2' g_2 \quad (2.19b)$$

で与えられる。式(2.19a)を式(2.18)の第1項に代入すると、

$$EA \int_1 w' \delta w' dz = \begin{pmatrix} \delta w_1 \\ \delta w_i \\ \delta w_2 \\ \delta w'_i \end{pmatrix}^T EA \begin{pmatrix} \frac{6}{5l}, \frac{1}{10}, -\frac{6}{5l}, \frac{1}{10} \\ \frac{2l}{15}, -\frac{1}{10}, -\frac{l}{30} \\ \frac{6}{5l}, -\frac{1}{10} \\ \text{symmetric} \quad \frac{2l}{15} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_i \\ w_2 \\ w'_i \end{pmatrix}$$

(2. 20)

式 (2. 19b) を式 (2. 18) の第2項に代入すると

$$\begin{aligned} EI \int_1 v' \delta v' dz &= EI \int_1 (v_1 g' + v'_i g'_i + v_2 g'_2 + v'_i g'_i) (\delta v_1 g' + \delta v'_i g'_i + \delta v_2 g'_2 + \delta v'_i g'_i) dz \\ &= EI \left(\delta v_1 (v_1 \int_1 g' g' dz + v'_i \int_1 g'_i g'_i dz + v_2 \int_1 g'_2 g'_2 dz + v'_i \int_1 g'_i g'_i dz) \right. \\ &\quad \delta v'_i (v_1 \int_1 g' g' dz + v'_i \int_1 g'_i g'_i dz + v_2 \int_1 g'_2 g'_2 dz + v'_i \int_1 g'_i g'_i dz) \\ &\quad \delta v_2 (v_1 \int_1 g' g' dz + v'_i \int_1 g'_i g'_i dz + v_2 \int_1 g'_2 g'_2 dz + v'_i \int_1 g'_i g'_i dz) \\ &\quad \left. \delta v'_i (v_1 \int_1 g' g' dz + v'_i \int_1 g'_i g'_i dz + v_2 \int_1 g'_2 g'_2 dz + v'_i \int_1 g'_i g'_i dz) \right) \\ &= \begin{pmatrix} \delta v_1 \\ \delta v'_i \\ \delta v_2 \\ \delta v'_i \end{pmatrix}^T EI \begin{pmatrix} \frac{12}{l^3}, \frac{6}{l^2}, -\frac{12}{l^3}, \frac{6}{l^2} \\ \frac{4}{l}, -\frac{6}{l^2}, \frac{2}{l} \\ \frac{12}{l^3}, -\frac{6}{l^2} \\ \text{symmetric} \quad \frac{4}{l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v'_i \\ v_2 \\ v'_i \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(2. 21)

したがってはりの仮想ひずみエネルギーは次のようにマトリック表示できる。

$$\begin{aligned} &\int_1 \sigma_z \delta \epsilon_z dV \\ &= \begin{pmatrix} \delta w_1 \\ \delta w_i \\ \delta v_1 \\ \delta v'_i \\ \delta w_2 \\ \delta w'_i \\ \delta v_2 \\ \delta v'_i \end{pmatrix}^T E \begin{pmatrix} \frac{6A}{5l}, \frac{A}{10}, 0, 0, -\frac{6A}{5l}, \frac{A}{10}, 0, 0 \\ \frac{2lA}{15}, 0, 0, -\frac{A}{10}, -\frac{lA}{30}, 0, 0 \\ \frac{12I}{l^3}, \frac{6I}{l^2}, 0, 0, -\frac{12I}{l^3}, \frac{6I}{l^2} \\ \frac{4I}{l}, 0, 0, -\frac{6I}{l^2}, \frac{2I}{l} \\ \frac{6A}{5l}, -\frac{A}{10}, 0, 0 \\ \frac{2lA}{15}, -\frac{lA}{30}, 0, 0 \\ \frac{12I}{l^3}, -\frac{6I}{l^2} \\ \text{symmetric} \quad \frac{4I}{l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w'_i \\ v_1 \\ v'_i \\ w_2 \\ w'_i \\ v_2 \\ v'_i \end{pmatrix} \\ &= \{\delta \underline{U}\}^T [K] \{\underline{U}\} \end{aligned}$$

(2. 22)

つきに式 (2. 12) の右辺は分布荷重および集中荷重による仮想仕事となり、式 (2. 16a)、および式 (1. 16b) を代入すると、

$$\begin{aligned} & \int_1 q_y \delta v dz + \int_1 q_x \delta w dz + \sum P_{y_i} \delta v + \sum P_z \delta w \\ &= \int_1 q_y (\delta v_1 + \delta v'_1 g_2 + \delta v_2 g_3 + \delta v'_2 g_4) dz + \int_1 q_x (\delta w_1 g_1 + \delta w'_1 g_2 + \delta w_2 g_3 + \delta w'_2 g_4) dz \\ &+ \sum P_{y_i} (\delta v_1 g_{1i} + \delta v'_1 g_{2i} + \delta v_2 g_{3i} + \delta v'_2 g_{4i}) + \sum P_{z_i} (\delta w_1 g_{1i} + \delta w'_1 g_{2i} + \delta w_2 g_{3i} + \delta w'_2 g_{4i}) \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} \delta w_1 \\ \delta w'_1 \\ \delta v_1 \\ \delta v'_1 \\ \delta w_2 \\ \delta w'_2 \\ \delta v_2 \\ \delta v'_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \int_1 q_x g_1 dz + \sum P_{z_i} g_{1i} \\ \int_1 q_x g_2 dz + \sum P_{z_i} g_{2i} \\ \int_1 q_y g_1 dz + \sum P_{y_i} g_{1i} \\ \int_1 q_y g_2 dz + \sum P_{y_i} g_{2i} \\ \int_1 q_x g_3 dz + \sum P_{z_i} g_{3i} \\ \int_1 q_x g_4 dz + \sum P_{z_i} g_{4i} \\ \int_1 q_y g_3 dz + \sum P_{y_i} g_{3i} \\ \int_1 q_y g_4 dz + \sum P_{y_i} g_{4i} \end{bmatrix} \quad (2. 23)$$

$$= \delta \underline{U}^T [P]$$

ここで $g_{ji} (j=1 \sim 4)$ は i 点における g_j の値となる。式 (2. 22) および式 (2. 23) より

$$\delta \underline{U}^T [K] [\underline{U}] = \delta \underline{U}^T [P]$$

したがって、

$$[K] \underline{U} = [P]$$

となる。

コンクリートスラブと鋼げたのおのおのの剛性マトリックスは、式 (2. 22) に示されるがコンクリートスラブの変位は図-2のはり要素のモデルでは節点 2, 4 で鋼げたの変位は節点 1, 3 で与えられる。コンクリートスラブと鋼げたのたわみは等しいと仮定しているので、著者らがモデル化した要素の変位は、16個から12個に減少することができる。結局変位ベクトル \underline{U} は、

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_1' \\ \nu_1 \\ \nu_1' \\ w_2 \\ w_2' \\ w_3 \\ w_3' \\ \nu_3 \\ \nu_3' \\ w_4 \\ w_4' \end{Bmatrix} \quad (2.24)$$

$$[K_s] = \begin{bmatrix} \frac{6 E_s A_s}{5 l}, \frac{E_s A_s}{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6 E_s A_s}{5 l}, \frac{E_s A_s}{10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2 l E_s A_s}{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{E_s A_s}{10}, -\frac{l E_s A_s}{30} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12(E_s I_s + E_c I_c)}{l^2}, \frac{6(E_s I_s + E_c I_c)}{l^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{12(E_s I_s + E_c I_c)}{l^2}, \frac{6(E_s I_s + E_c I_c)}{l^2} & 0 & 0 \\ & \frac{4(E_s I_s + E_c I_c)}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6(E_s I_s + E_c I_c)}{l^2}, \frac{2(E_s I_s + E_c I_c)}{l} & 0 & 0 \\ & & \frac{6 E_c A_c}{5 l}, \frac{E_c A_c}{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6 E_c A_c}{5 l}, \frac{E_c A_c}{10} \\ & & & \frac{2 l E_c A_c}{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{E_c A_c}{10}, -\frac{l E_c A_c}{30} \\ & & & & \frac{6 E_s A_s}{5 l}, -\frac{E_s A_s}{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & \frac{2 l E_s A_s}{15} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & \frac{12(E_s I_s + E_c I_c)}{l^2}, -\frac{6(E_s I_s + E_c I_c)}{l^2} & 0 & 0 \\ & & & & & & & \frac{4(E_s I_s + E_c I_c)}{l} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & \frac{6 E_c A_c}{5 l}, -\frac{E_c A_c}{10} \\ & & & & & & & & & \frac{2 l E_c A_c}{15} \end{bmatrix}$$

symmetric

(2.25)

コンクリートスラブと鋼げたの両方を考慮したはり要素の剛性マトリックスを式(2.25)に示す。ここで E_c, E_s はコンクリートおよび鋼げたの弾性係数であり、 A_c, A_s および I_c, I_s はコンクリートスラブおよび、鋼げたの断面積、断面二次モーメントである。

2.2b) ジベル要素の剛性マトリックス

ジベルの押し抜き試験の結果によると図-4に示されるようにジベルの力-ずれ関係は必ずしも直線となっていないが、力が小さい部分においては直線とみなしてさしつかえない。ジベルに働くせん断力とずれの

関係は、

$$F = Q \Delta_s \quad (2.26)$$

ここでは Δ_s はコンクリートスラブと鋼げたのずれ、 Q はジベル剛性である。図-5に示すようにはりの変形は、変形前 AB および CD にあった平面が、変形後平面保持の法則によって $A'B'$ および $C'D'$ 平面となる。よって合成げたにズレが生じるとコンクリートスラブと鋼げたに別々の中立軸が存在し、それらの曲率は接合面の浮上がりがないとすると、等しくなり、ズレ Δ_s

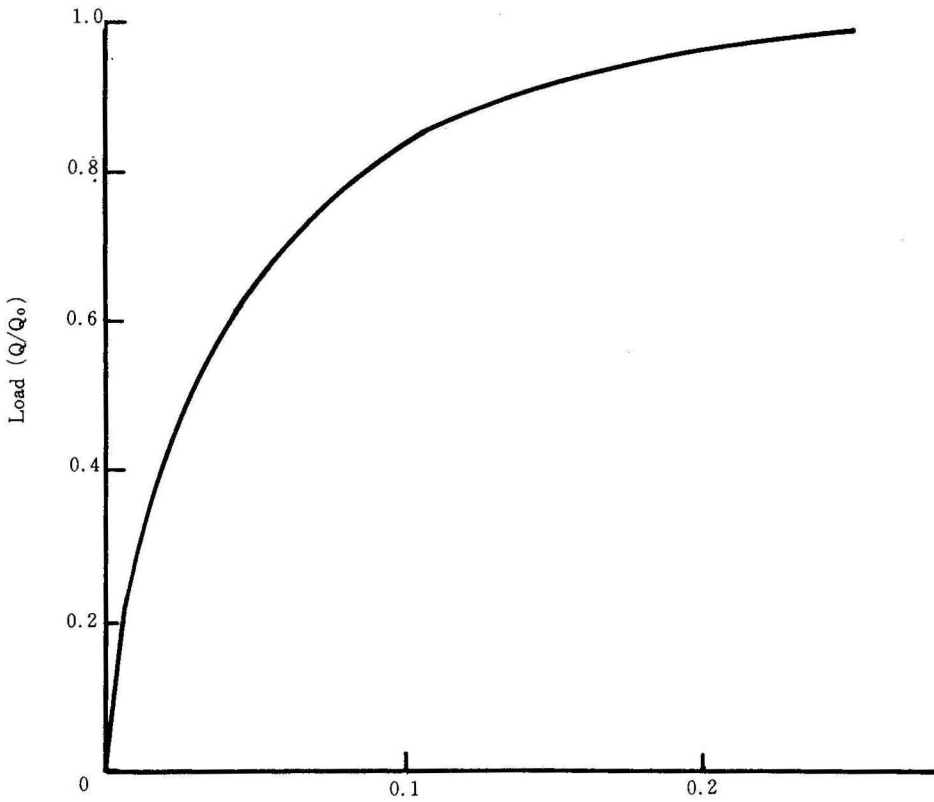


Fig. 4. Load-Slip Relationship for Stud Shear Connectors

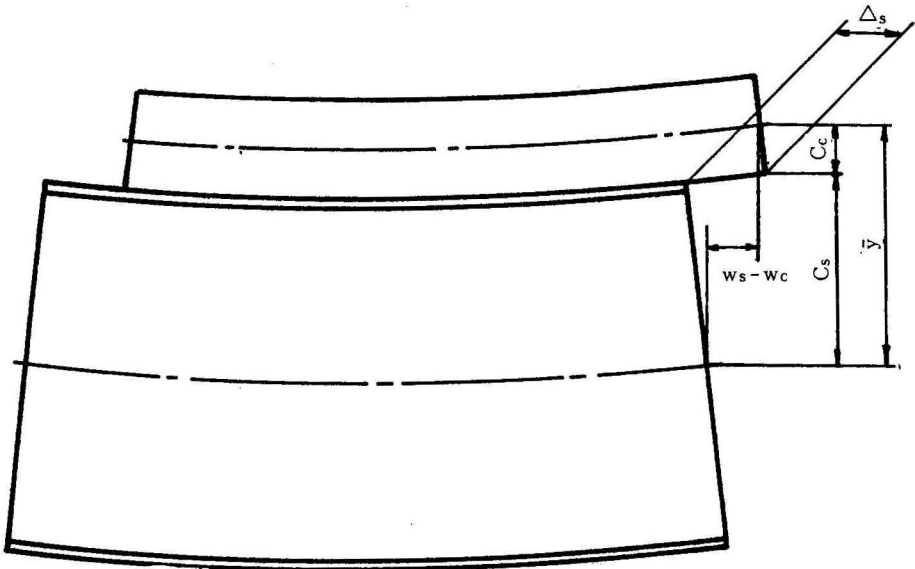


Fig. 5. Slip between the Concrete Slab and the Steel Beam

は軸方向変形および曲げ変形から次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta_s &= w_s - w_c + v'(C_s + C_c) \\ &= w_s - w_c + v'\bar{y} \end{aligned} \tag{2.27}$$

ここでは \bar{y} はコンクリートスラブと鋼げたのそれぞれの重心軸間の距離である。式(2.26)および式(2.27)よりジベルの仮想エネルギーはジベルが節点に集中している場合には、

$$\begin{aligned} \delta U_s &= F\delta\Delta_s = Q\Delta_s\delta\Delta_s \\ &= Q(w_s - w_c + v'\bar{y})(\delta w_s - \delta w_c - w_c\delta w_s \\ &= Q \left\{ (w_s\delta w_s + w_c\delta w_c - w_s\delta w_c + \bar{y}\delta v' \right. \\ &\quad \left. + \bar{y}(w_s\delta v' + v'\delta w_s - w_c\delta v' - v'\delta w_c) \right. \\ &\quad \left. + \bar{y}^2 v'\delta v' \right\} \end{aligned} \tag{2.28}$$

となる。図-2から

$$w_s = w_1 g_1 + w'_1 g_2 + w_3 g_3 + w'_3 g_4 \tag{2.29a}$$

$$w_c = w_2 g_1 + w'_2 g_2 + w_4 g_3 + w'_4 g_4 \tag{2.29b}$$

$$v' = v_1 g_1 + v'_1 g_2 + v_3 g_3 + v'_3 g_4 \tag{2.29c}$$

となり、式(2.28)に代入し $\beta=0$ および $\beta=1$ の点を求めると要素内のジベルの仮想エネルギーが求まる。これを、マトリックス表示すると式(2.30)で示される。

$$\begin{aligned} [\delta U_s] &= \begin{pmatrix} \delta w_1 \\ \delta w'_1 \\ \delta v_1 \\ \delta v'_1 \\ \delta w_2 \\ \delta w'_2 \\ \delta w_3 \\ \delta w'_3 \\ \delta v_3 \\ \delta v'_3 \\ \delta w_4 \\ \delta w'_4 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \bar{y} - 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \bar{y}^2 - \bar{y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 1 & 0 & 0 & \bar{y} - 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & \bar{y}^2 - \bar{y} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 1 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w'_1 \\ v_1 \\ v'_1 \\ w_2 \\ w'_2 \\ w_3 \\ w'_3 \\ v_3 \\ v'_3 \\ w_4 \\ w'_4 \end{pmatrix} \\ &= \delta U_s^T [K_s] U_s \end{aligned} \tag{2.30}$$

またジベルが連続で直線分布している場合にはジベルの仮想エネルギーは式(2.31)で示される。

$$\delta U_s = \int_0^1 \{ q_1 + (q_2 - q_1)\beta \} (w_s - w_c + v'\bar{y})(\delta w_s - \delta w_c + \bar{y}\delta v') dz \tag{2.31}$$

q_1 および q_2 はジベルの節点上の分布値である。式 (2. 31) をマトリックス表示すると、

$$[\delta U_{SS}] = \begin{bmatrix} \delta w_1 \\ \delta w'_1 \\ \delta v_1 \\ \delta v'_1 \\ \delta w_2 \\ \delta w'_2 \\ \delta w_3 \\ \delta w'_3 \\ \delta v_3 \\ \delta v'_3 \\ \delta w_4 \\ \delta w'_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_{11}, A_{21}, B_{11}, B_{12}, -A_{11}, -A_{21}, & A_{31}, & A_{41}, -B_{11}, & B_{14}, -A_{31}, -A_{41} \\ & A_{22}, B_{21}, B_{22}, -A_{21}, -A_{22}, & A_{32}, & A_{42}, -B_{21}, & B_{24}, -A_{32}, -A_{42} \\ & & C_{11}, C_{21}, -B_{11}, -B_{21}, & B_{31}, & B_{41}, -C_{11}, & C_{41}, -B_{31}, -B_{41} \\ & & & C_{22}, -B_{12}, -B_{22}, & B_{32}, & B_{42}, -C_{21}, & C_{42}, -B_{32}, -B_{42} \\ & & & & A_{11}, & A_{21}, -A_{31}, -A_{41}, & B_{11}, -B_{14}, & A_{31}, & A_{41} \\ & & & & & A_{22}, -A_{32}, & A_{42}, & B_{21}, -B_{24}, & A_{32}, & A_{42} \\ & & & & & & A_{33}, & A_{43}, -B_{31}, & B_{41}, -A_{33}, -A_{43} \\ & & & & & & & A_{44}, -B_{41}, & B_{22}, -A_{43}, -A_{44} \\ & & & & & & & & C_{11}, -C_{41}, & B_{31}, & B_{41} \\ & & & & & & & & & C_{44}, -B_{34}, -B_{22} \\ & & & & & & & & & & A_{33}, & A_{43} \\ & & & & & & & & & & & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w'_1 \\ v_1 \\ v'_1 \\ w_2 \\ w'_2 \\ w_3 \\ w'_3 \\ v_3 \\ v'_3 \\ w_4 \\ w'_4 \end{bmatrix} \quad (2. 32)$$

symmetric

となる。ここで

$A_{11} = (10q_1 + 3q_2) \cdot l / 35$	$A_{21} = (15q_1 + 7q_2) \cdot l^2 / 420$
$A_{22} = (5q_1 + 3q_2) \cdot l^3 / 840$	$A_{31} = (9q_1 + 9q_2) \cdot l / 140$
$A_{32} = (6q_1 + 7q_2) \cdot l^2 / 420$	$A_{33} = (3q_1 + 10q_2) \cdot l / 35$
$A_{41} = -(7q_1 + 6q_2) \cdot l^2 / 420$	$A_{42} = -(q_1 + q_2) \cdot l^3 / 280$
$A_{43} = -(7q_1 + 15q_2) \cdot l^2 / 420$	$A_{44} = (3q_1 + 5q_2) \cdot l^3 / 840$
$B_{11} = -(22q_1 + 13q_2) \cdot \bar{y} / 70$	$B_{12} = (23q_1 - 2q_2) \cdot l \cdot \bar{y} / 210$
$B_{14} = -(31q_1 + 11q_2) \cdot l \cdot \bar{y} / 420$	$B_{21} = -(4q_1 + 3q_2) \cdot l \cdot \bar{y} / 70$
$B_{22} = -(q_2 - q_1) \cdot l^2 \cdot \bar{y} / 210$	$B_{24} = -(5q_1 + 2q_2) \cdot l^2 \cdot \bar{y} / 420$
$B_{31} = -(24q_1 + 11q_2) \cdot \bar{y} / 70$	$B_{32} = -(11q_1 + 31q_2) \cdot l \cdot \bar{y} / 420$
$B_{34} = (-2q_1 + 23q_2) \cdot l \cdot \bar{y} / 210$	$B_{41} = (3q_1 + 4q_2) \cdot l \cdot \bar{y} / 70$
$B_{42} = (2q_1 + 5q_2) \cdot l^2 \cdot \bar{y} / 420$	
$C_{11} = (24q_1 + 18q_2) \cdot \bar{y}^2 / 35l$	$C_{21} = q_2 \cdot \bar{y}^2 / 10$
$C_{22} = (3q_1 + q_2) \cdot l \cdot \bar{y}^2 / 30$	$C_{41} = q_1 \cdot \bar{y}^2 / 10$
$C_{42} = -(q_1 + q_2) \cdot l \cdot \bar{y}^2 / 60$	$C_{44} = (q_1 + 3q_2) \cdot l \cdot \bar{y}^2 / 30$

2. 2. c) 不完全合成げたの剛性マトリックス

結局合成要素の剛性マトリックスは、

仮想仕事の原理から不完全合成げたについて次のことが成り立つ、

$$[K_{cc}] = [K_0] + [K_5] \quad (2. 34)$$

となり、式 (2. 33) は次のようになる。

$$[K_0] \{U\} + [K_5] \{U\} = [P] \quad (2. 33)$$

$$[K_{cc}] \{U\} = [P] \quad (2. 35)$$

ここで、

- [K₀] : はり要素の剛性マトリックス
- [K₅] : ジベル要素の剛性マトリックス
- {U} : 変位ベクトル
- [P] : 荷重項

ジベルが節点に集中している場合の剛性マトリックスは式 (2. 36) で示される。

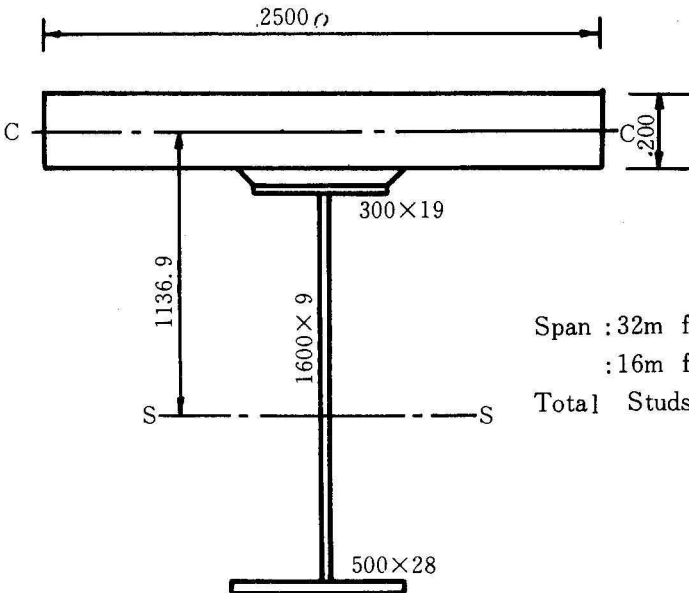
$$[K_{cc}] = \begin{bmatrix}
 \frac{6 E_s A_s}{5 l} + Q, \frac{E_s A_s}{10}, 0, Q \bar{y}, -Q, 0, \frac{-6 E_s A_s}{5 l}, \frac{E_s A_s}{-10}, 0, 0, 0, 0 \\
 \frac{2 I E_s A_s}{15}, 0, 0, 0, 0, 0, \frac{-E_s A_s}{10}, \frac{-I E_s A_s}{30}, 0, 0, 0, 0 \\
 \frac{12(E_s I_s + E_c I_c)}{l^3}, \frac{6(E_s I_s + E_c I_c)}{l^2}, 0, 0, 0, 0, \frac{-12(E_s I_s + E_c I_c)}{l^3}, \frac{6(E_s I_s + E_c I_c)}{l^2}, 0, 0 \\
 \frac{4(E_s I_s + E_c I_c)}{l} + Q \bar{y} - Q \bar{y}, 0, 0, 0, 0, \frac{-6(E_s I_s + E_c I_c)}{l^2}, \frac{2(E_s I_s + E_c I_c)}{l}, 0, 0 \\
 \frac{6 E_c I_c}{5 l} + Q, \frac{E_c A_c}{10}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \frac{-6 E_c A_c}{5 l}, \frac{E_c A_c}{10} \\
 \frac{2 I E_c A_c}{15}, 0, 0, 0, 0, 0, \frac{-E_c A_c}{10}, \frac{-I E_c A_c}{30} \\
 \frac{6 E_s A_s}{5 l} + Q, \frac{-E_s A_s}{10}, 0, Q \bar{y}, -Q, 0 \\
 \frac{2 I E_s A_s}{15}, 0, 0, 0, 0, 0 \\
 \frac{12(E_s I_s + E_c I_c)}{l^3}, \frac{-6(E_s I_s + E_c I_c)}{l^2}, 0, 0 \\
 \text{symmetric}, \frac{4(E_s I_s + E_c I_c)}{l} + Q \bar{y} - Q \bar{y}, -Q \bar{y}, 0 \\
 \frac{6 E_c A_c}{5 l} + Q, \frac{-E_c A_c}{10} \\
 \frac{2 I E_c A_c}{15}
 \end{bmatrix}$$

(2. 36)

3. 解析結果と考察

昭和48年の示方書に基づいて設計された図-6のよ

うな断面を用い、けた中央集中荷重および等分布荷重を受ける単純ばりのたわみ、ジベルに作用する力、コンクリートスラブおよび鋼桁のひずみに関する計算を



Span : 32m for Positive Bending
 : 16m for Negative Bending
 Total Studs: 378 for positive Bending
 : 63 for Negative Bending

Fig. 6. Cross Section for the Numerical Example

Table-1. Comparison of the Results between the Present Method and Newmark's Method for Beams Subjected to a Concentrated Load

	軸方向力 (t)		ジベルに作用する力(kg/cm)		た わ み (cm)		
	Newmarkの方法	著者らの方法	Newmarkの方法	著者らの方法	Newmarkの方法	著者らの方法	完全合成の場合
0	0	0	56.003	53.454	0	0	0
1	11.215	11.057	56.073	57.119	0.2961	0.2966	0.2898
2	22.429	22.392	56.073	56.276	0.5829	0.5836	0.5706
3	33.644	33.621	56.073	56.079	0.8512	0.8521	0.8331
4	44.859	44.833	56.073	56.066	1.0917	1.0927	1.0683
5	56.073	56.042	56.073	56.074	1.2951	1.2964	1.2671
6	67.287	67.272	56.051	56.231	1.4522	1.4537	1.4203
7	78.455	78.431	54.952	55.389	1.5536	1.5555	1.5190
8	86.851	83.969	0.	0	1.5899	1.5923	1.5539

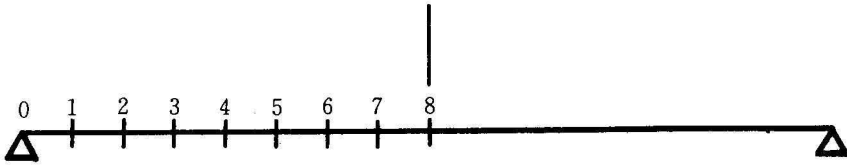


Table-2 Comparison of the Results between the Present Method and Newmarks Method for Beams Subjected to Uniformly Distributed Load

	軸方向力 (kg)		ジベルに作用する力 (kg/cm)		た わ み (cm)	
	Newmarkの方法	著者らの方法	Newmarkの方法	著者らの方法	Newmarkの方法	著者らの方法
0	0	0	81.717	81.956	0	0
1	16.678	16.203	78.445	80.073	0.3155	0.3529
2	31.255	30.964	67.287	67.614	0.6171	0.6183
3	43.590	43.332	56.073	56.106	0.8927	0.8941
4	53.654	53.423	44.859	44.842	1.1321	1.1337
5	61.681	61.265	33.644	33.604	1.3269	1.3286
6	67.288	66.865	22.429	22.396	1.4707	1.4724
7	70.652	70.221	11.215	11.180	1.5588	1.5606
8	71.774	71.339	0.000	0.000	1.5885	1.5903

おこない、Newmarkの方法による計算結果と著者らの方法による計算結果とを比較し、また、ジベルの配置を変えその挙動を調べた。一方同様な二種類の荷重を受ける負の曲げを受けるはりについても解析をおこなった。ここでは、すべり止めとして現在多く用いられているスタッドジベル ($\phi 19$) を使用し計算をおこなった。ジベルの剛性は、スタッドジベル ($\phi 19$) の

押し抜き試験の結果を参考し、1本当たり 5×10^5 kg/cmとした。負の曲げモーメントを受けるはりについてはNewmarkの方法では解析不可能であるので、比較できなかった。

3.1 Newmarkの方法との比較

集中荷重および等分布荷重を受ける単純はりについて、軸方向力、ジベルに作用する力、およびたわみに

ついて Newmark の方法と著者らの方法とについて計算をおこない、それを表-1,2に示した。Newmark の方法においては、軸方向力は式 (2. 3) の微分方程式を解くことによって、またジベルに作用する力は式 (2. 6 a), 式 (2. 6 b) から、たわみは式 (2. 9) から求まる。ここで、ジベル間隔は、 $S=8.4656$ cmである。著者らの方法についても式 (2. 35) のマトリックスを解くことによって変位を、またその変位を各要素のマトリックスに代入することによって、要素内の部材力を求めることができる。

計算結果から明らかなように、Newmark の方法と著者らの方法は、ほぼたわみ、軸方向力、およびジベルに作用する力とも一致している。Newmark の方法は、単純ばりにおいてほぼ実験結果と一致しているので著者らの方法も同様と考えられる。完全合けたたわみを、表-1に示すように、ここで用いられた断面はたわみにそれ程差がないことから明らかなようにジベルの量が非常に多いと考えられる。ジベルに作用する力が、点0および点1においていく分 Newmark の方法と著者らの方法の結果に差が生じたのは、著者らの解析法では、ジベルを要素の端に集中したためと考えられる。集中荷重、等分布荷重の両方の場合について同じ傾向を示している。点8で軸方向力にも多少

の差が生ずるがこれもジベルに作用する力に差が生じるのと同じ理由と考えられる。

3.2 正の曲げを受ける場合

図-6に示す単純合けたに中央集中荷重と等分布荷重載荷の場合について挙動を調べることにする。またジベル配置についても同様に検討するため、つぎの三つの配置方法を考えた。

1. はりにそってジベルを一樣に配置する。(以下等分布配置と称する。)
2. 端に多く、はり中央に近づくにつれて少なく配置する。(以下三角分布配置と称する。)
3. 端にジベルを集中配置する。(以下端集中と称する。)

a) たわみ

各ジベル配置、各荷重状態に対する16等分点の各点のたわみを表-3に示す。ジベルの等分布配置と三角分布配置の場合にはほとんど差は生じないが、集中荷重に対しては等分布配置が、等分布荷重に対しては三角分布配置がそれぞれわずかに大きい剛性を与えている。これはジベルに作用するせん断力に比例して配置していることによると考えられる。端集中配置の場合は剛性がかなり低下することを示しているが、これは、一種の非合成状態を示したものと考えられる。

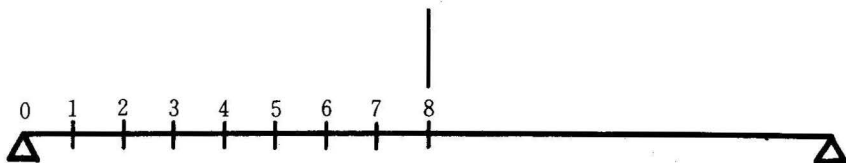
Table-3 Deflection of the Beam in Positive Bending (cm)

(a) Due to a concentrated Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	0	0	0
1	0.2966	0.2963	0.2961
2	0.5836	0.5832	0.6072
3	0.8521	0.8516	0.9405
4	1.0927	1.0922	1.2705
5	1.2964	1.2960	1.5719
6	1.4537	1.4536	1.8184
7	1.5555	1.5561	1.9851
8	1.592	1.5935	2.0464

(b) Due to Uniformly Distributed Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	0	0	0
1	0.3529	0.3194	0.3157
2	0.6183	0.6211	0.6384
3	0.8941	0.8963	0.9677
4	1.1337	1.1363	1.2754
5	1.3286	1.3313	1.5386
6	1.4724	1.4753	1.7393
7	1.5606	1.5637	1.8648
8	1.5903	1.5902	1.9075



b) ジベルに作用する力

ジベルに作用する力は等分布配置と三角分布配置とほとんど同じであるが、中央付近で等分布配置、けた端で三角分布配置のジベルに大きい力が作用する。これは集中荷重を受ける場合も、等分布荷重を受ける

場合も同様である。いずれにせよジベルの受ける力はほぼせん断力の大きさに比例するようである。したがって従来から設計されているようにジベル配置はせん断力に比例して配置すべきと考えられる。(表-4)

Table-4. Force Acting on shear connectors (kg/cm) in Positive Bending

a) Due to a Concentrated Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	53.454	53.500	53.230
1	57.119	57.300	225.750
2	56.276	56.324	0
3	56.079	56.195	0
4	56.066	56.265	0
5	56.074	56.535	0
6	56.231	56.966	0
7	56.389	50.441	0
8	0	0	0

b) Due to Uniformly Distributed Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	81.956	82.210	82.66
1	80.073	80.345	226.00
2	67.614	67.610	0
3	56.104	56.094	0
4	44.842	44.825	0
5	33.604	33.575	0
6	22.396	22.223	0
7	11.180	10.421	0
8	0	0	0

Table-5 Strain at the Lower Flange of the Beam in Positive Bending

(a) Due to a Concentrated Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	10.756×10^{-4}	10.770×10^{-4}	18.240×10^{-4}
1	32.280	31.650	-30.560
2	60.768	59.760	30.250
3	90.709	89.510	74.780
4	120.870	119.400	115.720
5	151.030	149.060	156.020
6	180.935	178.000	196.210
7	209.630	205.960	236.390
8	240.936	244.400	276.550

(b) Due to Uniformly Distributed Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	15.926×10^{-4}	15.973×10^{-4}	22.364×10^{-4}
1	48.140	46.857	-16.530
2	84.700	83.440	61.000
3	117.500	116.279	108.295
4	144.620	143.431	145.219
5	165.760	164.615	173.463
6	180.855	179.805	193.559
7	189.910	189.919	201.440
8	192.910	193.085	209.580

c) 鋼げたおよびコンクリートスラブのひずみ

鋼げたの下縁およびコンクリートスラブの上縁のひずみは軸方向ひずみと曲げひずみの和で与えられる。曲げひずみは曲率 ρ から求められ、その曲率は鋼げた、スラブとも $\rho = (M - F \cdot Z) / \Sigma EI$ で与えられる。

鋼げた下縁、コンクリートスラブ上縁のひずみは等分布配置と三角分布配置とではほとんど差はみられない。端集中配置の場合、たわみにおいて20%以上差

が生ずるが、鋼げた下縁のひずみではそれ程差が生じない。一方コンクリート上縁のひずみは端集中配置の場合の方が、他の配置よりもむしろ小さくなっている。(表-5・6を参照されたい)。

3.3 負の曲げを受ける場合

負の曲げを受ける合げたの解析は今までほとんどされていない。ここで、正の曲げを受ける場合と負の曲げを受ける場合とのちがいは、負の曲げを受ける場合

Table-6 Strain in Concrete Slab of the Beam in Positive Bending
Positiue Bauding

(a) Due to a Concentrated Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	-7.336×10^{-4}	-7.346×10^{-4}	-12.447×10^{-4}
1	-14.200	-14.122	-15.252
2	-26.173	-26.047	-38.930
3	-39.005	-38.862	-48.281
4	-51.956	-51.803	-55.178
5	-64.923	-64.722	-61.651
6	-77.730	-77.398	-68.052
7	-89.628	-88.938	-74.444
8	-98.380	-98.171	-80.825

(b) Due to Uniformly Distributed Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	-10.862×10^{-4}	-10.895×10^{-4}	-15.258×10^{-4}
1	-20.674	-20.507	-20.403
2	-35.927	-35.780	-46.015
3	-49.963	-49.821	-55.794
4	-61.613	-61.474	-62.054
5	-70.698	-70.561	-66.610
6	-77.188	-77.045	-69.816
7	-81.080	-80.934	-71.732
8	-82.374	-82.2330	-72.365

はコンクリートスラブの曲げ剛性が全くなくなることである。

解析結果を表-7~10に示すが、正の曲げを受ける合成げたとほとんど同じ性状を示す。正の曲げを受ける合成げたではコンクリートスラブのひずみを求めているが、負の曲げを受ける場合はスラブ中鉄筋のみ有効であるので、鉄筋のひずみを求めた。

連続合成げたの設計では、断続合成げたのように、

負の曲げモーメント域にジベルを配置せずに鉄筋を単に正の曲げモーメント域にうめ込むだけにすることがある。この時は、端集中のジベル配置と同じ条件となるので、端集中配置の応力解析も必要となる場合がある。端集中配置の場合たしかに剛性は落ちるが、応力はそれ程差は生じない、また、スラブの応力は減少するので場合によればより合理的なこともありうる。

(図-7・8を参照されたい)。

Table-7 Deflection of the Beam in Negative Bending (cm)

(a) Due to a Concentrated Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	0	0	0
1	0.05967	0.05952	0.05945
2	0.11746	0.11718	0.11913
3	0.17152	0.17115	0.17849
4	0.21999	0.21959	0.23429
5	0.26101	0.26067	0.28331
6	0.29273	0.29257	0.32231
7	0.31327	0.31338	0.34808
8	0.32064	0.32091	0.35739

(b) Due to Uniformly Distributed Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	0	0	0
1	0.03147	0.03173	0.03166
2	0.06224	0.06206	0.06284
3	0.09001	0.08976	0.09276
4	0.11413	0.11387	0.11967
5	0.13375	0.13351	0.14210
6	0.14823	0.14802	0.15893
7	0.15710	0.15694	0.16934
8	0.16009	0.15995	0.17287

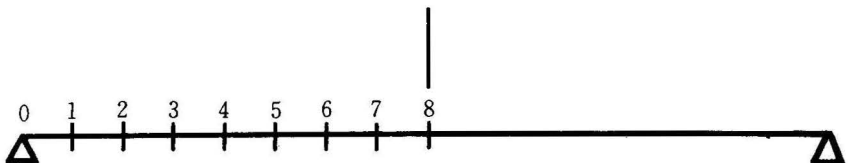


Table-8. Force Acting on Shear Connectors in Negative Bending (kg/cm)

(a) Due to a Concentrated Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	35.460	35.746	43.556
1	37.812	38.548	145.080
2	37.478	37.863	0
3	37.294	37.878	0
4	37.232	38.180	0
5	37.128	38.029	0
6	36.400	34.478	0
7	31.338	21.021	0
8	0	0	0

(b) Due to Uniformly Distributed Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	26.416	26.960	31.146
1	26.174	26.753	72.839
2	22.482	22.531	0
3	18.658	18.621	0
4	14.896	14.803	0
5	11.159	10.904	0
6	7.430	6.796	0
7	3.706	2.673	0
8	0	0	0

Table-9 Strain at the Lower Flange of the Beam in Negative Bending

(a) Due to a Concentrated Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	-3.607×10^{-7}	-3.567×10^{-6}	-6.518×10^{-6}
1	-17.271	-17.608	-4.777
2	-33.508	-3.943	-23.677
3	-50.206	-50.737	-45.383
4	-66.912	-67.618	-65.930
5	-83.504	-84.494	-86.267
6	-100.111	-101.299	-106.571
7	-117.603	-118.071	-126.864
8	-137.642	-136.617	-147.167

(b) Due to Uniformly Distributed Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	-2.579×10^{-6}	-2.631×10^{-6}	-3.919×10^{-6}
1	-3.113	-12.862	-2.612
2	-23.609	-23.318	-19.427
3	-32.756	-32.863	-31.194
4	-40.301	-40.034	-40.361
5	-46.173	-45.925	-47.415
6	-50.363	-50.177	-52.434
7	-52.673	-52.835	-55.440
8	-53.701	-53.041	-56.432

Table-10. Strain in Longitudinal Reinforcing Bar in Negative Bending

(a) Due to a Concentrated Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	10.948×10^{-6}	11.071×10^{-6}	20.002×10^{-6}
1	17.650	17.894	41.337
2	32.148	32.610	66.333
3	47.898	48.585	70.622
4	63.809	64.790	71.357
5	79.640	80.859	71.483
6	94.980	95.746	71.505
7	108.170	106.850	71.508
8	113.89	111.010	71.509

(b) Due to Uniformly Distributed Load

	等分布配置	三角分布配置	端集中配置
0	7.915×10^{-6}	$.075 \times 10^{-6}$	12.027×10^{-6}
1	12.425	12.670	22.738
2	21.560	21.911	35.28
3	30.152	30.517	37.440
4	37.307	37.641	37.809
5	42.886	43.132	37.873
6	46.869	46.924	37.883
7	49.056	49.013	37.885
8	50.051	49.639	37.886

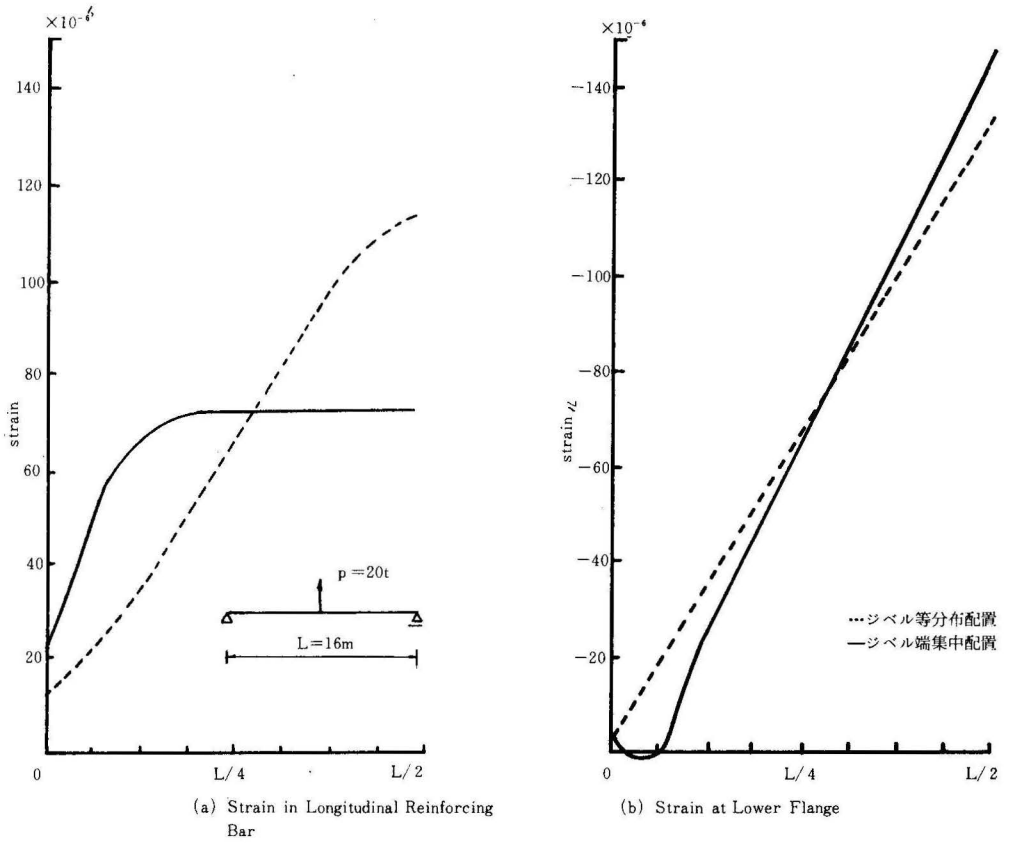


Fig. 7. Strain Distribution along the Beam in Negative Bending due to a Concentrated Load

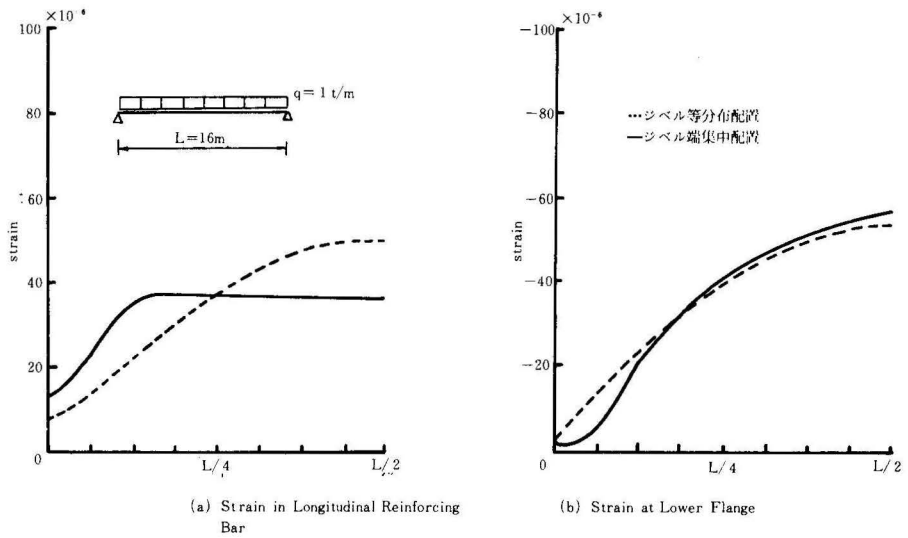


Fig. 8. Strain Distribution along the Beam in Negative Bending due to Distributed Load

4. むすび

Newmarkが不完全合成げたの解析を試みて以来、ほとんどの研究者がNewmarkの方法に基づいて解析の適用を拡張した。有限要素法が普及して以来この方法も適用されたが、適当なモデルは末だに完成されていない。著者らの方法こそ不完全合成げた要素の最適モデルと信じて疑わない。

この報告では単純げたの場合で、一例として設計された合成げたを選んだ。この方法を用いて不完全合成げたの工学的な問題をさらに研究すべきと考えている。さらに連続げたについても、Newmarkの方法では煩雑な数値計算を必要とするので、ほとんど研究されていない。これについても今後この方法このいて研究を続けたい。

なお、解析結果の結論は、単に一例として計算結果を示しただけであるので特記しないことにするが3節に述べたことは一応単純合成げたの性状を示しているものと考えられる。

最後に、この報告に独断的なことも少なからずあるかと危惧している。

参 考 文 献

- 1) Newmark, N.M., siess, C.P. and Viest, I.M., "Test and Analysis of Composite Beams With Incomplete Interactioun," Proceedings of the Society for Experimental stress Analysis, VoL. 9, No. 1, 1955
- 2) Yam, L.C.P., and Chapman, j.C., "The Inelastic Behavior of Simply-Supported composite Beams of Steel and concrete," Proceedings of the Institutl of civil Engineers, VOL, 42, Dec. 1968
- 3) 前田幸雄、梶川靖治、中谷行博「連続合成げた中間支点上の床版引張応力の低減について」土木学会年次講演会概要集、昭和50年10月
- 4) Taylor, T.P. and Matlock, H. "Finite Element Analysis for composite Beams, Research Report No.56-1, The Univ. of Texas, Austin, 1967
- 5) 奥村敏恵、佐々木貴一、佐藤政勝「単純合成げた

の有限要素法による弾塑性解析および実験的研究」

記号

この報告で用いた記号を簡単に列挙説明すると次のとおりである。

A_s, A_c : 鋼げたおよびコンクリートスラブの断面積

C_s, C_c : 鋼げたおよびコンクリートスラブの中立軸と接合面までの距離、

E_s, E_c : 弾性係数

F : 軸方向力

g_1, g_2, g_3, g_4 : 形状関数

I_s, I_c : 断面二次モーメント

K : ジベルの剛性

$[K_b]$: はり要素の剛性マトリックス

$[K_s]$: ジベル要素の剛性マトリックス

$[K_{cc}]$: 不完全合成げたの剛性マトリックス

L, l : はりの長さ

M, M_s, M_c : 曲げモーメント

P : 集中荷重

$\{P\}$: 荷重項ベクトル

q_{cl}, q_{cr} : 単位長さあたりのジベルに作用する力

Q_c : ジベル1本あたりに作用する力

Q : ジベルの剛性

S : ジベルの間隔

U : ひずみエネルギー

$\{U\}$: 変位ベクトル

v, w : 変位成分

y, \hat{y} : たわみ

\bar{y}, z : 鋼げたおよびコンクリートスラブの重心軸間距離

β : g/l

γ : 接合面のズレ

Δ_s : 接合面のズレ

ϵ_s, ϵ_c : ひずみ

σ : 応力