

耕盤のある圃場における支持力のすべり線解析 (第3報)

— 履帯に対する支持力 —

鹿内健志*1・久木田徹*2・橋口公一*3・上野正実*1

要 旨

一般に圃場は硬い耕盤の上に軟弱な作土が存在する2層構造を呈し、均質半無限地盤とは異なる支持力特性を示すと考えられる。本研究では、履帯の合理的な設計指針を得るため、耕盤を有する圃場の履帯に対する支持力を、無限個の近接する荷重が剛盤(耕盤)上の摩擦性剛塑性体(作土)に作用する平面ひずみ問題として理想化し、すべり線法により理論解析を行なった。荷重間隔が小さい場合、すべり線場の干渉を生じ、また、作土厚が小さい場合すべり線域が制限されるが、荷重幅、荷重間隔および作土厚に応じて4種のすべり線場に分類できることを明らかにし、可容な速度場が成立する正解すべり線場を提案した。また、それぞれのすべり線場に基づいて支持力を算定し、荷重幅、荷重間隔および内部摩擦角に応じた支持力の推移状況を明らかにした。

[キーワード] 履帯, 支持力, すべり線場, 剛塑性, 平面ひずみ, 耕盤

A Slip-Line Analysis for the Bearing Capacity of Farm Land on a Sole Pan (Part 3)

— Bearing Capacity of Track —

Takeshi SHIKANAI*1, Toru KUKITA, Koichi HASHIGUCHI*3, Masami UENO*1

Abstract

Bearing capacity of farm land which generally consists of soft soil on hard sole pan differs from that of homogeneous semi-infinite ground. In this study a track is idealized as infinite adjacent loads penetrating into rigid-perfectly plastic solid with internal friction (soil) on rigid sole pan in plane strain. The bearing capacity of farm land for the track is theoretically analyzed by the slip-line method in order to establish a reasonable designing guidelines for the track. Interfering slip-line field is appeared with small load interval. The slip-line field is restricted within shallow limits when the soil depth is small. Four types of the slip-line field that satisfy the admissible velocity field are proposed for variation of soil depth, load width and its interval. Then, the variation of the bearing capacity is discussed in relation to internal friction angle of soil, load width and its interval.

[Keywords] track, bearing capacity, slip-line field, rigid plasticity, plane strain, sole pan

*1 会員, 琉球大学農学部(☎903-0213 沖縄県西原町千原1番地 ☎098-895-8771) Faculty of Agriculture, University of the Ryukyus, Nishihara-cho, Okinawa, 903-0213 Japan

*2 九州大学農学部, 現在: (株)クボタ作業機技術第2部(☎590 堺市石津北町64 ☎0722-41-1121)

*3 会員, 九州大学農学部(☎812-8581 福岡市東区箱崎 ☎092-642-2927) Faculty of Agriculture, Kyushu University, Fukuoka-shi, 812-8581 Japan

I 緒 言

軟弱地を走行する履帯型車両(トラクタ, コンバイン等)に対する走行性向上のためには、履帯のラグ形状について考慮する必要がある。すなわち、ラグパターン、ラグピッチ、ラグ高さ、ラグ

幅, ラグスペーシング等が履帯の支持力および推進力の発生に大きな影響を与える。

著者らは圃場の車両に対する支持力問題を, 近接する2つの荷重に対する剛盤上の有限厚地盤の支持力問題として理想化しすべり線解析を行った¹⁾²⁾。本研究では上記の解を拡張し, 耕盤を有する圃場での履帯の支持力解析を行い, ラグ幅, ラグスペーシングおよび支持力の関係を明らかにした。

本研究は履帯の支持力について静的な条件下で解析を行ったものである。すべり線解析は, 土を剛完全塑性体と仮定し, これが破壊にいたるまでの荷重から支持力を求めるものである。実際の履帯型車両では地盤が降伏し, 沈下が生じた状態で使用しており, このような現象には本研究でのすべり線場は適用できない。そこで, 本解析結果はラグとラグスペーシングの寸法決定に際し, 理論的な考え方を提示した。さらに, 本研究で求められた干渉状態のすべり線場は今後, 履帯の推進力やラグパターン等について解析を行う際の基礎資料になり得ると考えられる。

II すべり線場

履帯に対する圃場の支持力を考察するにあたり, 平行パターン(一文字)のラグ形状を有するゴム履帯を取り上げる。土層厚(耕盤深さ) D , 荷重間隔(ラグスペーシング) L および荷重幅(ラグ幅) W に応じて, 力学的に妥当なすべり線場を想定する(図1)。

履帯による土への加圧形態は沈下が発生しない

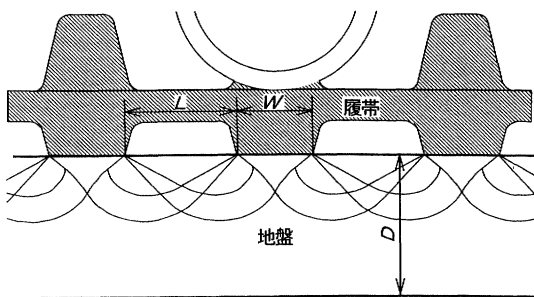


図1 履帯下の仮定すべり線場

Fig. 1 Assumed slip-line field beneath a track

場合, 無限個の近接する荷重とみなし得る。耕盤を完全剛とし, その上に有限厚の摩擦性剛完全塑

性体が存在するとしてモデル化する。

まず, 荷重間隔が十分大で, 荷重幅に比べ土層厚が十分大である場合には, それぞれの荷重下に独立にPrandtl解が成立する。Prandtl場における荷重幅を W_p , 受動三角域の上辺長を L_p およびすべり線場の最深長を D_p とする¹⁾。

荷重幅と土層厚比 W/D が $W/D > W_p/D_p$ となると, すべり線場に剛盤の影響が生じ, また, 荷重間隔と荷重幅比 L/W が $L/W < L_p/W_p$ になると荷重下の隣合うすべり線場に干渉が発生し, Prandtl場は成立しない。

$W/D \leq W_p/D_p$ かつ $L/W \geq L_p/W_p$ の場合, Prandtl場の受動三角域が荷重間で重なるすべり線場が生じ¹⁾, それぞれの荷重下でPrandtl解がそのまま成立する。この場合の履帯支持力は前報に示した解を適用できる²⁾。

$W/D > W_p/D_p$ かつ $L/W \geq L_p/W_p$ の場合, Prandtl場は剛盤の存在で成立し得ず, 剛盤の影響を受けた干渉すべり線場が受動三角域で重なるす

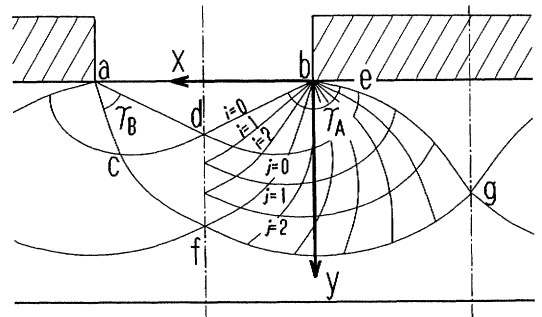


図2 すべり線場 ($L/W < L_p/W_p$ の場合)

Fig. 2 Slip-line field for $L/W < L_p/W_p$

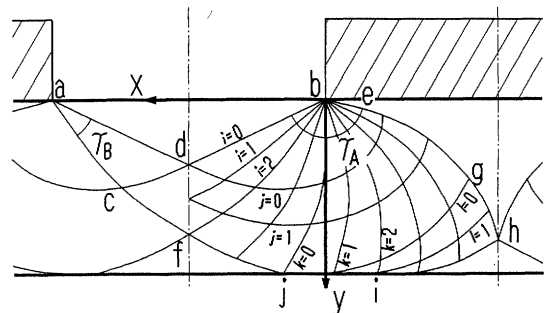


図3 すべり線が荷重底面に接する時のすべり線場 ($L/W < L_p/W_p$ の場合)

Fig. 3 Slip-line field of which slip-line along a tangential to load surface for $L/W < L_p/W_p$

べり線場が生じ¹⁾、前報の支持力解²⁾が適用できる。

荷重間隔が狭くなり $L/W < L_p/W_p$ の場合、隣合うすべり線場が干渉し合い、図2に示すすべり線場が生じると考えられる。さらに、図2のすべり線場に剛盤の影響が生じると、図3に示すすべり線場が生じると考えられる。

III すべり線場の数値解析

ここでは未知である $L/W < L_p/W_p$ の場合のすべり線場(図2および図3)について解析を行う。すべり線場の解はKötterの応力特性方程式³⁾⁴⁾と荷重下のすべり線の境界条件から逐次的な数値計算により求める。

1. すべり線場の条件

荷重間の中心線に対する対称性、また、荷重の中心線に対する対称性により、両中心線に挟まれた領域のみの解析を行えばよい。図2および図3で示される点aおよび点bはすべり線が集中して、これらの点のまわりにある角度で対数らせんが広がる扇形のすべり線場が形成される。すべり線場は次の条件を満足しなければならない。

- 1) すべり線場の対称条件より、荷重中心線上ではすべり線は鉛直方向に対し μ' の角度で交わる。
- 2) 荷重間中心線上では対称条件より、すべり線は鉛直方向に対し μ の角度で交わる。
- 3) 剛盤面および荷重底面は完全粗ゆえ、すべり線はこれらに接する。

ここで μ および μ' は

$$\mu \equiv \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \quad (1)$$

$$\mu' \equiv \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \quad (2)$$

で表される。

図2に示すすべり線場において、すべり線deは γ_A の角度で広がる対数らせんになり、その外側の領域adefghは γ_B の角度で広がる扇形のすべり線場が成立する。

条件1) および2) より

$$\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) = - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) + \gamma_A - \gamma_B \quad (3)$$

ゆえに

$$\frac{\pi}{2} = \gamma_A - \gamma_B \quad (4)$$

の関係が得られる。

図3に示すすべり線場において、特異点bを中心に γ_A の角度で広がるすべり線場が形成され、また、 γ_B を図3に示すように定義する。また、 γ_C は点gと点hにおける θ (x軸から反時計回りに最大主応力方向に測った角) の差とする。 β 線である f j g および i h はそれぞれ点 j および点 i で剛盤に接する。

条件1), 2) および3) より

$$\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) = - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) + \gamma_A - \gamma_B - \gamma_C \quad (5)$$

ゆえに

$$\frac{\pi}{2} = \gamma_A - \gamma_B - \gamma_C \quad (6)$$

の関係が得られる。

2. すべり線場の数値解析

前報¹⁾で述べたように、すべり線場は解析的に表現し得ないので、数値計算により求める。

図2および図3のように α 線および β 線をそれぞれ角度間隔が ϕ 一定となるように微小弧に分割し、離散座標系 (i, j) とするすべり線網目を形成する。すべり線場の各節点の座標は、微小弧の両端の勾配を平均した勾配をもつ弦で置き換え、近似的な逐次法により算定を行う⁴⁾⁵⁾。

図2のすべり線場において、数値計算を行うに当たり対数らせんであるdeの動径bdを単位長さ1 ($|bd| = 1$) とすると、荷重間隔Lは

$$L = 2 |bd| \cdot \cos \mu' = 2 \cos \mu' \quad (7)$$

と表される。一般節点 (i, j) での θ は

$$\theta_{i,j} = \frac{\pi}{2} + (i-j) \phi \quad (8)$$

で表される。各節点における座標値 $(x_{i,j}, y_{i,j})$ は次式で求められる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{a de上の点} \\ x_{i,j} = \exp(-\phi \cdot i \cdot \tan \phi) \cos(\theta_{i,j} - \mu) \\ y_{i,j} = \exp(-\phi \cdot i \cdot \tan \phi) \sin(\theta_{i,j} - \mu) \\ \text{b 荷重間の中心軸df上の点} \end{array} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_{i,j} = \frac{1}{2} L = \cos \mu' \\ y_{i,j} = y_{i,j-1} + (x_{i,j} - x_{i,j-1}) \tan \left(\frac{\theta_{i,j} + \theta_{i,j-1}}{2} - \mu \right) \end{array} \right\} \quad (10)$$

式(9)および式(10)を境界条件としてすべり線網目は算定できる。

図3のすべり線場において、剛盤面に接するすべり線場の離散座標系を (k, D) とすると、一般節点 (k, D) での θ は

$$\theta_{k,i} = \pi - \mu + (k - D)\phi \quad (11)$$

で表される。剛盤面上の点の座標値 $(x_{k,i}, y_{k,i})$ は次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} x_{k,i-1} &= \frac{y_{k,i} - y_{k,i-1}}{\tan\left(\frac{\theta_{k,i} + \theta_{k,i-1}}{2} - \mu\right)} \\ y_{k,i} &= D \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式(9)、式(10)および式(12)を境界条件としてすべり線綱目は算定できる。

荷重幅が大きくなる場合、 β 線が荷重底面まで達し、荷重底面はすべり線の包絡線となり得る。このとき荷重底面上の各節点の座標値は前述のすべり線場の条件4)を用い算出する。

3. 支持力解析²⁾

支持力を算定するには、各すべり線に作用する鉛直力を求めなければならない。平均垂直応力を $\bar{\sigma}$ とすると、すべり線に作用する応力はすべり線

に沿って作用する応力 $\tilde{\sigma}$

$$\tilde{\sigma} = \bar{\sigma} \cos \phi - c \cdot \sin \phi \quad (13)$$

と、このすべり線に対応するすべり線方向から作用する応力(粘着力) c に分けられる。支持力を解析的に求めることは不可能であるので、それぞれのすべり線場に基づいて数値計算により算定する。具体的な計算方法は前報に示す²⁾。以下、支持力 Q (それぞれの荷重底面に作用する単位面積当たりの鉛直力) を粘着力 c で除したものを無次元支持力 q とし、 q を用い支持力を検討する。

IV 算定結果

求められたすべり線場を分類して図4に示す。未知のすべり線場(C)およびすべり線場(D)について、前報と同様にホドグラフを求め、変形領域全体の塑性仕事率を検討¹⁾⁶⁾した結果、塑性仕事率は負にならず正解であることが検証された。

図5に q と荷重間隔と土層厚の比 L/D の関係を示す。内部摩擦角は、一般的な圃場の土の $\phi = \pi/6$ を想定した。 L/D が増加するに伴い、 q は低下する。その程度は、 W/D が小さくなるほど著しい。

図6に q と W/D の関係を内部摩擦角 ϕ ごとに示す ($L/D=1.0$)。荷重幅が大きくなるほど支持

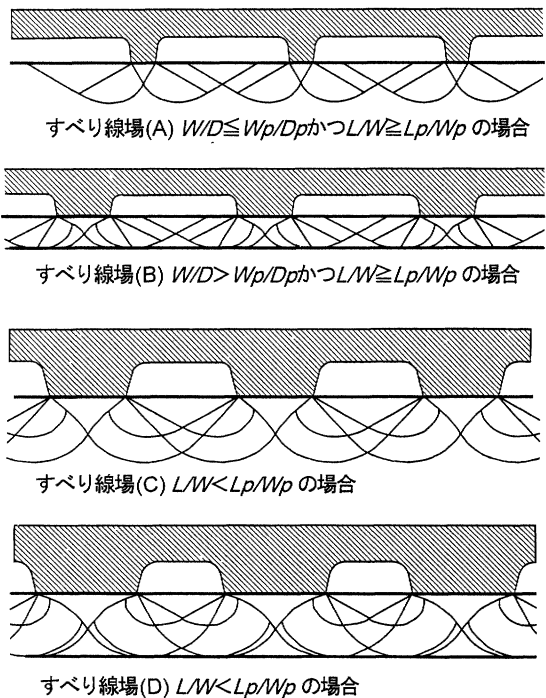


図4 履帯下のすべり線場の分類

Fig. 4 Classification of slip-line fields beneath a track

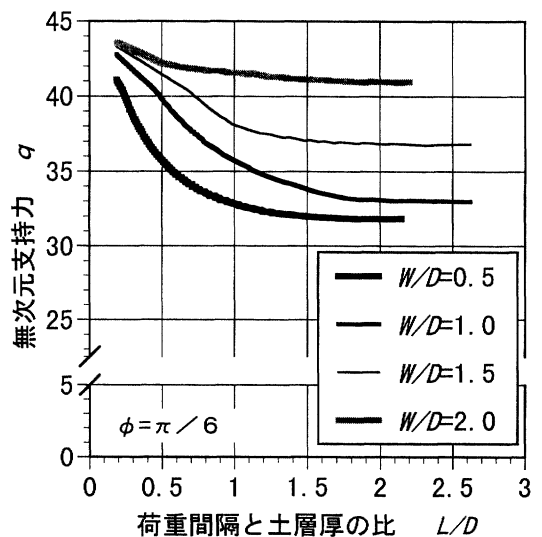


図5 荷重間隔と支持力の関係

Fig. 5 Relation between the load interval and the bearing capacity

力は増加するがその傾向は ϕ が大きくなるほど顕著になる。

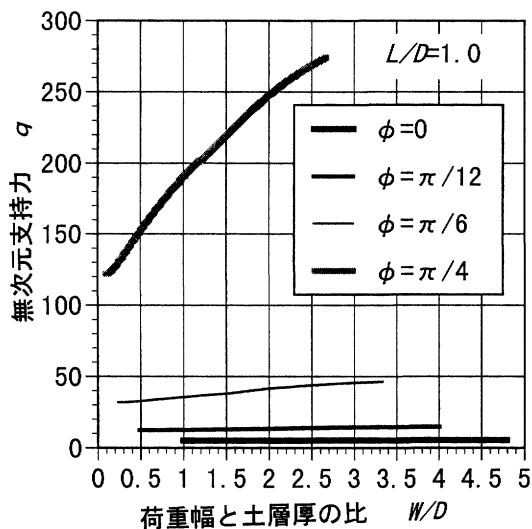


図6 内部摩擦角ごとの荷重幅と支持力の関係
Fig. 6 Relation between the load width and the bearing capacity for each value of ϕ

V 実際問題とのつながり

実際の設計における本解析結果の適用について述べる。例えばゴム履帯の荷重幅(ラグ幅)と荷重間隔(ラグスペーシング)の寸法値を設計する場合を考える。いま、コンバインで用いられるラグピッチが72mmのゴム履帯を取り上げ、ピッチを固定し、荷重幅を変更する。荷重間隔はラグピッチと荷重幅の差から求められる。

履帯型車両の場合、接地圧が地盤の許容接地圧を超えなければ車両通過可能といえ、本研究で求められた支持力は地盤の許容接地圧に相当すると考えられる。従来、Bekkerによる式⁷⁾が許容接地圧の計算に用いられているが、この式ではラグの形状に関する設計資料は得られない。本研究の結果では、荷重幅を10~40mmまで変化したときの無次元支持力は表1に示すように算出され、ラグ幅を10mmから40mmに増やすと支持力はほぼ2割増加することがわかる。

本研究で求められる q の値はモデルの基本仮定のため設計寸法を直接定量的に決定するものではない。また、履帯の設計において重要な推進力については本研究の結果は有益な情報を与えない。

表1 ゴム履帯に対する支持力の計算結果
Table 1 Result of the bearing capacity for a rubber track

荷重幅 W (mm)	10	20	30	40
荷重間隔 L (mm)	62	52	42	32
W/D	0.07	0.13	0.20	0.27
L/D	0.41	0.35	0.28	0.21
無次元支持力 q	30.1	31.9	34.1	37.0

(内部摩擦角 $\phi = \pi/6$, 土層厚 $D=150$ mm, ラグピッチ72mm)

しかし、履帯寸法、履帯形状の決定に際し、これまで理論的に解析された例は少なく、また、これまでの履帯設計は、履帯幅、履帯長さから決まる接地面積のみを問題にしていた。本研究による結果はラグ形状、寸法を考慮した履帯設計に有益な情報を与えると考えられる。

今回の計算は支持力についての解析であり、今後、支持力や推進力等を総合的に解析する必要があると考えられる。

VI 摘要

硬い耕盤と軟弱な作土からなる圃場の履帯に対する支持力特性を明らかにするため、すべり線法による解析を行い、次の結果を得た。

- 1) 耕盤のある圃場における無限個の近接する荷重に対する4種の干渉状態のすべり線場に基づいて支持力を求めた。
- 2) 荷重幅、荷重間隔および内部摩擦角による履帯支持力の推移状況を明らかにした。

これにより、軟弱地盤において要求される履帯の設計に当たって、有益な情報が得られるものと考えられる。

参考文献

- 1) 橋口公一, 鹿内健志, 久木田徹・上野正実・亀井雅浩: 耕盤のある圃場における支持力解析(第1報), 農機誌, 60(2), 3-10, 1998
- 2) 鹿内健志, 橋口公一, 久木田徹・上野正実・亀井雅浩: 耕盤のある圃場における支持力解析(第2報), 農機誌, 60(3), 15-22, 1998
- 3) Kötter, F.: Die Bestimmung des Druckes an Gekümmten Gleitflächen, eine Aufgabe aus der Lehre vom Erddruck, Ber. Akad. Wiss., Berlin, 229-233, 1903
- 4) 山口柏樹: 土の塑性力学, 土質力学(最上武雄編) 技報堂, 787-813, 1969
- 5) Hill, R.: 塑性学(鷺津, 山田, 工藤訳), 培風館, 138-147, 1954

-
- 6) 橋口公一：摩擦性塑性体に関する速度場の理論，土木学会
論文報告集，172，18-30，1969
- 7) Bekker, M.G.: Introduction to Terrain-Vehicle Systems,

The University of Michigan Press, Ann Arbor, 482-491,
1969

(原稿受理：1998年3月6日・質問期限：1999年3月31日)