

琉球大学学術リポジトリ

《数学科》対話から考え合う力をはぐくむ数学の授業デザイン：
インストラクショナルデザインを活かした知識構成型ジグソー法を通して

メタデータ	言語: 出版者: 琉球大学教育学部附属中学校 公開日: 2016-10-05 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 新垣, 裕己, 西里, 優子, 仲松, 研, 湯澤, 秀文, Nishizato, Yuko, Nakamatsu, Ken, Yuzawa, Hidefumi メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/35346

対話から考え合う力をはぐくむ数学の授業デザイン ～インストラクショナルデザインを活かした知識構成型ジグソー法を通して～

新垣裕己*・西里優子*・仲松研*・湯澤秀文**
*琉球大学教育学部附属中学校 **琉球大学教育学部

I 主題設定の理由

平成 26 年 11 月 20 日に行われた文部科学省第 95 回中央教育審議会では、「今の子どもたちやこれから誕生する子どもたちが、成人して社会で活躍する頃には、我が国は、厳しい挑戦の時代を迎えていると予想される。そうした厳しい挑戦の時代を乗り越え、伝統や文化に立脚し、高い志や意欲をもつ自立した人間として、他者と協働しながら価値の創造に挑み、未来を切り開いていく力が必要である」⁽¹⁾と述べている。そこで、平成 28 年度改訂、平成 33 年度実施予定の中学校新学習指導要領では、新しい時代に必要となる資質・能力を育むための「アクティブラーニング」の充実が重要な柱として位置づけられた。アクティブラーニングとは、「育成すべき資質・能力を育むための課題の発見・解決に向けた主体的・協働的な学び」を指す⁽²⁾。すなわち、「何を教えるか」という知識の質や量の改善はもちろんのこと、「どのように学ぶか」という、学びの質や深まりを重視する学習・指導方法の改革が、我が国の喫緊の課題だといえるであろう。その課題に答えるべく、本校では平成 25 年度から、東京大学発教育支援コンソーシアム機構 (CoREF) との連携により、アクティブラーニングの構造化されたひとつの教授方法である「知識構成型ジグソー法」を用いた協調学習の実践に取り組んでいる。

本校数学科ではこれまで 2 年間、「考え合う力をはぐくむ数学の授業デザイン」をテーマに研究、授業実践に取り組んできた。1 年次では、本研究のゴールを見据え、考え合う力とはどのような力なのか、目指す生徒像(授業デザインのゴール)を検討、定義した。2 年次では、本校数学科における駆動質問を捉え、考え合う力をはぐくむための教材(授業デザインの出発点)を蓄積することができた。昨年度の研究成果と課題は

以下の通りである⁽³⁾。

《成果》

・合計 11 教材の駆動質問を開発した。

その内訳は、全国学力・学習状況調査の「記述式問題における課題」の観点で捉えると、事実・事柄の説明が 5 教材、方法の説明が 3 教材、理由の説明が 3 教材となる。

《課題》

・生徒個人々の活動を保証するため、授業者による学習活動の時間や質のコントロール

・単位時間(50 分)程度で解決できる程度の難易度に設定された駆動質問が必要

・駆動質問に対して、教師からの発問を工夫することで生徒自身がエキスパート課題を見つけることができる工夫

・協調学習を課題学習の位置づけで取り組んできたが、学習の前後で、生徒にどのような変容・効果があったのか、検証する必要がある。

昨年度の成果としては、生徒の考え合う力をはぐくむために、「駆動質問から始まる数学的活動」(昨年度サブテーマ)の実践が有効であることが示唆された。また、駆動質問に答えるための小さな部品(エキスパート課題)を機械的に分割するのではなく、それぞれのエキスパート課題を駆動質問よりも広い視点から作成することで、生徒どうしの対話から多様な考えを統合し、他と協調しながら問題を解決していく有機的な学習活動が展開されたと推察する。しかしながら、知識構成型ジグソー法の一連の活動において、生徒個人々の活動を保証するために、授業者による学習活動の時間や質のコントロールが容易ではなく、授業デザインの目標と指導を見直すという課題があげられた。また、どの場面で協調学習が目指す“建設的相互作用”が起き

たのか、「深い理解」に至るまでの生徒の学習プロセスを明らかにする必要があった。

そこで本校数学科では、インストラクショナルデザインの原理(ガニェ 1985)を本研究の主眼とし、偶発的ではなく意図的な学習を支援する外的条件を整えることで、駆動質問(2年次研究)から目指す生徒像(1年次研究)に到達するまでの「学びの過程」を明らかにしていきたいと考える。協調学習の求められる成果と教え方と評価方法をマッチ(整合)させること、すなわち知識構成型ジグソー法を通して、目標と指導と評価の一体化を、インストラクショナルデザインによって完成させていきたい。

したがって3年次となる今年度は、生徒の考え合う力をはぐくむために、インストラクショナルデザインを活かした知識構成型ジグソー法の実践を通して、今、我が国で求められている新しい時代にふさわしい学びの姿、アクティブラーニングを具現化した授業を提案したいと考え、本主題を設定した。

II 本研究の目的

本研究は、インストラクショナルデザインを活かして、対話から考え合う力を高めるための学習プロセスを支援することに焦点化し、目標と指導と評価の一体化を目指した授業をデザインすることを目的とする。

III 研究仮説

協調学習において、駆動質問から始まる知識構成型ジグソー法に、インストラクショナルデザインを取り入れることで、生徒が目的意識をもって主体的に活動し、教材・自己・他者との対話から自分なりの解を得て、理解を深めることができるであろう。

IV 研究内容

本校数学科の研究構想図を以下に示す(図1)。

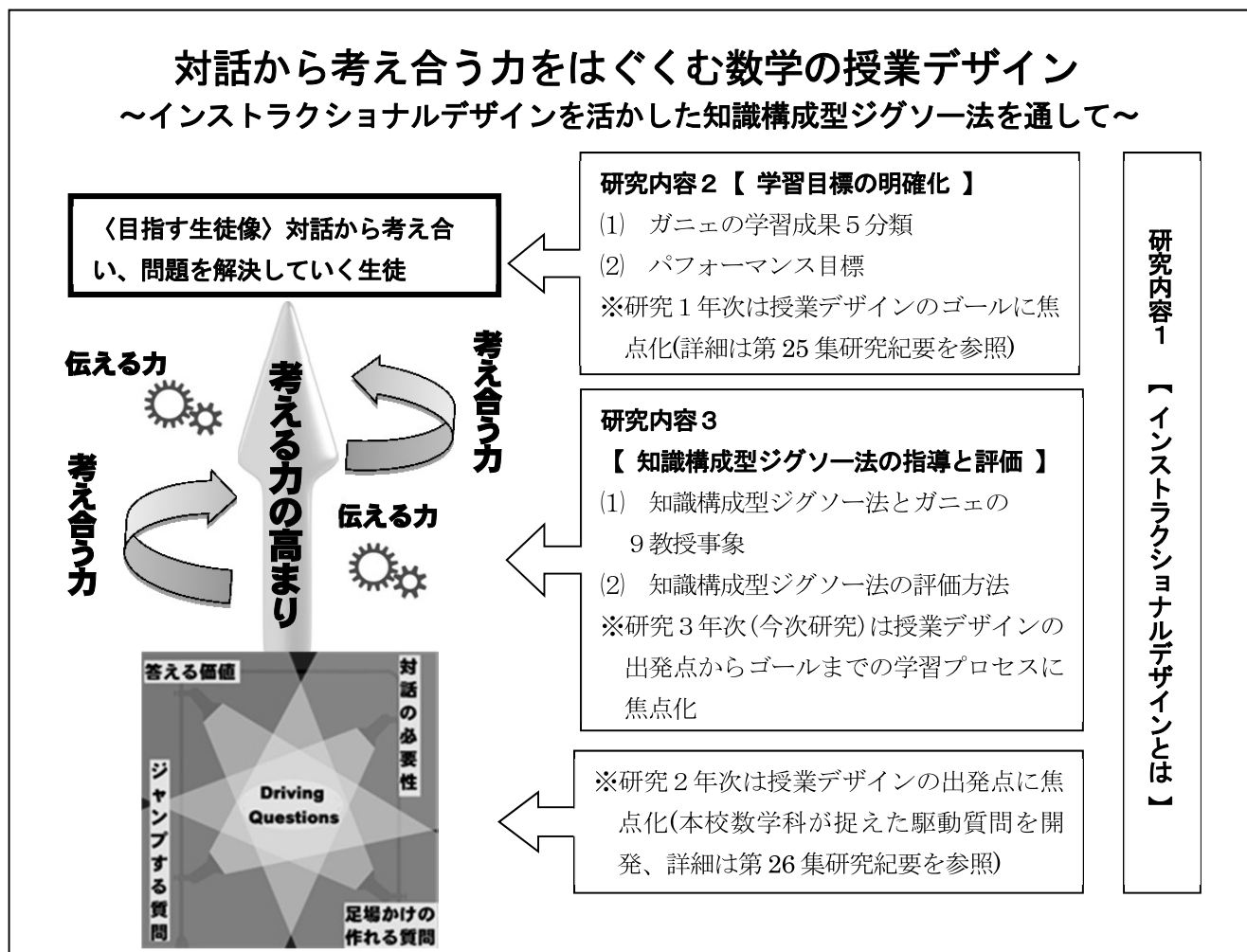


図1 研究構想図

1 インストラクショナルデザインとは

授業(インストラクション)を設計(デザイン)する目的は、授業をよりよくするためである。よりよい授業とは、授業の目標に生徒全員が到達し(効果)、なるべく短時間でそれを成し遂げ(効率)、そして生徒が「もっと学びたい」という気持ちで授業を終える(魅力)ことだと考える。

鈴木(2005)は、インストラクショナルデザイン(以下、ID)を、「教育活動の効果・効率・魅力を高めるための手法を集大成したモデルや研究分野、またはそれらを応用して学習支援環境を実現するプロセスのことを指す」と定義している⁽⁴⁾。最も簡単な形で表すと、図2に示す3つの要素をそろえることがIDの出発点だといえる。すなわちIDとは、何を学んでほしいのか(学習目標)、学んだかどうかをどう判断するのか(評価方法)、そして、どう学びを助けるのか(教育内容)、その3つの要素を確認しながら授業を改善していく方法だと捉えることができる。

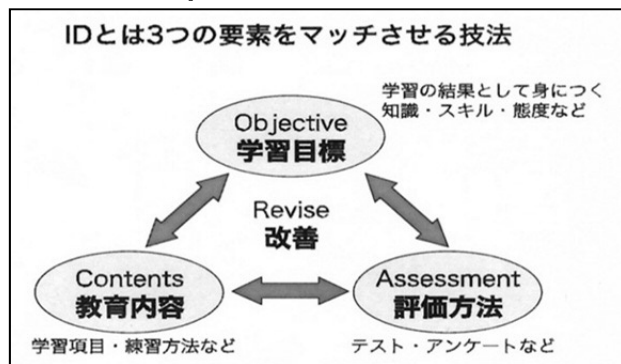


図2 IDの3要素⁽⁵⁾

また、このIDの3要素の「整合性をとる」という考え方を、最も端的に表したものに、メーガーの3つの質問がある(表1)。

表1 メーガーの3つの質問⁽⁶⁾

Where am I going? (どこへ行くのか?)	生徒たちのどんな学習を支援していくのか 【目標】 研究内容2
How do I get there? (どうやってそこへ行くのか?)	授業のゴールにたどりつかせる方法 【指導】 研究内容3
How do I know when I get there? (たどり着いたかをどうやって知るのか?)	目標達成を評価する方法 【評価】 研究内容3

本校数学科では今年度、IDを活かした知識構成型ジグソー法をデザインする際に、ガニエの学習成果5分類から学習目標を設定すること、ガニエの9教授事象を基軸とした指導と評価を行うことで、目標と指導と評価の一体化を図っていく。

2 学習目標の明確化

(1) ガニエの学習成果5分類

学習目標は、授業を構想する最初の段階で明確にすべきだと考える。生徒が授業後に何ができるようになっているのか、そしてどんな能力を向上させたかを、外部から「観察可能な行動」で表記し、誰が読んでも理解できるよう意図を明確にして学習目標を設定する。その方法として、本校数学科が目指したのが「ガニエの学習成果5分類」である(表2)。ガニエは学習成果を5つに分類することで、自動的に指導方法や評価方法(研究内容3)まで、授業を組み立てるために必要なすべての要素を、この5つの分類と対応づけている。また、このガニエの学習成果5分類は、現行の学習指導要領の学力の3要素との相性のよさも指摘されている⁽⁷⁾。本校数学科では、次期学習指導要領で示されるであろう21世紀型能力の思考力を、「知的技能」と「認知的方略」の2つに分類して、パフォーマンス目標を設定していく。

表2 ガニエの学習成果5分類と学力の3要素の関係⁽⁷⁾

ガニエの学習成果5分類	学力の3要素
言語情報：名称や単語などの指定されたものを覚える	基礎的・基本的
運動技能：体の一部や全体を使う動作や行動	な知識・技能
知的技能：ルールや原理、概念を理解して新しい問題に適用する	思考力・表現力・判断力等
認知的方略：学び方や考え方を意識して工夫・改善する	
態度：個人の選択や行動を方向づける気持ち	主体的に学習に取り組む態度

(2) パフォーマンス目標

生徒が「知的技能」や「認知的方略」を向上させたことを直接観察することは難しく、見えづらいものである。しかし、生徒がその能力を学習課題に適用する

パフォーマンスを観察することで、新しい能力が獲得されたことを解釈することは可能ではないか。ガニエはパフォーマンス目標を、「その能力の正確な記述として、学習者が獲得したならば、1つのパフォーマンスとして他人に観察可能なもの」と定義し、次の5つの構成要素を提案している⁸⁾。

- ㉞ 状況(学習者の成果がパフォーマンスとして実行される文脈)
- ㉟ 実行される学習の種類(学習の種類に対応する「学習した能力」を示す動詞：能力動詞で)
- ㊱ パフォーマンスの内容あるいは対象
- ㊲ 行動の観察可能な部分(動作を示す動詞)
- ㊳ パフォーマンスに適用される道具、制限あるいは条件(受け入れ可能なパフォーマンスのレベル)

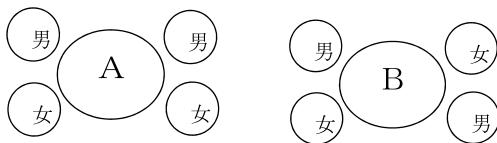
例えば、中学2年生の単元「確率」の導入場面(第1時)において、以下のパフォーマンス目標と駆動質問、エキスパート課題が考えられる(図3)。

① パフォーマンス目標(学習目標)

不確定な事象についての実験結果から(㉞状況)、起こり得る円卓の座り方(㊱対象)を順序よく整理し(㊲動作動詞)、Aの座り方が多く出る根拠を自分なりに見だし、例示することができる(㉟学習した能力動詞)。

② 駆動質問(学習課題)

12月の修学旅行、みんなでご飯を食べるホテルの会場は「円卓」です。男女2人ずつで座りますが、座り方は運にお任せで決定させていただきます！A男男女女とB男女交互の座り方では、どちらの座り方が出やすいですか？その根拠を説明しなさい。



③ エキスパート課題

「座り方は全部で何通りありますか？」

エキスパート課題A
男子1人、女子1人

エキスパート課題B
男子2人、女子1人

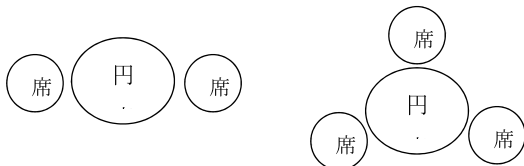


図3 目標に対する駆動質問・エキスパート課題

3 知識構成型ジグソー法の指導と評価

(1) 知識構成型ジグソー法とガニエの9教授事象

知識構成型ジグソー法の指導では、他人に説明することを通して自分のこれまでの経験則を修正し、他者の説明を聞き、他の視点の違う資料や実験と統合し、もう一段抽象度の高い原理を納得して使えるようにするための工夫を仕組むことを目指している⁹⁾。

エキスパート活動では、授業の柱となる課題に答えを出すための部品となる資料や問題に取り組み、ジグソー活動では、エキスパート活動で得た知識を活用し、組み合わせながら授業の柱となる課題に答えを出す。そしてクロストークでは、ジグソー活動で出した答えを交流することで、多様な解を一般化し、一人ひとりの納得が、授業のゴールに向けて深化することをねらっている。

しかしながら、この一連の活動を「型」にはめるだけでは、協調学習がねらっている建設的相互作用は起きづらいと考える。建設的相互作用を引き起こすためには、生徒が初心者から熟達者へどのように移行するのか、よりよい学習を促進するには何が効果的かといった、授業者による教授の観点が必要であると考えた。

そこで、本校数学科が今年度、知識構成型ジグソー法の指導において拠り所にするのが、生徒の学習プロセスを助ける作戦を整理した「ガニエの9教授事象¹⁰⁾」である。知識構成型ジグソー法の一連の活動の中に、ガニエの9教授事象の視点を盛り込むことで、生徒個々人の「理解深化」を促進させていきたい(表4)。

表4 知識構成型ジグソー法とガニエの9教授事象

知識構成型ジグソー法		ガニエの9教授事象
導入	駆動質問	① 学習者の注意を喚起する
		② 学習者に目標を知らせる
		③ 前提条件を思い出させる
展開	エキスパート活動	④ 新しい事項を提示する
	ジグソー活動	⑤ 学習の指針を与える
終末	クロストーク	⑥ 練習の機会をつくる
	ひとりになる	⑦ フィードバックを与える
		⑧ 学習の成果を評価する
		⑨ 保持と転移を高める

※必ずしも順序通りではなく、①～⑨のすべての事象を入れる必要はない。

① 学習者の注意を喚起する

生徒の内発的な学習意欲を持続する為に、誰もが共感できる身近な場面や知的好奇心を十分引き出せる挑戦的で答える価値のある発問から始まる(駆動質問)。

② 学習者に目標を知らせる

生徒に、本時の授業で達成してほしい知識やスキルが何であるか、パフォーマンス目標を伝える。

③ 前提条件を思い出させる

生徒の既有知識から、駆動質問を解決するためにはどのような知識やスキルが必要なのか、その方法を問い、生徒の考えをひきだす。

④ 新しい事項を提示する

前提条件で見いだされた方法などから、駆動質問を解決するためのエキスパート課題を提示する。

⑤ 学習の指針を与える(足場かけ)

生徒の既有知識と今学ぼうとしていること(エキスパート課題)を結びつける。

⑥ 練習の機会をつくる

ジグソー活動において、エキスパート課題でわかりかけたことを互いに伝え合い、自分と他者の考えを比較・吟味・統合しながら、自らの考えを深めたり、修正したりする機会を設ける。

⑦ フィードバックを与える

授業者は机間指導の中で、生徒の学習過程や学習成果の程度について注意を払う。生徒のジグソー活動をモニターしていく中で、うなずきや笑顔、または声かけなどを与えることでフィードバックを与える。対話や考えに行き詰まっているジグソー班があれば、本時のパフォーマンス目標を振り返らせたり、他のジグソー班を観察させたりすることで思考を促す。

⑧ 学習の成果を評価する

適切な行動が引き出されたその時、期待していた学習成果(パフォーマンス目標)に到達したということが直接的に示される。クロストークにおける発表やワークシートの記述内容を観察し、パフォーマンス目標に照らし合わせて学習が成立したことを示す。

⑨ 保持と転移を高める

クロストークで表出された多様な解や解法を比較・吟味させたり、本時の授業で学んだ知識を活用して発展的課題に取り組みせたりすることで、本時の学習内容の本質を明らかにして理解深化をねらい、学習の保持と転移を高めていく。

(2) 知識構成型ジグソー法の評価方法

知識構成型ジグソー法を用いた協調学習の場面では、教師はいかに生徒の学習状況をみとり、適切な指導につなげていくのかが問われてくる。授業者から発する「わかりやすい説明だね」、「このアイデアすごいね」といった言葉(ガニエの9教授事象⑦フィードバックを与える)は、生徒にとって自分の学びに対する評価にもなり、なぜ解が成り立つのか、その理由を考えたり、修正したりする機会にもなり得る。また、知的技能や認知的方略といった、積み上げが必要な学習成果を指導するには、途中のつまづきを早めに察知して、次時の学習をどうデザインするのか、指導に活かすことが求められる。本校数学科では、知的技能と認知的方略の評価方法を、授業中とテスト(レポート)の2つの場面に分類した(表5)。

表5 知的技能と認知的方略の評価場面例

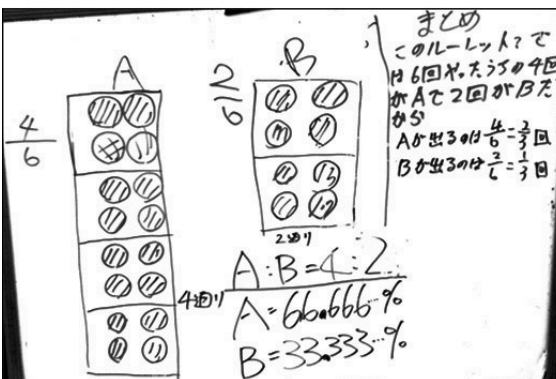
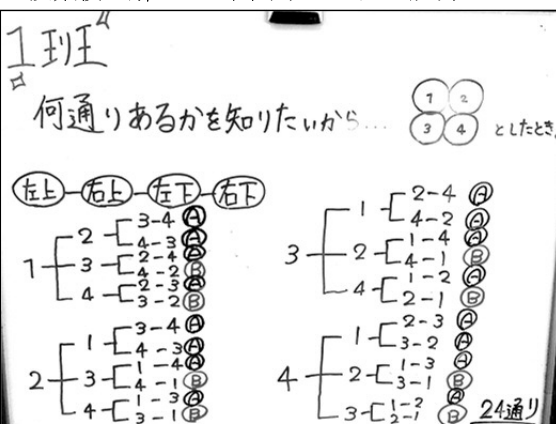
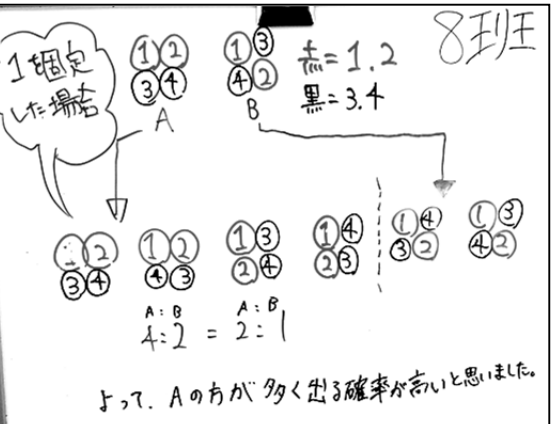
	①授業中の評価	②テスト(レポート)
知的技能	・授業前後の思考の変容をみとる ・解き方や成り立つ理由を説明させる	適用問題や、本時の学習内容の本質を明らかにする発展的課題の解答から到達状況を見る
認知的方略	・問題解決方略を説明させる ・学習経過をふり返らせる	どのように考えたのか、その思考の過程を順に説明させる

① 授業中の評価

本校数学科では、知識構成型ジグソー法を用いた協調学習を、学習指導要領で示されている「課題学習」と位置づけて実践しているため、その評価も1回の授業に着目している。具体的には、授業前と授業後の二度、本時の駆動質問に答えてもらう。これにより、生徒が授業前後の自身の解答を比較したり、授業で学んだことをふり返ったり、説明したりする機会が与えられるので、授業者は、ワークシートや映像等の分析から、知的技能と認知的方略の学習成果をみとることができる。表6は、確率の導入授業(図3)のクロストークで発表した生徒の説明である。本実践を単元の導入に位置づけたにも関わらず、生徒はジグソー活動での試行錯誤と対話から、⑦確率、⑧樹形図、⑨円順列(高校数学A)の考え方を表出し、「Aの座り方が出やすい根拠」を、数学的表現を用いて自分なりに例示することができた。本実践を通して、生徒のわかり方は実に

多様であると再認識することができ、知識構成型ジグソー法を用いた協調学習だからこそ、生徒の多様な解や解法が表出されたものと推察している。

表6 授業前後の生徒の思考の変容

<p>⑦ 絵で説明した生徒</p>	<p>○最初の予想解 どちらの座り方が出やすい? A B (同じ) (理由) 直感 ○授業後の解 Aが出やすい理由の説明</p> 
<p>⑧ 樹形図で説明した生徒</p>	<p>○最初の予想解 どちらの座り方が出やすい? (A) B 同じ (理由) 何となく ○授業後の解 Aが出やすい理由の説明</p> 
<p>⑨ 1人を固定した生徒</p>	<p>○最初の予想解 どちらの座り方が出やすい? A B (同じ) (理由) 同じ人数だから ○授業後の解 Aが出やすい理由の説明</p> 

② テスト(レポート)

知識構成型ジグソー法の一連の活動において生徒は、ジグソー活動やクロストークでの対話を通して、自らの考えと他者の考えを比較・吟味・統合し、自らの考えを再構築していく。「ガニエの9教授事象⑨保持と転移を高める」で示したように、本時の授業が「活用できる知識」となっていたのか、テスト(レポート)する方法がある。図3で実践した授業の終盤、「男子1人が増えた場合、AとBのどちらの座り方が出やすいですか」という発展的課題を提示した。図4は、ジグソー活動の時点では⑦の解法(不十分な解答)で解いていたが、クロストークで⑧の「固定する考え」を採用し、⑨(自分の考え)と⑧(他者の考え)を統合して問題を解決しており、より適用範囲の広い解を導いていた。

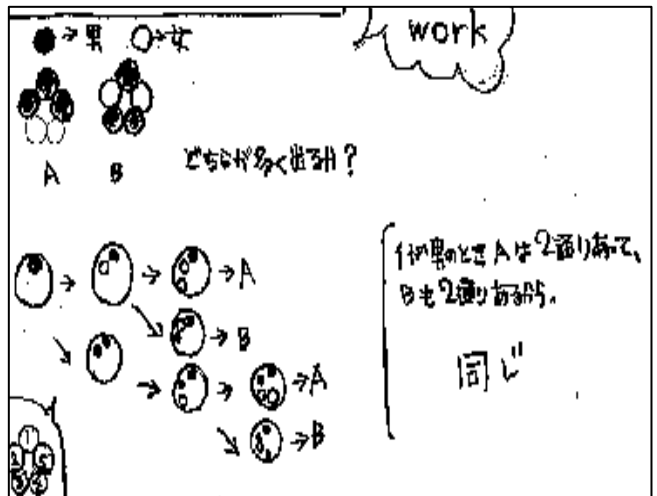


図4 学習の保持と転移の高まりがみとれた例

しかしながら、本実践の約3ヶ月後に単元テストにおいて図3と同様の駆動質問を出題したところ、正答率は41.2%(2学年160名)という結果となり、授業者の期待していた正答率を下回った。その要因として、授業研究会においても議論になったが、授業終盤に発展的課題を提示することを優先したあまりに、今一度、個々の考えを振り返る時間を設けなかったこと、表6の⑦~⑨の多様な解や解法の違いを比較・吟味する場面を設けず、次時の指導に活かすことができなかつたからだと分析している。知識構成型ジグソー法を用いた協調学習を、単元全体のどこに位置づけるのか、一斉授業と如何に組み合わせると生徒にとって効果的な学習となり得るのか、その単元計画の重要性が改めてわかる実践となった。

V 授業実践

1 1 学年実践事例「資料の散らばりと代表値」

(1) 主題

「お母さんの言っていることは、正しいと言えますか？」

(2) パフォーマンス目標

- ① 3つの情報（国・数・時間）（状況）を適切にまとめ一元化する資料(対象)を作成することができる（動作動詞）。
- ② 仮説に対して自分で作成した資料から、根拠をもって自分なりに、説明することができる（能力動詞）。

(3) 本実践の趣旨

事前に行われた本単元の形成テストの結果から、本学級生徒は、単元内の用語や記号に関する学習事項の定着率は良いが、様々な場面でデータから資料を整理して代表値や適切な

グラフを作成するなどの活用する力が十分に育っているとはいえないと分析した。そこで、授業展開の中に問題解決のフレームワーク（図5、PP

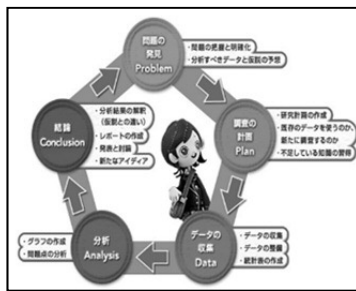


図5 なるほど統計学園のサイト

DAC サイクル) を意図的に取り込み、生徒自ら駆動質問に対して解決への計画を立て、客観的な情報やデータの取得・分析を通して検討し、新たな課題やアイデアに取り組むといった PPDAC の流れを重視した授業展開を軸として考える。本時の学習内容は、仮説に対して生徒が見通しを持ちながら自分の考えを論理的にまとめ、最終的に他者が納得することができる資料を作り説明する数学的活動が中心である。一連の学習活動の中で生徒は、目的に応じて適切で能率的な資料の分析や、手持ちの資料の値を合理的に処理する必要性を感じるであろう。この学習活動の肝は、知識構成型ジグソー法を通して他者と協力しながら個々の考えを深めることである。他者と一緒に考えを深めるには、論理だてた思考過程が大切であることに気づかせ、活動を通して生徒個々に自分なりの根拠をもって説明する力を育みたいと考える。

(4) 実践内容

① 本時の駆動質問とガニエの9教授事象

質問

国語の点数と数学の点数に関係性はありますか？

学力調査の成績は、学校の授業以外の勉強時間と関係はありますか？

表7 知識構成型ジグソー法とガニエの9教授事象

知識構成型ジグソー法	ガニエの9教授事象	
導入	駆動質問	<p>① 学習者の注意を喚起する</p> <p>② 学習者に目標を知らせる</p> <p>③ 前提条件を思い出させる</p>
	エキスパート	<p>④ 新しい事項を提示する</p> <p>⑤ 学習の指針を与える</p>
	ジグソー活動	<p>⑥ 練習の機会をつくる</p> <p>⑦ フィードバックを与える</p>
まとめ	クロストーク	⑧ 学習の成果を評価する
	ひとりになる	⑨ 保持と転移を高める

② エキスパート活動（個人活動）

エキスパート活動では、本年度実施された全国学力・学習状況調査問題の結果データを図6に示した3つの視点（国語・数学・生徒質問紙）から捉えさせる事で本時の駆動質問を生徒なりに焦点化させ分析する資料を作成する活動とした。まず、どのような点数が良い点数とみなすのか、学級の現状が分かるヒストグラムを統計ソフト stathist（スタット・ヒスト）で作成することで生徒なりに判断する活動からスタートする。生徒の設定した仮説の根拠を、どのようなグラフで表現するかweb資料を活用してジグソー活動の足場かけとした。




<p>エキスパートA 国語データをwebでヒストグラムにする</p> 	<p>エキスパートB 数学データをwebでヒストグラムにする</p> 	<p>エキスパートC グラフ資料の選び方</p> 
---	---	---

図6 エキスパート資料

③ ジグソー活動（2×20班）

ジグソー活動では、個人で設定した仮説に対して、その正当性を示すためにエキスパート資料で示した3つの視点を含んだ資料を作成する活動である。その活動で生徒は、ペアの話し合い活動を通して2つの難点の判断をする必要がある。まず1つ目に、国語と数学の結果に対してどの点数を成績が良いと判断するかということである。そのカッティングポイントは、生徒の既有知識である3つの代表値（平均値・最頻値・中央値）の使用が予想される。図7のように、どの数値を使って自分たちの論理をまとめるかという話し合い活動が大切である。

<p>国語の中央値以上の生徒で、数学の中央値以上の生徒 + 国語の中央値以下の生徒で、数学の中央値以下の生徒 = (約クラス全員の人数) なので、国語の点数が良い人は、数学の点数も良い</p>
--

図7 国語と数学の相関を示した生徒のアイデア例

2つ目に、学習時間を示したエキスパート資料から両教科の点数が良いと判断した生徒を全抽出し、

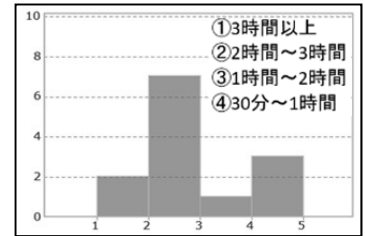


図8 勉強時間のヒストグラム例

どのグラフを用いて勉強時間と学習

成績の関連を示すことができるかということである。その際、生徒が作成するグラフは、資料全体の割合を一目で把握できる図8のようなヒストグラムと小学校で学習した円グラフのいずれかが有力だと想定する。

④ クロストーク（2×20班）

クロストークでは、駆動質問に対して各グループがどのようにアプローチしたのかを確認する場面である。クロストークで重視したのは、生徒の出した結果を評価するのではなく、問いに対するゴールにどのように迫ったのかという思考のアウトプットの過程を評価するということである。また、生徒同士の建設的相互作用により多様な解が出てくると想定する。そこで、表8のような記入用紙を通して教室にいる全員が、共通の視点をもって発表活動（クロストーク）に臨むことを指示した。

表8 相互評価シート

	評価の観点	○をつけて 評価してください
1	ジグソー活動で作成した資料について。	S. 根拠を示すために、複数のデータを工夫して簡単なグラフ・表にまとめている A. 根拠を示すために、グラフや表にまとめている B. データをグラフや表にまとめている
2	作成した資料から出した結論について	S. 仮説を整理された資料から結論づけ、今後の自分に活かすことを考えている A. 仮説を整理された資料から皆が納得できるように結論づけている B. 仮説を整理された資料から自分なりに結論づけている
3	発表の様子について	S. 資料の根拠を明確にして、代表値などを使ってわかりやすく説明している A. 根拠もとに作成した資料を説明している B. 作成した資料を自分なりに説明している
コメント		※自分たちの作成した資料や発表した場合の内容と比較しながら記入します。

(5) 実践の考察

① パフォーマンス目標から授業を振り返る

パフォーマンス目標①
3つの情報(国・数・時間)(状況)を適切にまとめ一元化する資料(対象)を作成することができる(動作動詞)。

エキスパート活動では、パソコン機器の支援ソフトの助けを借りて、ほとんどの生徒が自分の仮説(予想)の正当性を説明する為の資料作成ができた。その活動を通して、代表値(平均値・中央値・最頻値)や様々なグラフの必要性を再確認できたといった感想が数点あった。代表値や数種類のグラフを単なる知識としてではなく、自分の意見を根拠づけ、説明するツールとして活用させることができたと考える。授業後半は、授業者の想定よりも生徒の発表資料は多種多様であった。これは、グループ活動の中で生徒同士の建設的相互作用が旺盛に行われた成果と考察する。しかし、生徒の成果物(作成したグラフ等)が生徒個々の印象や直感を補完するだけに終わったものが数点あった。その為「何かを結論付けるために、データを円グラフにまとめ、果たして何が言える。」といった根拠に基づいた考察に至っていない発表があった。

授業当初の生徒は、1つの資料に対して漠然とした

パフォーマンス目標②
仮説に対して自分で作成した資料から、根拠をもって自分なりに、説明することができる(能力動詞)。

印象や直感で個々の仮説を考えていた。その為、前半は自らの設定した仮説の文言を定義づけすることに四苦八苦していたようである(例えば、どの点数を良い点数とするかなど)。ジグソー活動では、大半の生徒が3つの視点を整理しながら自らの仮説を説明する為の資料作りができた。その時間を通して、自分の考えを論理的に説明する思考活動ができたと考える。ジグソー活動のなかで納得まで至らなかった生徒でも、クロストークを通して自らの仮説を修正・補完しながら考えをまとめることができたという感想が数点あった。一方、授業者から見るとクロストークの中で生徒が説明資料の中で使用している数値を聴き手が妄信する様子があった。少しでも、その数値の正当性や妥当性を立ち止まって思考しようとする態度の育成は今後の課

題であると感じた。

② 生徒の授業前後の解答の変容から振り返る

生徒1	
導入時	資料を、 <u>パッと見ると</u> 国語と数学の合計点数の高い人は、勉強時間が2時間~3時間と答える人が多いように感じる。
授業後	授業のはじめは、どれとどれを比較すれば良いか、最初は分からなかったけどクロストークで相手の発表したことを理解しようとしながら聴くことで、自分の中に新しい考えが出てきた。最初にたてた仮説は、資料を整理していく中で根拠が見えたので当たっていると確信が持てた。

授業前は、資料を直感的に見ただけで、印象や主観が強い予想を示した。その為、解答文に根拠らしい根拠が見当たらず説明になっていない。しかし、授業後は、資料を整理する活動や他者の意見を聴く活動を通して仮説を示すための根拠を確認する事で、説明資料(図9)のように自分なりの結論をまとめることができたと述べている。

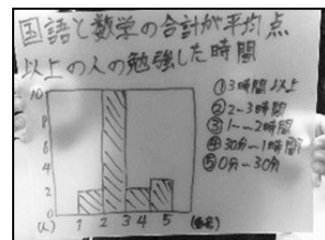


図9 生徒の解答例1

生徒2	
導入時	<u>一番合計の高い人(MAX)</u> でも、勉強時間が3時間以上でないのでお母さんのいっていることは正しくないと思う。
授業後	最初に自分でたてた仮説から、友達と分担して資料を整理していくと平均値や中央値などの <u>具体的な値</u> が分かることで考えが変わった。お母さんは、学級の傾向を言っているので私のようにトップの人にばかりに目がいってしまうと判断を見誤ってしまうと感じた。クロストークで他者の意見を聴くと似たような結論でも、関連付けるグラフや数値の値がそれぞれ異なっていた。他のグループの分かりやすい説明を聞いて自分の仮説や説明資料にも <u>自信</u> が持てた。

授業前半は、資料を部分的に見ているため問いに対するゴールを表面的に判断したと述べている。授業後半は、エキスパート活動で友達と分担して作った資料をジグソー活動の中で丁寧に精緻化することで結論の根拠がはっきりとし、自らの考え方が変わったと述べて

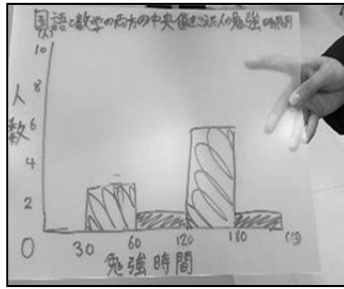


図10 生徒の解答例2

いる。また、他者の発表を聴いて勉強時間と学習成績を関連付けるグラフの種類や使われている数値が異なっているにもかかわらず、自らの思考の足跡がはっきりしているため分かりやすく説明を聴くことができ、自分の説明資料(図10)にも自信が持て、更に理解を進めたと述べている。

生徒3	
導入時	一番成績がいい子でも、3時間以上勉強していないので、お母さんが言っていることは正しくないと思う。
授業後	私と似たような結論の発表の中に、そこから「短い時間でも集中して勉強しているのではないか?」という推測したグループもいたのですごいなと感じた。今日、自分たちは散布図で仮説の妥当性を表そうとしたが、ほかのやり方でグラフに表す方法も知ったので、色々なグラフを活用して結論付けられるようになりたいです。

授業前半は、資料を部分的に見て問いに対するゴールを判断している。授業後半は、資料を単に整理して結論づけることから、さらに自分の経験則に照らし合わせてまとめた方が、皆の納得感を得られることに気づいている。また、説明資料(図11)のような散布図という新しいグラフの存在に気づいているので、一つの資料に対して多面的に考えることができたと考えられる。

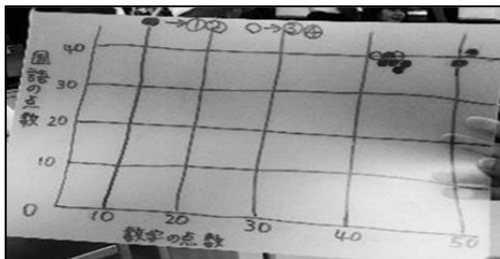


図11 生徒の解答例3

(6) 実践のまとめ

① 生徒の記憶の保持状況から本実践を振り返る

本時の授業は、インストラクショナルデザインを活かした知識構成型ジグソー法である。知識構成型ジグソー法は、生徒主体の授業展開の中から活用できる知識の獲得を狙った学習の手法である。簡単に言うと、多様な視点をもった生徒同士の対話から課題解決を考えていこうという生徒主体の授業型である。また、インストラクショナルデザインを活かした授業は、授業者のアプローチ・構成を工夫することで教授内容を分かりやすくするという教授法である。簡単にいうと、生徒の分かりやすさを支援する為の教師主導の一斉教授の授業型である。相反する指導方法・授業型であるが、教師が2つの型の良さを、コラボレーションさせながら単元を構成していくことで一斉授業と協調学習が日常化できることが分かった。また、一斉授業と協調学習をからめた単元構成で学習カリキュラムを進めることで、生徒が学習内容に関する記憶の保持の質が上がることを実感できた。例として協調学習で2か月前の授業で生徒が作成した説明資料を、予告のない状況でどの程度の説明ができるか検証してみた。最初のうち、生徒は戸惑いを感じていたが、自分の作成した説明資料を見ながら自身の記憶をたどることで前時の学習よりも質の上昇した説明ができる生徒が多かった。さらに、思考活動の中に友達と対話を入れる事によって、理解がより一層深まったといった感想を多数確認することができた(図12)。

感想
2ヶ月前の授業で、お母さんは正しいが正しくないかわからなかった。友達の説明でよくわかりました。中央値を求め、2点とわかり、2時間勉強した人でも2点や8点の人もいるし、低い点数の人もいることがわかり、4時間勉強しても低い点数の人もいます。特に低得点の説明は中央値を求めている人、いない人それぞれあることがわかりました。その説明を聞いて、やっぱりまとめたし、やっぱりまとめたなと思いました。

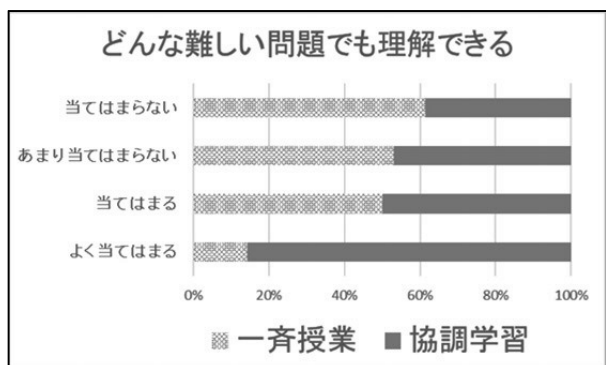
図12 生徒の感想

例えば単元の導入の場面で、これから学習する為に必要な概念形成を協調学習(知識構成型ジグソー法)の型で授業を行う。そこで得た個別の知識を、その後の学習でID(インストラクショナルデザイン)の授業型で教師側から適切に補完・論理づけることで記憶の保持状況や精緻化の質を上げるための効果的な学習活動が構成できるのではないかと考える。

② 授業デザインを振り返る

備え付けのパソコン機材が動かせない環境の為、教室に合わせてペア学習を学習活動のメインとして授業デザインを考えた。学校にタブレット型のパソコン機器があれば、数人のグループ活動が比較的容易に取り組むことができ、より深まりの学習活動をデザイン出来たのではないかと考える。クロストークで使う発表資料のほとんどが、手書きのグラフであった。事前に表作成ソフトの指導を行うことで、より厳密なグラフを用いて生徒のプレゼンが期待できると考える。一方、クロストークで相関図や帯グラフなど未履修や馴染みのないグラフを採用して発表を行うグループがあった。その為、発表を聞いている生徒がピンとこない為、対話が成立しない場面もあった。授業者のほうでグラフの種類を制約するなどの工夫で、より深まりのある対話活動になると感じた。

「資料の散らばりと代表値」に関するこれまでの授業観は、生徒が課題に対してデータを効率よくまとめ結論づける事ができれば、生徒が良い思考をしたと判断した。しかし、それは課題に対してマニュアル通りにグラフ上に再現できたかどうかを判断しただけで、本来の思考の力を問うようなものではなかったと反省した。本時の授業は目指すゴールは明確だが、与えられた情報からどのポイントを指摘すれば解決できるかマニュアルを持たない状態で生徒は課題を進めていった。そこでは、対話を通してお互いに協力しながら解決する姿が見受けられた。下の図13は、一斉学習と協調学習の意識調査である。対話を重視した協調学習は、解決が困難な課題に対して有効な授業方法であると示唆される。つまり、数学の問題解決の場面では、生徒自らのアイデアを整理することや引き出すことができる対話重視した授業形態が有効であると考えられる。



2 2 学年実践事例 第4章「平行と合同」

(1) 主題

「正5/2角形はどんな図形を描くのか!？」

(2) パフォーマンス目標

1つの外角の大きさが 144° の正多角形が正5/2角形になることから(㉞状況)、正5/2角形はどんな図形を描くのか(㉞対象)、その概形を描くことで(㉞動作動詞)、分数多角形の性質を自分なりに見だし、例示することができる(㉞能力動詞)。

(3) 本実践の趣旨

本時の駆動質問(学習課題)は、全国学力学習状況調査B問題の、「ある事柄が成り立つ理由の説明」を意図し、既習の数学を基にして、図形の性質を見だし、発展させる「数学的活動」の実践を試みる。

まず、「1つの外角の大きさが 144° の正多角形は、正何角形になるのか」求める場面を設定する。生徒は、これまでに学んできた多角形の内角・外角の和の公式から、 $180^\circ \times (n - 2) = 36n$ 、または、 $360^\circ \div 144^\circ$ を立式し、解を求めるだろう。しかし、その解が分数(小数)になるため、生徒はどこに計算ミスがあったのか再度確かめたり、「分数になるので存在しない」と結論づけたりする姿が予想できる。このとき、多角形の内角と外角について、生徒の既有知識である公式(数理)と求めた解に「ズレ」が生じることから、生徒の追究意欲につながるものだと考える。

そこで、「正5/2角形は、あるとしたら、どんな図形を描くのか」という駆動質問を解決するために、小学校五年生で学習する「多角形と円」をもとに(エキスパート活動)、未知なる図形を如何にして描くのか(ジグソー活動)、そして、なぜ星型が正5/2角形といえるのか、新たな性質を見だし、自分なりに説明する(クロストーク)という数学的活動を、知識構成型ジグソー法を用いて実践する。

中学校数学において、数が負の数や無理数へ拡張すると同様に、本実践では、正多角形の性質をもとにして、正 n/m 角形の内角の和は $180^\circ \times (n - 2m)$ 、外角の和は $360^\circ \times m$ と、定義や公式を拡張する体験を経ることで、「数学は創造していく学問」であるということを実感させていきたい。また、正5/2角形が、ヒメジオンやひまわりの葉のつき方と形状が同じであることにもふれ、数学と自然界とのつながりにも目を向けさせる契機になることを期待して授業を実践する。

(4) 実践内容

① 本時の駆動質問とガニエの9教授事象

質問1 1つの外角の大きさが 144° の正多角形は、正何角形ですか？

質問2 正5/2角形は、あるとしたら、どんな図形を描くのか？

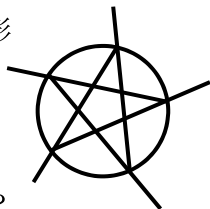


表9 知識構成型ジグソー法とガニエの9教授事象

知識構成型ジグソー法		ガニエの9教授事象	
導入	駆動質問	① 学習者の注意を喚起する	「正5/2角形」は存在するの か、「存在するということ」は どういうことなのか問う。
		② 学習者に目標を知らせる	正5/2角形はどんな図形を描 くのか、未知なる図形を創ると いう目標を伝える。
		③ 前提条件を思い出させる	まず、既存知識から、自分が考 える正5/2角形を予想して描 かせる。
展開	エキスパート活動	④ 新しい事項を提示する	小学校五年生に学習した「多角 形と円」について振り返らせる。
		⑤ 学習の指針を与える	正多角形を描く方法を問う。気 づいたこと、わかったことをメ モさせる。
	ジグソー活動	⑥ 練習の機会をつくる	今一度、本時の目標を確認し、 互いのエキスパート課題を伝 え合うよう指示を行う。
		⑦ フィードバックを与える	なぜ、その図形が正5/2角形 になるのか、その根拠を考えさ せる。
まとめ	クロストーク	⑧ 学習の成果を評価する	多角形の性質と正5/2角形を 関連づけ、意味を見いだすこと ができたか確認する。
	ひとりになる	⑨ 保持と転移を高める	正5/2角形がなぜ星になるの か、その理由と、本時の授業で わかったこと、新たな疑問を記 述させる。

② エキスパート活動(2人×20グループ)

「正5/2角形はあるとしたらどんな図形を描くのか」という駆動質問(学習課題)を解決するために、生徒はエキスパート活動において、小学校五年生で学習する「多角形と円」を振り返る。

エキスパート課題A(図14左)では、正五角形の作図を通して、「正五角形は、円周を $360^\circ \div 5 = 72^\circ$ で刻んで、その点を順に結んだもの」であること、エキスパート課題B(図14右)では、円周を等分した点から正多角形を描くことを通して、「円周を何等分した点から何個おきに結ぶと正多角形ができる」という円と正多角形の関係を捉えることができた。

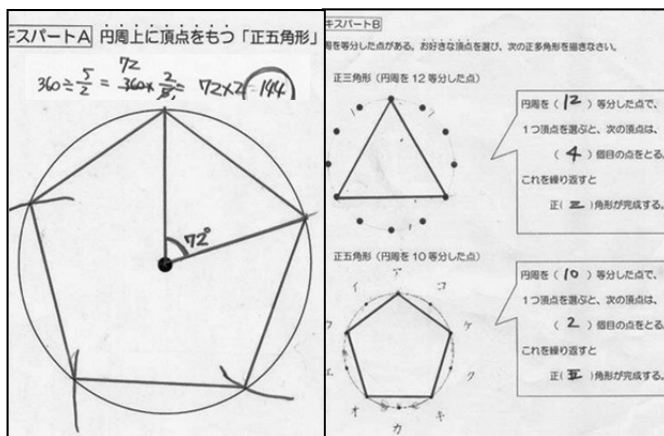


図14 エキスパート課題(左はA, 右はB)

③ ジグソー活動(4人×10グループ)

生徒はジグソー活動において、エキスパート課題で得た、視点の異なる「正多角形と円」を互いに伝え合い、正多角形の性質が「正5/2角形」にも適用できるのか試みた。ジグソー班では、なかなかうまくいかず、行き詰まったり、何となく星型の図形が描けたりする姿が見られた。また、たとえ星型の図形が完成しても、なぜ星型が正5/2角形になるのか腑に落ちない生徒も多かった。逆にいえば、この場面が本実践の見所であり、生徒はジグソー活動での試行錯誤と対話から、正多角形の性質と自ら描いた正5/2角形を関連づけ、意味づけることができるかが鍵となった。

④ クロストーク(40人) ※発話記録、原文のママ

本時の授業では、3つの班が以下の⑦⑧⑨の順で発表し、クラス全員に説明した(『生徒の発話』)。
⑦ 『エキスパートBで学んだことを活かして考えました。例えば、正三角形を描くには、まず円を12等分します。1つ頂点を決めて4つ目に点をとって

いくと正三角形ができます。12等分、4個目に点を打つ、それで正三角形。つまり、 $12 \div 4$ で3なので、3を2.5にするために、12を10にして、 $10 \div 4$ だったら2.5になるかなと思って、実際に10等分してそこから4個目に点を打っていくと、なんと、最初に決めた頂点につかなかったです。疑問に思いながら、続けて点を打っていくと、なんと星ができました。だから僕たち班では、これが正2.5角形かなと思いました』

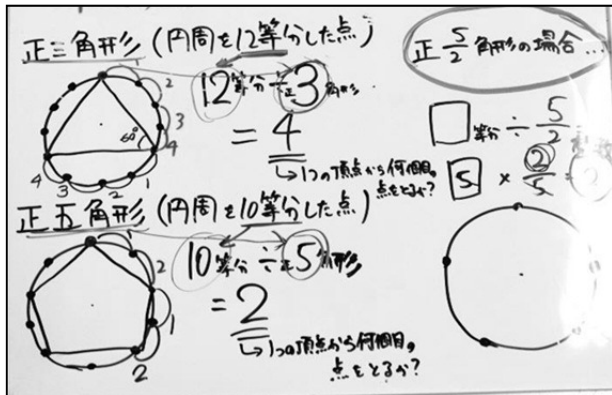


図15 生徒の解答例1

④ 『例えば、正六角形を描く時は、正三角形の各辺の中点から垂線を引けば円周上の交わった点を結べば、正六角形ができます。その逆を考えて、正六角形を正三角形にするには、連続する3つの頂点の真ん中の点を省いて2つ結んだら正三角形になります。だから、これと同じように、五角形の3つの連続した3つの頂点の真ん中の点を省いて2つを結んで、これを続けていったら星型になりました』

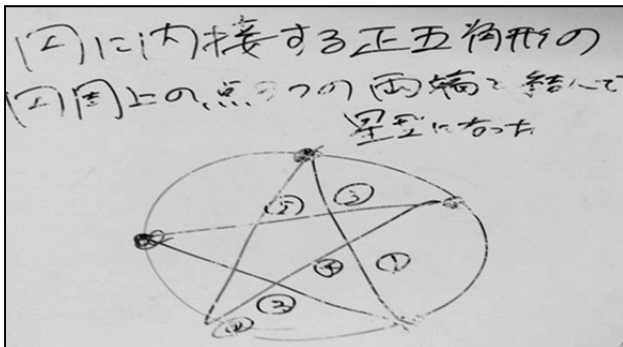


図16 生徒の解答例2

⑦ 『⑦の班と似ているけど、エキスパートBで円周を何等分した点で、1つ頂点を選ぶと、次の頂点は何個目の点をとるので、これを繰り返すと正多角形ができます。それを利用して正5/2角形を完成させるためには、5/2は $5 \div 2$ なので、エキスパートAで円に正五角形を描いていたので、それを利用して、5等分

した点に2個目の点をとっていったら星型になって、外角を測ったら 144° になったので、正5/2角形は星になると思いました』

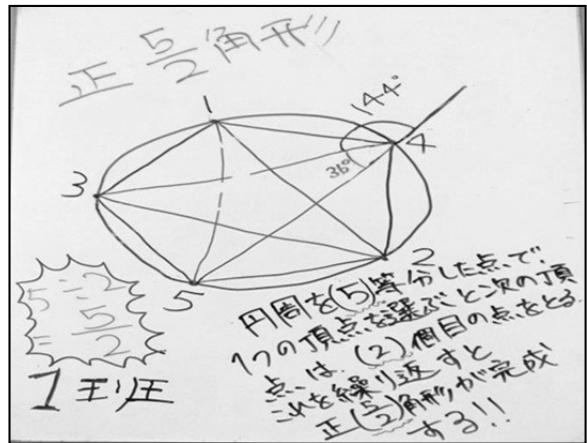


図17 生徒の解答例3

(5) 実践の考察

① 生徒の学習活動から授業を振り返る

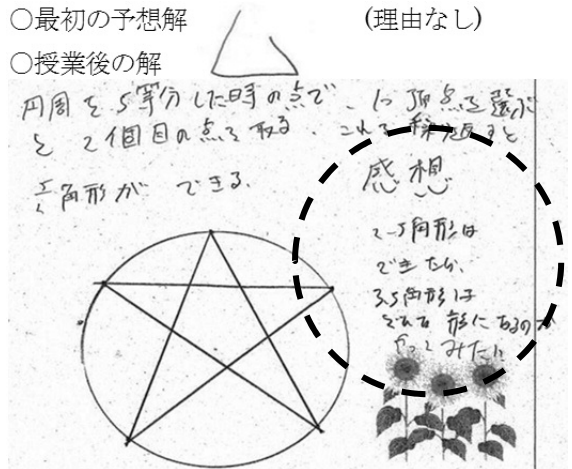
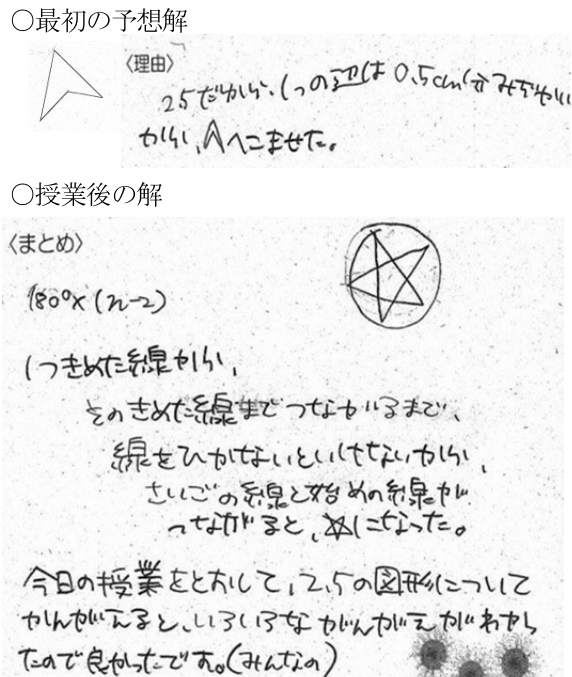
本実践では、授業前(予想)と授業後(まとめ)の、ひとりになる時間において、生徒は同じ駆動質問に答えた。成績下位の抽出生徒2名の授業前後の知識の変容は、表10のようになった。映像記録より、Eさんがジグソー活動で、どのような対話を行っているのかを以下に示す。まず、視点の異なるエキスパート課題を互いに読み合う姿が見られた。しばらく仲間と対話する様子は見られなかったが、突然、Cさん(成績上位者)が円周上の点を数え始め、ぼつりと言葉を發した。

Cさん：『 $10 \div 4 = 2.5$ 』
 Eさん：『その計算が何の意味があるの?』
 Cさん：『10等分した点から4個目の点をとる』
 Eさん：『・・・』
 Cさん：『だから、 $12 \div 4$ で正三角形ができるよね、同じように $10 \div 4$ を計算するわけ』
 Eさん：『そしたら確かに2.5になるよね』
 Cさん：『続けて取ってこよう』
 Eさん：『星ができた、すげえ、でも星は2.5なの?』
 Cさん：『2.5は分数で表すと $5/2$ さ』
 Eさん：『あ〜10等分の4個目と、5等分の2個目だ』
 Cさん：『この星の外角を測ってみよう』
 Eさん：『だいたい 144° になった』
 Cさん：『すごい、でも、ここも外角じゃないの?』
 Eさん：『それがさっきからひっかかるんだよね』

ジグソー活動では終始、Cさんが課題遂行者となり、Eさんがモニター役となっていた。決して活発な話し

合い活動となっていたとはいえないが、穏やかな雰囲気の中、対話を通して、徐々に期待する解に迫っていく様子が伺えた。

表 10 授業前後の知識の変容

E さん	<p>○最初の子想解 (理由なし)</p> <p>○授業後の解</p> <p>円周を5等分した時の点で、10頂点と星が と2個目の点と作る。この星は五角形 五角形が出来る。</p>  <p>感想 2.5角形は できたら、 3.5角形は どんな形になるの か、考えてみたい。</p>
M さん	<p>○最初の子想解 (理由)</p> <p>2.5だから、1つの辺は0.5cm(仮定)で かき、△にさせた。</p> <p>○授業後の解</p> <p>(まとめ)</p>  <p>$(n-2) \times 180^\circ$</p> <p>1つは星の形、 その星は五角形でつなぐと、 星をひかれないといいては、 五角形の星と五角形の星の つなぐと、△にさせた。</p> <p>今日の授業をとおして、2.5の図形について かんがえて、いろいろかんがえて、 たのびました。(Mさん)</p>

ワークシートの結果(表 10)からEさん、Mさん共に、正5/2角形の概形を描き、星になる理由を例示することができ、パフォーマンス目標を達成したと分析している。Eさんは、授業後の感想では、「2.5角形ができたなら、3.5角形はどんな形になるのか、やってみよう」と記述しており、数学への関心・意欲・態度の高まりをみとることができた。

② 学習の保持と転移を高めることができたか

本実践のクロストーク直後、全生徒に同じ駆動質問「正5/2角形はあるとしたらどんな図形を描くのか?」答えてもらい、本時の授業でわかったことや新

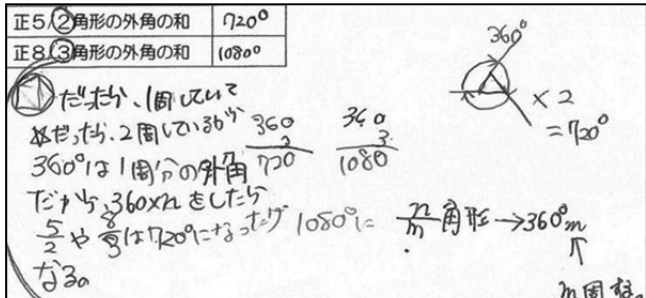
たな疑問を記述させると、主に、以下に示す新たな疑問を得ることができ、それを次時の授業につなげた。

- (i)星のへこんだ部分は内角・外角といえるのか
- (ii)正2.5角形なのに、星は辺と角が3より大きいのはなぜなのか
- (iii)正2.5角形があるということは、正3.5角形もあるのか?描けるのか
- (IV)もし5/3角形でも、星型になるのか、ならないのか不思議です。確かめてみたい。
- (V)星の1つの外角は 144° で、それが5カ所あるから外角の和が $144^\circ \times 5 = 720^\circ$ 。外角の和が 360° にならないのはなぜか

⑦ 次時の授業

授業者は次時の授業において、上記の新たな疑問を、全体の問題として課した。(i)と(ii)の疑問に関しては、多角形の定義を振り返る良い機会となった。これまで学習してきた多角形は、「へこんだ部分のあるものは考えないことにする」と教科書にも記載されている。星は明らかにへこみのある多角形であるため、これまで学習してきた定義を突破して、新たな多角形として定義が拡張していることを確認した。(iii)~(V)の疑問に関しては、今一度ジグソー班で話し合い、クロストークを行った。図 18 は、上記疑問(V)に対して、表 10 で示したMさんの解答である。Mさんは次時のクロストークでの対話から、正5/2角形の外角の和は 720° 、正8/3角形の外角の和は 1080° になることから、正多角形ができるまでに何周するかという視点から、正n/m角形はm周するから外角の和は $360^\circ m$ になると結論づけ、多角形の外角の和の公式を拡張することができ、より適用範囲の広い解を得ることができた。

正5/2角形の外角の和	720°
正8/3角形の外角の和	1080°



① だが、1周回して
また、2周回して $360^\circ \times 2 = 720^\circ$
 360° は 1周分の外角 $\frac{360}{2} = 180^\circ$
だから $360 \times 2 = 720^\circ$
 $\frac{5}{2}$ の角は 720° になる $1080^\circ = \frac{n}{m}$ 角形 $\rightarrow 360^\circ m$
なる

図 18 Mさんの次時の記述


① 授業後のテスト結果

生徒の学習は保持されているのかみとるため、11月19日(水)の定期テストにおいて、以下の問題を出題し

た。テスト結果は、表 11 の通りである。

《問題》

1つの外角の大きさが 144° の正多角形は、計算上では、正何角形になりますか。また、ひろきさんが、その正多角形を描いてみましたが、なぜ、星になったのか説明できません。



あなたなら、どのように説明しますか。

表 11 各クラスの正答率

	授業実施日	正答率	誤答率(無答)
1組	10月27日	82.5%	17.5%(7.5%)
2組	10月8日	87.5%	12.5%(2.5%)
3組	11月7日	82.5%	17.5%(12.5%)
4組	10月2日	80.0%	20.0%(5.0%)
全体	2年160名	83.1%	16.9%(7.0%)

表 11 のテスト結果より、授業実施日の差に関係なく、全体の正答率が 8 割を超えたこと、テストの平均点と本問題の正答率には相関関係が見られなかったことより、知識構成型ジグソー法を用いた授業では、生徒の学習は保持され、星は円周を 5 等分した点から 2 個目の点をとって正 5/2 角形になるという知識を、長持ちできるものになったと推察する。

(6) 実践のまとめ

インストラクショナルデザインを活かした知識構成型ジグソー法では、授業者が、生徒個人々の学びを支援するための有効なアプローチであったと振り返る。特に、パフォーマンス目標を達成させるための「ガニエの 9 教授事象」と「授業前後の思考の変容」のみにより、単位時間の授業において、生徒の学習プロセスを明らかにすることができた。すなわち、インストラクショナルデザインは、目標と指導と評価の整合性を図りながら、生徒個々の理解を促進させることができる授業デザインであることがわかった。しかしながら、本実践では、授業者が期待していた「対話から考え合う姿」を活発に観察することができなかった。その要因として、生徒が必要感をもって対話ができる「エキスパート課題」を作成することができなかったからだを推察する。授業の改善点としては、駆動質問に対して、生徒自身がエキスパート課題を見つける、または作り出すといった、授業者の発問を工夫する必要があった。

3 3 学年実践事例「三平方の定理」

(1) 主題

「なぜ、ルーローの三角形を採用したのだろうか？」

(2) パフォーマンス目標

ロボット掃除機にルーローの三角形の形状が採用されたことから(㉞状況)、ルーローの三角形とはどういう特徴があるのか(㉞対象)、作図することで(㉞動作動詞)、問題解決に必要な図形を見だし、数値や証明をもとに解法を説明することができる(㉞能力動詞)。

(3) 本実践の趣旨

平成 26 年 4 月にルーローの三角形の形状をした掃除機が発売された。この形状が採用された理由を考えることで、その特徴を数学的に理解し説明させる授業をデザインした。数学が実生活に活かされていることを知り、数学の楽しさや美しさ、有用さを学ぶ機会とし、数学で考える力を養いたい。

本時の学習課題は、オープンな解を想定した問いを設定した。解をオープンにすることで、協調学習の理論的基礎である「違う人は同じ問いに違う答えを持っている」という状態をエキスパート活動、ジグソー活動だけではなく、クロストークにおいても起こしたいと考えた。その為、3つのエキスパート資料それぞれが、ルーローの三角形の特徴を捉えつつ、更に複数の期待する解に迫れるような活動となっている。ジグソー課題 1 の作図でルーローの三角形の特徴をつかみ、課題 2 では、円とルーローの三角形の幅を 10 cm として考え、それぞれの予想した解に取り組むことになる。多数の生徒が、部屋の隅までの隙間が円よりも狭くなることを予想し、エキスパート資料 A からそれを確認することになるであろう。隙間の長さを解として求めるには、三平方の定理で学習した正方形の対角線の長さ、直角二等辺三角形と正三角形の辺の比、平方根の近似値を用いることになる。期待する解 1 を導くことで、本単元の学習の知識をフルに活用することとなる。期待する解 2 では、エキスパート資料 B から、ルーローの三角形の方が 1 回転するのが速いことを予想した場合、その予想は裏切られるが、等しい幅の円とルーローの三角形の周の長さを数値で求め、等しい値に疑問を持ち、おのずと証明するだろう(バルビエの定理)。その問題解決過程において、証明の必要性や数学の美

しさを驚きとともに感じることはできないのではないだろうか。また、期待する解3では、幅だけでなく吸い取り口の縦横の長さを与えることで、意図的に三平方の定理を用いることが容易になるようにした。定幅図形の特徴を理解することで新たに見出せる長さがあること、または必要な長さを求めるために定幅図形に気づくことの双方向から課題を解決していくであろう。曲線の図形の中に直角三角形を見出せたことに喜びを感じることができるのではないだろうか

期待する解4は、円よりルーローの三角形の方が、面積が小さく軽量化されたことを予想した場合に求める解である（ブラシュケ・ルベークの定理）。正三角形の面積、おうぎ形の面積を用いて求める。

期待する解5は、クロストーク後に取り組むことが予想され、日常生活にある数学として今年発売した掃除機だけでなく、ロータリーエンジンや外貨のルーローの正奇数多角形についても触れたい。

(4) 実践内容

① 本時の駆動質問とガニエの9教授事象


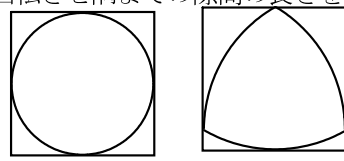
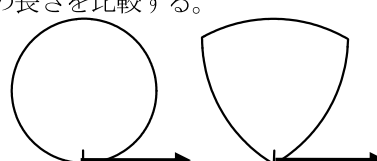
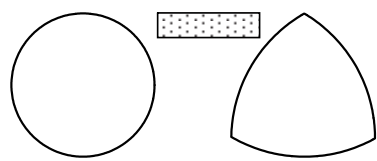
質問	なぜ、ルーローの三角形を掃除機に採用したのだろう。	
----	---------------------------	---

表 12 知識構成型ジグソー法とガニエの9教授事象

知識構成型ジグソー法		ガニエの9教授事象	
導入	駆動質問	①学習者の注意を喚起する	ロボット掃除機には円以外の形があることを提示する。
		②学習者に目標を知らせる	ルーローの三角形を採用した理由を考える目標を伝える。
		③前提条件を思い出させる	円ではなくルーローの三角形の利点について考えさせる。
展開	エキスパート活動	④新しい事項を提示する	隙間、周、吸い取り口まで、それぞれの長さを予想させる。
		⑤学習の指針を与える	操作活動で、隙間、周、吸い取り口までの長さを確認させる。
	ジグソー活動	⑥練習の機会をつくる	エキスパート課題を伝え合い、3つの操作活動を理解させる。
まとめ	クロストーク	⑦フィードバックを与える	ルーローの三角形の特徴を捉え、作図させる。
		⑧学習の成果を評価する	ルーローの三角形の作図の手順を説明させ全体で確認させる。
	ひとりになる	⑨保持と転移を高める	採用した理由を数値や証明をもとに説明させる。

② 各エキスパート活動（ペア学習）

3部品とも円とルーローの三角形の具体物を用いての操作活動。（A正方形・Bメジャー・C長方形）

<p>課題A：隅まで隙間の長さ</p> <p>正方形に内接する円とルーローの三角形を内部で回転させ隅までの隙間の長さを比較。</p> 	<p>ルーローの三角形も回転することができ隙間が狭くなる。</p>
<p>課題B：周の長さ</p> <p>等しい幅の円とルーローの三角形を1回転させ、周の長さを比較する。</p> 	
<p>課題C：吸い取り口までの長さ</p> <p>幅の等しい円とルーローの三角形の内部に吸い取り口を配置し比較する。</p> 	

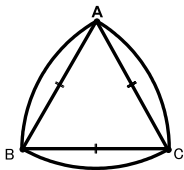
協調学習がうまれるように、ペアで具体物1セット、ワークシート1枚とした。エキスパート活動の3部品とも、円、ルーローの三角形ともに定幅図形であるという特徴をとらえられるような操作活動とすることで作図につなげる。また、それぞれの活動を組み合わせ1つの解を導くのではなく、それぞれの活動を深めることにより複数解となるオープンエンドをねらう。課題Aでは、ルーローの三角形が回転する際に、隅までの隙間が円より広くなる場合と狭くなる場合があること、ルーローの三角形の一边が円の直径に等しいことに気付くであろう。課題Bは、円とルーローの三角形それぞれを立てて転がし軌跡の長さを図る、2つの図形の周を合わせて回転させる等の操作活動を行うことで、周の長さが等しいのではないかと仮説を立てることができるであろう。

課題Cは、ルーローの三角形が円よりも周に近く吸い取り口が配置することができること、また、円、ルーローの三角形ともに、無数の配置を考える際に定幅図形に気づくことができると考える。

③ ジグソー活動 (1グループ3人)

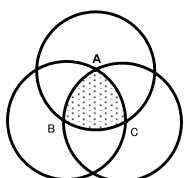
ジグソー課題1: ルーローの三角形の作図

解法1: 正三角形をもとに作図する。



正三角形ABCを作図する。頂点ABCをそれぞれ中心とし、辺AB、辺BC、辺CAを半径とする中心角 60° の扇形の弧を正三角形ABCの周に作図する。

解法2: 等しい半径の3つの円をもとに作図する。

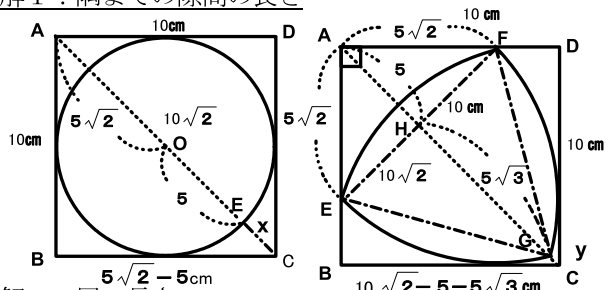


点Aを中心に円Aをかき円周上に点Bをとる。点Bを中心に円Aと等しい半径の円Bをかき、円A、Bの1つの交点Cを中心に2円と等しい半径の円Cをかき、

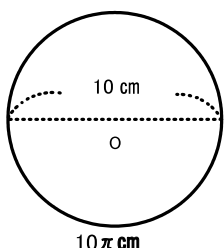
期待する解の5要素

ジグソー課題2: ルーローの三角形の特徴

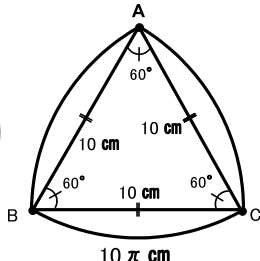
解1: 隅までの隙間の長さ



解2: 周の長さ

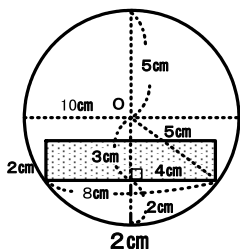


10π cm

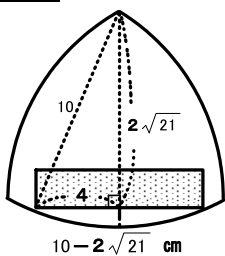


10π cm

解3: 吸い取り口までの長さ

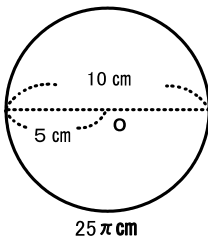


2 cm

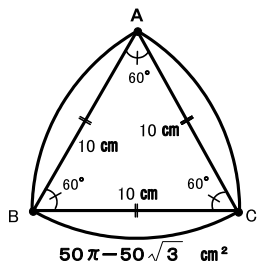


$10 - 2\sqrt{21}$ cm

解4: 面積



25π cm²



$50\pi - 50\sqrt{3}$ cm²

解5: ルーローの正奇数多角形

④ 実践内容の分析

ア エキスパート活動

操作活動を取り入れたことで、具体物を操作し図形を様々な視点で捉えることができ、班内で互いの意見の説明も容易になっていた。

イ ジグソー活動

授業者が授業前に想定していた解法以上に、生徒の図形の把握の仕方が多様であった。

【作図】 正三角形や等しい半径の3つの円をもとにした予想作図以外に正方形をもとに作図していた。

正方形の1辺の中点を頂点Aとし、対辺に円弧をかき、正方形との交点をもとに作図 (図19)。

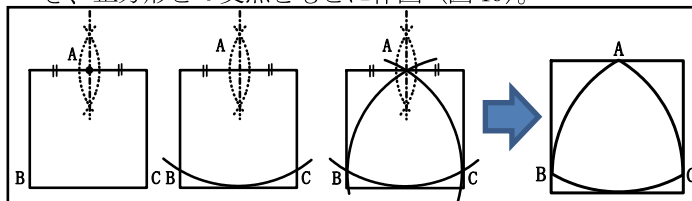


図19 ルーローの三角形の作図別解

【吸い取り口】 吸い取り口と壁までの長さを、頂点Aを含む直角三角形を利用して解くのではなく、正方形の1辺と円弧の間に、二等辺三角形を作ることによって解を導いている (図20)。

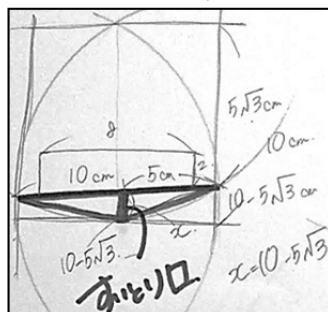


図20 吸い取り口 別解

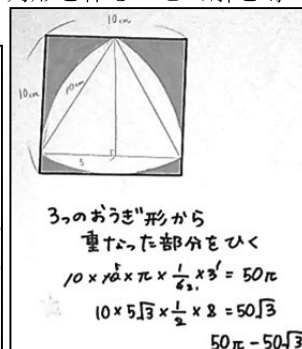


図21 求積 別解

【面積を求める】 1つの扇形の面積から正三角形の面積をひいた弓型の面積を利用する解法以外の考え方。

・3つの扇形を重ねた面積から、2つの正三角形をひくことで、計算を簡略化し求積 (図21)。

・円やルーローの三角形の面積ではなく正方形との隙間の面積を求めることで比較 (図22)。

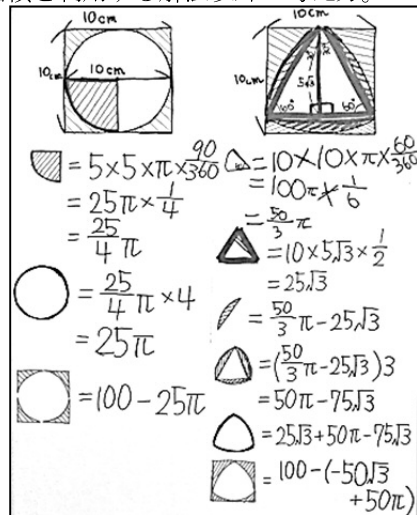


図22 正方形の面積との差

- 正方形との隙間の4分の1の部分だけを焦点化し、その中で、隙間の長さを求めたり、隙間の面積を求めたりして比較している (図 23)。

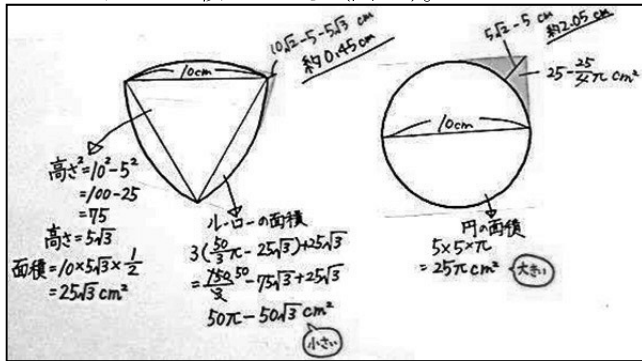


図 23 面積と隙間を比較

周が等しいことに着目したグループが多かった (図 24 上)

小数まで求めて比較

求めた解を小数で比較し納得しやすかった (図 24 下)。

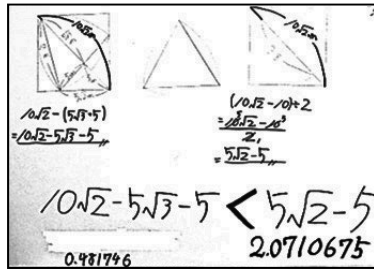
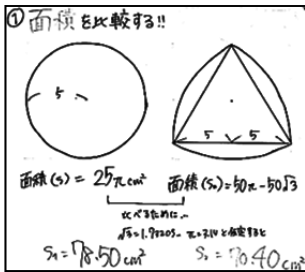
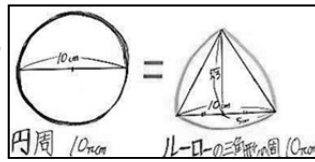


図 24 上: 周 下: 小数

⑤ クロストーク

クロストークは2時間目に行った。各グループとも導いた解をティーチャー役として発表するよう促したので、他のグループに理解してもらうために、協力して図や計算過程を丁寧にまとめ、わかりやすく発表していた。

複数解があるために各グループとも求めていない解があり、理解できるまで質問するなど積極的に臨んでいた。理解できない解は、さらに各自のグループメンバーに確認していたが、ひとつひとつの解が時間をかけて導きだした解なので、クロストークの内容をクラス全員が十分納得できる状態にはならなかった。それが、さらに深く学びたいという意欲につながることを期待したい。

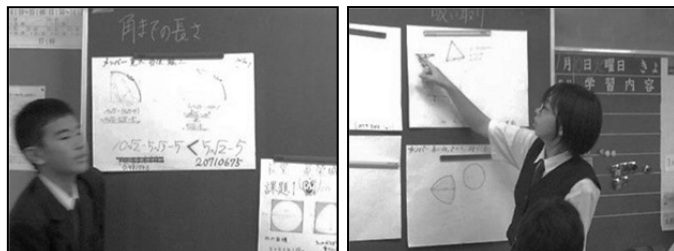


図 25 クロストークのティーチャー役

⑥ ワークシートの分析より

対話レベルで区別した。Aは他のグループより対話が少ないが、小数まで求め値を比較しやすいている。Bは1つの解に迫るためにグループで協力して様々な補助線を試していた。Cはメンバーの多様な考えを検討し、理解した内容を反芻し記入している。


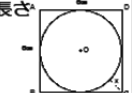
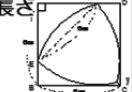

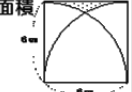

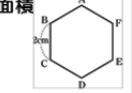
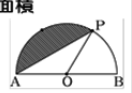
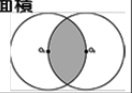
表 13 授業前後の生徒の思考の変容

生徒 A	<p>小数まで求め値を比較</p> <p>●最初の予想解 (ル-ロ-の方が長そう)</p> <p>丸の面積と三角形の面積を求めたこととが、ル-ロ-の方が面積を出したために色々考えを出し、今までの知識を振り返り考えた。ル-ロ-の面積は、この円になり、円周の長さは、三平方の定理を使うと、このことが分かりました。円周の長さは、約2.05cm (丸と)、ル-ロ-の三角形が、約0.45cm (丸-sqrt(3)-丸) と、ル-ロ-の方が短いことが分かり、面積は丸の方が大きいという結論が導かれました。</p>
	<p>補助線をひき隅までの長さを求める</p> <p>●最初の予想解 角が等しいでできる方に。</p> <p>●授業後の解・感想</p> <p>振り向き 向きももつとめる日</p> <p>円→半径×半径×π 1:1:1.5 つまり、5:5:7.5 つまり、5:5:10 円→半径×半径×π つまり、25π</p> <p>5*sqrt(2) - 5</p> <p>円→半径×半径×π ル-ロ-の三角形の向きももつとめるとき、三平方の定理が全然分かってなくて、もともと丸の方が大きいから、丸の観点から見るのではなく、丸の方向から見ると、三平方の定理が分かるようになってきました。</p>
生徒 C	<p>多様な解について思考</p> <p>●最初の予想解 ル-ロ-の三角形の方が、</p> <p>●授業後の解・感想</p> <p>★面積の求め方 隅まで等しいことができる。</p> <p>円→半径×半径×π ル-ロ-→(三角形の1辺の長さが半径の1/2の正方形(正三角形)×3) + 正三角形</p> <p>★外周の長さ 円→直径×π ル-ロ-→(半径の円の円周の1/6)×3</p> <p>★隅からの距離 円→正方形の対角線 - 半径(半径の円の直径) = 2 ル-ロ-→ポイント(三平方)</p> <p>★気づき 円とル-ロ-は、三平方の定理と円の特徴をしっかりと理解する。</p> <p>身近な生活を便利にするために、こんなに数学が使われていることにびっくりした。</p> <p>図をしっかりと見ると、三平方がいろいろ所にかかっているの、これを見つけ、スラスラと解けるようになったと思った。</p>

㊦ 学習の保持と転移

問題1～4で学習の保持、5～10で知識の転移をみとることを試みた。出題を重ねることで正答率が高くなっているのは記憶の上書きとも考えられるが、初めでの問題に対する約4割の正答率は転移が考えられる。

表 14 テスト出題別正答率

	問 題	定期テスト	朝テスト	単元テスト	総合テスト
		正答率 %	11月	12月	12月末
定期・朝・単元・総合	1 ルーローの三角形作図	96.1	91.8		
	2 面積 	43.5	50.0	47.4	57.4
	3 長さ 	59.1	59.7	60.4	79.2
	4 長さ 	45.5	55.8	61.7	80.5
朝テスト・単元テスト	5 面積 		42.2	51.3	
	6 面積 		37.0	43.5	
	7 長さ 		39.0	50.6	
総合テスト	8 面積 				64.9
	9 面積 				40.9
	10 面積 				41.6

高校入試問題

㊦ 実践のまとめ

エキスパート活動の操作活動で具体物の目測や定規での実測にとどまり、三平方の定理を利用して数値化するまでに、時間を要するグループが複数あった。また、解がオープンなので、各グループともそれぞれの仮説に従って自主的に学習を進めていた。中にはメンバーの仮説や導きたい解が異なったため、個々に解を追究し始めるグループもあったが、ジグソー活動、クロストークと対話しながら解を比較し、検討しあう場面が多く見られ、複数解の理解が深まるジグソー法のよさが表れたように感じる。

VI 成果と課題

1 今年度の成果

- 知識構成型ジグソー法の一連の活動の中に、「ガニエの9教授事象」の視点から指導を考えることで、学習者中心の授業を意図的に支援することができ、生徒は教材・自己・他者との対話から自分なりの解を得て、理解を深めることができた。
- 授業前後に同じ駆動質問に答えてもらうことで、生徒個々の知識の変容(学習プロセス)をみとることができた。また、授業実践の事後のテスト結果より、知識構成型ジグソー法を用いた協調学習は、生徒の学習した知識を保持できるものだと確認できた。
- インストラクショナルデザインを活かした知識構成型ジグソー法を実践することにより、学習目標(パフォーマンス目標)が明確になり、授業者は、その目標を達成させるための指導と評価場面をデザインすることができた。

2 今年度の課題

- 協調学習を学習指導要領で示されている課題学習と位置づけて実践し、その評価も1回の授業に着目してきた(CoREF が提案する小さな評価)。しかし、本時の授業が単元全体を通して、生徒の理解がどこまで深まったのか、単元の目標を達成させることができたのか、検証するには至らなかった。
- 本校生徒の実態から、伸ばしたい資質・能力を明確にし、その力を育成するためのカリキュラムを作り、単元のどこに協調学習を取り入れて実践したら資質・能力が高まるのか、単元全体を見通して検討する必要があった。
- 生徒が目的意識をもって主体的に活動するための、生徒が必要を感じる「エキスパート活動」の在り方を検討する必要がある。

3 本研究3年間の総括

本校数学科ではこれまで3年間、「考え合う力をはぐくむ数学の授業デザイン」をテーマに、対話から考え合い、問題を解決していく生徒の育成を目指してきた。一般的に、問題解決型学習や課題学習を数学科の授業で取り入れたとき、数学の得意な生徒がグループをリードして問題を解決し発表する場面が見られがちである。しかし、本研究3年間を通して、駆動質問から

始まる数学的活動を、授業者がインストラクショナルデザインを活かした知識構成型ジグソー法を手段として授業構成を考えることで、数学の得意不得意に関係なく、生徒個人が他者と協調しながら対話から考え合い、問題を解決していこうとする姿を見ることができた。

図 26 は、全国学力学習状況調査の平均正答率を、本校と全国の結果を比較したグラフである。図 26 の結果から本校では、A問題・B問題共に、全国の平均正答率を上回っているが、特筆すべきことは、副次的な効果ではあるが、協調学習を始めて、B問題の全国比が年々増加傾向にあるということである。知識構成型ジグソー法を用いた協調学習の学習評価が、全国的にも確立していない状況ではあるが、本校数学科ではこの結果から、協調学習が何らかの一定の成果を与えているものと捉えている。今後は、協調学習と一斉学習を如何に組み合わせれば、生徒にとって効果的な学習となり得るのか、その評価方法もふくめての単元計画、すなわちカリキュラム作りを提案していきたいと考えている。

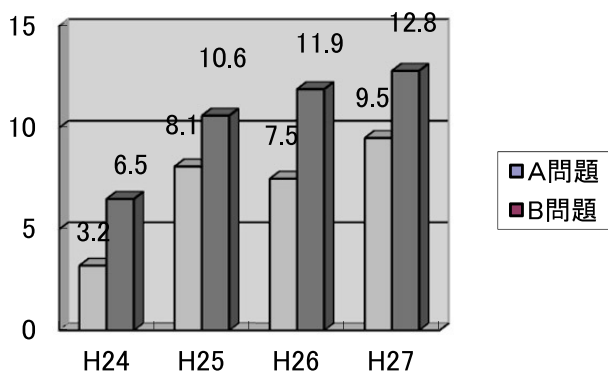


図 26 全国調査問題平均正答率：全国との差

また、知識構成型ジグソー法を用いた協調学習が、生徒の実態の異なる中学校でも有効であるのか、本校数学科では、読谷村立古堅中学校、豊見城市立豊見城中学校、八重瀬町立東風平中学校、広島県安芸太田町加計中学校の計 4 回、出前授業と協調学習についての授業研究会を行った。いずれの授業においても、知識構成型ジグソー法を初めて体験した生徒からは、「問題が面白くて楽しかった」、「考えすぎて疲れたけどまた話し合いをしてみたい」という肯定的な感想を多くもらうことができた。また、授業を参観した先生方からも、「子ども達が生き活きと活動していた」、「言語活動

の充実」という視点からも知識構成型ジグソー法は有効であると意見があった。知識構成型ジグソー法が広く普及できるよう、今後とも積極的に公立学校との連帯を深めていきたいと考えている。

数学科としての課題は、授業研究会で毎回議論になる、「エキスパート活動」である。教科の特性から、駆動質問(学習課題)を解決するために教師が提示するエキスパート課題は、生徒自身が必要性を感じるものだったのか、または、生徒自身がエキスパート課題を作るといった、授業展開の工夫を考える必要がある。なぜなら、学習指導要領で示されている数学科の目標でもあり内容でもある「生徒が目的意識をもった主体的な活動」、すなわち数学的活動の実現が本教科では問われているからである。

本教科の目標である数学的活動が、協調学習という新しい時代にふさわしい学びの姿だと確信がもてるよう、今後とも研究・実践を積み重ねていくことを将来への展望とし、本研究 3 年間の総括とする。

引用・参考文献

- (1) 文部科学省「中央教育審議会(第 95 回)資料」
<http://www.mext.go.jp/bmenu/shingi/chukyo/chukyo0/gijiroku/1353643.htm>(2015/ 2 / 8 アクセス)
- (2) 前掲(1)
- (3) 琉球大学教育学部附属中学校「研究紀要」第 27 集、2014 年、P. 78
- (4) 稲垣忠・鈴木克明編著「教師のためのインストラクショナルデザイン 授業設計マニュアル」2011 年、北大路書房、P. 17
- (5) 鈴木克明「インストラクショナルデザインの基礎とは何か」2008 年、消防研修第 84 号、P. 45
- (6) 前掲(4)、P. 21
- (7) 前掲(4)、P. 48
- (8) ロバート・M・ガニェ「インストラクショナルデザインの原理」2007 年、北大路書房、P. 153
- (9) 前掲(3)、P. 9
- (10) 前掲(4)、P. 67