

# 琉球大学学術リポジトリ

## 第5学年 算数科「円と正多角形」の導入指導の一考察

メタデータ	言語: ja 出版者: 琉球大学教職センター 公開日: 2024-04-17 キーワード (Ja): 円と正多角形, 図形, 論理的な説明 キーワード (En): 作成者: 新城, 喬之 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://doi.org/10.24564/0002020273">https://doi.org/10.24564/0002020273</a>

## 第5学年 算数科「円と正多角形」の導入指導の一考察

新城 喬之

### A Study on the Way of Introductory Instruction of Fifth Grade Mathematics “Circles and Regular Polygons” in an Elementary School

SHINJO Takayuki

#### 要約

本研究では、図形領域における資質・能力を育むために、第5学年の「円と正多角形」の導入指導において「正六角形を作成する過程で作られる正三角形を考察し、図形の構成要素に着目したり、図形の性質や定義を根拠に論理的に説明したりすること」「折り紙で作られた正三角形を広げるとどのような図形になるのかを予想し、図形の構成要素に着目したり、図形の性質や定義を根拠に論理的に説明したりすること」の2点を中心に授業を構想した。この構想した授業について実証的研究を行い、その成果と課題を明らかにすることを目的とした。その結果、児童は図形が作られる「過程」に着目し、その根拠を明らかにするために図形の構成要素や図形の定義や性質に着目した。また、児童同士の意見にずれが生まれたことで「根拠を明確にしたい」という問いが生まれ、相手を納得させるために、図形の構成要素に着目したり、図形の定義や性質を活用したりして、論理的に説明する児童の姿が見られた。その後「3つが重なった正三角形を広げると、どんな図形になっていると思う」と尋ねると、図形の構成要素や性質に着目し正六角形であることを説明する児童の姿が見られた。一方、動画教材視聴の途中で考察した「正三角形」と最終的に作成された「正六角形」の関係性を見出せずに、困惑する児童がいた。

第2時では、30名中20名の児童が図形の構成要素に着目したり、図形の定義や性質を活用し、自力で「正八角形」を作成したりするなど図形領域における資質・能力が高まった児童の姿が見られた。一方、図形の「どこ」に着目したらいいのか、また定義や性質の「何」を活用したらいいのかわからず、困惑する児童の姿も見られた。このような児童に対しては、第3時以降も図形の構成要素に着目したり、図形の定義や性質を活用したりしながら論理的に説明する活動を適宜設定することが必要だと考える。

キーワード：円と正多角形，図形，論理的な説明

#### 1. 問題の所在

『小学校学習指導要領(平成29年告示)解説算数編』(以下「算数編」；文部科学省2018)では図形領域のねらいとして「図形を構成する要素とその関係，図形間の関係に着目して，図形の性質，図形の構成の仕方，図形の計量について考察すること，図形の学習を通して，筋道立てた考察の仕方を知り，筋道を立てて説明すること」が示されている。算数編では，この領域で働かせる数学的な見方・考え方として「図形概念について理解し，その性質について考察すること」「図形の構成の仕方について考察すること」「図形の計量の仕方について考察すること」「図形の性質を日常生活に生かすこと」が述べられている。杉山(2009)は図形教育の目的を①図形概念形成，②空間概念の育成，③数学的な見方・考え方の育成，の3つあることを示し，「数の学習を

するときも数学的な見方・考え方を育てることはできるが、図形の場合は、図形の性質を見つけたり、それを論証したりすることを通して、いろいろな活動が行われるため、数学的な見方・考え方を育てることは数の学習以上に大切である」と主張している。

一方、文部科学省・国立教育政策研究所(2022)は、令和4年度全国学力・学習状況調査「B図形」領域の問題において「図形の意味や性質を基に、作図の仕方を考えたり、作図の仕方を筋道立てて説明したりすることに課題がある」と指摘した。同様の指摘は近藤(2022)もしている。

このような課題の原因の一つとして、小学校算数教科用図書6社(2019検定、以下「教科書」)で示されている活動内容をそのまま行ったり、問題文をそのまま提示したりすることだけでは、図形領域のねらいに迫ることができていない現状があると筆者は考えた。

表1に、教科書に掲載されている第5学年の「円と正多角形」の単元導入授業における活動内容と問題文を整理した。

表1 「円と正多角形」の単元導入授業における活動内容と問題文

教科書会社	単元の導入授業（第1時）の活動	正多角形作成後の問題文
(T社)	円を書いた折り紙を折ったり、切ったりして正八角形を作成する活動。 (作成の手順は教科書に示されている)	上のようにして作った八角形の性質を調べましょう。
(K社)	折り紙に円を書いたものを折ったり、切ったりして正六角形を作成する活動。 (作成の手順は教科書に示されている)	左のページで作った六角形のとくちょうを調べましょう。
(Ky社)	円の形の紙を折ったり、切ったりして正六角形、正八角形、正方形を作成する活動。 (作成の手順は教科書に示されている)	上のようにして作った多角形を(あ)(い)(う)の特ちょうを調べましょう。
(G社)	折り紙を用いて、折ったり切ったりして、正方形、正八角形、正六角形を作成する活動。 (作成の手順は教科書に示されている)	次の多角形は、前のページで作った八角形と六角形です。これらの図形の辺や角について調べましょう。
(D社)	円を書いた折り紙を折ったり、切ったりして正六角形、正八角形を作成する活動。 (作成の手順は教科書に示されている)	紙に円を書いて次の(あ)、(い)のように折り、直線ABで切って開きます。できる形について調べましょう。
(N社)	折り紙を用いて、折ったり切ったりして、正八角形、正六角形を作成する活動。 (作成の手順は教科書に示されている)	上で切った紙をひろげてできた形について調べましょう。

教科書を分析すると、6社ともに正六角形(または正八角形、正方形)の作成手順が示され、それに従いながら折り紙を折ったり、切ったりして正多角形を作成する活動が設定されている。次に「作成した正六角形(正八角形、正方形)の特ちょうを調べましょう」と問題文によって指示され、正多角形の性質を考え、理解する学習が展開される。しかし、このような授業展開では、児童が自ら数学的な見方・考え方を働かせて、構成要素に着目したり、既習の図形の定義や性質を活用し論理的に考察したりする意識は希薄だと筆者は考える。具体的にいえば、児童は作成手順に従って正六角形(正八角形)を作成することができても「なぜ、円を書くのか」「なぜこの角度で折るのか」「なぜこの直線で切るのか」と問いをもち、その問いを起点として論理的に考察しているわけではない。すなわち、教科書が示している活動や問題文に書かれていることをそのまま行っても、図形領域における児童の資質・能力を高めることは難しいと筆者は考えた。

これまでの筆者の授業実践では、第1時と同様の課題は第2・3時においても見られ、どのように分度器やコンパスを使い、正多角形を作成・作図してよいかわからず困惑する児童がいた。

それは図形の構成要素の「どこ」に着目すればよいのか、また図形の定義や性質の「何」を活用すればよいのか、児童が見通しをもてていないことに原因があると筆者は考えた。

## 2. 研究の目的

本研究では、前述した筆者の課題認識から、第5学年の「円と正多角形」の単元導入授業について、後述する2点を中心に構想した。この構想した授業について実証的研究を行い、その成果と課題を明らかにすることを目的とする。この際、第1時の授業構想の成果と課題を明らかにするために、第1時のみならず第2時の児童の様相もあわせて考察する。

## 3. 研究の内容

本研究では、図形領域における資質・能力を育むために、第5学年の「円と正多角形」の単元導入授業について、以下の2点を中心に構想した。

**(1) 正六角形を作成する過程で示される正三角形を考察し、図形の構成要素に着目したり、図形の性質や定義を根拠に論理的に説明したりすることで、図形領域の資質・能力を高める。**

第1時、児童に折り紙で正六角形を作る過程を動画で提示する。その際、正三角形が作られた場面で静止し「この図形は何ですか」と尋ねる。ここで児童の意見は「三角形」「二等辺三角形」「正三角形」とずれが生まれると予想する。そこで「もう一度動画を見せてほしい」と児童は要望することが予想される。はじめに教師から提示された場面では無意識に動画を見ていたが、教師から「この図形は何か」と問われたことで、意識的に図形を考察すると考える。また他者との意見のずれが生まれることで「なぜ二等辺三角形といえるのか」「なぜ正三角形といえるのか」という問いが生まれ、必然的に図形の構成要素に着目したり、図形の定義や性質を活用したりしながら、論理的に説明する場を作ることができると考えた。

**(2) 折り紙で作れた正三角形を広げるとどのような図形になるのかを予想し、図形の構成要素に着目したり、図形の性質や定義を根拠に論理的に説明したりすることで、図形領域の資質・能力を高める。**

正三角形であることを説明した児童に「この正三角形を広げると、どんな図形になっていると思う」と尋ねる。すると児童は正三角形で図形の構成要素や性質に着目して説明したときと同様、図形の構成要素や性質に着目し、正六角形であることを説明すると考える。その際、児童の説明を視覚化し、他者と共有しやすくするために、正三角形・等脚台形・正六角形のパターンブロックを準備する。そうすることで、正三角形6つで正六角形が構成されていることや正三角形3つで等脚台形が構成されていること、その等脚台形2つで正六角形が構成されていることなどが児童に理解され、第2時、第3時以降の図形の作成や作図に活かされると考えた。

## 4. 研究の方法

### (1) 研究時期と対象

2023(令和5)年度1月13日(第1時)・16日(第2時)の計2回、A県内の公立小学校第5学年(教科書はK社を使用)の1学級(30名)を対象に行った。筆者の勤務校ではない授業実践であったため、筆者がこの学級で授業を行うのは、これが初めてであった。

### (2) 分析方法

授業中の児童と教師の逐語記録(Tは教師、Cは個人の児童でCの後ろにつくアルファベットは特定児童をイニシャルで表記したもの、ただしCNの“N”はイニシャルではなく不特定の複数の児童によるつぶやき等の発言、…は間を示す。また、番号はT・Cによらず、その時間内で通し番号とした。)、板書、児童のノートや振り返り記述をもとに、主に第1時の実際を描写し、

考察する。また、第1時の指導の成果と課題を分析するために、第2時の児童の様相もあわせて考察する。

## 5. 授業実践

### (1) 単元計画(小単元)

	主な学習活動
第1時	折り紙を折って正六角形を作成する活動を通して、正多角形の定義や性質を理解する。
第2時	折り紙を折って、正八角形を作成する活動を通して、正多角形の定義や性質を理解する。
第3時	正六角形と正八角形を作図する活動を通して、正多角形の定義や性質を理解する。

### (2) 第1時の授業実践

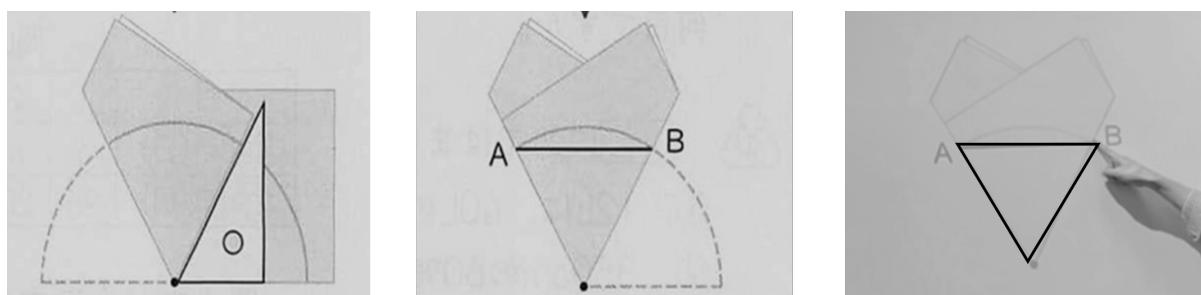
#### ①授業の目標

折り紙(正方形)を折り曲げて作った三角形が正三角形であることを、既習の図形の定義や性質に着目しながら論理的に説明したり、実際に折り紙を折って正六角形を作り、考察したりすることを通して、正多角形について理解する。

#### ②授業の実際

・正六角形を作成する過程で示される正三角形を考察し、図形の構成要素に着目したり、図形の性質や定義を根拠に論理的に説明したりすることで、図形領域の資質・能力を高める。

第1時の導入場面、まず、筆者は折り紙1枚を提示し、半分に折り、長方形をつくった。次にこの半分に折った折り紙(長方形)の片面に半円を描いた。「ここから、電子黒板の動画を見てください」と児童に伝え、図1にその動画の一部をア、イ、ウの順に示した。



ア 三角定規の60°の角度を利用して紙を折る

イ アで60°に折った紙に重ねるように反対側も折る

ウ 頂点A, Bを作り、直線で結び、三角形を作る

図1 折り紙を半分に折った状態から、正三角形へと折進めた図

1T：折り紙を半分に折って、その半分の折り紙に半円を書きます。この状態から、動画を見せます。

2T：次、このようにします。

3CN：え？ああ…

4C：三角定規で…

5T：次は、こうします。

6T：そして、直線ABを引きます。

7T：折ってできた、この図形は何でしょう。

8CN：三角形

9CN：二等辺三角形

三角形と二等辺三角形、正三角形の3つの考えを児童が表出すると筆者は予想していたが、正三角形と考えた児童はいなかった。おそらく、その理由は図形の向きにあると考えた。例えば、

三角形が「△」のように提示された場合は、正三角形という児童がいただろう。ちょっとした図形の向きの違いではあるが、このような違いが、児童の図形の見方に影響を与えると考える。また、児童の中には「三角形」と主張したが、「二等辺三角形」と捉えている子もいると筆者は予想した。これは図形の学習において感覚的に図形を捉えていることが多く、論理的に考察している児童が少ないという筆者の経験から得た直観であった。そこで、感覚的な捉えから、論理的な考察へと児童の視点を変えるために三角形と二等辺三角形の定義や性質を改めて学級全体で確認した。そうすることで、感覚的に捉えていた図形を定義や性質に基づいて振り返り、児童は自らの見方を論理的に再考すると筆者は考えたからである。

- 
- |   |  |
|---|--|
| <p>10T：今、二等辺三角形という人と三角形という人がいます。この2つの図形の違いが言えますか。</p> <p>11T：三角形と二等辺三角形は、違いがあるから名前が違っていることは、みんなわかっているよね。<br/>二等辺三角形の特徴は何ですか。</p> <p>12T：お隣とお話ししてみましょう。</p> <p>13CN：二等辺三角形ってというのは、二つの辺の長さが等しくて、二つの角度が同じ三角形。</p> <p>14T：二人は、最後までお話ししていたでしょ。どのようなお話をしていたか。教えてくれる？</p> <p>15CS：私たちは、意見が違っていて、私は二つの角の大きさが等しい三角形とっていて、ミキさんは二つの辺の長さが等しい三角形とっていました。</p> <p>16CE：パチパチ(拍手)</p> <p>17T：二人の意見が違うということで、今話してくれたのに、どうしてEさんは拍手をしたのかな。</p> <p>18C：二等辺三角形の特徴は、二つの角の大きさが等しくて、二つの辺の長さが等しいから二人とも正解だと思ったから</p> | <p>じゃん。</p> <p>19T：じゃあ、ただの三角形はどんな三角形？</p> <p>20CM：3つの角の大きさも3つの辺の長さもバラバラな三角形。</p> <p>21T：3つの角の大きさも3つの辺の長さもバラバラなものが三角形。では、その真逆で3つの角の大きさも3つの辺の長さも等しい三角形って何？</p> <p>22CN：正三角形。</p> <p>23T：では、これまでの話を整理するよ。今、皆さんは電子黒板に写っている図形が、二等辺三角形か三角形で意見が分かれているということだね。</p> <p>24CS：やっぱり意見を変えていいですか。</p> <p>25T：何から何に変えたいの？</p> <p>26CS：二等辺三角形から、正三角形です。</p> <p>27CN：たしかに…正三角形かも。(複数名が 呟く)</p> <p>28T：他にも変えたい人いる？</p> <p>29CN：複数名挙手。</p> <p>30T：同じように、さっきは二等辺三角形と思っていたけど、CSさんと同じように正三角形に変えたい人はいますか？</p> <p>31C：はい(8名挙手)</p> |
|---|--|
- 

最初に動画を考察した際には「正三角形」という意見の児童はいなかった。しかし、13CNから22CNの児童とのやりとりからわかるように、三角形と二等辺三角形の定義や性質を確認する中で筆者は意図的に正三角形の言葉とその定義や性質を引き出した。22CNの「正三角形」という新たな視点が加わったことで、多くの児童が、自らの考えを振り返る必要性が生まれた。その結果、24CSは二等辺三角形から正三角形に意見が変わったと考える。26CSの意見が正三角形に変わったことで、他の児童も「正三角形もあり得るかも…」と揺さぶられた。すると「もう一度動画を見せてほしい」と児童からの要望が寄せられた。これは、三角形や二等辺三角形、正三角形の定義や性質を確認したことで、三角形が作られる「過程」に児童の意識が向き始めたためだ

と筆者は考えた。そこで、1回目と同じ動画を見せた。しかし、2回目は動画を見せる過程の中で「三角形」「二等辺三角形」「正三角形」のいずれかの図形であると児童の判断がついた場面で「わかった！」と発言することを筆者が指示した。児童は次の2つの場面で「わかった」と発言した。それは、図1のイ及びウが示された時だった。

2回目の動画視聴後、改めて図1・ウの図形について尋ねると、三角形と答えた児童は0名、二等辺三角形と答えた児童は1名、正三角形と答えた児童は29名だった。「わかった！」と声を上げた動画の場面は同じだったが、図形の判断に違いが生まれたのは、児童が構成要素の「どこ」に着目して考察したのかという違いを表していると考えた。そこで、筆者は児童が図形のどこに着目し、なぜ正三角形または二等辺三角形と考察したのかを明確にするために、その理由をノートに書く時間をとった。

一方、「正三角形だと思う」とノートに書いていたが、その理由は書けない児童が複数名いた。机間指導中にその理由を筆者が尋ねると「見た目で正三角形だと思ったから」や「頭の中にはあるけど、うまく言葉で表すこと（書くこと）が難しい」と児童は答えた。そこで、図や式、言葉で説明することが難しい児童は、動画を参考に折り紙で三角形を作って考えてもよいと筆者は伝えた。こうしたやりとりを踏まえ、児童がノートに記述した内容は以下である。

・自力解決中の児童のノート記述  
(正三角形と考えた児童の理由) 30名中16名

ア	半径の長さが同じだから。
イ	AからBの線が書かれたとき、2つの辺の長さと同じに見えたから。
ウ	全部半径の長さが同じで、半円を3等分したからです。
エ	Cが60° だったらから、AもBも60° だから。
オ	半円の角度は180° で、折って曲げたら3等分になっていて180÷3=60 だから正三角形だと思う。
カ	正三角形だと思う。なぜなら、折ってできた三角形をひらいてみると、1つの角は360÷6=60。もう一つの角は外角の60×2=120 120÷2で1つの角が60° になるから。
キ	A Bの線が引かれたとき、正三角形だとわかりました。なぜなら向かいあった線の長さは同じで、正三角形の特ちょうは3つの辺の長さが同じだから。
ク	辺の長さと角の大きさがいっしょだと思ったから正三角形だと思います。
ケ	AとBの線が引かれたら、正三角形に見えたから。
コ	作った後に広げると、円の半径に線があるから円の半径が180° 。180÷3=60 AとBが120でひく60すると、残りも60になるから、正三角形。
サ	180° を3等分すると60° だから、正三角形。60° でなかったら、正三角形にはならない。
シ	三角定規の60° のところでおったときの角の大きさが等しくなっているから、180° の3等分。
ス	コンパスで辺の長さを測ったら、同じ長さだったから正三角形。
セ	Cの角度が60° だったら、AもBも60° になるから、正三角形。

(二等辺三角形と考えた児童の理由) 30名中1名

セ	辺ABは半円の半径ではないけど、頂点Aに向かう辺と頂点Bに向かう辺は半円の半径であり、長さが等しいから二等辺三角形だと思う。
---	--

「なぜ、正三角形(二等辺三角形)と考えたのか」をノートに記述していた児童は30名中17名であり、その中で正三角形と考えた児童は16名、二等辺三角形と考えた児童は1名だった。1回目の動画を視聴し際には、図形が作成される過程よりも最後にできた図形の「形」に着目した児童が多かった。一方、2回目の動画を視聴した際には、半円の半径に着目したり、折り紙がどこで、どのように折られたのかに着目したりするなど、図形の構成要素や性質に着目して論理的

に判断した児童が増えたと筆者は考えた。

自力解決後、30名中唯一「二等辺三角形」と考えたMの考えを最初に取り上げ、全体で議論することにした。

45T：先ほど、二等辺三角形だと考えた人はMさんだけだね。Mさんの考えをみんなできいてみよう。

48CN：ききたい！

49CM：辺ABは半円の半径ではないけど、頂点Aに向かう辺と頂点Bに向かう辺は半円の半径で長さが等しいから二等辺三角形だと思います。

50T：正直、まだMさんの説明が理解できていない人？

51CN：はい。(学級の半分以上の手が上がる)

52T：では、もう一度Mさん説明をお願いします。

53C：ああ…なるほど。

54T：Mさんの説明をお話できる人はいますか？Rさんをお願いします。

55CR：辺ABは半円の半径ではないけど、頂点Aに向かう辺と頂点Bに向かう辺は半円の半径で長さが等しいから二等辺三角形だとMさんは説明しています。

56CN：そう、そう。

58T：Mさんが「ここは半径の長さとは違うけど」といっていたところはどこかな？

59CN：辺AB

60T：つまり、辺ABは半径の長さとは違うとMさんは考えているわけだね。でも、Mさん以外の人には正三角形と考えているよね。今話を整理すると、みなさんは、辺ABは辺ACと辺BCは等しい長さだと考えているわけだ。本当に辺ABは辺ACと辺BCは等しいの？

中心から円周までの半径の長さはどこも等しいという円の性質に着目して、二等辺三角形であることを主張したMの見方(図2)を筆者は価値づけた。また、円の性質に着目して図形を考察していた児童はMと、着目している視点は同じだが、結論が正三角形と考えたNの2名だけだった。これは、自力解決で「なぜ、正三角形(二等辺三角形)と判断したのか」という理由別の分類と一致する。すなわち、児童の多くは図形の辺の長さではなく、「角度」に着目して正三角形と判断したと筆者は考えた。

Mの考えを共有した後、次に正三角形と考えた児童の説明を全体で共有した。

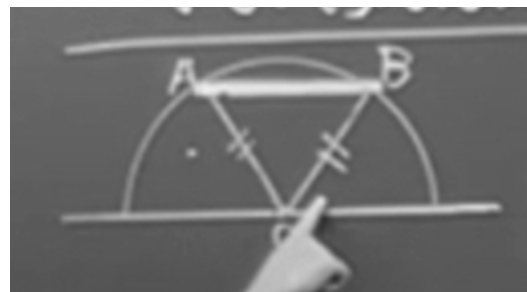


図2 円の半径に着目し、二等辺三角形であることを主張する際に指し示したMの板書

61T：もし、 $AC=BC=AB$  ということが説明できたら、正三角であると言えるよね。でも、説明できなかつたら、Mさんの通り二等辺三角形としかいえないね。もう一度ききます。正三角形だと思う人？

62CN：はい。(30名中10名)19人は意見が変わる

63T：では理由が説明できる人？(6名挙手)

64C：理由は説明できない。でも正三角形。

67T：正三角形と考えた人の中には実際にコンパスで長さを測って3つの辺の長さが等しかったから正三角形であると考えた人もいるよね。では、先ほどのMさんのように、図形の性質に着目して「だから正三角形だ」と説明できる人はいますか。(6名挙手した中のSを指名)

69CS：半円のこっち(中心角)の角度は $180^\circ$ でそれをちょうど3等分したから(折り曲げて重ねる動きを入れる) $60^\circ$



（中心角C）。三角形の全部の角度の合計は $180^\circ$ だから、こっちもこっちも $60^\circ$ じゃないと正三角形にならない。だから、 $60^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $60^\circ$ になるから正三角形だといえる。

70CN：どういう意味？（学級の半分以上が首を傾げた）

73T：Sさんが説明したことを、ペアやグループで確認しよう。

ここで、筆者の指導に起因する実践上の課題があった。1つ目は「辺ABは辺AC、辺BCと等しいのか？」という問いに対する答え方としては「三角形のすべての角度が $60^\circ$ で等しいから正三角形といえる。正三角形といえるということは、すべての辺の長さも等しいということがいえるから、辺ABは辺AC、辺BCと等しい」というところまで説明させる必要があった。2つ目は、唯一「辺ABは半径の長さではないから二等辺三角形だと思う。」と考へたMに対して69CSの説明(図3)に納得できるか、確認しなかったことも課題である。実際Mは69CSの説明後「よくわからない」と反応している。もし、Mが納得できていない実態を筆者が授業中に捉えることができているならば、Mに「どうして納得できないの？」と問うことで「3つの角の大きさが $60^\circ$ 」と「3つの辺の長さが等しい」という説明の繋がりを見出すことができたろう。また、69CSの説明後に「辺ABは辺AC、辺BCと等しいの？」と尋ねているのに、なぜ辺の長さの説明ではなく、角度の説明をするの？全く関係ないでしょ」と意図的に否定し揺さぶることで、Mの問いの解決と69CSの説明の繋がりが明確になったと筆者は考へた。

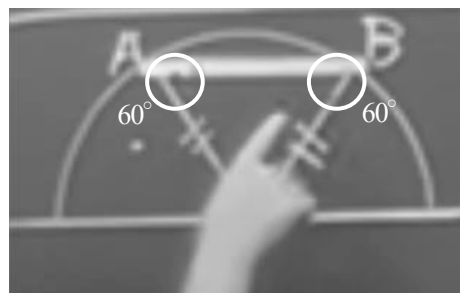


図3 半円を3等分した1つ分が $60^\circ$ であることに着目し、正三角形であると主張した際に指し示した板書

93C：まず、 $360^\circ$ を半分にしたら、 $180^\circ$ になるでしょ。それを3等分したら $180 \div 3 = 60$ になる。

94T：どうして、 $\div 3$ できるの？

95CN：ちょうど3等分だから。

96T：3等分できているとなぜ分かるの？

97CS：だって、折った時に重なるから。

98T：折ったときにピッタリ重なっているということだね。では、このように3つの三角形がぴったり重なることを算数の言葉でなんという？

99CN：合同な図形。

100T：合同な3つの三角形だからこそ3等分できて、1つの角の大きさが $180 \div 3 = 60$ といえるね。

101T：では、続きをどうぞ。

102CH：ちょっとこの先はうまく説明できないなあ。

104C：ヘルプ！

105T：ヘルプしてくれる人？Rさんどうぞ。

107CR：だから、ここ（中心角C）が $60^\circ$ ということはわかったでしょ。三角形の内角の和は $180^\circ$ だから $180 - 60 = 120$

108T：ちょっとストップ。120ってどこのことをいっているの？指で示してみて。

110C：こっち（角度A）とこっち（角度B）

111CR： $120^\circ$ はAとBの角度の合計だから、 $120 \div 2 = 60$ 。だから、AとBはそれぞれ $60^\circ$ 。正三角形は一つの角度が $60^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $60^\circ$ でできているから、正三角形といえる。

112CN：そう、そう。納得。（拍手が起こる）

ここでも、先述した69CSの説明同様、3つの角度が $60^\circ$ だから正三角ということは説明されているが、Mの意見から生まれた「辺ABは辺AC、辺BCと等しいのか」という問いの解決に

繋がる「3つの辺の長さが等しいから正三角形といえる」という性質へ繋げることはできなかった。また、111CRの説明で「なぜ、 $120 \div 2 = 60$ と考えることができるのか。すなわち、Mの主張である「正三角形は二等辺三角形でもあるから、2つの底角が等しい」と確認する必要があった。そうすることで $\div 2$ という考えが生まれ、一つの角度を求めることができる理由も理解できた。その際、「 $\div 2$ ができるということは、AとBの角度が同じということでしょ。どうして、同じ角度といえるのか」と問うことで、二等辺三角形の底角が等しいという性質に着目するができた」と筆者は考えた。

・折り紙で作れた正三角形を広げるとどのような図形になるのか予想し、図形の構成要素に着目したり、図形の性質や定義を根拠に論理的に説明したりすることで、図形領域における資質・能力を高める。

正三角形であることが確認された後「3つ重なった正三角形を開くと、どのような図形になっていると思うか」と児童に問い、その理由を考えることを通して、正多角形の定義と性質について理解していく展開とした。

- 
- |  |  |
|--|--|
| <p>115T：図形の角度や辺、性質などに着目することで、みなさんは正三角形であることを説明してくれました。この3つ重なった正三角形を開くとどんな図形になっていると思いますか？</p> <p>116C：ひし形</p> <p>117C：台形？</p> <p>118C：五角形</p> <p>119C：正…六角形 120C：六角形だ</p> <p>121CN：そうだ、絶対に六角形だよ。</p> <p>122T：六角形だといっている人がたくさんいます。どうして、そういえるのかお話できますか？</p> <p>123CM：台形は2つで、三角形が1, 2, 3, 4, 5, 6だから。</p> <p>124T：どういうことかな？</p> <p>125CM：ちょっとかります。このブロック使います。</p> <p>126CM：正三角形3つで台形になって、半分に折り曲げたから、それがもう一つあるでしょ。だから、台形が2つあるということは、正三角形が6つあるということ。それがこれだから、辺が6つあって、角が6つあるから六角形。</p> <p>127CN：納得。六角形。</p> <p>129T：では、みなさんがやってきたことを整理すると正三角形が6つで何も特ちょう</p> | <p>うがない六角形ができるということだね。</p> <p>131C：え、ただの六角形ではないよ。「正」だよ。</p> <p>132C：そう。正六角形だよ</p> <p>133T：六角形と正六角形の違いは何？</p> <p>134C：正六角形は、6つの辺の長さが等しくて、6つの角の大きさが等しい。</p> <p>135T：どうして、長さや角度を直接測っていないのに正六角形といえるの？本当に辺の長さも角度も同じかな？</p> <p>136C：同じだよ。だって、さっきの正三角形の辺ABの長さが正六角形の一辺の長さと同じでしょ。だから等しいと言える。</p> <p>137C：それに、正三角形の角度はそれぞれ<math>60^\circ</math>正三角形の2つの角がくっついてあるから<math>60 + 60 = 120</math>。だから正六角形の一つの角度は<math>120^\circ</math></p> <p>138T：では、皆さんの気づきを整理します。</p> <p>141T：これまで「正」がつく図形にはどんな図形があった？</p> <p>142：正三角形、正方形、そして今日の正六角形。</p> <p>143：この「正」がつく図形の共通点はなんですか。</p> <p>144：すべて辺の長さが等しくて、すべての角の大きさが等しい。</p> |
|--|--|
-

30名中20名の児童が「正三角形に折られた図形を開くと、六角形である」と予想していた。これは、99CNの発言であったように、児童が正三角形であることを説明する中で、合同な正三角形が3つあることを認識していたことと、折り紙を半分に折り曲げているということは、もう一つ正三角形3つで構成された等脚台形があること（図4の波線部）が見えていたためだと考えた。実際、125・126CMはそのような趣旨の説明を行っており、また125CMはパターブロックを使い、図4のように正三角形3つで等脚台形になること、その等脚台形2つで正六角形になることを説明した。このパターブロックを使った説明によって、多くの児童が正三角形6つで正六角形が構成されることを理解できた。一方、120Cの発言にあったように、多くの児童が「六角形」と考えており、正六角形と認識していた児童は数名であった。しかし、筆者が「正三角形が6つで、なんの特徴のない六角形ができるんだね」と揺さぶることで、児童は改めて正三角形の定義や性質と関連させて六角形を考察し、正六角形の定義と性質を見出すことができた」と筆者は考えた。

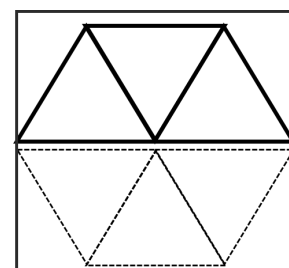


図4 等脚台形2つで正六角形になることを見出した児童の説明

### (3) 第2時の授業実践

第2時は授業開始冒頭から、児童全員に折り紙を配布し「正八角形を作りましょう」と指示し、即自力解決に入った。児童30名中20名は、自力で正八角形を作成することができた。その際、多くの児童は、正六角形は正三角形が6つで構成されていることから類推し「正八角形も正三角形が8つで構成されるだろう」という見通しをもっていた。しかし、正三角形を8つ構成しようとする中で「 $60 \times 4 = 240$  ;  $240^\circ$  になり、半回転の角の大きさである  $180^\circ$  にならないこと」に児童は気づいた。そして、その気づきから逆に「 $180 \div 4 = 45$  ;  $45^\circ$ 」を導き、頂角が  $45^\circ$  の二等辺三角形を8つ構成することで、正八角形を作成できること（図5）に気づいた。また、図5の正八角形の下に記された児童の振り返りには「正八角形は二等辺三角形が8つでできて、正六角形は正三角形が6つでできることがわかった」という記述があり、2つの正多角形の構成の違いを児童が理解したと筆者は考える。一方、30名中10名は自力で正八角形を作成することはできなかったが、第1時、第2時と図形の構成要素に着目したり、定義や性質を活用したりして論理的に説明した経験が、第3時以降の正多角形の作図で活かされると筆者は考える。

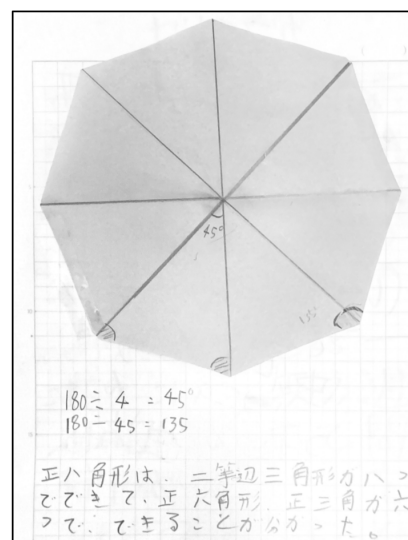


図5 正八角形は二等辺三角形8つで構成されることに気づいた児童が作成した正八角形

## 4. まとめ

本研究では、図形領域における資質・能力を育むために、第5学年の「円と正多角形」の導入指導において「正六角形を作成する過程で作られる正三角形を考察し、図形の構成要素に着目したり、図形の性質や定義を根拠に論理的に説明したりすること」「折り紙で作れた正三角形を広げるとどのような図形になるのかを予想し、図形の構成要素に着目したり、図形の性質や定義を根拠に論理的に説明したりすること」の2点を中心に授業を構想した。構想した授業について実証的研究を行い、その成果と課題を明らかにすることを目的とした。以下、明らかになった成果と課題を述べる。

本実践の第1時では、まず児童に折り紙で正六角形を作る過程を動画で提示し、正三角形が作られた場面で静止した。次に「この図形は何ですか」と尋ねると、児童の意見は「三角形」「二等辺三角形」とずれが生まれた。そこで、筆者が二等辺三角形と正三角形の定義と性質を確認すると、児童は自分が判断した図形を振り返り、図形の定義や性質を活用して、論理的に説明する姿が見られた。1回目の動画視聴では無意識かつ感覚的に図形を捉えていた児童が、正六角形を作成する過程で作られた図形を尋ねられたことで、正三角形が作られる「過程」に視点が変わり、その根拠を明らかにするために図形の構成要素や図形の定義や性質に着目した。また、児童同士の意見にずれが生まれたことで「根拠を明確にしたい」という問いが生まれ、児童は相手を納得させるために、図形の構成要素に着目したり、図形の定義や性質を活用したりして、論理的に説明する必要性が生まれた。自力解決のノート記述やその後の議論で「正三角形」と捉えた児童は図形の「角度」に着目し、「二等辺三角形」と捉えた児童は図形の「辺(円の半径)」に着目していたことが明らかになった。しかし、角度に着目していた児童と辺(円の半径)に着目していた児童の見方を整理し、2つの見方を統合できなかったことは、本時の大きな課題であった。例えば「全ての角の大きさが $60^\circ$ だから、正三角形」と児童が答えた際、「他にも正三角形の特徴はないか」と筆者が辺の長さに着目する視点を与えたり、「2つの辺の長さが円の半径と同じだから二等辺三角形」と児童が答えた際、「他にも二等辺三角形の特徴はないか」と筆者が角度に着目する視点を与えたりする必要があった。そうすることで、正三角形と二等辺三角形の相違点、共通点が明確になり、二等辺三角形と正三角形の包摂関係にも気づき、正三角形は二等辺三角形の特殊な図形であることも児童は理解することができた。

また、第1時で「この正三角形を広げると、どんな図形になっていると思う」と尋ねると、正三角形で図形の構成要素や性質に着目して説明したときと同様、児童は図形の構成要素や性質に着目し正六角形であることを説明した。その際、児童の説明を視覚化し、他者と共有しやすくするために、正三角形・等脚台形・正六角形のパターブロックを活用したことで、正三角形6つで正六角形が構成されていることや正三角形3つで等脚台形が構成されていること、その等脚台形2つで正六角形が構成されていることなどが児童に理解された。

一方、動画視聴の途中で考察した「正三角形」と最終的に作成された「正六角形」の関係性を見出せずに、困惑している児童が数名いたことが明らかになった。そこで、次の改善案を筆者は考えた。例えば、正六角形が作成されるまでの動画を一通り視聴させた後「この図形はなんという図形でしょうか」と問うことで「六角形」と「正六角形」と児童の意見のずれが生まれるのではないかと筆者は考えた。そこで、その意見のずれを解決するために、児童は動画の途中で現れた正三角形に着目し「正三角形が6つできるから、正六角形といえる」と説明するのではないだろうか。また、そのためには「なぜ、この図形が正三角形といえるのか」を論理的に説明する必然性が生まれると筆者は考える。すなわち、児童は最終的に作成された図形が正六角形であることを説明するために正三角形に着目し、その中で図形の構成要素や図形の定義や性質を活用し論理的に説明する力を高めることができるのではないかと筆者は考えた。

第2時では、30名中20名の児童が図形の構成要素に着目し、図形の定義や性質を活用しながら、自力で「正八角形」を作成できたことは大きな成果であった。また、自力では作成できなかった児童の中にも、図形の構成要素に着目したり、図形の定義や性質を活用しようしたりする姿は見られた。しかし「どこ」に着目したらいいのか、また定義や性質の「何」を活用したらいいのかかわからず、困惑する児童の姿も見られた。このような課題に対しては第3時以降も引き続き図形の構成要素に着目したり、図形の定義や性質を活用したりしながら論理的に説明する活動を、授業の中で適宜取り入れる必要があると筆者は考える。

## 引用文献

近藤裕，2022,『算数・数学科における「説明・証明」の能力に関する研究－自身の主張の妥当性を図形の性質に結びつけて示すことの実態調査－』日本数学教育学会誌 104（1）：2-12.

文部科学省，2018,『小学校学習指導要領（平成29年告示）解説 算数編』日本文教出版.

文部科学省・国立教育政策研究所，2022,『令和4年度全国学力・学習状況調査報告書小学校算数』国立教育政策研究所.

杉山吉茂，2009,『中等科数学科教育学序説－杉山吉茂教授講義筆記』東洋館出版社，190.