数量の関係を簡潔・明瞭・的確に捉える算数指導 -数直線図を活用し,統合的・発展的な考え方を高める授業実践-

メタデータ	言語: ja 出版者: 琉球大学大学院教育学研究科 公開日: 2024-04-25 キーワード (Ja): 小学校, 小数の乗除, 全国学力・学習状況調査, 統合的・発展的な考え方 キーワード (En): 作成者: 新城, 喬之 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24564/0002020310

【実践研究】

数量の関係を簡潔・明瞭・的確に捉える算数指導
―数直線図を活用し，統合的・発展的な考え方を高める授業実践―

新　城　喬　之[1]

Math Class that Captures the Quantity Concisely Clear and Accurately

SHINJO Takayuki [1]

要　約

本研究では小学校第５学年を対象に「小数の乗法，除法」「小数倍」の学習において，児童が数量の関係を簡潔・明瞭・的確に捉えるために，数直線図を活用し，統合的・発展的な考え方を働かせるための授業実践を行った。この授業実践から児童が数直線図を活用し，統合的・発展的な考え方を働かせ，数量の関係を簡潔・明瞭・的確に捉えた場面の発言やノート記述，板書を考察し，児童の学びの様相を明らかにすることを目的とした。本研究を通して，以下の４つのことが明らかとなった。⑴児童は２量の比例関係（変化の関係）だけではなく，２量の対応関係から立式する様相が見られた。⑵児童が数直線図を用いて数量の関係を捉えることができるようになった段階で「１」が潜在化された問題文に出合うことで「１」が顕在化された問題と「１」が潜在化された問題の相違点が明確になり，児童はそのずれを修正するために３本目の数直線を作り出した。⑶小数倍の学習において，２量の関係をかけ算の式（比の第２用法）に一旦置き換えた後，わり算の式（比の第３用法）で考える「２段階の演算」を経て基準量である「１」を捉える様相が見られた。⑷児童自身が「数直線図では数量の関係を捉えることが難しい」と判断した場合は，既習の図的表現である線分図やテープ図，関係図などを駆使し，基準量である「１」を捉えたり，数量の大小関係を捉えたりする様相が見られた。

キーワード：小学校，小数の乗除，全国学力・学習状況調査，統合的・発展的な考え方

１．問題の所在

小学校高学年における算数科の学習指導の課題として，まず挙げられるのは「小数の乗法，除法」「小数倍」「単位量あたりの大きさ（速さ）」「割合」の学習であろう。これらの学習指導は全国学力・学習状況調査小学校算数（以下「学調」）においても指導の困難さが指摘されている。笠井（2023）は過去の学調における小数の乗法や除法，小数倍，単位量あたりの大きさ，割合の児童の解答結果を分析し「これらの問題は，小数のかけ算とわり算の式と意味理解に関わる問題であり，特に小数倍を用いた問題場面における式に課題がある」と指摘している。また，高橋（2022）は平成19年度から令和３年度の15年間に行われた学調の中で，割合の理解に関わると考えられる「倍」「単位量あたりの大きさ」「百分率」「円とグラフと帯グラフ」「演算決定」に関する問題の結果について考察し，これらの課題を整理している。笠井と高橋の考察から「小数の乗法，除法」「小数倍」「単位量あたりの大きさ」「割合」の学習指導における児童の誤答には次の５つの傾向があることがわかった。

[1] 那覇市立那覇小学校

a　「倍」という表現が含まれる言葉があると，乗法と捉える。つまり問題文に出てくる「言葉」だけを根拠に立式する。
b　除法を用いる際，被除数と除数の判断は「大きい数÷小さい数」というイメージで捉える。
c　問題文中に数字が出てきた順番に立式する。
d　基準量と比較量を明確に捉えることに困難がある。
e　式や演算決定の明確な根拠に欠ける。

ここで示した児童の誤答傾向を生み出している最大の原因は，児童が問題文に出てくる数量の関係を簡潔・明瞭・的確に捉えることができていないという現状とこの状況へと誘ってしまう学習指導にあると筆者は考えた。より具体的に例を示せば，割合の学習で考えた場合，基準となる量である「１」を捉えることに課題があるということである。中村（2016）は「割合の理解が難しいのは，基準の『１』が潜在化しているため，何を基準にするかという判断が加わるからである」と述べている。また，小数の乗法や除法，小数倍の学習において，多くの児童にとっての「１」の意味は「１m」や「１kg」というように量としての認識であり，割合としての「１」とは認識されていないと考える。すなわち，割合としての「１」は潜在化しており，児童の中で「１」の意味が混在している。そのため，児童は基準量と比較量を明確に捉えられなかったり，式や演算決定の明確な根拠に欠けたりするなど，数量の関係を簡潔・明瞭・的確に捉えることに課題があると筆者は考えた。

２．研究の目的

本研究では，上述した筆者の課題認識を踏まえて，小学校第５学年を対象に「小数の乗法，除法」「小数倍」の学習において児童が割合としての「１」である基準量を明確に捉え，根拠をもって演算決定を行い，数量の関係を簡潔・明瞭・的確に捉えるために，後述する数直線図を活用し，統合的・発展的な考え方を働かせるための授業実践を行った。この授業実践から児童が数直線図を活用し，統合的・発展的な考え方を働かせ，数量の関係を簡潔・明瞭・的確に捉えた場面の発言やノート記述，板書を考察し，児童の学びの様相を明らかにすることを目的とする。

３．数量の関係を簡潔・明瞭・的確に表現するために数直線図を活用し，統合的・発展的な考え方を働かせる

数量の関係を簡潔・明瞭・的確に捉えるための有効な方法の一つとして，数直線図があげられる。

中村（2016）は数直線（数のモデル）の教育的役割として，①立式（演算決定）の根拠となる，②意味の拡張に役立つ，③計算の仕方を導くことができる，④積や商の大きさを見積もることができる，⑤基準量変更で乗除法を統一的にみることができると述べている。「乗除法を統一的にみる」ことと関連して，文部科学省（2018）『小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編』（以下「算数編」）で，統合的に考察する力について「異なる複数の事柄をある観点から捉え，それらに共通点を見いだして一つのものとして捉え直すことであり，算数の学習で大切にすべきものである」と記している。また算数編では統合的・発展的に考察する価値について「算数を統合的・発展的に考察していくことで，算数の内容の本質的な性質や条件が明確になり，数理的な処理における労力の軽減も図ることができる。また物事を関係づけて考察したり，他でも適用したりしようとする態度や新しいものを発見し物事を多面的に捉えようとする態度を養うことも期待できる」と記している。すなわち「小数の乗法，除法」「小数倍」の３つの単元において児童が数直線図を活用することで，３つの単元を統合・発展的に考察することができるようになり，その中で共通点を見いだし，乗法と除法の本質を捉えることができるようになると筆者は考える。そうすることで，「小数の乗法，除法」「小数倍」の学習において，児童が割合の「１」

である基準量を明確に捉え，根拠をもって演算決定を行い，数量の関係を簡潔・明瞭・的確に捉える力を高めることができると考える。

４．研究方法

⑴　研究時期と対象

2023（令和５）年度４月当初から筆者が担任している第５学年の１学級を対象に行った。

①　実践１　６月上旬：第５学年「小数のかけ算」（８時間）
②　実践２　６月下旬：第５学年「小数のわり算」（８時間）
③　実践３　７月中旬：第５学年「小数倍」　　　（３時間）

⑵　分析方法

授業実践（小数のかけ算…第３時，第４時，第６時，第８時，小数のわり算…第１時，第３時，小数倍…第３時）の学習の中で，数直線図を活用し，統合的•発展的な考え方を働かせ，数量の関係を簡潔•明瞭・的確に捉えた際の発言やノート記述，板書を考察し，児童の学びの様相を明らかにする。

５．授業実践　　＊児童の名前は全て仮名

⑴　実践「小数のかけ算」（第３時）

第１時，第２時では「１m80円のリボンがあります。このリボン2.3mの代金はいくらでしょうか」という問題文を扱い, 小数のかけ算の意味や計算の仕方を学習した。図１は第３時終了後の板書である。

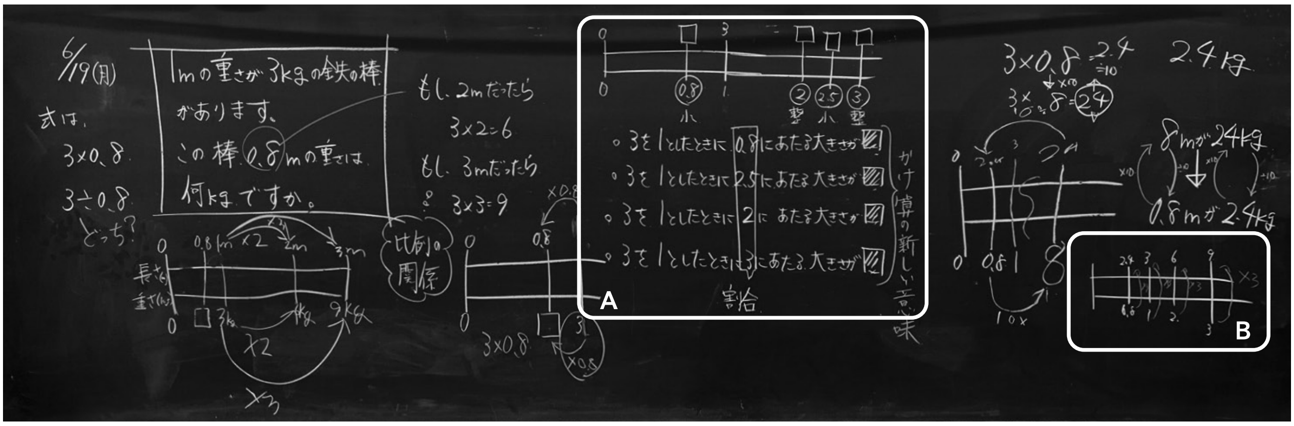

図１　小数の乗法（第３時）終了後の板書

第３時である本時は「１mの重さが３kgの鉄の棒があります。この0.8mの重さは何kgですか」という問題文を提示した。児童の考えた式は２つ（ア　３×0.8　イ　３÷0.8）に分かれたため，児童の中に「どっちの式が正しいのか？」という問いが生まれた。それぞれの立式の根拠を問うと，児童は，次のように発言した。

ユリ：どうして３×0.8にしたかというと，棒の長さが２mだったら３×２＝６，もし３mだったら，３×３＝９になるでしょ。棒の長さが0.8mだから同じように考えて３×0.8にしました。

リエ：私も３×0.8の式になって，ユリさんと考えは似ていると思うけど，数直線で考えたよ。長さが２倍になったら同じように重さも２倍になるから３×２で，長さが３倍になったら重さも３倍になるから…同じように，長さが0.8倍になったら，重さも0.8倍で比例の関係になっているから，３×0.8だと思う…

筆者：でも，２倍，３倍のように矢印がないけど，0.8mのときはどのように矢印をかけばいいのかな？

リエ：それが難しくて，かけ算だとは思うけど…
筆者：どうして，矢印を書くのが難しいと思ったのか，気持ちがわかる人？
タケ：わかる。昨日までは，小数のところが2.3とか，3.8とかだったけど，0.8で小さくなったからどうしたらいいか，わからなかったと思う。
リエ：そう，そう。

ユリの考えとリエの考えは似ているようだが，立式した根拠に違いがあった。ユリは（１mの重さ）×（長さ）＝（全体の重さ）という言葉の式を根拠に説明した。この考え方のよさは，自分が考えやすい数（整数）に置き換えて類推的に考えているところである。リエは数量の関係を数直線図に表し，長さと重さが比例関係にあることを根拠に立式しており，統合的な考え方（乗法の意味の拡張）が働いた場面だと筆者は考えた。しかし，リエは数量の関係を捉えることはできたが，矢印を用いて演算決定することには迷いが生じていた。リエと同じように数直線図に表すことはできていたものの矢印がかけずに困惑していた児童が複数おり，その中の数名は「３÷0.8」とわり算で立式していた。児童にその理由を尋ねると「長さが0.8になって１より小さいから，かけ算ではなくわり算だと思った」と説明した。これは，前述した「除法を用いる際，被除数と除数の判断は『大きい数÷小さい数』というイメージで捉える」「問題文中に数字が出てきた順番に立式する」(高橋2020)があげた課題と同じである。児童にとって第１時･２時における乗法の意味の拡張の理解も難しいが,乗数が純小数（１より小さい小数）になった場合も，かけ算と捉え立式することには難しいことが明らかになった。

このような児童の実態から，既習である「整数×整数」「整数×帯小数（１より大きい小数)」と本時で学習した「整数×純小数（１より小さい小数)」を統合的に考察することができるように，筆者が数直線図と「３を１としたときに△にあたる大きさが□」と言葉で表し整理した（図１A)。

式が３×0.8となることが確認されると，児童は２つの方法で答えを求めた。一つはかけ算の性質の活用であった。そこで，児童が行っている計算の工夫を数直線図でも表すことができないかと筆者は問うた。するとアンは「0.8を10倍すると，８になるから８mが24kgになるでしょ。でも問題は0.8mの重さを求めるので，24を÷10して2.4ということがわかる」と数直線図を活用しながら説明した。

一方，コウは他の人と違う式で求めたといい「0.8×３＝2.4」を発表した。筆者や多くの児童が「かける数とかけられる数を交換して求めたってことね」とコウの式を解釈したのだが，コウは「違う」と反論した。その理由を尋ねると「みんなは数直線を横に見て，式を考えたと思うけど，僕は長さと重さを縦に見て式を考えた」と数直線図に表しながら自分の考えを説明した。

コウ：長さが１mのときに３kgでしょ。ということは，１を３倍すると３になって，２mのときも３mのときも同じように長さと重さはずっと３倍の関係になっているから，0.8×３＝2.4になる。
児童：おぉすげ～本当だ！長さと重さはずっと３倍の関係になっている！
筆者：どうして，コウさんは横ではなく縦の関係に着目したの？
コウ：横に見ると比例の関係が見えるから，縦に見ても何かあるのかぁ，と思って…

コウは比例関係にある長さと重さの２量の対応のきまりから，比例定数を見出し，立式（図２：図１Bを拡大したもの）したといえる。コウの説明は第６学年の「比例」で学習する「対応する値の商が一定なることから比例関係を表す式としてy＝（決まった数）×X」に繋がる見方・考え方である。第５学年の小数の乗法の学習でも，数量の関係を数直線図に表すことで，２量の比例

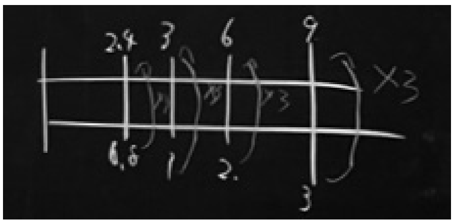

図２　２量の対応関係から立式した板書

関係（変化の関係）だけではなく，２量の対応関係から立式する児童が現れたことは，筆者にとって大きな発見であった。

⑵　実践「小数のかけ算」（第４時）

第４時の問題文は「１ｍの重さが1.8kgの鉄パイプがあります。このパイプ4.2mでは何kgになるでしょうか」であり，前時までの「整数×小数」ではなく「小数×小数」の問題であった。図３は第４時終了後の板書である。

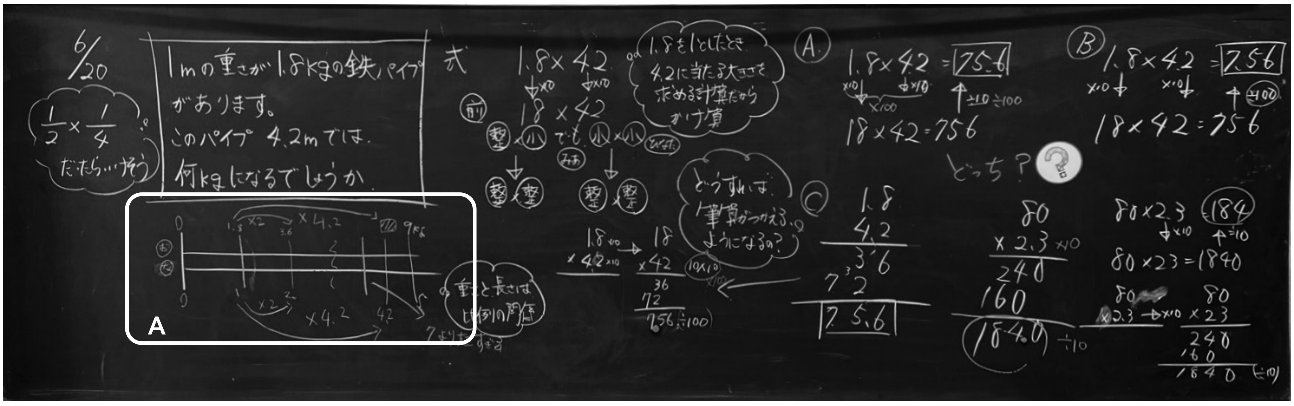

図３　小数の乗法（第４時）終了後の板書

自力解決中の児童のノート記述を整理したものを表１に示す。

表１　自力解決のノート記述

	1.8×4.2と立式	1.8×4.2以外の式
数直線図を書いた児童	A　30人中15人（50％）	B　30人中０人（０％）
数直線図を書いていない児童	C　30人中15人（50％）	D　30人中０人（０％）

（本時の参加人数は30人）

本時（第４時）では，全員が立式（表１）はできていた。しかし，その式の根拠となる数直線図を書いている児童は全体の半分(表１，Aにあたる児童)であった。授業では表１のCにあたるリサに「なぜ，1.8×4.2という式になったのか」と尋ねた。するとノートには数直線図を書いていなかったにもかかわらず，黒板に数直線図（図３A）を書きながら「1.8を１としたときに4.2にあたる大きさを求める計算だから，1.8×4.2のかけ算の式になる」とリサは説明した。

授業後，「どうして自分のノートには数直線図は書いてなかったのに，みんなに説明したときは数直線図を書いたの？」とリサに尋ねた。「数直線図を書かなくても，問題文を見たら1.8×4.2とわかった。でも全体の前で説明するときに，それを理由にしたらみんなが納得しないと思って」とリサは答えた。一方，授業後，「どうして数直線図を書いたのか」と表１のAにあたるケイに尋ねると「数直線図を書かなくても式は1.8×4.2と思っていたけど，いつも授業で数直線図を書いているから」と答えた。

以上のことから，表１のAにあたる児童の中には，重さと長さの数量の関係を捉えたり，立式したりするために数直線図を書いたわけではなく「授業で書いているから」という理由で書いた子がいることがわかった。一方，表１のCにあたる児童の中には数直線図を書いていないが，他者に説明するためには必要性を感じている児童の存在を確認できた。

⑶　実践「小数のかけ算」（第６時）

前時（第５時）で小数×小数の筆算の仕方を学習した後の本時（第６時）である。本時は辺の長さが小数になっている長方形の面積を求める学習であった。本時で重要なことは，辺の長さが小数になっても長方形の面積の公式が使えるように，統合的・発展的に考察することである。図４は第６時終了後の板書である。

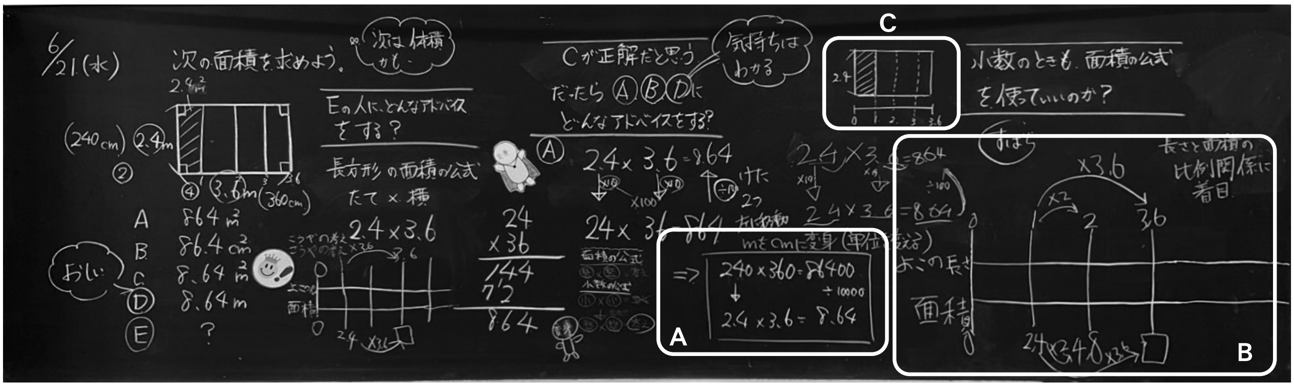

図４　小数の乗法（第６時）終了後の板書

問題提示後，多くの児童が「長方形の縦の長さが2.4mで横の長さが3.6m。長方形の面積を求める公式は縦×横なので2.4×3.6＝8.64 答えは，8.64㎡」と答えた。そこで，児童の統合的・発展的な見方・考え方を引き出すために「確かに整数のときはそれが使えたけど，小数のときにも公式が使えるとはいえないでしょ」と筆者が揺さぶった。

すると，「整数×整数だったら，面積の公式が使えるからmの長さをcmに変える。縦は240cmになって，横の長さは360cmになるから式は240×360＝86400になって，これを㎡に戻すために，÷10000したら，8.64㎡になるでしょ。これは2.4×3.6＝8.64と答えが同じになるから辺の長さが小数のときも面積の公式が使えるよ」とメイは説明した。その説明を筆者が板書（図４A）した。まさにメイの説明は，整数の場合だけに成り立っていた面積の公式を小数の場合にも拡張させ，統合した姿であった。一方，数直線図（図４B）を活用しながら，コウは次のように説明した。

コウ：横の長さと面積を数直線に書くと，横の長さが１mのとき面積は2.4㎡でしょ。２mのときは4.8㎡だから，長方形の横の長さと面積は比例の関係ということがわかる。だから，横の長さが3.6mのときは2.4×3.6となって，答えは8.64㎡になると思う。

児童：おおぉすげー本当だ。こんな考えは思いつかない。

筆者：コウさんが説明したことを数直線図と面積図で先生が付け加えて説明するね。コウさんは，まず縦の長さを固定して，横の長さを変えることで面積の変化にも着目したんだね。縦の長さが2.4mのとき横の長さは１mだとすると，面積は？

児童：2.4×１で2.4㎡！

筆者：横の長さが２mのとき，面積は？

児童：2.4×２で4.8㎡！

筆者：横の長さが３mのとき，面積は？

児童：2.4×３＝7.2 だから，横の長さが3.6mのときは，2.4×3.6で8.64㎡になるんだ。

筆者：コウさんは，どうしてこのような発想をしようと思ったの？

コウ：これまでの算数の授業で数直線図に書いたらわかりやすかったし，なんか決まりみたいなことがわかったから，今日の面積も数直線にまとめると何かわかるかな，と思って…

正直，筆者はコウの考えを予想してはいなかった。コウのようにもともと算数が好きで得意な子に筆者は過去にも出会ってきたが「縦の長さを固定し，横の長さと面積の比例関係を見出した考え方」が説明されたのは今回が初めてであった。そのため，コウの考え方の価値を他の児童にも理解してもらいたいと考え，筆者はコウが書いた数直線図の説明に面積図（図４C）を補足し，説明を加えた。このようなコウの考え方が生まれた要因の一つに意識的な数直線図の活用があったと考える。第４時では「数直線を使わなくても立式ができる」という児童（表１のCにあたる児童）が多くいた。一方，本時のコウのように第１時から第６時まで一貫して数直線図を活用したことで，数直線図は立式や演算決定するための道具から，数量の関係を統合的・発展的に考察し，自らの考えを整理，表現するための道具としての有用性を感じている児童がいることもわかった。

⑷　実践「小数のかけ算」（第８時）

本時（第８時）では平成31年の検定を経た算数教科書（啓林館，学校図書，東京書籍，日本文教，教育出版，大日本図書の６社）の第５学年小数の乗法のいずれにも掲載されていない教材を扱った。本時は中村（2006）を参考に筆者が単元計画に追加した実践であった。本実践の価値を中村（2022：168）は次のように述べている。

> 乗法の問題では割合が暗黙のうちに使われている。乗法の意味が（基準とする大きさ）×（割合）＝（割合に当たる大きさ）であるにもかかわらず，乗数が割合であることを意識していない。それは多くの問題が「１m80円」などと１とする大きさが常に示されているため，乗数を割合として捉えなくても立式できるからである。乗数が量の大きさを表すと同時に割合も表していることを意識していない。また，（１mの値段）×（長さ）という言葉の式も，乗数が割合であることを意識させないことの要因である。そのため，割合の問題は特殊で難しいという誤解を教師にも，児童にも与えている。乗法・除法の問題を解決する際，数直線に基準量，割合，比較量の関係を表したり，比例関係が背景にあることを意識したりすることが割合の理解を深めることになる。

図５は第８時終了後の板書である。

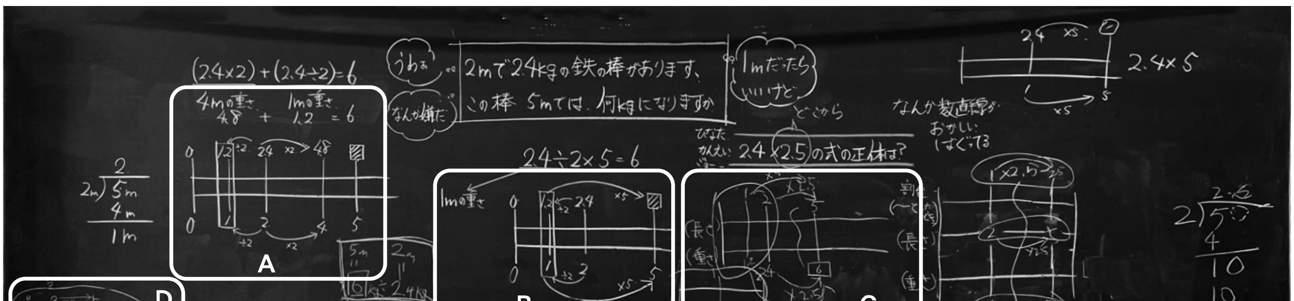

図５　小数の乗法（第８時）終了後の板書

まず，本時の導入で次の問題文を提示した。

２mで2.4kgの鉄の棒があります。この棒，５mでは，何kgになりますか。

児童：うわぁ，なんか嫌だ…
筆者：どうして，嫌だなぁと思ったの？
ユリ：１mだったらいいけど，２mだから，なんか…いつもは１mで
児童：でも，答えを求めることはできそう。１mがわからないから，１mで何kgかがわかれば…

多くの児童がこれまでの問題文との違いに気づき，違和感をもっていた。しかし，答えは求めることができそうだという見通しはもっていたため，自力解決の時間をとった。児童の求め方は大きく３つに分かれた。１つは（2.4×２）＋（2.4÷２）＝６の式で表した求め方（図５A）であり，２つ目は2.4÷２×５＝６の式で表した求め方（図５B），３つ目は2.4×2.5＝６の式で表した求め方（図５C）であった。前述した２つの求め方に共通していることは，問題文に示されていない「１mの重さ」を出してから５mの重さを求めていることである。一方，３つ目の式は「２mを１として考え，５mはそのどれだけにあたるのか」という見方であり，割合の見方であった。３つの求め方のちがいを顕在化し，全体で共有するために友達の「式」を読みとる活動を取り入れた。

アミ：私は（2.4×２）＋（2.4÷２）＝６　という式で求めました。
筆者：アミさんの式からどのように求めたのか，予想できますか。数直線図で説明できますか？
アイ：アミさんはまず，2.4×２＝4.8で４mの重さを出して，それから，残り１mの重さを出すために２mで2.4kgだからその半分の１mを求めるために2.4÷２＝1.2を出した。そして，最後に４mの重さと１mの重さを合わせて６kgと考えたと思う。
レイ：僕は１mの重さを出したことは似ているけど，別の式で考えました。2.4÷２×５＝６で答えは６kgだと思います。
サキ：たぶん，レイさんは2.4÷２をして，まず１mの重さを出したと思う。そしてその５倍が５mの重さだから，×５をして６kgにしたと思います。
カン：僕は2.4×2.5の式にしました。
児童：え？どういうこと？ 2.5はどこからきたの？
カン：2.5っていうのは，長さ２mから５mは2.5倍になっているでしょ。長さと重さは比例の関係だから同じように重さも2.5倍になるので2.4×2.5という式になる。
児童：そういうことかぁ…
筆者：みなさんにききます。アミさん，レイさんの求め方は数直線図に表すと１があったよね。でも，カンさんの数直線図には１がないよ。１はどこに消えたの？
児童：確かに，最初の二人の数直線には１があったのにカンさんの数直線には１がない…１がないっていうか。１が書きづらいというか…

アミ（図５A）とレイ（図５B）の数直線図とカンの数直線図（図５C）を比較することで「１」が潜在化していることに児童は気づいた。ここで，児童の問いは「どのように潜在化した『１』を顕在化させることができるのか」となった。その後しばらく自力解決の時間をとった。児童は既習の学びを生かし，潜在化した「１」を顕在化させようと試行錯誤している様相があった。そのとき，エリが「数直線が３本だったら説明できそう」と呟いた。そのエリの呟きをひろい「エリさんが数直線を３本にしたら説明できそうと話しています」と筆者が全体に広めると「私もそう思った」「僕もそう思う」と数名が共感した。そこで，共感した２人とエリは３本の数直線について以下のように説明した。

エリ：長さと重さはさっきのカンさんのと同じで，その下に～と見るために，もう一本数直線を書くと，１が見えて2.5倍の意味もわかると思う。

筆者：もう一度「１」のことを詳しく教えてくれる？

ミキ：長さ２mを１と見たら，５mの長さは2.5に当たるということだから，１も見えたし，式も2.4×2.5になると思う。

児童：なるほど～長さと重さのところにもう一本数直線を書いて１とみて2.5と見ればいいのか～

筆者：～と見るというのはとてもいい表現だね。この「１と見たり，2.5と見たりする数を算数の言葉で言うと，何というか覚えている？

児童：割合だ！

本時では，児童が数直線図（図６：図５Dを拡大したもの）を活用し，中村（2006）が実践で示した「潜在化していた『１』を顕在化させることができた。中村の実践は小数のかけ算の導入授業として行っており，また３本目の数直線は教師が提示していた。しかし，本時は導入ではなく，７時間小数の乗法の学習を行い，数直線図を活用して問題解決を行ったり，統合的・発展的な考え方を働かせたりした後の単元末授業（第８時）として行った。そのため，中村の実践記録には現れなかった，児童自らが３本目の割合の数直線（図６：図５Dを拡大したもの）を作りだし「１」を顕在化させることができたと筆者は考える。

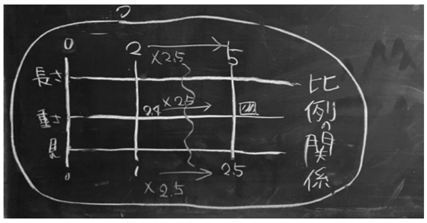

図６　１を顕在化させた３本の数直線図の板書

⑸　実践「小数のわり算」（第１時）

本時は小数の除法の第１時であり，図７は第１時終了後の板書である。

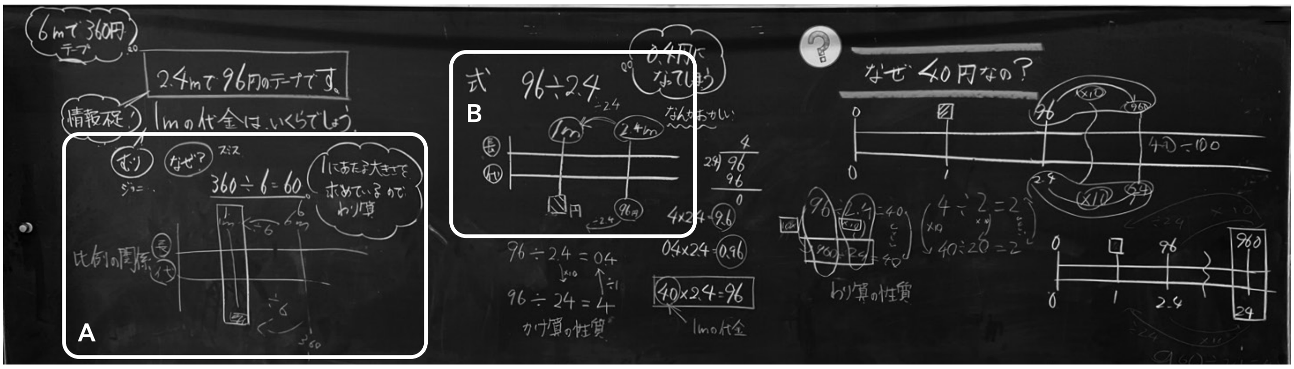

図７　小数の除法（第１時）の板書

まず，「１mの代金はいくらでしょう」という情報不足（解答に必要な情報を不足させた問題）の問題文を筆者が提示した。児童は「情報不足だよ」「無理です」と反応した。

ユリ：このままじゃ，情報が少ないから答えを求めることはできないよ。例えば６mで360円のテープの１mの代金はいくらでしょう，だったら360÷６＝60 で１mの代金は60円とわかるでしょ。

スミ：なぜ，１mの代金を求めるのに，360÷６＝60とわり算にするの？

ユリ：数直線で書いたら…

筆者：今，ユリさんは数直線に書いて，なぜわり算の式で表すことができるのか，説明しようとしてい

ます。ユリさんがどのような数直線を書こうとしているのか，ペアで予想してみよう。

～ペア対話～（３分間程度）

ユリ：数直線にかくと，６ｍで360円のテープ１ｍの代金をきいているので，６ｍの長さが１ｍということは÷６すると６÷６で１になるでしょ。長さと代金は比例の関係にあるから同じように，代金も÷６になるので，360÷６のわり算になる。

筆者：つまり，何を求める計算だからわり算なの？

児童：１にあたる大きさを求めるから，わり算になる。

タケ：今の問題はユリさんが発表した問題だけど，本当の問題はなんなの？

筆者：今日の問題は「2.4ｍで96円のテープです。１ｍの代金はいくらでしょうか」という問題です。

児童：式はいけそう。だって，さっきの式と同じように考えればいいから…

筆者：さっきと同じようにってどういうこと？

ケン：ユリさんの問題を考えるときも数直線に表して考えたでしょ。それと同じように考えればいいと思う。１ｍの代金を求めるから2.4÷2.4＝１になって，長さと代金は比例の関係だから，同じように代金も96÷2.4をすると１にあたる大きさを求めることができる。

筆者：さっきと同じと言っていたけど，何が同じなの？

タク：さっきは整数÷整数で今は整数÷小数の問題になっているけど，数直線のかき方も同じだし，１にあたる大きさを求めるから，わり算になるということが同じだと思う。

本時では意図的に児童に情報不足の問題文を提示し，児童が自ら必要な情報を考え，数量の関係を捉えるための導入の工夫を行った。ユリの発言からわかるように，児童は既習の整数のわり算から類推的な考えを働かせながら，問題の構造を数直線図（図７Ａ）で捉えた。そして筆者が提示した「2.4ｍで96円のテープ」に対して，児童らは「さっきと同じだよ」と呟き，ケンはその呟きを数直線図（図７Ｂ）に整理し，数量の関係を適切に捉えた。さらにタクは「１にあたる大きさを求める計算だから整数の場合も小数の場合も同じよう考えることができる」と先述したユリと同じように，統合的な考え方を働かせた。このように，小数の乗法で用いた数直線図を活用し，統合的な見方・考え方を働かせて，小数の除法の問題文に対しても取り組む児童の様相が見られた。

⑹　実践「小数のわり算」（第３時）

本時は小数の除法の第３時であり，第２時は小数の除法の仕方を考えたり，それを筆算に結びつけたりする学習であった。図８は第３時終了後の板書である。

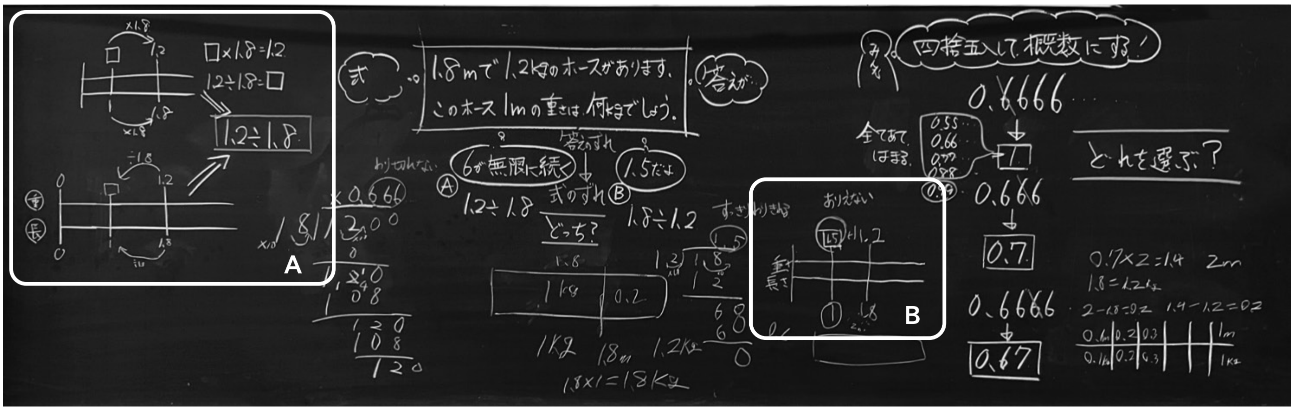

図８　小数の除法（第３時）の板書

本時の問題文は「1.8ｍで1.2kgのホースがあります。このホース１ｍの重さは何kgでしょう」という

ものである。本問題文は，児童にとって次の点で困難性がある。

① 問題文に出てきた数値の順序で立式できないため，児童は演算決定に困難を感じる。

② 既習の整数÷小数とは違い，小数÷小数の問題文であるため，児童は計算の仕方に困難を感じる。

③ 商がわりきれないため，どのように商を表せばよいか，児童は困難を感じる。

問題文を提示し，自力解決の時間を取ると２つの呟きがあった。「６が無限に続く」「答えは1.5だよ」この呟きを取り上げ，全体で共有した。なぜなら，この２つの呟きの意味を解釈することで，前述した①と③の困難性が，顕在化されると考えたからである。また，①と③の課題を解決することで，②の計算の仕方も解決できると考えたからである。

筆者：６が無限に続くよといって悩んでいる人と『答えは1.5だよ』とスッキリしている人がいます。同じ問題文を解いているのに悩んでいる人とスッキリしている人がいるのはどうしてだろう？

エリ：わり算で計算したけど，わりきれた人とわりきれていない人がいるからだよ。

筆者：ということは，６が続いている人は商がわりきれなかった人で，商が1.5になった人はわりきれたということ？ということは，どちらかが計算間違えしているということだね。

ミキ：違うよ！計算はどちらも当たっていると思う。答えが違ったのは式が違ったからだよ。

筆者：でも，さっき式はわり算っていっていたでしょ。

タケ：どちらも同じわり算だけど，式が違う。1.2÷1.8と1.8÷1.2のどちらかの式だと思う。

筆者：この問題文はどちらの式だろう？

児童：数直線に書けば，はっきりするよ。

児童は数量の関係を数直線図（図８A）に表し，長さと重さの比例関係や１にあたる大きさを求めることを根拠として，式は1.2÷1.8であることを説明した。また，計算の仕方に関しては既習のわり算の性質を活用し，商が0.666…と割り切れない数になることも確認できた。一方，1.8÷1.2と考えていた児童に，その理由を問うと「数直線図から式を考えたときは，1.2÷1.8の式になると思ったけど，計算したら割り切れなかったので不安になった。だから1.8÷1.2と逆にしたら割り切れたから，こちらの式にした」と説明する児童もいた。このような児童が現れたのは，前述した③の困難性が児童にあったからだと考える。さらに，ミキは「1.8÷1.2＝1.5の式が絶対に違う」と主張した。ミキは「1.8mで1.2kgでしょ。1.8mの重さよりも，１mの重さの方が軽いはずでしょ。なのに，１mで1.5kgの重さはありえない」と数直線図（図８B）をも用いて反論した。本時では，児童が数量関係を適切に捉えたり，立式の根拠としたりするために数直線図を効果的に活用する姿が見られた。一方「このような式や商になることはない」と数直線図に表し，数量の関係性が成り立たないことを根拠に批判的に考察したミキのような説明は，小数の乗法，除法の学習の中で初めて現れた。

⑺　実践「小数倍」（第３時）

本時は小数倍の学習の第３時であり，基準量を求める方法（比の第３用法）の学習である。第１時では倍を求める方法（比の第１用法）の学習を行い，第２時では比較量を求める方法（比の第２用法）の学習を行った。図９は第３時終了後の板書である。

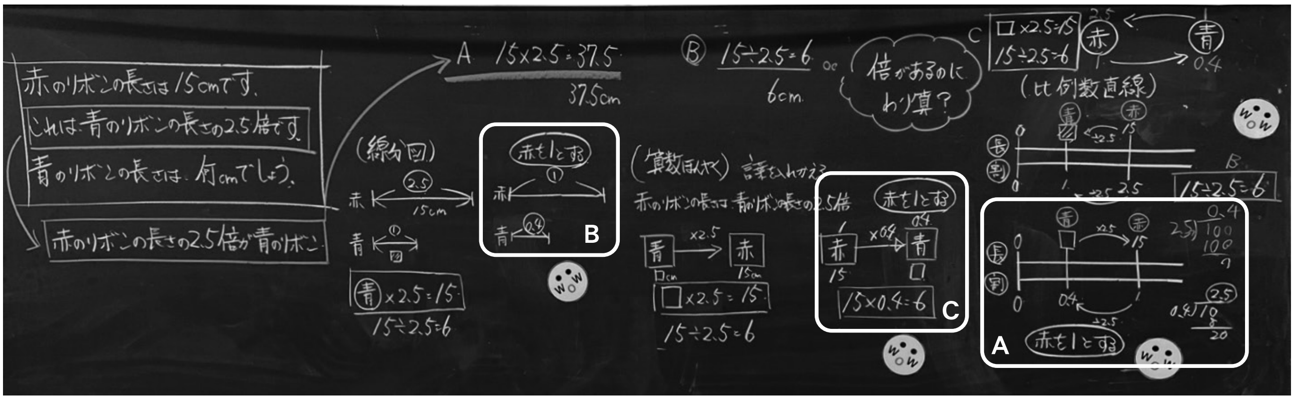

図９　小数倍（第３時）の板書

本時の問題文は「赤のリボンの長さは15cmです。これは，青のリボンの長さの2.5倍です。青のリボンの長さは何cmでしょうか」である。この問題文は「比の第３用法」と呼ばれ，もとにする数（基準量）をB，比べる数（比較量）をA，割合をPとするとB＝A÷Pの式で求めることができる。一方P＝A÷Bは割合を求める計算であり「比の第１用法」と呼ばれ，A＝B×Pは比べる数（比較量）を求める計算であり「比の第２用法」と呼ばれる。３つの用法の中でも「比の第３用法」は特に課題がみられる。その理由としては，笠井（2023）や高橋（2022）が指摘したように，児童は倍という表現が含まれる言葉があると乗法と捉えたり，基準量と比較量を明確に捉えたりすることに困難があるからである。そこで，このような課題を改善するために次の２つの手立てを考案した。

①　情報不足（解答に必要な情報を不足させた問題）の問題文を提示することで，数量の関係に着目させ，基準量を明確に意識させる。
②　比の第２用法と比の第３用法を比較することで，それぞれの意味を明確にする。

まず，次のように問題文を提示した。

赤のリボンの長さは15cmです。
青のリボンの長さは何cmでしょう。

筆者：今日の問題はこれです。どうぞ，それぞれ青のリボンの長さを求めてください。
児童：無理でしょ！これだけの情報では青のリボンの長さはわからないよ。（多くの児童が反応）
筆者：なぜ，このままでは無理なのか，ペアと確認しましょう。
～ペア対話～（３分間程度）
筆者：では，どのようなお話をペアとしたのか，教えてください。
ユイ：このままでは，赤のリボンを青のリボンがどんな倍になっているのかかがわからないから，青のリボンの長さを求めることができない。例えば，青のリボンの長さは赤のリボンの長さの0.5倍です，とかがあったら青のリボンの長さを求めることができる。
児童：そう，そう。
筆者：皆さんもユイさんの説明に納得できるんだね。ユイさんは赤のリボンと青のリボンの関係性がわかる情報がないから，このままでは青のリボンの長さを求めることができないと考えているね。赤と青のリボンの関係性に着目しているところがとてもいいね。
筆者：では，次の赤のリボンと青のリボンの関係を教えます。

赤のリボンの長さは15cmです。
これは青のリボンの長さの2.5倍です。
青のリボンの長さは何cmでしょう。

児童：こういう関係かぁ～青のリボンを求めることができそう…
筆者：では，ノートに自分の考えを書きましょう。

情報不足の問題提示により，児童は赤いリボンの長さと青いリボンの長さの関係性に着目した。ユリは赤いリボンと青いリボンの関係がわかる情報がなければ青のリボンの長さを求めることができないことに着目しただけではなく「例えば青のリボンが赤のリボンの長さの0.5倍だったら…」と赤のリボンと青のリボンの関係を表す問題文を自ら考え，青のリボンの長さを求めるための情報を付け加えた。このユイの発言は，前時で「比の第２用法」を学習したことから，類推的な考えを働かせたことによって，本時の情報不足の問題文に対して，自ら働きかけた姿であると筆者は考えた。自力解決後の児童の考え方は大きく２つに分かれた。１つ目は，青のリボンの長さを１（基準量）と捉え，赤のリボンの長さ（比較量）との関係から，青のリボンの長さを求めた考え方である。さらにこの考え方は３つの方法があった。１つは，数直線図による方法（図10）である。数直線図による方法は，これまでも小数の乗除の学習で活用したものであり，多くの児童がこの方法で数量の関係を整理していた。

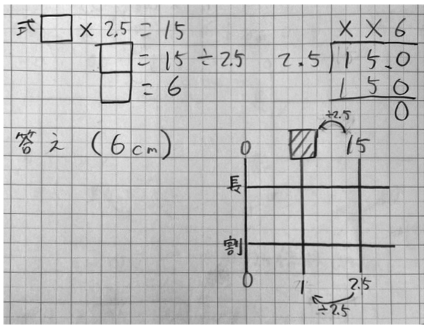

図10　数直線図で赤と青の関係を捉え立式した児童のノート記述

２つ目は，テープ図・線分図（図11）による方法である。児童に「なぜ，テープ図や線分図に表そうとしたのか」と質問すると「テープ図だと赤のリボンと青のリボンの関係がわかりやすい」と答えた。さらにその理由を問うと「赤と青のリボンのどちらが長いかがわかるから，どっちを求めるのかがわかりやすい」と答えた。すなわち，テープ図（線分図）に表した児童は，まず赤いリボンと青いリボンの長さの大小関係を捉え，次にその大小関係から「１にあたるもの」と「2.5にあたるもの」を捉え，２量の関係をかけ算の式（比の第２用法）に一旦置き換えた後，わり算の式（比の第３用法）で青のリボンの長さを求めたのである。小数の乗除の学習ではテープ図や線分図を扱うことはなかった。その理由は数量の関係を捉えることはできても，そこから比例の関係などを根拠に演算決定することができないからである。しかし，本時では,児童自らが基準量である「１」を捉えるために既習であるテープ図や線分図を活用したことは,筆者にとって大きな発見だった。

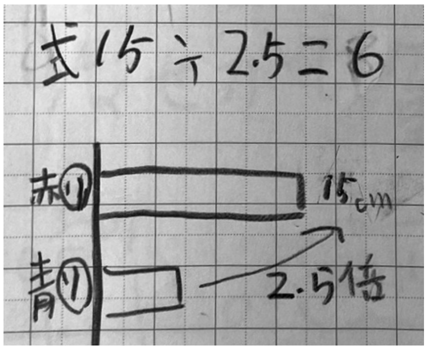

図11　テープ図で赤と青の関係を捉え立式した児童のノート記述

３つ目は言葉の言い換えの方法（図12）である。まず，問題文を「赤のリボンの長さは青のリボンの長さの2.5倍です」と一文に表し，その一文を「青×2.5＝赤」と関係図（かけ算）に表すことで，青のリボンの長さをわり算で求める方法である。

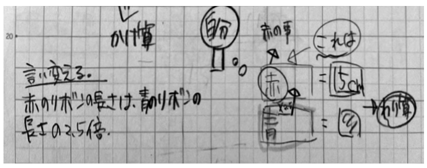
図12　言葉を言い換え，赤と青の関係を捉え立式した児童のノート記述

以上の３つは，方法は違っていても共通していることがあった。それは，赤のリボンと青のリボンの数量の関係を捉えた後，一旦，かけ算の式（比の第２用法）に置き換え，そこからわり算の式（比

の第３用法）を用いて計算している児童が多かったことである。これは小数の乗除の学習では見られなかったことである。「倍という言葉があるだけで，安易にかけ算と立式する」という課題は，これまでも小数倍の学習において多くの先行研究で指摘されてきた。しかし，このような児童の見方を課題と考えるのではなく，児童が「倍という言葉からかけ算と立式する」という見方を活かす発想に立つことが大切だと筆者は考えた。すなわち，比の第１用法，第２用法，第３用法のいずれの問題においても，数量の関係を捉えることに課題がある児童にとっては「まずはかけ算の式（第２用法）に表すこと」が大きな手立てとなる。これについては，高橋（2022）も同様のことを述べている。

一方, 前述した「青のリボンの長さを１（基準量）と考え, 赤のリボンの長さ（比較量）との関係から, 青のリボンの長さを求める３つの方法が発表された後「青のリボンの長さは６cmで同じだけど，求め方が違う」と数名が２つ目の考え方を発表した。

エミ：さっきの説明は，青のリボンを１と考えて，求めていたでしょ。私は青のリボンではなく，赤のリボンを１と考えて，青のリボンを求めました。赤のリボンを１としたとき，青のリボンはどれだけになるかを考えると，青のリボン2.5倍が赤の15cmになるから，□×2.5＝15 でしょ。かけ算はわり算の逆だから，15÷2.5をしたら答えは６cmになる。それに赤を１としたとき青は0.4にあたるから，逆に考えてもこの関係で求められる。

筆者：さきほどの比例数直線の説明と，エミさんの説明は何が違うの？

ヒナ：さっきは, 青のリボンを１と考えていたけど, エミの説明は赤を１として考えているところが違う。

筆者：エミさんは，どうして青ではなく赤のリボンを１として考えようと思ったの？

エミ：青のリボンの長さはわからないけど，赤のリボンの長さはわかっていたから，わかっている方から考えた方がわかりやすいと思って…

前述した「青のリボンの長さを１（基準量）と捉え，赤のリボンの長さ（比較量）との関係から, 青のリボンの長さを求める」ことが本時の目標であった。しかし，エミの説明に代表（図９A）されるように「赤のリボンの長さを１（基準量）と捉え，赤と青のリボンの関係から, 青のリボンの長さを求める考え方」（図13）は筆者にとって想定外の発想であり，驚きであった。実際の授業ではエミの一度の説明では筆者自身が理解できなかったため，エミと同様の考えの児童に数回説明してもらった。エミを代表とする「赤のリボンを１とする」という基準量変換の考えは，割合の学習では非常に大切な見方･考え方である。そこで，エミの基準量変換の考えを先述した２つの方法（線分図･関係図）にも適用させることで，より理解が深まると考え，筆者が板書しながら全体で共有した（図９B，C）。

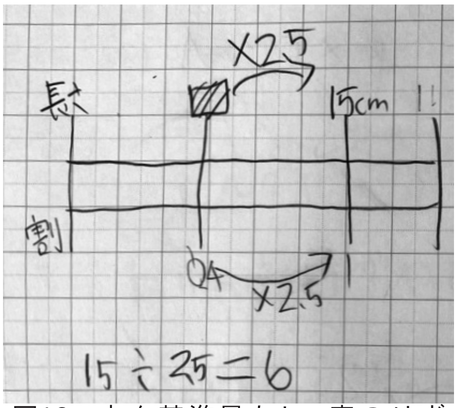

図13　赤を基準量とし，青のリボンの長さを求めた児童のノート記述

授業後，カンは「僕は，みんなの考えと似ているけど，ちょっと違う」と筆者にノート（図14）を提示した。カンはエリと同様，赤のリボンを１として考え，青と赤のリボンの関係を見いだしたところまでは同じであるが，カンは数直線図の横の関係（比例）だけではなく，縦の関係（比例定数）にも着目した。そこで，縦の関係に着目することで決まった数（比例定数）である「15」を見いだし，そこから青のリボンの長さを求めた。

カンに「どうして，縦の関係にも着目したの？」と質問すると「小数のかけ算の学習でも，縦の関係で決まりを見つけて答えを求めたから，同じようにできないかと思って」と答えた。

以上の児童の発言やノート記述, 授業後の応答などから, 本時の課題に対して，数直線図や線分図・テープ図，関係図などを通して, 基準量である「１」を明らかにしながら, 数量の関係を簡潔・明瞭・的確に捉えようとする児童の様相が見られた。また，児童は小数の乗除から活用している数直線図を用いることで，小数の乗除と小数倍の学習を統合的に考察したり，数量の関係を的確に表し，その対応関係や変化の関係を見いだし，問題解決に役立てたりしていた。さらに，数直線図では数量の関係を捉えることが難しいと判断した場合は，既習の図的表現である線分図やテープ図，関係図などを駆使し，基準量である１を捉えたり, 数量の大小関係を捉えたりする様相も見られた。これは，小数の乗除の学習から一貫して数直線図を活用してきたからこそ，逆にそれが適さない問題では「数直線図を使わない」と児童が判断することができたからだと筆者は考えた。

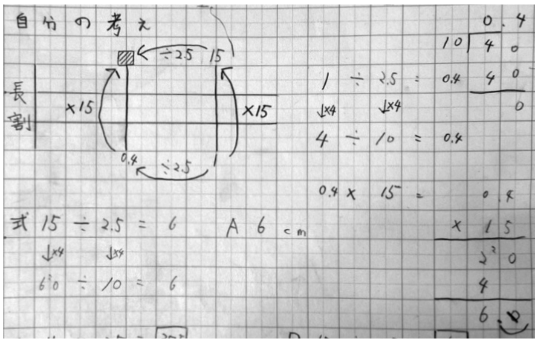

図14　縦の関係（比例定数）と比例の関係から，青のリボンの長さを求めた児童のノート

６．まとめと今後の展望

本研究では小学校第５学年を対象に「小数の乗法, 除法」「小数倍」の学習において, 数量の関係を簡潔・明瞭・的確に捉えるために，数直線図を活用し，統合的・発展的な考え方を働かせるための授業実践を行った。この授業実践で児童が数直線図を活用し，統合的・発展的な考え方を働かせ，数量の関係を簡潔・明瞭・的確に捉えた場面の発言やノート記述，板書を考察し，児童の学びの様相を明らかにすることを目的とした。本研究を通して，以下の４つのことが明らかになった。

⑴　本実践では，２量の比例関係（変化の関係）だけではなく，２量の対応関係から立式する児童が現れた。これは，前単元（比例）で２量の関係を表に整理した際，変化の関係を倍分比例と共に等分比例で考察したり，また基準となる１にあたる量から比例の関係を考察するだけではなく，２や３にあたる量から，２量の関係を考察したりするなど，様々な視点で数量の関係を捉える見方・考え方を引き出したことが要因の１つだと筆者は考える。本来，対応関係から立式することは第６学年の「比例」において，対応する値の商が一定なることから「y＝（決まった数）×X」で学習する内容であるため，第５学年でどこまで指導するのか，検討が必要である。

⑵　小数のかけ算（第８時）において，中村（2006）の実践記録では見られなかった「３本目の割合の数直線」を児童自身が作りだし「１」を顕在化させた。これは，導入授業ではなく単元末授業として本時を行ったことに要因があると考える。児童が数直線図を用いて数量の関係を捉えることができるようになった段階で「１」が潜在化された問題文に出合うことで,「１」が顕在化された問題と「１」が潜在化された問題の相違点が明確になり, ２つの問題を統合的に考える必然性（問い）が生まれた。その結果，このずれを修正するために「１」という共通点に着目し，統合的な見方・考え方を働かせ，３本目の数直線を児童は作り出した。

⑶　小数倍の学習（第３時）では,「倍」という言葉だけでかけ算と判断したり，基準量である１を捉えたりすることに課題があった。本実践で明らかになったように，小数倍の学習においては，まず２量の関係をかけ算の式（比の第２用法）に一旦置き換えた後，わり算の式（比の第３用法）で考える「２段階の演算」を経ることが，児童にとって基準量である「１」を捉えるためには有効だと筆者は考えた。また，数量の関係を捉えるための図的表現において，より具体的な図的表現であるテープ図や関係図を用いた方が「１」を捉えることができる児童もいた。そのため，指導者は数直線図だけに拘らず，児童の実態に応じた図的表現の指導が求められる。

⑷　児童は小数の乗除から活用している数直線図を用いることで，小数の乗除と小数倍の学習を統合的に考察したり，数量の関係を的確に表し，その関係から様々なことを見いだしたりしながら，問題解決に役立てた。さらに，児童自身が数直線図では数量の関係を捉えることが難しいと判断した場合は，既習の図的表現である線分図やテープ図，関係図などを駆使し，基準量である１を捉えたり，数量の大小関係を捉えたりする様相も見られた。これは，小数の乗除の学習から一貫して数直線図を活用してきたことで，逆にそれが適さない問題では「数直線図を使わない」と児童が判断することができたからだと筆者は考える。

本研究は第５学年の小数の乗法，除法，小数倍の学習に重点化して指導を行った。一方，第５学年の児童にとって最も課題があると指摘されている「単位量あたりの大きさ」や「割合」の学習では，今回研究したことは検証されていない。今後,今回の研究で得た知見を「単位量あたりの大きさ」や「割合」の学習で検証し，新たな成果や課題を明らかにしていきたい。

謝辞

本実践研究論文をまとめるにあたり，琉球大学大学院教育学研究科の吉田安規良教授には，多くの助言や示唆を頂戴しました。ここに感謝の意を表します。

引用文献

笠井健一，2023，「これからの計算指導－全国学力・学習状況調査の結果から見た計算指導の問題点－」『算数授業研究』東洋館出版社，145：16-19.
文部科学省，2018，『小学校学習指導要領（平成29年告示）解説　算数編』日本文教出版.
中村亨史,2006,『数学的な思考力･表現力を伸ばす算数授業－教材の本質を問い,学び合いを通して』明治図書出版.
中村亨史，2016，「乗法・除法・割合，分数における基準としての「１」の価値」『算数授業研究』東洋館出版社，103：4-7.
中村亨史，2022，「乗法・除法の意味と分数の意味のアプローチ」市川哲・高橋丈夫・青山尚司・加固希支男編『算数教材研究 割合』東洋館出版社，164-172.
高橋丈夫，2022，「論説全国学力・学習状況調査の結果から」市川哲・高橋丈夫・青山尚司・加固希支男編『算数教材研究 割合』東洋館出版社，29-44.