

カーネル主成分分析を用いた高速点火プラズマ像のイメージング  
An imaging of laser produced plasmas of the fast ignition by the kernel principal component analysis

野崎 真也<sup>†</sup> 金城 篤史<sup>†</sup> 藤岡 慎介<sup>‡</sup> 東 るみ子<sup>†‡</sup> 波平 宜敬<sup>‡‡</sup>  
Shinya Nozaki, Atsushi Kinjo, Shinsuke Fujioka, Rumiko Azuma, Yoshinori Namihira

### 1. はじめに

レーザー核融合手法の1つである高速点火方式[1]は小さなレーザーで核融合反応を高効率に起こすことができる事が注目され、現在世界各国でそのメカニズムの解明および応用について研究が精力的に行われている。

しかし、この手法は加熱用の短パルス高強度レーザーを照射した際に大量の硬X線およびガンマ線等の放射線が生じ、それが検出器に大量のノイズとして記録される。その結果プラズマ画像の鮮明度が劣化し、画像から有意な情報を引き出すことが困難になる。これを解決するためにハード面[2]およびソフト面の両方のアプローチが必要である。

ソフト面による解決に注目した場合、ノイズは剣山のような特性を持ち、かつ検出器の画素全体を覆うように計測されるので、従来の周波数処理によるノイズ除去の方法では十分ではない。

そこで本研究では多変量解析の1つであるカーネル主成分分析[3]を用いてレーザープラズマ像のノイズ除去を行うことを目的とする。本手法の特徴はノイズを周波数処理または近傍の画素の情報を用いずに除去することができるので、本ケースに対して有効である。

### 2. カーネル主成分分析の導入

#### 2.1 主成分分析

主成分分析[4]は統計データから互いに向相関の成分を取り出して、観測値をそれらの成分の線形結合で表わす手法のことである。 $n$ 次元空間における主成分の軸を、

$\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_n$  とする。点  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$  の各軸への射影  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]$  は、

$$\begin{cases} y_1 = w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + \dots + w_{1n}x_n = \mathbf{w}_1^T \mathbf{x} \\ y_2 = w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + \dots + w_{2n}x_n = \mathbf{w}_2^T \mathbf{x} \\ \vdots \\ y_n = w_{n1}x_1 + w_{n2}x_2 + \dots + w_{nn}x_n = \mathbf{w}_n^T \mathbf{x} \end{cases} \quad (1)$$

ただし、

$$w_i^T w_j = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (2)$$

である。変換行列を  $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_n]$  とすると、 $\mathbf{y}$  は以下のように表せる。

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}^T \mathbf{x} \quad (3)$$

$\mathbf{W}$  はサンプルベクトル  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$  の平均値の行列の共分散行列の固有ベクトルである。本ケースの場合、サンプルベクトル  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$  は学習データとなる。得られた変換行列  $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_n]$  は本研究において基底関数と呼び、ノイズと削除する対象画像  $\mathbf{x}_j$  は基底関数を用いて次式

$$\mathbf{y}_j = \mathbf{W}^T \mathbf{x}_j \quad (4)$$

を用いて投影データを得る。ノイズ除去などの処理を行う場合には一般的には固有値の大きい固有ベクトルを上位数個を用いて再構成する。再構成の式は以下のように与えられる。

$$\hat{\mathbf{x}}_j = \mathbf{W} \mathbf{y}_j = \sum_{i=1}^m \mathbf{w}_i^T \mathbf{x}_j \mathbf{w}_i \quad (5)$$

#### 2.2 カーネル主成分分析

主成分分析はノイズを除去することは可能であるが、実空間上でかつ線形処理を行っているため、ノイズが強い非線形を持つ場合などは、十分にその効果を発揮することができない。カーネル主成分分析は非線形空間へデータを射影し非線形空間で処理を行うので、非線形性を持つノイズに対して有効である[3]。 $x$  の写像を  $\phi(x)$  とすると以下の式でカーネル関数を定義する。

$$k(x, x') = \phi(x)^T \phi(x') \quad (6)$$

このカーネル関数を用いて以下のようにグラム行列  $\mathbf{K}$  を定義する。

$$K_{nm} = k(x_n, x_m) \quad (7)$$

主成分分析においては、サンプルデータの共分散行列を求めてそれらの固有ベクトルおよび固有値を求めるのと同様に、カーネル主成分分析においてもサンプル共分散行列  $\mathbf{C}$  は、

<sup>†</sup> 琉球大学亜熱帯島嶼科学超域研究推進機構 Trans-disciplinary Organization for Subtropical Island Studies, University of the Ryukyus

<sup>‡</sup> 大阪大学レーザーエネルギー学センター Institute of Laser Engineering, Osaka University

<sup>†‡</sup> 青山学院大学 社会情報学部 Department of Social Informatics, Aoyama Gakuin University

<sup>‡‡</sup> 琉球大学工学部 Faculty of Engineering, University of the Ryukyus

$$C = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \phi(x_n) \phi(x_n)^T \quad (8)$$

となり、固有値問題を解いていくと、以下の固有方程式を解くことになる[5].

$$K\alpha_i = \lambda_i N \alpha_i \quad (9)$$

ここで、 $\alpha_i$ はN次元ベクトルである。上記の手順により学習用データから基底関数を求めることができ、基底関数を用いてノイズを含む画像を再構成のプロセスにより除去する。本研究においてはカーネル関数は以下に示すガウスカネルを用いた[3].

$$k(x, x') = \exp\left(\frac{-\|x - x'\|^2}{c}\right) \quad (10)$$

ここで、 $c$ は定数である。再構成においては、 $z$ を再構成画像とすると、

$$z = \frac{\sum_{i=1}^l \gamma_i \exp(-\|z - x_i\|^2/c) x_i}{\sum_{i=1}^l \gamma_i \exp(-\|z - x_i\|^2/c)} \quad (11)$$

で行い上式において、 $\gamma_i = \sum_{k=1}^n \beta_k \alpha_i^k$ であり、ここで $\beta_k$ は、

$$\beta_k = \sum_{i=1}^l \alpha_i^k k(x, x_i) \quad (12)$$

で表せる。式(11)を用いて

$$z_{t+1} = \frac{\sum_{i=1}^l \gamma_i \exp(-\|z_t - x_i\|^2/c) x_i}{\sum_{i=1}^l \gamma_i \exp(-\|z_t - x_i\|^2/c)} \quad (13)$$

の演算を行うことで、再構成画像を得ることができる[3].

### 3. 実験結果およびまとめ

本手法の有効性を示すためにシミュレーションを行った。学習に用いた画像の一部および点火用レーザーによりノイズを含む画像を図1(a)および(b)にそれぞれ示す。これらはレーザープラズマ像の実験データである。学習用画像の枚数は244枚で、画素数は200x200ピクセルである。学習用画像はターゲット部分を圧縮するためのレーザーのみを照射している画像に絞っている。ノイズも全体的に付加され、かつノイズの影響により中心部分すべてが高温で検出されている。

シミュレーションに用いた画像およびノイズを付加した画像を図2(a)および(b)にそれぞれ示す。原画像は、最大値の位置が僅かに異なるGaussian画像を2つ足し合わせている。ノイズはgaussian noiseとspeckle noiseを加えて、実際の実験データ(図1(b))に近いノイズを加えており、中心部に見られる高温部分の確認ができない程度のノイズを加えている。

本提案法により得られた画像および低周波成分を多く含む画像に対して有効なノイズ除去法であるローパスフィルタを用いて得られた画像を図2(c)および(d)にそれぞれ示す。本提案法では全体的にノイズが削除できており同時に中心部の高温部分も確認できる。一方、ローパスフィルタにより得られた画像については、全体的にartifactが生じてしまっており、かつ中心部分の高温部分が確認できない。

定量的な評価をするために、それぞれの原画像との1 pixelあたりの二乗誤差を表1に示す。本提案法では誤差を10分の1以下に減らすことができ、ローパスフィルタと比

較しても2分の1以下に減らすことができていることが確認できている。

この実験結果により、本提案法の有効性を示すことができた。今後の課題は実際の実験データへの適用および、汎化能力を向上させるための学習用画像の補正を行うことである。

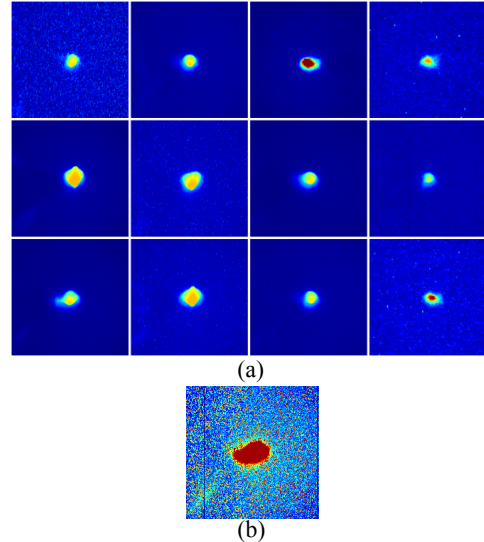


図1 実験で取得したレーザープラズマ像 (a)ノイズを含まない像 (b)点火用レーザーの使用によりノイズを含む像

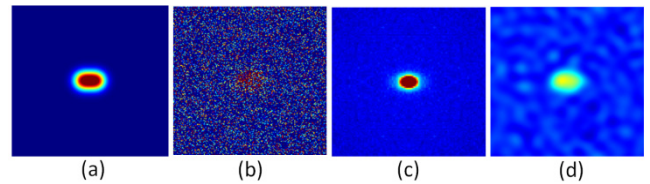


図2 シミュレーションに用いた原画像(a)、ノイズを含んだ画像(b)本提案法により得られた画像(c)およびローパスフィルタにより得られた画像(d)

表1:原画像とそれぞれの画像の二乗誤差

	ノイズを含む画像	提案法による画像	ローパスフィルタによる画像
誤差	0.1168	0.0093	0.0256

### 謝辞

本研究は文部科学省科学技術振興調整費「若手研究者の自立的研究環境整備促進事業」の平成20年度採択課題の助成を受けたものである。

### 参考文献

- [1] Kodama Ryosuke, et. al, "Nuclear fusion: Fast heating scalable to laser fusion ignition," Nature, Vol.418, pp.933-944, (2002).
- [2] Minoru Tanabe, et. al., "Monochromatic x-ray sampling streak imager for fast-ignitor plasma observation," Rev. Sci. Instrum., Vol. 79, 10E908 (2008).
- [3] Sebastian Mika, et. al., "Kernel PCA and de-noising in feature spaces," Proceedings of the 1998 conference on Advances in neural information processing systems II, pp. 536 - 542, (1998).
- [4] 阪野 鋭, "パターン認識における主成分分析 一顔画像認識を例として一," 統計数理, 第49巻 第1号 23-42, (2001).
- [5] C. M. ビショップ, "パターン認識と機械学習 下" シュプリンガー・ジャパン, (2008).