琉球大学学術リポジトリ

相対性理論による速度及び運動方程式

メタデータ	言語: 出版者: 沖縄科学防災環境学会 公開日: 2022-07-25 キーワード (Ja): キーワード (En): relativity, Lorentz transform, Galilei transform, velocity adition law, Nakaza’s relativity 作成者: 仲座, 栄三 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24564/0002019412

沖縄科学防災環境学会論文集 (Physics), Vol.3, No.1, 1-11, 2018

相対性理論による速度及び運動方程式

仲座栄三 [1]

[1] 正会員　琉球大学工学部工学科（〒903-0123 沖縄県西原町千原 1 番地）
E-mail:enakaza@tec.u-ryukyu.ac.jp

ある慣性系 A に対して一定速度 v で運動している慣性系 B から，さらにその運動方向に一定速度 v' で運動して観測される運動物体 C があるとき，慣性系 A から直接観測される運動物体 C の移動速度 u は，古典的力学によれば，$u = v + v'$ と与えられる．しかしながら，アインシュタインの相対性理論によれば，それは，$v^2 / c^2 << 1$ 及び $v'^2 / c^2 << 1$ となるような特別な場合に対するものであり，より一般的には u= $(v + v') / (1 - vv'/c^2)$ と与えられるとされる．このことは，アインシュタインの相対論的速度合成則と呼ばれている．しかし，この速度合成則は誤っていた．正しくは，$u = v + v'$ である．それでは，アインシュタインが求めようとした速度合成則とは正しくはいかように書けるべきであったか？そもそも，速度の合成になぜ光の速度が関係するのか？という素朴な疑問も浮かびあがる．本論は，仲座の新相対性理論に基づいて，速度合成則，運動方程式，エネルギー，原子時計の遅れなどに関する正しい解釈を与えている．

Key Words:*relativity, Lorentz transform, Galilei transform, velocity adition law, Nakaza's relativity*

1. はじめに

相対速度 v を有する 2 つの慣性系間における電磁場理論の変換則に，ローレンツ変換がある．その変換則には，相対速度 v と光の伝播速度 c との比が関係している [1]．光は電磁波の一種なので，電磁場理論の変換則に光の伝播速度が関係することは，それなりに理に適っているように思える．しかし，アインシュタインの相対性理論によれば，運動する原子時計をはじめ水時計の類の時計のテンポにまでも，相対速度と光の伝播速度との比が関係する．また，生物の身体的特徴（運動方向の長さ）や生物の成長速度にさえもその比が関係するとされている [2),3),4)]．

また，アインシュタインによれば，ある 1 つの慣性系（これを以下静止系と呼ぶ）に対して一定速度 v で運動している慣性系（これを以下運動系と呼ぶ）からその運動方向に一定速度 v' で運動して観測されている運動物体が，静止系から直接観測されるとき，単純に $v + v'$ とはならない．このような速度合成に関しても，相対論的な効果が現れ，光の速度が関係するとされる [1]．

運動物体の力学のみでなく，生物の加齢にさえも，光の速度が関係するとするところは，素朴な疑問を呈するところであるが，現代物理学界は，そのことに対する物理的メカニズムの説明には一切立ち入ることなく，相対論という数学的思考によってのみそれらのことを説明している．

本論は，上で挙げたアインシュタインの相対性理論に対する素朴な疑問に答えると共に，相対論的速度合成則，相対論的運動方程式，原子時計の遅れなどに関する正しい物理的解釈を与える．そのために，まずアインシュタインの相対性理論を否定している仲座の新相対性理論の概要が述べられる．

2. 仲座の新相対性理論

アインシュタインの相対性理論の誤りを正し，新しい相対性理論が提示されている [5),6)]．その概要を以下に説明する．

2.1 相対性原理の導入

まず，先に設定したように，2 つの慣性系の存在を仮定する．さらに先に命名したように，それらの系に呼び名の上で区別をつけるために，その内の 1 つを静止系と呼び，他方を運動系と呼ぶ．これら 2 つの系における力学に対しては，「相対性原理（系間の対称性）」が成立しているとする．このとき，何れの系から他方の系の力学を眺めても，それらに相違はまったくなく，観測者は，自分が何れの系から眺めていて，いずれの系が絶対的に静止しているものかを決めることはできない．

したがって，それら 2 つの系における時間，長さ，質

量など，物理量の単位には一切の区別もない．静止系で 1 時間の時間経過は，当然ながら同時に運動系においても 1 時間の時間経過となる．また，静止系の観測者の目前に静止している長さ 1 m の棒と同じ棒が，運動系の観測者の目前に静止してあるのなら，その長さも運動系の観測者には静止系と同様に長さ 1m となっていなければならない．これらのことは，相対性原理によって保証される．

これと同様に，静止系の観測者に対して，光など電磁波（静止系に光源を持つ）がマクスウェルの電磁場理論に支配されていると観測されるのであれば，当然ながら，運動系の観測者に対してもまったく同様に，光など電磁波（運動系に光源を持つ）はマクスウェルの電磁場理論に支配されて観測される．このことも，相対性原理が保証することとなる．

しかしながら，静止系の光源から発せられた光が，運動系の観測者にいかように観測され，それが静止系や運動系の観測者に用いられているマクスウェルの電磁場理論にそのまま従うかどうかは，相対性原理の下であってもアプリオリには定かでない．ここに，相対性理論の必要性が生じる．

アインシュタインは，彼の相対性理論を構築するに当たり，「相対性原理」に加えて，「光速度不変の原理」を導入した [1]．そのことによって，静止系から運動系に届く光に対しても（あるいは，その逆に，運動系から静止系に届く光に対しても），光の速度が等方的で一定の大きさをもって観測されることの可否の物理学的考察は不問に付されることとなった．

仲座の新相対性理論においては，光速度不変の原理は相対性理論構築に不必要なものとされ，そのことはむしろ物理学的に説明されるべきものであるとされている [5,6]．実際に，それが不変となって観測されることの物理的メカニズムが説明されている [7]．

2.2 光を用いた力学の計測

1) 観測者に対して静止している物の長さの計測

いま静止系の観測者は，自分が座す系を静止系と判断し，その系内に光源を持つ光など電磁波はマクスウェルの電磁場理論に支配されていると観察しているものと仮定する．したがって，静止系の観測者に観測されるその系内に光源を持つ光の速さは等方的であり，かつ一定値 c をもって与えられる．このような観察結果は，先に議論した相対性原理によって，運動系の観測者に対してもまったく同様に成立している．

このような時，観測者に対して静止している棒の棒軸方向の長さを光を用いて計測することを考える．光の速さは c と与えられているので，棒の長さ l_0 と計測時間 t_0 とに次なる関係が与えられる．

$$t_0 = l_0 / c \tag{1}$$

この測量は，静止している棒の始点から終点に向けての計測であっても，また逆に，棒の終点から始点に向けての計測であっても，相違はまったくなく，同じ値を与える．また，運動系の観測者が目前に静止している棒（先の測量で対象としたものと同じ棒）を測量したのであれば，相対性原理によつて，この観測者に対しても式（1）は成立していなければならない．

2) 観測者に対して運動している物の長さの計測

観測者に対して測定対象物が運動している場合は，上で述べた光測量はそう単純ではない [5,6]．

例えば，静止系の観測者 A に対して運動している物の長さやその力学を計測しようとすると，運動物体は，時間経過と共に観測者の位置を離れていくため（あるいは，近づいて来るため），測定が容易ではない．そのため，観測者 A は，数学的な座標変換という策を持ち出し，運動物体と互いに静止した関係を構築することができる．このような数学的操作を，ここでは移動座標系の構築と呼ぶ [5,6]．

運動物体と並走する移動座標系は，数学的に，次のように与えられる（図-1 を参照）．

$$x' = x - vt \tag{2}$$

$$y' = y \tag{3}$$

$$z' = z \tag{4}$$

$$t' = t \tag{5}$$

ここに，ダッシュの付く座標や時間は，ここに新たに数学的に構築される移動座標系の空間及び時間を表す．また，ダッシュの付かない座標や時間は，静止系の観測者が観測する座標及び時間を表す．いま，運動物体の運動方向は，静止系の x 軸方向にあり，運動物体は静止系に対して一定速度 v で遠ざかっている．

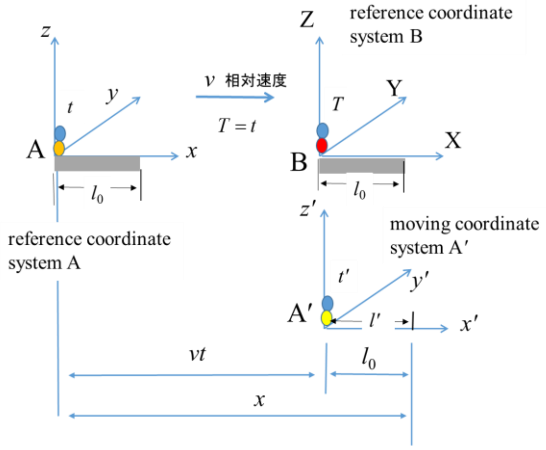

図-1　静止系，運動系，移動座標系の関係

静止系の観測者 A が運動物体の運動方向に放つ光の速度は，数学的に構築された移動座標系の観測者 A'に対しては，$c-v$ となって観測される．逆に，運動方向と逆方向に放たれた光の速度は，$c+v$ となって観測される．したがって，静止系の観測者が移動座標系を通じて運動している棒の長さを測定すると，次のように，測定時間が光の伝播方向に依存して観測される．

棒の運動方向と同方向に伝播する光に対して，

$$t'_1 = l_0 / (c-v) \qquad (6)$$

棒の運動方向と逆方向に伝播する光に対して，

$$t'_2 = l_0 / (c+v) \qquad (7)$$

ここに，t'_1 及び t'_2 は移動座標系の観測者に計測される時間を表し〔同時に，式（5）及び相対性原理により，静止系及び運動系における経過時間を表す〕，v は運動している棒の静止系の観測者に対する速度を表す（運動は棒軸方向）．

数学的に設定される移動座標系の観測者 A'に対して，光の速さが等方的で一定値を与えるような条件設定を行うことができるのなら，正しい計測が可能となる．上の例では，棒の運動方向に同方向と逆方向とに伝播する光による計測時間の平均を取ることで（すなわち，光速について $c-v$ と $c+v$ の平均を取ることで），移動系内に観測される光の平均速さは棒の運動方向に一定値 c を与える．

このとき，先に求めた測定時間の平均値 t'_{av} は，次のように与えられる．

$$t'_{av} = [\, l_0/(c+v) + l_0/(c+v)]/2 = l_0 / (1-v^2/c^2)\ /c = t_0 / (1-v^2/c^2) \qquad (8)$$

したがって，運動物体と互いに静止した関係にある移動座標系から観測される運動物体の平均長さ l'_{av} が，次のように与えられる．

$$l'_{av} = c\, t_0 = l_0 / (1-v^2/c^2) \qquad (9)$$

すなわち，静止系の観測者 A が運動物体と互いに静止した関係となって運動物体の長さを観測するために，数学的に構築した移動座標系からは，運動物体の平均長は，それが静止時の長さ l_0 よりも伸びて計測される．また，その測量に要する平均測量時間も，式(8)に示すように，式(1)に示す測量時間よりも延びて計測される．

一方，一定速度で運動している物体の運動方向と直交する方向に対しては，静止系から発射される光の速さは c であるが，移動座標系はそれに対して速さ v で棒の運動方向に移動するので，移動座標系の観測者が運動物体の Y 軸（あるいは Z 軸）方向の長さ l_0 の測定に要する時間 t'_{yz} は，次のように与えられる（後に示す**図-2** を参照）．

$$t'_{yz} = l_0 / \sqrt{(1-v^2/c^2)} / c = t_0 / \sqrt{(1-v^2/c^2)} \qquad (10)$$

ここに，(X, Y, Z) は，運動物体に付随する座標（運動系の座標）を表し，運動方向は x 軸及び X 軸の正の方向にある．

式（10）に示す測量時間は，光の伝播方向を逆にした場合でも，まったく同じとなる．したがって，互いに正逆方向に伝播する光による計測値の平均を取っても，式(10)で与えられる計測時間と同じ時間が与えられる．

ここで，移動座標系の観測者の時間に対して，静止系 A や運動系 B の時間と異なる時間を設定することにし，式(11)に示すように静止系や運動系の時間よりも短縮した時間 t' を与えるならば，数学的に構築される移動座標系の観測者は，物体の運動方向と直交する方向の長さをそれが静止時に測定された際の長さと同じ長さ l_0 として測量することができる．

$$t' = t \sqrt{(1-v^2/c^2)} \qquad (11)$$

以上に示す平均操作や時間短縮操作によって，移動座標系の観測者 A' に観測される光の速さは等方的で一定値 c を示す．ここに，「移動座標系内において光の速さが等方的で一定値 c となっている」ところは，重要なポイントとなる．

移動座標系の導入によって，そして式(11)の関係の導入によって，運動物体と互いに静止した関係となって測定する運動物体の運動方向の平均長さ l'_{av} は，次のように与えられる.

$$l'_{av} = l_0 / \sqrt{(1-v^2/c^2)} \qquad (12)$$

また，運動方向と直交する方向の長さ l'_{yz} については，次のように計測される.

$$l'_{yz} = l_0 \qquad (13)$$

以上の議論において，式（11）の導入は，光測量に対する利便性としての観点から説明された．しかしながら，そのように設定されなければならない物理的理由は，後の節で示されるように，「観測者に対して相対速度を有する系の光源から届く光は，その振動数に２次のシフトを伴って観測される」という事実にもとづいている.

2.3　座標変換則

式(11)～(13)の関係を満たす移動座標系の空間座標及び時間と静止系の空間座標及び時間とを結ぶ変換則は，**図-1** を参考に，　次のように与えられる.

$$x' = \gamma\,(x - vt) \qquad (14)$$

$$y' = y \qquad (15)$$

$$z' = z \qquad (16)$$

$$t' = \gamma\,(t - vx/c^2) \qquad (17)$$

ここに，係数γは，$\gamma = 1/\sqrt{(1-v^2/c^2)}$ を表し，ローレンツ係数と呼ばれる．式(17)に示す時間に関して，右辺のかっこ内第二項は，移動座標系の x' 軸方向において同時の関係を成立させるための補正項である．詳しくは，文献 1)もしくは 5)，6)を参考にして頂きたい.

式(14)～(17)に示す変換則が，式(11)～(13)を満たすことについては，式(14)～(17)に，$l_0 = x - vt$，あるいは，$x = vt$ などの関係式を導入して容易に確かめることができる.

式(11)に示す時間の関係式は，静止系の観測者が数学的に設定する移動座標系の時間と静止系の時間との関係を表すのであって，アインシュタインの相対性理論が主張する「静止系の時間と運動系の時間との関係」を表すものではない．よって，静止系の空間長や時間に対して運動系の空間長や時間が実際に短縮している訳ではないことに注意を要する．また，式(12)や式(13)に示す長さの関係式は，移動座標系の観測者に計測される運動物体の運動方向及び運動方向と直交する方向の長さと実際の運動物体の長さ l_0 との関係を表すものであることに注意を要する.

2.4　ガリレイ変換に対する我々の従来の解釈との違い

式(14)～(17)に対して，v^2/c^2<<1 を適用すると，形式上，ガリレイ変換と同じ形の変換式(2)～(5)を得る．しかしながら，式(14)～(17)が，v^2/c^2<<1 の条件の下に与える変換式は，静止系の観測者が，運動系と互いに静止した関係となって（相対速度の効果を消し去って）運動系の長さや力学を観測するために，数学的に設定した移動座標系の空間座標 (x', y', z')及び時間 t' と静止系の空間座標(x, y, z)及び時間 t との関係を与えるのであって，運動系と静止系との空間座標や時間とを結ぶ関係式ではない.

ガリレイ変換に対する我々のこれまでの理解は，変換した先の空間座標及び時間は，運動系の空間座標及び時間を表すとするものであった．式(14)～(17)あるいは式(2)～(5)が意味する変換は，運動系に並走する移動座標系の設定の有無という意味において，ガリレイ変換に対する我々の従来の解釈とは異なるものとなっていることに注意を要する [8].

アインシュタインは，彼の構築した相対性理論において，ローレンツン変換後の座標及び時間を運動系のそれらと見なした．アインシュタインの相対性理論の決定的な誤りはここにあるが，その緒はガリレイ変換に対する我々の従来の解釈から来ている．その結果，アインシュタインの相対性理論には，時間や長さに関するパラドックスが派生されてきた [3].

特殊相対性理論におけるローレンツ変換則〔式（14）～（17）〕の導入は，静止系の観測者が観測される相対速度の効果を消し去って運動系の力学を観測するための策である．これに対して，一般相対性理論における一般座標系の導入は，重力や加速度の存在を消し去って観測するための策となる [6]．すなわち，アインシュタインの一般相対性理論が説明する「空間や時間が実際に歪んでいる」という概念は誤りであり，「重力の存在下では観測される空間や時間が歪んで観測される」と説明されなければならない．したがって，正しい観測値の理解は，実際に観測される空間や時間に，一般座標系を導入し，

空間と時間の歪を取り払って行われる必要がある．

例えば，LIGO による空間と時間の歪の観測事例がある [9]．その観測結果は，「地上の空間と時間が重力によって歪むのを観測した」と説明している．しかしながら，正しくは，遠く離れたブラックホールからの重力の影響を，地上において「空間と時間の歪として観測した」と説明されなければならない．このことに関しては，第 5 章にて再度詳しく述べる．

2.5　運動系の観測者に観測される光の振動数シフト

本章の第 1 節において，相対性原理が導入された．相対性原理によれば，静止系で成立するマクスウェルの電磁場理論は運動系でも成立していなければならない．その結果，静止系に静置された光源から発する光がその系内で観測される場合も，また運動系の光源から発せられた光がその系内で観測される場合も，それらは同じマクスウェルの電磁場理論に支配されて観測される．

しかしながら，ここで議論すべきは，静止系に光源を持つ光が運動系で観測されるとき，その光であっても先に述べた静止系や運動系が用いているマクスウェルの電磁場理論に支配されるものとなるかどうかである．

このことに関してアインシュタインは，物理的メカニズムの探究を行うことなく，光速度不変の原理を導入し，そのことを不問とした．しかしながら，光は物理現象の一種であり，それの一つの物理量をなす光の速さが物理を越えた存在にあるはずもなく，光の速さが静止系と同じく運動系でも一定値となって観測されることのメカニズムは，物理的に説明される必要がある．

静止系の観測者が用いるマクスウェルの電磁場理論に式（14）～（17）に示すローレンツ変換を施すと，明らかに元の電磁場理論とは異なる関係式を得る．しかし，そうであっても，それらが成す電磁波方程式に現れる光の速さは元の電磁場理論が成す電磁波方程式に見る光の速さと同じとなっているのを確認できる．

光の速さは静止系と運動系とに対して区別なく同じ値となって観測されるものの，他の系から届く光に関してはその証が振動数に付随している．それが，振動数の２次シフトであり，この２次シフトの存在が光の速さを両系でまったく同じ値としている物理的メカニズムとなる．

図-2 に，運動系の運動方向と直交する方向の長さの光計測に関して，光の伝播と運動系の位置（あるいは，移動座標系の位置）との関係を示す．静止系に静置された光源から発せられる光を，運動系の観測者が，その運動方向と直交する方向に伝播する光（横方向伝播の光）として計測するとき，運動系の観測者は，その光が伝える時間情報（すなわち，振動数）を，短縮して計測することになり，次のように受け取る．

$$f = f_0 \sqrt{(1 - v^2/c^2)} \tag{18}$$

ここに，f_0 は静止系に静置されている光源の振動数を表す．f は静止系から運動系に届く光の伝播を，運動系の観測者が，Y 軸及び Z 軸方向に伝播する光として計測する際に観測される振動数であり，光源の振動数 f_0 に対してシフトしていることから，横振動数シフトと呼ばれる．

これに対して，運動系の運動方向に伝播する光の計測に対しては，縦振動数シフトが与えられ，古典的なドップラー効果を含み，次のように与えられる．

$$f = f_0 \sqrt{(1 - v^2/c^2)} \,/\, (1 \pm v/c) \tag{19}$$

ここに，プラスマイナスの符号については，光の伝播方向と運動系の運動方向との違いによりプラスあるいはマイナスのいずれかが選定される．

したがって，先に設定した移動座標系の時間と静止系の時間との関係式(17)あるいは式(11)は，運動系で観測される静止系から届く光の振動数を規定する．あるいは，静止系から運動系に届く光が運動系の観測者に伝える時間情報と解釈することもできる．

以上の議論によれば，観測値という観点において，式（14）～（17）に示すローレンツ変換の右辺に示す物理量は，静止系の観測者が光測量によって運動系の力学を測定する際に得た長さや時間に対応し，左辺はそれらが，運動系の観測者にいかように観測されるものとなるかを表す．

したがって，静止系の観測者に対するマクスウエルの電磁場理論にローレンツ変換を作用させると，得られる方程式は，静止系から放たれた電磁波が運動系で観測されるとき，それがいかような方程式に支配されるものとなるかを与える．逆に，運動系の観測者に対するマクスウエルの電磁場理論にローレンツ変換を施すと，運動系で放たれた光が静止系で観測されるとき，それがいかような方程式に支配されるものとなるかを与える．このとき，静止系及び運動系のいずれにおいても，観測者の立つ系に静置されたソースから放たれた電磁波は，相対性原理によって，その系内の観測者にはマクスウエルの電磁場理論に支配されるものとして観測される．

同様に，静止系のニュートンの運動方程式にローレンツ変換を施すと，静止系の力学を運動系から光測量によって計測すると，それがいかような方程式に支配される

ものとなるかを与える．逆に，運動系のニュートンの運動方程式にローレンツ変換を施すと，運動系の力学を静止系から光測量によって計測すると，それがいかような方程式に支配されるものとなるかを与える．この議論については，第4章にて再度詳しく取扱う．

L. Essen (1971)[10]は，"The Special Theory of Relativity: A Critical Analysis"において，式（18）及び（19）と同様な関係式を導き，「運動系の時間が実際に短縮しているのではなく，運動系の時間が静止系の観測者には短縮して観測される．また，その逆も成立する．」とする見解を与えている．だが，彼の論理には，光測量という概念及び運動系と並走する移動座標系の構築という概念は見られない．

2.6　運動系の観測者に観測される静止系の光の速さ

相対性原理によれば，静止系，運動系，いずれの系内の観測者も，自らが座す系を静止系として設定できるため，いずれの系の観測者に対してもその系内に光源を持つ光はすべてマクスウェルの電磁場理論に支配され，その光の速さは等方的で一定値 c として観測されなければならない．

ここで問題となるのは，静止系から運動系に届く光の速さであっても，c + v や c – v と観測されるのではなく，等方的で一定値 c として観測されることである．ここでは，そのメカニズムを物理的に説明する．

静止系の観測者に対して一定速度 v で運動している運動物体の運動方向の長さ l_0 を測定するのに，静止系の観測者が要する計測時間は，式（8）で与えられる．さらに，運動方向と直交する方向の長さ l_0 を測定するには，

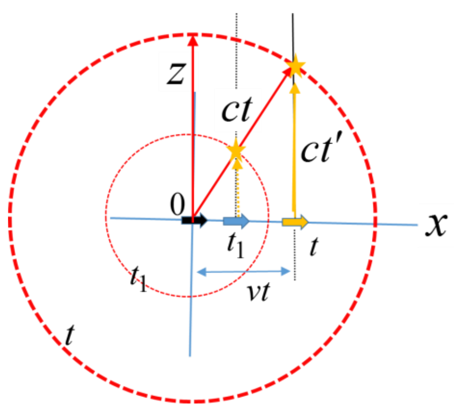

図-2　光の伝播と運動物体の位置の関係

（ここに，t は静止系と運動系における経過時間を表し，t' は静止系から運動系に届く光が，運動系に伝える静止系の時間情報を表す）

式（10）で与えられる計測時間を要する．静止系におけるこのような時間経過は，運動系に対してもまったく同じ時間経過となって観測される．このことは，相対性原理によって保証される．

式（8）及び（10）で与えられる計測時間に亘って静止系から発せられた光は，運動系の観測者には，式（18）や 式（19）に示すように振動数が赤方偏移（redshift）を生じて観測される．したがって，その光自身の redshift した振動数にもとづく時間は，静止系及び運動系の時間よりも短縮しており，式（11）で示す時間 t' と同じ値として与えられる．

したがって，静止系から運動系に届く光が伝える時間情報によれば，式（8）及び（10）に示す静止系の計測時間は，運動系の観測者には，次に示すように観測される．

$$t'_{av} = t_0 / (1 - v^2/c^2)\sqrt{(1 - v^2/c^2)} = t_0 / \sqrt{(1 - v^2/c^2)} \qquad (20)$$

$$t'_{yz} = t_0 / \sqrt{(1 - v^2/c^2)}\sqrt{(1 - v^2/c^2)} = t_0 \qquad (21)$$

移動座標系の観測者によれば，式（8）及び（10）で与えられる時間の間に光が描く直線の長さは，式（12）及び（13）で与えられる．これらの長さは，運動系の観測者に対しても（いま運動系と移動座標系とは互いに静止した関係にあるため），式（12）及び（13）で与えられる．

式（12）と式（20），式（13）と式（21）との対応によって，静止系から運動系に届く光の伝播速度は，運動系の観測者に等方的で一定値 c として観測されることが示される．

アインシュタインは，彼の特殊相対性理論を構築するに当たり，「光速度不変の原理」を導入した．その結果，アインシュタインの相対性理論においては，光の速度が等方的で一定値 c となって観測されることの物理は不問に付されることとなった．すなわち，アインシュタインの相対性理論においては，「光は物理現象を超越した特別な存在」であったということができる．

アインシュタインの相対性理論から1世紀余を経て，ここに光の速度が物理的に議論されるべき物理現象の一つであり，それが等方的で一定値となって観測されることの物理的メカニズムが明示された．その根源は，光の振動数の redshift（2 次の振動数シフト）にあったと言える[7]．

これまで議論してきた関係式のいくつかに，分母に√

$(1 - v^2/c^2)$ の項が現れている．これらの関係式からは，運動物体の速度の極限が光の速さであると設定される．なぜなら，運動物体の速度の大きさが光速以上となると，$\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$ の値がゼロもしくは虚数を与えることになってしまうからである．しかしながら，そのような状態の発現は，運動物体の計測に光を用いていることから生じる測定手法の限界を表すものであって，それが運動物体の速度の極限を規定することにはならない．

アインシュタインの相対性理論においては，ローレンツ変換式が示すように，光の速さが運動物体の極限速度であると解釈されている [1),2),3),4)]．これまでの議論にもとづけば，光の速さは運動物体の取り得る極限の速さを表すのではなく，光測量（電磁波観測）の限界としての極限速度を表す [6)]．したがって，相対性理論は，運動物体の運動速度が光の速度を超える可能性を否定できない [7)]．

3. 光を用いた観測に対する速度合成則

光など電磁波を用いて運動物体の力学を計測する際には式（14）〜（17）に示す変換則が必要であることが議論された．ここでは，速度合成則について検討する．

静止系から運動系が相対速度 v を有して計測されている時，その速度 v の方向に，運動系から相対速度 v' として計測される運動物体が静止系から直接計測される際の相対速度 u は，アインシュタインによれば，次のように与えられる．

$$u = (v + v')/(1 + vv'/c^2) \tag{22}$$

しかしながら，これまでの議論によれば，この解釈は「誤り」と判断されなければならない．正しい速度合成則は，古典的物理学が示すように，次のように与えられる．

$$u = v + v' \tag{23}$$

なぜならば，速度 v の計測が正しければ速度 u の計測も正しく，また相対性原理によって，速度 v' の計測も「正しい」と判断されなければならないからである．

それでは，アインシュタインが示そうとした相対論的速度合成則はいかような所に現れるのだろうか？この問に応えることが本章の目的である．

光測量によれば，静止系の観測者は互いに静止した関係にある物の長さを正しく計測できる．相対性原理によって，運動系の観測者も互いに静止した関係にある物の長さを正しく計測可能である．したがって，運動系の観測者は，目前に静止している物体が静止状態から微小な距離だけ動き出すことを正しく計測できると仮定する．ここで，“物体が静止状態から微小な距離だけ移動”というところが重要で，その間の運動を運動系の観測者は相対性理論を用いることなく正しく計測できるとの仮定が許されている．このとき，運動系の観測者に計測される速度は次のように与えられる．

$$dV = dX/dT \tag{24}$$

ここに，dV は運動系内の観測者に観測される静止物体が運動し出す際の微小速度，dX は運動物体が運動系の観測者に見せる静止位置からの微小移動距離，dT は運動物体がその微小距離を移動するのに要した時間（運動系の観測者に見せる時間）を表す．

運動系の観測者に式（24）のように表される微小速度が静止系の観測者にいかように観測されるものであるかは，移動座標系を経て，次のように与えられる．

$$\begin{aligned} dV &= dv' = dx'/dt' \\ &= dx'/dt\,(dt/dt') \\ &= d/dt[\gamma(x-vt)]\cdot d/dt'[\gamma(t'+vx'/c^2)] \\ &= \gamma^2(dx/dt-v) \end{aligned} \tag{25}$$

ここに，ダッシュの付く物理量は，移動慣性系の座標及び時間を表す．

ここに，次なる関係を導入する．

$$dx/dt = v + du \tag{26}$$

このとき，式（25）より，次なる関係を得る．

$$dv' = \gamma^2 du \tag{27}$$

ここに，du は，静止系より光測量を用いて計測される運動物体の速度 v からの変化量を表す．

さらに，式（25）の時間微分を取り，次に示す加速度の関係が与えられる．

$$\begin{aligned} d^2x'/dt'^2 &= d/dt'(dx'/dt') \\ &= d/dt[\gamma^2(dx/dt-v)]\cdot d/dt'[\gamma(t'+vx'/c^2)] \\ &= \gamma^3 d^2x/dt^2 \end{aligned} \tag{28}$$

式（27）及び式（28）の物理的意味は，運動系の観測

者の目前に静止している物体が動き出す瞬間の速度及び加速度を，静止系から光測量を用いて直接計測するとき，いかような速度及び加速度となって計測されるのかを表す．

式（27）及び式（28）は，静止系から光測量によって求めた運動物体の速度変化量や加速度は，実際の速度変化量や加速度よりも短縮していることを表している．

4. 光を用いた観測に対する運動方程式

相対性原理によれば，静止系の観測者に対してニュートンの運動法則が成立するのであれば，運動系の観測者に対してもニュートンの運動法則が成立していなければならない．したがって，運動系の観測者に対するニュートンの運動法則は，次のように与えられる．

$$m_0\, d^2X/dT^2 = f_X \tag{29}$$

$$m_0\, d^2Y/dT^2 = f_Y \tag{30}$$

$$m_0\, d^2Z/dT^2 = f_Z \tag{31}$$

ここに，（X, Y, Z）及び T は，それぞれ運動系の空間座標及び時間を表す．時間については，相対性原理によって $T = t$ の関係が成立する．また，m_0は慣性質量を表す．運動系における慣性質量，時間及び長さの単位が静止系のそれらとまったく同じとなることについては，相対性原理が保証する．(f_X, f_Y, f_Z) は作用力のベクトルを表す．

相対性原理によれば，運動系と互いに静止した関係にあり，慣性系の一つでもある移動座標系の観測者に対しても，運動方程式は次のように与えられる．

$$m_0\, d^2x'/dt'^2 = f_X \tag{32}$$

$$m_0\, d^2y'/dt'^2 = f_Y \tag{33}$$

$$m_0\, d^2z'/dt'^2 = f_Z \tag{34}$$

式(29)～(31)に示す運動系の観測者に対する運動方程式が，運動系の力学に光計測を用いている静止系の観測者に対していかように観測されるものであるかは，移動座標系の観測者を経て，次のように与えられる．

$$m_0/\surd(1-v^2/c^2)^3\, d^2x/dt^2 = f_X \tag{35}$$

$$m_0/\surd(1-v^2/c^2)^3\, d^2y/dt^2 = f_Y/\surd(1-v^2/c^2) \tag{36}$$

$$m_0/\surd(1-v^2/c^2)^3\, d^2z/dt^2 = f_Z/\surd(1-v^2/c^2) \tag{37}$$

これらの関係式は，式（28）より，あるいは式(32)～(34)に示す運動方程式に式(14)～(17)に示す関係式を導入して，与えられる．

よって，一般に，次なる関係式が成立する．

$$d(m_0 u/\surd(1-V^2/c^2))/dt = f_X \tag{38}$$

$$d(m_0 v/\surd(1-V^2/c^2))/dt = f_Y/\surd(1-V^2/c^2) \tag{39}$$

$$d(m_0 w/\surd(1-V^2/c^2))/\mathrm{d}t = f_Z/\surd(1-V^2/c^2) \tag{40}$$

ここに，V は静止系に対する運動物体の相対速度ベクトルの大きさ，(u, v, w) はその速度ベクトルの軸方向成分を表す．

したがって，光など電磁波を用いた運動物体の計測によれば，計測される慣性質量は，運動方向の力の作用に対して，見かけ上それが静止していた時に計測される慣性質量よりも増大して，次のように計測されることになる．

$$m = m_0/\surd(1 - v^2/c^2) \tag{41}$$

ここに，m は静止系の観測者が光を用いて運動物体の力学を計測する際に現れる慣性質量である．

運動方向と直交する方向に対しては，見かけの慣性質量の増加と共に，式（39）及び式（40）の右辺に示すように，力の作用も同じ量だけ増大するため，その方向の力の作用に対して，それが静止時に及ぼす慣性質量と同じ加速度の応答を示すことになる．

式（41）に示すように，運動系の慣性質量が見かけ上増大して観測される要因は，光測量による運動物体の力学計測の問題から派生し，すでに式（27）及び式（28）で示したように，静止系から行われる運動物体の速度変化量の計測及び加速度計測が正しく行われていないことに基づく．

式（34）は，近似的に次なる関係を与える．

$$m\,c^2 \sim m_0\,c^2 + 1/2\, m_0 v^2 \tag{42}$$

あるいは

$$m_0\,c^2 \sim m\,c^2 - 1/2\, m_0 v^2 \tag{43}$$

すなわち，光など電磁波を用いた力学の計測においては，力学的エネルギーに対する一つの基準として，大きさ m_0c^2 が現れる．この大きさは，電磁波が関与する力学的エネルギーの最大値と見ることができる．したがって，力学の計測に光速よりも速い物理量を用いることができるのであれば，新たな力学的エネルギーの基準を見出せる可能性はある．

運動物体の運動速度 v が光速 c に比較して，$v^2/c^2<<1$ の関係を満たすとき，静止系の観測者の光を用いた観測に対して運動方程式は，ニュートンの運動方程式と一致することになる．

1905年，マックスプランク（Max plunk）[11]は，アインシュタインの相対性理論に基づき相対論的運動方程式を導いている．得られた方程式は，静止系で成立するニュートンの運動方程式が，運動系ではいかように書けるものとなるか？という観点で与えられている．その結果，ローレンツ変換が与える運動方程式が，式（38）～（40）に示すように，ニュートンの運動方程式と異なることから，ローレンツ変換はマクスウェルの電磁場理論を正しく変換するものの，ニュートンの運動方程式を正しく変換するものではないとする解釈が与えられてきた．

しかしながら，式（38）～（41）に示す運動方程式は，運動系の運動方程式を示す訳ではない．運動系では，相対性原理に基づいて，式（29）～（31）に示すニュートンの運動方程式が成立しており，静止系でも同形の運動方程式が成立している．このような状況で，静止系から運動系の運動を光測量すると，いかような力学となって観測されるものとなるか？ということを示すのが，式（38）～（40）に示す運動方程式である．

第2章5節の後半で述べたように，このことは，マクスウェルの電磁場理論についても言えることで，ローレンツ変換後のマクスウェルの電磁場理論は，運動系で発せられる電磁波の挙動を規定するものではなく，静止系から発せられた電磁波が運動系でいかように観測されるものとなるのかを規定する電磁場理論となる．相対性原理によって，静止系及び運動系では共にマクスウェルの電磁場理論が成立しているのは当然である．

式（18）に示すように，観測者に対して相対速度を有する系から発せられた光は，観測者には redshift を生じて観測されるため，観測される光のエネルギーは，相対速度と光速度の比 v/c の影響を受けて観測される．

光エネルギー E は，プランク定数 h をもとに，

$$E = hf = hf_0\sqrt{(1-v^2/c^2)} \qquad (44)$$

で与えられるため，観測者に対する光源の相対速度が光の速度を越えると，その光は観測者に観測不可能となる．すなわち，光の速度を超える速度で運動する素粒子の存在が仮定されたとしても，それは電磁波を用いた観測では観測不能となる．したがって，光など電磁波類を用いた観測によって暗黒として観測される（見えない）世界は「無」ではなく，m_0c^2 の大きさをはるかに超えたエネルギー量で埋められている可能性が推測される．逆に言えば，空で暗黒に観測される空間から，何らかの要因によって，有として観測される電磁現象が現れる可能性がある．また，見えない存在としてのブラックホールなどは，有（電磁波で見えるエネルギー）を吸い込み，無（電磁波で見えないエネルギー）を放出している可能性が推測される．

5. Hafele & Keating の原子時計の遅れ，そして GPS 衛星の振動数補正はいかような要因によるものか？

アンシュタイン[1]は，1905年に与えた特殊相対性理論の中で，地球の極に静置された時計の示す時刻に対して赤道上に静置した時計の示す時刻の方が遅れるとし，「運動している時計は遅れる」とする見解を与えている．このような見解は，式（17）において，左辺に示すダッシュの付く時間 t' を運動系の時間，右辺に見る時間 t を静止系の時間とする考えによるものである．

アインシュタインの相対性理論を実証するために，1971年，Hafele & Keating[12]は，実際に4台の原子時計を商用飛行機に搭載し，ほぼ一定の高度を保ち，ほぼ一定の速度で地球を周回した後に，地上に静置してあった原子時計の示す時刻と直接的比較を行った．その結果は，飛行させた原子時計の時刻の方が地上に静置してあった原子時計の示す時刻に対して実際に遅れて（あるいは，進んで）いたことを示すものであった．

この事例や，GPS 衛星搭載の原子時計の振動数補正の作業の実際[13]，そして多数の類似した物理学実験にもとづいて，現代物理学界の共通の認識は，「アインシュタインの相対性理論の正しさは疑う余地もない」とする見解にある．

論理的には，アインシュタインの相対性理論は，相対性原理の導入の下に成立しているので，系間の対称性は厳密に満たされていなければならない．しかるに，上で述べた原子時計の時間の遅れを示す実験結果によれば，一方の原子時計の示す時間に対して他方の原子時計の示す時間が実際に遅れているのであるから，その遅れてい

る原子時計の側から読み取られる他方の原子時計の時刻は進んでいることになり，系間の対称性が破れていることになる．すなわち，これまでの実験結果は，明らかにアインシュタインの相対性原理に背いている．

それでは，何が Hafele & Keating の原子時計を遅らせ，そして GPS 衛星搭載の原子時計を遅らせているのか？このことを物理的に説明しなければならない．著者も長らく，このことについては，現代物理学界の認識に同意するものであった．しかしながら，こうした認識はすでにこれまでに紹介してきた仲座の新相対性理論をもって論駁されている [5),6),8)]．そのことを以下に示す．

Hafele & Keating の実験では，一定高度を一定の速度で飛行したと見なすので，アインシュタインの特殊相対性理論の効果が原子時計の時を刻むテンポに現れると考えた．そして，実験結果は，そのとおりになっているとする結論を与えた．しかし，このことは，運動系の時間経過と静止系の時間経過とが対称でなければならないとする相対性原理による要請と，式（11）の存在及びその物理的意味の示すところによって否定される．あるいは，いずれの系の観測者も互いにまったく同じ redshift を観測するという事実をもって否定されなければならない．

それでは，何の効果が原子時計を遅らせたのか？

現代物理学界は，周回軌道上の飛行機や GPS 衛星が一定速度の飛行に遠心力を受けている事実を見落としている．この遠心力の効果を一般相対性理論が示す時間遅れに取り入れると，それが近似的に特殊相対性論効果と一致するのを容易に示せる．すなわち，原子時計は特殊相対性理論の効果ではなく，一般相対性理論の効果で遅れていたと結論される．

それでは，なぜ一般相対性理論の効果で原子時計が遅れて良いのか？この問に答えるためには，まず特殊相対性理論に立ち戻らなければならない．

例えば，式（1）と式（9）あるいは式（1）と式（10）の比較が示すように，静止系の観測者による光を用いた運動系の時間計測は正しくない．これは特殊相対性理論が教えることである．対して，重力場など加速度の存在する空間で計測される時間および長さの光（電磁波）を用いた計測結果も重力および加速度の強さに応じて影響される．そのことは，重力の存在が観測者自身の位置の加速度的移動と等価であるとするアインシュタインの等価原理（あるいは，一般相対性原理）によって説明される．すなわち，観測者に対して相対速度を有する系の時間や長さを正しく光測量できていないように，重力や加速度の存在する空間では（観測者が測定対象物に対して相対的加速度運動をする場合には）観測者の光測量結果にそれらの強さの影響が現れる．その効果が一般相対性理論では議論されている．

一般相対性理論における一般座標系の導入は，例えば重力の存在する空間において，その効果を消し去って，光による力学計測を行うための数学的策である．これは，丁度，特殊相対性理論において，相対速度を消し去るために数学的に構築される移動座標系の導入の意味と同じである．こうして電磁場理論に基づく原子時計の読みには，常に，重力や加速度の影響が現れる．これが，Hafele & Keating の原子時計や GPS 搭載の原子時計が遅れや進みを表す物理的要因である．

Kelly（2000）[14)] は，Hafele & Keating の実験結果に対して次のような見解を与えた．

「実際の記録を見ると，飛行機搭載した原子時計は４台の内１台を除いて振動数のドリフトが不規則に起きており，まともに一貫したドリフトの傾向を示していた原子時計はただ１つであったと判断される．４台の原子時計の時間を一緒くたにして平均を取ったのは誤りであった．一貫したドリフトの傾向を示していた１台の原子時計の刻む時刻の変化を見ると，そこには有意な時間差は現れていないので，実際には両系の原子時計に遅れを示す差は生じていなかったと結論すべきであった．」

Kelly の主張はもっともらしい説明であったが，残念ながら，いずれの原子時計もそれぞれにドリフトを生じてそれぞれに不規則な振動数の経時変化を示していたとしても，加速度の存在による一般相対性論的な時間の遅れは，いずれに対しても等しく現れていなければならない．したがって，Hafele & Keating が求めた４台の原子時計の平均的時間変化は，むしろ結果として功を奏したと言える．

現代物理学界はこれまで，アインシュタインによる「重力によって空間及び時間が歪む」とする見解を正しいものとして理解し，その実証試験までも行ってきた．しかし，その解釈は誤っていた．正しくは，重力（あるいは重力波）が我々の光（電磁波）を用いた空間の計測及び時間計測に（すなわち，地上の電磁場に）影響を及ぼしたのであり，「重力場の変化を空間の歪みや時間の歪（電磁場の歪）として計測した」と解釈されなければならない．地上において，高度の違いによる原子時計の遅れは，こうした作用によるものである．

空間や時間が歪むとする解釈と，光測量に重力や加速度が影響を及ぼしたとしたとする解釈とには大きな違いがある．光に重力が影響を及ぼすとする解釈には，「光がいかような作用で重力と干渉するものとなっているのか？」を物理的に説明しなければならないとする問が投

じられる．これは，新たな物理の探究をもたらすことになろう．仲座の新相対性理論においては「光速度不変の原理」は，すでに取り払らわれている．

6. おわりに

光（すなわち電磁波）を用いた運動物体の力学計測に対して議論を行った結果，次のことが明らかになった．

1) 観測者に対して一定速度で運動状態にある物体の長さや力学を計測する際には，運動物体と互いに静止した関係となる移動座標系の構築が必要である．
2) そのような移動座標系で光速が等方的で一定値 c を示し，移動座標系内のすべての位置において同時の条件を満たす座標変換則は，ローレンツ変換則と同じ式形の変換則であることが導かれた．
3) 移動座標系で用いられる時間は，静止系や運動系の時間に対して短縮して設定される．
4) 静止系から発せられた光に対して，運動系の観測者は，2 次の振動数シフトを観測する．このことが，静止系から運動系に届く光の速さが等方的で一定値 c となって観測されることの物理的メカニズムの本質を成す．
5) 光を用いた力学計測に対する正しい速度の合成則を示し，その物理的説明を与えた．
6) 運動物体の力学を，光を用いて静止系から観測するとき，それに対する運動方程式はニュートンの与えた古典的運動方程式とは異なる式形で与えられる．
7) マックスプランクは，1905 年に相対論的運動方程式を導いたが，その物理的解釈は誤っていた．
8) 運動物体の力学を，光を用いて静止系から観測するとき，運動物体の速度と光速との比に応じて，慣性質量の大きさは見かけ上増大する．
9) 光を用いた力学の観測には，力学的エネルギーに対する一つの基準として光速に基づいた大きさ $m_0 c^2$ が現れる．
10) 相対性理論からは，光の速度を越える運動物体の存在は否定されない．
11) 相対性理論によれば，光測量で暗黒として観測される世界はまったくの無の空間を意味しない．逆に，アインシュタインが与えたエネルギー量 $m_0 c^2$ を越えた暗黒（電磁波では見えない）エネルギーの存在が推測される．
12) 最後に，一般相対性理論における一般座標系の導入の意味，原子時計の時間の遅れの要因などが，物理的に説明された．

観測者に対して一定速度で運動している物体の力学を，光など電磁波を用いて計測すると，放たれた光は運動系にその振動数を redshift させて到達する．このことが，その計測に相対性理論を必要とされる根本的な理由となっている．アインシュタインの相対性理論には，その発表以来，数多くのパラドックスが現れるなど [5),6)]，その理解は困難とされてきている．事実，その理論の妥当性を否定する主張も少なくない．これを期に，新しい相対性理論を緒とする新たな物理学の構築が期待される．

参考文献

1) 内山龍雄訳・解説：*アインシュタイン相対性理論*，岩波文庫，187p.，1988.
2) 和田純夫：*相対論的物理のききどころ*，岩波書店，173p.，1996.
3) 戸田盛和：*相対性理論 30 講*，朝倉書店，231p.，1997.
4) 杉山直：*相対性理論*，基礎物理学シリーズ，講談社，205p.，2010.
5) 仲座栄三：*新・相対性理論*，ボーダーインク，180p.，2005.
6) 仲座栄三：ローレンツ変換の正しい物理的解釈：補遺バージョン，沖縄科学防災環境学会論文集 (Physics)，Vol.2，No.1，p.22 -29，2017.
7) 仲座栄三：相対論的時間と光の速さについて，沖縄科学防災環境学会論文集 (Physics)，Vol.2，No.1，p.77 -80，2017.
8) Eizo NAKAZA: Resolving our erroneous interpretation of the Galilean Transformation, Physics Essays, Vol. 28, N. 4, pp. 503-506, 2015.
9) B.P. Abbott et al.: Observation of gravitational waves from a binary black hole Merger, Physical Review Letters, 116, 061102, pp.1-16., 2016.
10) L. Essen: The special theory of relativity, oxford Science Research Paper 5, pp.1-27, 1971.
11) M. Planck: Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik, Verhandlungen Deutsche Physikalische Gesellschaft, 8, pp. 136–141, 1906.
12) J.C. Hafele and R.E. Keating: Around the world atomic clocks, Science, Vol.177, Issue 4044, pp.168-170, 1972.
13) N. Ashby: Relativity and the Global Positioning System, Physics Today, PP.41-47, 2002.
14) A.G. Kelly: Hafel and Keating Tests: Did they prove anything, Physics Essays, Vol.13, No.4, pp.616-621, 2000.

（2018 4. 19 受付）