物理学70の不思議「なぜ時空は4次元か？」に答える

メタデータ	言語:
	出版者: 沖縄科学防災環境学会
	公開日: 2022-07-25
	キーワード (Ja):
	キーワード (En): relativity, Lorentz transform, Galilei transform, Nakaza’s relativity, padadox
	作成者: 仲座, 栄三
	メールアドレス:
	所属:
URL	https://doi.org/10.24564/0002019413

沖縄科学防災環境学会論文集 (Physics), Vol.3, No.1, 12-16, 2018

物理学 70 の不思議
「なぜ時空は 4 次元か？」に答える

仲座栄三 [1]

[1] 正会員　琉球大学工学部工学科（〒903-0123 沖縄県西原町千原 1 番地）
E-mail:enakaza@tec.u-ryukyu.ac.jp

日本物理学会が挙げる「物理学 70 の不思議」の一つに，「なぜ時空は 4 次元か」という問いがある．これは，ひとつにはアインシュタインの相対性理論において，時間と空間とは不可分であり，4 次元の時空が設定できるという定義に従っている．特殊相対性理論においても，空間と時間は不可分であり，4 次元の時空をなす．しかし，よく考えてみると，特殊相対性理論では，静止系と呼ぶ 1 つの慣性系では 3 次元直交座標系で表される空間と時間とが独立して定義され，ローレンツ変換を通じて運動系の 4 次元時空が決定される．しかし，相対性原理によって，一方の運動系を静止系と定義した上で議論を始めることも可能であるので，これは，先の 4 次元の時空とするローレンツ変換からの帰結に背く．物理学においては，たった 1 つの反論をもって論駁が十分となる．本論は，そのことについて論じている．

Key Words:*relativity, Lorentz transform, Galilei transform, Nakaza's relativity, padadox*

1.　はじめに

いま現在，日本物理学会のホームページを見ると，物理学 70 の不思議が挙げられており，その中に「なぜ時空は4次元か」という疑問が投げかけられている．

我々の感覚によれば，空間は3次元直交座標系で表され，時間は空間と独立して存在しているように感じられる．しかしながら，アインシュタインの相対性理論によれば，時間と空間とは密接に関連している．そのことから，現代物理学界においては，4 次元の時空が定義されている．

本論は，アインシュタインの相対性理論によって登場した4次元の時空の定義が誤りであることを示し，正しい解釈を与えた上で，なぜそのように誤った定義が生まれるに至ったかを議論するものである．

2.　アインシュタインの相対性理論による 4 次元の時空について

話を簡単にする目的から，まず特殊相対性理論を考える．一般相対性理論に関しては，最後に触れる．アインシュタイン [1]は，2 つの慣性系の存在を仮定し，その内の一つを呼び名の上で静止系と定義，他方を運動系と定義している．その上で，アインシュタインは，静止系から運動系を眺めるとき，運動系の空間や時間がいかようなものとなって現れるかを議論している．アインシュタインによれば，静止系の空間は3次元直交座標を用いて定義され，座標 (x, y, z) をもって表される．一方，時間は空間とは独立して定義され，変数 t をもって表される．

相対性原理の下においては，運動系においても静止系とまったく同様に，空間と時間とは独立して定義され，直交座標 (x, y, z) が構築され，それと独立した時間 t が設定されなければならない．しかし，そうであってもここでは理解のしやすさのために（両系の空間や時間の設定に表記上の違いを与える目的から），運動系の空間については3次元直交座標 (X, Y, Z) をもって表し，時間については T で表すことにする．

このような設定の下に，運動系内の物理現象を静止系から眺めた場合であっても，また逆に運動系から静止系の物理現象を眺めた場合であつても，観測される物理現象は互いにまったく同じであり，それらに何らかの相違を与えることもできない．このことは，相対性原理が保証することである．

このような状況設定において（すなわち，相対性原理の下に），アインシュタイン [1] は運動系の空間及び時間が，次のようにローレンツ変換をもって関連付けられるとしている．

$$x' = \gamma(x - vt) \tag{1}$$

$$y' = y \tag{2}$$
$$z' = z \tag{3}$$
$$t' = \gamma(t - vx/c^2) \tag{4}$$

ここに，γはローレンツ係数であり，$\gamma = 1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$と書ける．$c$ は光速，v は相対速度の大きさを表す．いま，運動系の運動方向は，静止系の x 軸の正の方向にある．左辺に示すダッシュの付く物理量〔すなわち，(x', y', z') 及び t'〕について，アインシュタインは，運動系の空間及び時間を表すと定義した．

式（1）及び式（4）に，

$$l = x - vt \tag{5}$$
$$x = vt \tag{6}$$

なる関係を導入し，

$$x' = \gamma\, l \tag{7}$$
$$t' = t/\gamma \tag{8}$$

を得る．

アインシュタインは，式（7）の左辺に示す x' が，運動系の観測者の目前に静止している棒の長さ l_0 を表すとき，相対性原理によって，その長さは静止系の観測者の目前に静止している同じ棒の長さに等しいとした．その上で，l は，運動している棒の長さ l_0 を静止系から観測した場合の長さを表すとし，その測定には，棒の運動方向に並べた多数の時計の助けを借りる必要があると説明している．

我々の従来の理解によれば，ガリレイ変換は，次のように与えられる．

$$x' = x - vt \tag{9}$$
$$y' = y \tag{10}$$
$$z' = z \tag{11}$$
$$t' = t \tag{12}$$

これらの関係式は，式（1）～（4）に示すローレンツ変換式において，$v^2/c^2 \ll 1$ の条件を課すことでも得られるとされている．我々のこれまでの理解によれば，式（9）～（12）に示す左辺，すなわち，ダッシュの付く物理量は，運動系の空間座標及び時間を表すとされている．

さて，ここで式（4）を見ると，運動系の時間は，静止系の時間 t のみでなく，座標値 x（すなわち，空間）にも依存している．このことが，式（12）との大きな相違点でもある．その結果，運動系の時間は，空間に対して独立ではないものと判断され，4次元の時空（ミンコフスキーの時空）が定義されている [2]．これが，アインシュタインの特殊相対性理論に定義される4次元の時空である．

一方，固有時及び固有長を定義する立場からは，運動系で空間座標及び時間がそれぞれ独立して定義された上で，静止系の空間及び時間が逆に4次元の時空として定義される．しかしながら，相対性原理の下では，この設定と先に静止系から設定した議論とは全く同じ内容をなし，それらに区別を与えることはできない．

3. 空間と時間のパラドックス

前章のはじめの部分において，静止系の空間が3次元直交座標 (x, y, z) をもって表され，それに独立した時間 t が存在することが定義された．これと同様に，運動系でも3次元直交座標 (X, Y, Z) の空間が設定され，それに独立した時間 T の存在が設定された．このようなことが成立することは，相対性原理によって保証される．

しかるに，アインシュタインの定義によれば，静止系からローレンツ変換を通して決定される運動系の時間は，空間に依存している．これは，上で述べたように運動系にも独立した3次元直交座標で表される空間と独立した時間が設定されるとした先の定義に反する．

逆に，運動系から，ローレンツ変換を通じて，静止系の空間や時間を決定すると，式（1）～（4）によって，次のように与えられる．

$$x = \gamma(X + vT) \tag{13}$$
$$y = Y \tag{14}$$
$$z = Z \tag{15}$$
$$t = \gamma(t' + vX/c^2) \tag{16}$$

すなわち，さきほど定義された静止系の時間も，今度は運動系からは空間に依存して決定される．すなわち，時間と空間が独立していないとする結果を得る．しかしながら，この結果は，静止系の観測者が見ている独立した空間や時間とはまったく異なる．また，静止系の観測者が見ている空間は縮んでもいない．

ここで異論を唱える者が現れる可能性がある．「静止系からローレンツ変換を通じて決定される時空は，運動系の実際の時間や空間ではなく，運動系の時間や空間は独立して存在し，静止系のそれらと同等である．しかしながら，静止系の観測者には相対速度を有する運動系の時間や空間がそのように観測される」とする反論である．L. Essen [3]（1971）は実際にそのような主張をしている．

しかし，このことに関しては，留意が必要である．後に詳しく議論されるが，運動系から静止系に届く（あるいはその逆に，静止系から運動系に届く）光が伝える時間情報は，確かに L. Eseen が主張するとおりであり，その振動数に redshift を生じて（時間に遅れを生じて）観測される [4,5]．

だが，このことに Rossi & Hall [6]（1941）の観測結果を持ち出すのは正しくない．Rossi & Hall は，地上で観測される宇宙線ミューオンが式（8）に示す関係によって，地上で寿命が延びて観測されるとした．これは，ミューオン自身の寿命は固有時 τ に則って尽き果てるが，それを地上で観測している（静止系の）時間はそれよりも延びて $t=\gamma\tau$ となって観測されるとする判断にある．この判断は，先に述べた L. Essen の判断とは異なる．上述の宇宙線ミューオンに関する主張は，ミューオン自身の時計は例えば 1μs の時間経過を示すものであるが，その間に，地上の時計は 10μs を指すものであると判定している．

これと同様な観測が，Hafele & Keating [7]（1971）による原子時計に関する実験結果に見られる．これは，地上に静置してあった原子時計と一定の速度を保ち一定の高度で飛行させた原子時計との時刻を互いに直接比較するという手法であり，上述の宇宙線ミューオンの寿命と地上の観測時間との比較とまったく同じである．

Hafele & Keating が行った実験は，確かに，運動させた原子時計の方が時刻の遅れを示していたのである（逆に，飛行した原子時計からは，地上の原子時計の時刻が進んでいた）．それだけではなく，地上の原子時計の周波数は一貫して連続した傾向を示していたのに対して，飛行させた原子時計には確かに運動させた証が現れていた（運動の前後で振動数に明らかなギャップが存在した）のである．その結果からは，運動物体と共にある時計の指す時間を固有時とするとする定義は否定されなければならない．

宇宙線ミューオンの寿命の延びや特殊相対性理論の効果としての原子時計の時間の遅れを認めることはできない．なぜなら，それらのことは相対性理論構築の大前提である相対性原理に反するからであり，両者の時計の時刻には対称性が成立していなければならないからである．このことの物理的説明については，文献 4), 5)を参照して頂きたい．

現代物理学界は，一般に，Rossi & Hall や Hafele & Keating らの主張を正しいものとして認めているため，現代物理学界の認識は，静止系から運動系の時間が遅れて観測されているのではなく，運動系の時間が実際に遅れているとするものである．すなわち，$T\neq t$，あるいは $\tau = t/\gamma$ とする判断にある．しかし，このことは直ちに相対性原理に背く．

以上の議論は，アインシュタインの相対性理論における空間と時間のパラドックスと呼ぶことができよう [8]．

4. パラドックスを解く

最初に設定したように，相対性原理の下では，表記の上で区別をつけるものの，それらの物理は互いにまったく等しい空間座標 (x, y, z) 及び (X, Y, Z)，そして時間 t 及び T が設定される．これに対して，ローレンツン変換やガリレイ変換が与える空間座標 (x', y', z') 及び時間 t' がある．

アインシュタインも含め，我々はこれまで，ローレンツ変換が与える空間座標(x', y', z') 及び時間 t' をアプリオリに，運動系の空間や時間を表すものと決めつけてきた [8, 9]．

静止系や運動系でそれぞれに定義される空間座標 (x, y, z) 及び (X, Y, Z)，時間 t 及び T は，それぞれの系で物理的に定義されるものである．これに対して，ローレンツ変換やガリレイ変換式の左辺に見る空間座標や時間は，先に物理的に定義した空間座標や時間を数学的に変換するものであり，明らかに物理的に定義されている空間座標 (x, y, z) 及び (X, Y, Z)，時間 t 及び T とは異なるものである [4, 5, 8, 9]．

ここに，光の速さで伝播する電磁現象が，静止系で次の形に表されると仮定しよう．

$$\eta = \eta(x-ct) \tag{17}$$

これに，式（9）～（12）に示すガリレイ変換を施すと，

$$\eta = \eta[x'-(c-v)t'] \tag{18}$$

が得られる．すなわち，電磁現象の伝播速度が，相対速度 v に依存するとする結果を得る．しかし，相対速度を電磁現象の伝播方向にとり，$v=c$ と与えると，

$$\eta = \eta[x'] \tag{19}$$

が与えられる．すなわち，座標変換によって（$x=ct$ で移動する移動座標系からは），電磁現象は静止した現象となって観測されるとする考察を与える．

上で行った考察は，例えば，目前に見える水波を波の速度で追いかけてみると，その波が静止した状態に観測されることと同じである．

一方，式（17）で表される電磁現象に，式（1）～（4）に示すローレンツ変換を施すと，次式が与えられる．

$$\eta = \eta[\{\sqrt{(1-v^2/c^2)}/(1+v/c)\}(x'-ct')] \tag{20}$$

すなわち，ローレンツ変換によれば，観測者が速度 v で伝播方向に追いかけて見ても，元の伝播速度 c と同じ伝播速度を有する電磁現象となって観測者される [10]．

しかしながら，伝播方向に速度 v で追いかけている（あるいは逃げている）観測者には（すなわち，運動系の観測者には），その電磁現象の波数に古典的ドップラーシフトが現れると共に，2 次の振動数シフト

（redshift）を有して観測される．

式（20）において，$v=c$ とおくと，$\eta=\eta(0)$ を与え，もはや電磁現象は，その追いかけている（あるいは逃げげいる）観測者には（運動系の観測者には），空間及び時間の関数として取り扱えなくなる．これは，振動数の 2 次シフトによって，電磁現象の振動数がゼロ（すなわち，電磁場のエネルギーがゼロ）となることを意味し，観測不可能となることを意味している[5]．

従来のガリレイ変換やローレンツ変換に対する我々の理解は，静止系の物理法則を表す方程式が，それらの変換によって，運動系でも同じ形の方程式に変換されることを期待するものであった．

しかし，式（9）から式（20）で議論されるように，実際にやってみると，まったくそのようにはなっていない．変換後の物理方程式は，静止系で観測される物理現象が運動系でいかような物理現象となって現れるものか，ということを表す．これがガリレイ変換やローレンツ変換の意味するところである．

すなわち，ガリレイ変換やローレンツ変換が与える変換後の座標や時間は，運動系の空間や時間を与えるものではまったくなかった．正しくは，静止系が運動系と互いに静止した関係となって，物理現象を観測するために，数学的に構築する移動座標系（これを*相対論的移動座標系*と呼ぶ）の空間や時間を表すものであったと結論される[4),5),8)]．

ローレンツ変換の場合（数学的に作り出した相対論的移動座標系では），時間が実際の静止系や運動系の時間よりも短縮して設定される〔式（8）の物理的意味〕，また運動方向の長さが実際の静止系や運動系の長さよりも伸びて設定される〔式（7）の物理的意味〕．相対論的移動座標系では，運動方向に同時の条件を満たすために，式（16）の右辺のカッコ内第二項に見る時間補正が必要である．

ここで，改めてガリレイ変換式（9）を見てみると，変換後の座標は静止系の空間座標のみでなく，静止系の時間の関数ともなっている．このようなことであっても，この場合，4 次元の時空という概念は出てこない．すでに議論したように，式（9）～（12）に示すガリレイ変換は，単に数学的座標変換であり，この操作で，運動系の実際の物理的空間や時間が歪められることはない．

同様に，ローレンツ変換も単に数学的座標変換操作であり，それによって運動系の実際の物理的空間や時間が歪められることもない．そのような前提で，式（20）の物理的解釈が可能となる．運動系の物理的時間や空間が歪んだのでは，式（20）は物理的意味を成さない．

ここで，我々は，結論づけなければならない．

アインシュタインは，ローレンツ変換した後の空間座標や時間が，運動系で物理的に構築される実際の空間座標や時間を表すものと設定した．このことは誤りであった．正しい解釈は，「数学的に構築され運動系と並走する相対論的移動座標系の空間座標及び時間を表す」として与えられる．

したがって，式（18）や式（20）に示すように，静止系における物理現象を規定する方程式にガリレイ変換やローレンツ変換を施すと，それが運動系でいかような方程式に支配されるものとなるかが示される．この場合，静止系及び運動系の観測者の見る空間や時間は，それぞれの系において独立しており，それぞれに空間は 3 次元直交座標系をもって表示される．そのようになっていなければならないことは，特殊相対性理論を構築するに当たっての前提条件でもあった．したがって，両系における経過時間は，いついかなる時も共に等しく流れる[8),9)]．

6. おわりに

物理学における 70 の不思議の一つとして現代日本物理学会が挙げた「なぜ時空は 4 次元か」という問いに，明解な回答を与え，アインシュタインの相対性理論が規定してきた 4 次元の時空の定義は誤りであり，我々の見上げる空間は，3 次元直交座標系をもって表すことができ，それは時間と互いに独立しているものと置けることが示された．

本論では，特殊相対性理論に限っての議論を行ったが，一般相対性理論が重力場に一般座標系を導入することは，電磁波を用いた空間や時間の観測に不可避的に重力の影響が入り込んでいることを排除するためにある．空間や時間が歪んでいるのではなく，電磁場の観測や電磁波を用いた力学の観測では，それらが重力の影響を受けて空間や時間が歪んで計測される．

重力場など加速度の存在する場では，力学，電磁場の一切がそれらの影響を受けて計測される．Hafele & Keating の原子時計[7)]や GPS 衛星搭載の原子時計[11)]が時間の遅れを示すのは，特殊相対論的効果ではなく，標高の差による重力の変化，そして周回軌道を取ったことによる加速度の作用による効果として説明される[5)]．重力変化及び周回軌道による加速度の存在が周波数に redshift を発生させたことが時間遅れの要因である．

特殊相対論的効果で静止系及び運動系の時間にいかなる差もあってはならないことはこれまで議論したとおりである．一般相対性理論においても，空間は 3 次元直交

座標系で表され，時間はそれと独立した１つの物理量として定義されることはその構築の基本である．その上で，重力場など加速度の存在する場では，電磁現象を用いた計測にそれらの影響が現れる．したがって，電磁現象を用いて重力など加速度の存在に依存しない時間や長さなどの客観的な物理量を計測するためには，それらの影響を消し去った上で行う必要がある．その数学的操作が一般座標の導入である．

したがって「重力が存在しない」という立場からは，時空が歪んでいると解釈されなければならない．しかし，「重力が存在する」という立場からは，重力によって電磁現象の振動数の redshift（時間の短縮），長さの歪み（空間の歪み）の両方が生じて“観測される”．しかしそれらを計測するための空間を規定する座標は３次元直交座標であり，時間はそれと独立して存在する．

そのため，重力が存在すると考えている我々には，電磁現象の振動数の redshift や空間の歪みとして，標高の差に原子時計の振動数の遅れが実際に計測され，強い重力場の周りで光の曲がりが計測され，ブラックホールと地球との重力の干渉で地上における距離の計測に歪みが現れるのが観測されている．

重力が存在するという発想からは，「重力の存在，そしてそれがいかなる作用で電磁場に影響を及ぼすものか」などのメカニズムを，物理学的に明らかにすることが求められる．こうしたことの解明こそが LIGO [12] など重力波観測望遠鏡の物理学的使命といえよう．

参考文献

1) 内山龍雄訳・解説：*アインシュタイン相対性理論*，岩波文庫，187p.，1988.
2) 戸田盛和：*相対性理論 30 講*，朝倉書店，231p.，1997.
3) L. Essen: The special theory of relativity, oxford Science Research Paper 5, pp.1-27, 1971.
4) 仲座栄三：ローレンツ変換の正しい物理的解釈：補遺バージョン，沖縄科学防災環境学会論文集 (Physics)，Vol.2，No.1，p.22 -29，2017.
5) 仲座栄三：相対性理論による速度及び運動方程式，沖縄科学防災環境学会論文集 (Physics)，Vol.3，No.1，p.1 -11，2018.
6) B. Rossi and D.B. Hall (1941): Variation of the rate of decay of mesotrons with momentum, Phys. Rev., 59, 3, pp.2223-228.
7) J.C. Hafele and R.E. Keating: Around the world atomic clocks, Science, Vol.177, Issue 4044, pp.168-170, 1972.
8) 仲座栄三：*新・相対性理論*，ボーダーインク，180p.，2005.
9) Eizo NAKAZA: Resolving our erroneous interpretation of the Galilean Transformation, Physics Essays, Vol. 28, N. 4, pp. 503-506, 2015.
10) 仲座栄三：相対論的時間と光の速さについて，沖縄科学防災環境学会論文集 (Physics)，Vol.2，No.1，p.77 -80，2017.
11) N. Ashby: Relativity and the Global Positioning System, Physics Today, PP.41-47, 2002.
12) B.P. Abbott et al.: Observation of gravitational waves from a binary black hole Merger, Physical Review Letters, 116, 061102, pp.1-16., 2016.

（2018 5.5 受付）