中学校数学科における「深い学び」の「深さ」に関する研究：「数学史」を取り入れた授業を通して

中学校数学科における「深い学び」の「深さ」に関する研究
－「数学史」を取り入れた授業を通して－

仲宗根亜矢子

琉球大学大学院教育学研究科高度教職実践専攻・南風原町立南風原中学校

1．背景

アクティブ・ラーニングは，大学教育における質的転換に向けたキーワードの１つとして「学生が主体的に問題を発見し解を見いだしていく能動的学修」とされ，平成 24 年８月中央教育審議会答申で提唱された。それを受けて，平成 29 年７月に示された中学校学習指導要領解説（以下「解説」と略す）においては，「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けたいわゆるアクティブ・ラーニングの視点に立った授業改善の推進が求められている。

このような状況の中，OECD の 2015 年における PISA 調査では，日本の数学的リテラシーが国際的に見ると 2012 年に引き続き平均得点が高い上位グループに位置していた（国立教育政策研究所，2015）。さらに，IEA が 2015 年に実施した国際数学・理科教育動向調査 TIMSS の質問紙調査結果では，「算数・数学は楽しい」と思う児童生徒の割合は 2011 年の前回調査と同様に増加しており，中学校においては，国際平均との差が縮まっている傾向が見られた。加えて「日常生活に役立つ」，「将来，自分が望む仕事につくために，良い成績をとる必要がある」という生徒の割合が増加しており，国際平均との差が縮まってきている（国立教育政策研究所，2015）。ところが，これまでの授業を振り返ると，生徒からよく「なぜ，こんな勉強をしているの」「どこから，こんな発想が思いつくの」など疑問を持ち出してくる。このことは生徒が，数学の原理や規則性などの根本的なところを求めているのではないか。例えば，当たり前のようにある数直線やグラフは，実は数学を創造していく上で，出てきた発想であるということを生徒が体感すれば，その素朴な疑問の氷解に繋がるだろう。これに関連して吉田（2003）は，「『数学は創るもの』であり，喜怒哀楽に揺れ動くという生身の人間の営みの中から生まれた，まさに『人の技』であることへの理解，その認識の欠落が，現代の数学教育を極めて困難なものに変じさせているのではないか」と警鐘を鳴らし，また片野（1992）は，「数学を学ぶ意義は，どうしても数学の歴史から考えてみないとわからない」と示している。一方，昨今のアクティブ・ラーニングの実践に関して，松下（2016）は，往々にしてグループワークやディスカッション，そしてプレゼンテーションなどの活動を組み込んだ授業形態というレベルにとどまっていることを指摘するとともに，文部科学省の「深い学び」では，問題発見・解決が強調されて，概念や原理に基づく理解という側面が相対的に弱く，初等・中等教育で以前から問題視されてきた「活動あって学びなし」になることを懸念している。つまり，今現場で浸透しつつある学習の形態に焦点をあてる「アクティブ・ラーニング」と学習の質や内容に焦点をあてる「ディープ・ラーニング」を組み合わせて作った概念であるディープ・アクティブラーニングに焦点をあてることだと主張している。このディープ・アクティブラーニングの定義は「学生が他者と関わりながら，対象世界を深く学び，これまでの知識や経験と結びつけると同時にこれからの人生につなげていけるような学習のこと」である（松下，2016）。従って，本研究では「数学史」を取り入れた授業の中に，ディープ・アクティブラーニングの「深さ」がどのように関連していくのかを捉えたい。すなわち，塚原（2002）が「『数学史』は，そのプロセ

スにおいて，数学的な考え方の現実的世界を提供し，ものの見方に対する深い洞察と問題解決に向けての示唆を与える」と述べていることから，生徒の数学に対する「深い学び」を喚起させることができると仮説し，本テーマを設定した。

２．研究目的

「数学史」を取り入れることで，今まで以上に「深い学び」が喚起させられることを明らかにするとともに，「深い学び」の質を検証することである。

３．本研究と関連する先行研究

長岡（2003）は，数学史について，「数学史とは，さまざまの数学的概念や数学的理論あるいは数学的技術を，時間（時代）と空間（地理）を軸とした多重の拡がりの中で相対化してとらえることで，数学の歴史を，単に，知識蓄積的な前進過程としてではなく，おのおのの時代の数学的文化を他の時代の数学的文化と，敢えて並列的にとらえることを通じて，我々が無条件に前提としている現代の数学観，その数学観に根拠をおく近代科学とその上に成り立っている思想を批判的にとらえる学問的基盤を構築するための道具である」と述べている。一方，「解説」においては，「深い学び」を実現する上で欠かすことができないものとして「概念や原理・法則の理解」とある。ここで，長岡（2003）がいう「数学的概念や数学的理論あるいは数学的技術」を，「概念や原理・法則」と考え，さらに「批判的にとらえる学問的基盤を構築するための道具として『数学史』がある」を「概念や原理・法則の理解を促すための『数学史』がある」と解釈する。このことで，「数学史」を取り入れることにより生徒の「深い学び」が喚起されると考え本研究を進めていく。

４．「深い学び」の喚起に向けて

先述したように，「概念や原理・法則の理解」をすることにより，「深い学び」が実現できるとあるが，「深い学び」を学校現場で，より浸透させるためには，「深い学び」を質的に捉える必要がある。そこで，以下の視点から，「深い学び」を探っていく。

（１）「解説」の視点から

「解説」では，「『深い学び』の鍵として，「見方・考え方」を働かせることが重要になる」と記されている。また，「数学的な見方・考え方」は，「事象を，数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，論理的，統合的・発展的に考えること」と定義されている。このことから「数学的な見方・考え方」を働かせることにより，「深い学び」が喚起されると捉えることが可能である。では，どのように働かせるのかということに関しては，次の視点で述べる。すなわち「深い学び」へ方向づけるためには「事象を，数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，論理的，統合的・発展的に考えること」を喚起させることがポイントとなるだろう。

（２）ディープ・アクティブラーニングの視点から

「解説」の「深い学び」の文言は，松下（2016）が提唱するディープ・アクティブラーニングの「深さ」の重要概念が参照されている。そこで，本研究ではディープ・アクティブラーニングの「深さ」に注目していく。松下（2016）のいうディープ・アクティブラーニングは，「内化と外化」[1)]を繰り返すなかで理解が深化するとの立場をとっている。松下（2016）は，その具体をみると，例えば，内化と外化との関係について，内化から外化へのような一方向的なものではなく，いったん内化された知識が，問題解決のために使ったり，人に話したり書いたりするなどの外化の活動を通じて再構築され，より内化が深まる，つまり，深い理解になっていくと述べている。このことから，「深い学び」が喚起されるとは，「数学的な見方・考え方」を働かせることを「内化と外化」の活動を繰り返すこ

とだと解釈ができる。では，「深さ」とはどんなものかを見ていく。他方，松下（2016）は，「深さ」に着目する学習論の系譜として少なくとも３つの重要概念を挙げている[2)]。その重要概念を基軸とし，本研究を考えていく。

５．研究方法

（１）対象と時期

本研究の対象者は沖縄県内の公立中学校Ａ校２年生で，介入グループ（〇クラス，男子□名，女子△名），対照グループ（〇クラス，男子□名，女子△名）である。調査は，2018 年４月下旬から７月上旬に実施する。

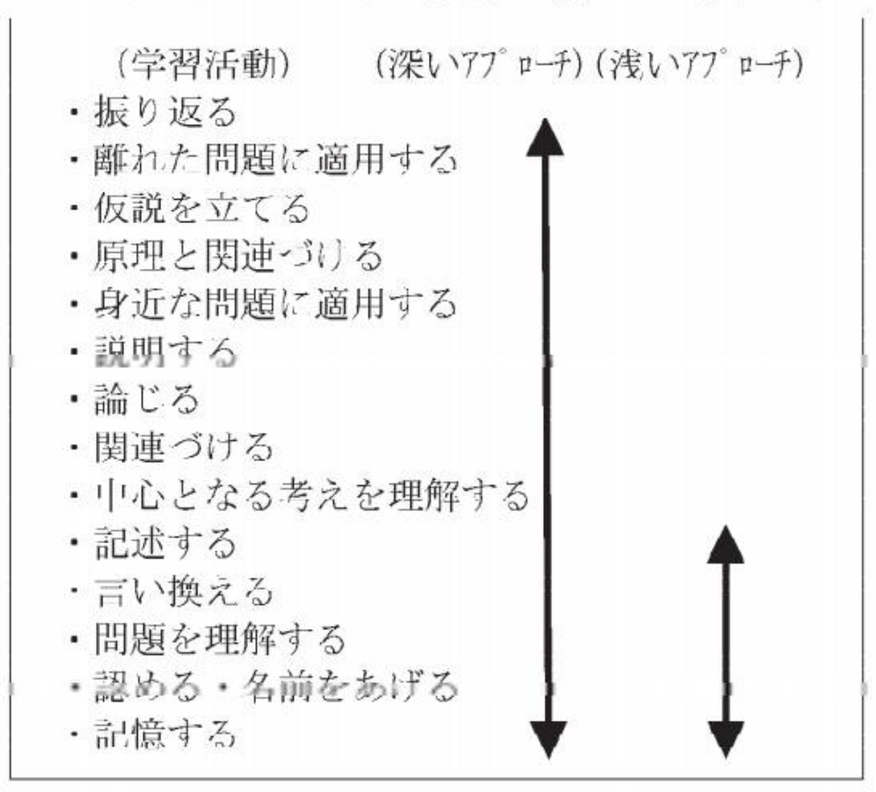
（２）対照グループへの対応

対照グループに関しては，東京書籍株式会社（2017）「新編新しい数学２」の年間指導計画及び指導書に沿って，授業を展開・実践する。

（３）検証方法

Biggs ら（2011）は，学習者自身の学習対象への関わり方が，深いアプローチと浅いアプローチとの関連を強く指摘していることから学習活動の動詞化を提言している（表１）。それは学習者の教材への関与の仕方，概念・原理形成への関わり方を行動的に捉えることができると解釈し，本研究では，表１にある学習活動に基づいて実践を試み，分析を行う。

表１　活動の「動詞」から見る学習への深いｱﾌﾟﾛｰﾁと浅いｱﾌﾟﾛｰﾁの特徴，Biggs＆Tang（2011）



①単元の中の「数学史」を取り扱った授業映像による分析（介入グループのみ実施）

ビデオレコーダーおよびボイスレコーダーを用いて授業中の発話に関して文字起こしをする。その発話から，生徒の「深い学び」が喚起されているかどうかを複数の教員で，表１に照らし合わせて分析する。

②毎時間の生徒の振り返りシートの分析（介入グループおよび対照グループに向けて実施）

授業の毎時間のまとめとして，生徒に「振り返りシート」を記入させる。その記述内容をもとに，複数の教員で，生徒が「深い学び」を起こしているかどうかを表１と照らし合わせ分析する。

③「数学史」を取り入れた時の生徒のワークシートの分析（介入グループのみ実施）

「数学史」を取り入れた授業における生徒のワークシートから複数の教員で，どんな「深い学び」が起こっているか捉え分析する。

④深い学びの自己評価尺度による分析（介入グループおよび対照グループに向けて実施）

前述した「深さ」の重要概念をベースにするとともに，国立教育政策研究所（2011）が公表している「評価規準の作成，評価方法等の工夫改善のための参考資料（中学校数学）」の記述を加え，中学校数学版「深い学びの自己評価尺度」を平成 29 年度中に開発する予定である。開発した自己評価尺度を単元の前後に実施することで一定程度，生徒の「深い学び」に関する変容を分析する。

（４）「数学史」を取り入れた単元指導計画

例えば，第２学年を担当した場合は，次のような指導計画とする（表２）。単元名は連立方程式で，指導計画 11 時間のうち，導入から終末にかけて６時間程度の「数学史」を取り入れる。

表２　「数学史」を取り入れた指導計画　（東京書籍株式会社，2017 参照）

節	時	目標	学習活動	数学史導入
1 連立	1	求めたい数量が２つある問題を，既習の内容を活用して解決することを通して，連立方程式の必要性を理解する。	・３点シュートと２点シュートの本数を，すべての組み合わせを調べたり，１次方程式をつくったりして求める。 ・３点シュートを x 本，２点シュートを y 本として，本数と得点について等式をつくる。	・さっさ立て：和算書『算法闕疑抄（さんぽうけつぎしょう）』

方程式とその解き方	2	2元1次方程式とその解の意味，連立方程式とその解の意味を理解する。	・2元1次方程式とその解の意味を知る。 ・連立方程式とその解の意味を知る。	・方程式の起源『九章算術』の巻八の巻名
	3	連立方程式は，1つの文字を消去して1次方程式にすれば解けることを理解する。	・具体的な問題で，2つの式を比べて1つの文字を消去する方法を考える。 ・文字の係数の絶対値が等しい場合の連立方程式を解く。	
	4	加減法を理解し，それを用いて連立方程式を解くことができる。	・文字の係数の絶対値が等しくない場合の連立方程式を解く。	・『九章算術』の巻八の第7問加減法の解法
	5	代入法を理解し，それを用いて連立方程式を解くことができる。	・具体的な問題で，一方の式を他方の式に代入し，文字を消去する方法を考える。 ・連立方程式を適当な方法で解く。	・『算法統宗』巻十一の方程章第9問代入法の解法
	6	かっこをふくむ連立方程式や，係数に小数や分数をふくむ連立方程式を解くことができる。	・かっこをふくむ連立方程式を解く。 ・係数に小数や分数をふくむ連立方程式を解く。	
	7	$A=B=C$ の形をした連立方程式を解くことができる。また，係数に文字をふくむ連立方程式について，その文字の値を求めることができる。	・$A=B=C$ の形をした連立方程式を解く。 ・係数に文字をふくむ連立方程式に解を代入して，その文字の値を求める。	
2連立方程式の利用	8	具体的な問題を，連立方程式を利用して解決するときの考え方や手順を理解する。	・バラとガーベラの本数を，連立方程式を利用して求めることについて考える。 ・連立方程式を使って文章題を解く手順を確認する。	
	9	個数と代金に関する問題を，連立方程式を利用して解決することができる。	・個数と代金に関する問題を，連立方程式を利用して解決する。	・籠の中の雉と兎『孫子算経』
	10	速さ・時間・道のりに関する問題を，連立方程式を利用して解決することができる。	・速さ・時間・道のりに関する問題を，連立方程式を利用して解決する。	
	11	割合に関する問題を，連立方程式を利用して解決することができる。	・割合に関する問題を，連立方程式を利用して解決する。	・さっさ立ての発展：『勘者御伽双紙(かんじゃおとぎそうし)』

[注釈]

1）内化と外化は，知識の習得と知識を用いた高次の思考と表されており，学習サイクル全体のなかで相補的なものとみなすことができると述べている（松下，2016）。

2）「深い学習」あるいは「学習への深いアプローチ」，「深い理解」，「深い関与」に着目している（松下，2016）。

[文献]

中央教育審議会（2012），「新たな未来を築くための大学教育の質的転換に向けて：生涯学び続け，主体的に考える力を育成する大学へ（答申）」http://www.mext.go.jp/component/b_menu/shingi/toushin/__icsFiles/afieldfile/2012/10/04/1325048_1.pdf（2018．1．28 現在）

John Biggs and Catherine Tang (2011), *Teaching for Quality Learning at University Fourth Edition* The Society for Research into Higher Education & Open University Press

片野善一郎（1992），『数学史を活用した教材研究』明治図書，p. 22

国立教育政策研究所（2015），「OECD 生徒の学習到達度調査（PISA2015）のポイント」http://www.nier.go.jp/kokusai/pisa/pdf/2015/01_point.pdf（2018．1．31 現在）

国立教育政策研究所（2015），「国際数学・理科教育動向調査（TIMSS2015）のポイント」http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/053/siryo/__icsFiles/afieldfile/2016/12/12/1380468_1.pdf（2018．1．31 現在）

松下佳代（2016），『ディープ・アクティブラーニング：大学授業を深化させるために』勁草書房

文部科学省（2017），『中学校学習指導要領解説数学編』http:// www.mext.go.jp/component/ a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2017/07/25/1387018_4_1.pdf（2018．1．31 現在）

長岡亮介（2003），『数学の歴史』放送大学教育振興会，p. 11

東京書籍株式会社（2017），『新編新しい数学２』東京書籍株式会社，pp. 32-53

塚原久美子（2002），『数学史をどう教えるか』東洋書店，p. 62

吉田武（2003），「解説：英雄の物語」E・T ベル著，田中勇・銀林浩訳『数学をつくった人びとⅡ』ハヤカワ文庫，pp. 407-408